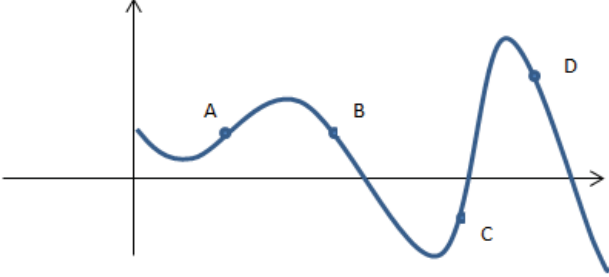


بسمه تعالی

سؤالات امتحان درس: حسابان ۲	رشته : ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان : ۱۳۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	دوره متوسطه دوم	تاریخ امتحان : / /	ساعت شروع :
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد نوبت خرداد			

سؤالات پاسخ نامه دارد.

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ روی بازه $[-\infty, 3]$ اکیدا صعودی است. ب) تابع $y = x^3 + 1$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2 + 1$ قرار دارد. ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است. د) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقطه ای از این بازه است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) نمودار تابع $y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ را می توان با واحد انتقال نمودار $y = x^3$ به سمت رسم کرد. ب) برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی مقدار a باید برابر با باشد. ج) دوره تناوب و مقدار ماکسیمم و مینیمم تابع $y = 2\sin\frac{\pi x}{4} - \sqrt{3}$ به ترتیب برابر با و است.	۱/۵
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. الف) تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. $a - b$ کدام است؟ ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ب) تابع $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ چند نقطه بحرانی دارد؟ ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)	۱
۴	نشان دهید $(2x - 1)$ یک مقسوم علیه چند جمله ای $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 2$ است. سپس مقسوم علیه های درجه اول دیگر $f(x)$ را بیابید	۱/۲۵
۵	معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} = 0$	۱/۲۵
۶	مجانبهای افقی و قائم تابع زیر را به دست آورید. $y = \frac{2x + 5}{ x - 1}$	۱

۷	حاصل حدهای زیر را به دست آورید.	۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}{3x - 1}$												
۸	با توجه به نمودار جدول را کامل کنید.	۱	 <table border="1" data-bbox="472 837 1126 949"> <tbody> <tr> <td>شیب</td> <td>-۲</td> <td>-۱</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲	نقطه						
شیب	-۲	-۱	۰/۵	۲											
نقطه															
۹	با استفاده از تعریف مشتق معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x - 2}$ را در نقطه $x = 3$ به دست آورید	۱/۵													
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۱/۲۵	$f(x) = \sqrt{x^3 - 5x} \sin \frac{x}{2} + \cos x$												
۱۱	اگر $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ باشد آنگاه مشتق تابع $f(\tan x)$ را در $x = \frac{\pi}{4}$ به دست آورید.	۰/۷۵													
۱۲	با توجه به مقادیر تابع f در جدول زیر مقدار f' را برای نقاط داده شده حدس بزنید.	۰/۷۵	<table border="1" data-bbox="320 1402 1201 1576"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>۴</td> <td>۸</td> <td>۱۲</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>۱۵۰</td> <td>۱۱۰</td> <td>۹۰</td> </tr> <tr> <td>مقدار تقریبی $f'(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	۴	۸	۱۲	$f(x)$	۱۵۰	۱۱۰	۹۰	مقدار تقریبی $f'(x)$			
x	۴	۸	۱۲												
$f(x)$	۱۵۰	۱۱۰	۹۰												
مقدار تقریبی $f'(x)$															
۱۳	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی رو به بالا پرتاب می کنیم. اگر ارتفاع این جسم از زمین از معادله $h(t) = -3t^2 + 24t$ به دست آید، سرعت جسم هنگام پرتاب و هنگام برخورد با زمین را به دست آورید.	۰/۷۵													
۱۴	مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + x + 1 $ را در بازه $[-2, 2]$ بیابید.	۱/۷۵													
۱۵	جهت تقعر و نقاط عطف نمودار تابع $f(x) = x^4 + 2x^3 - 36x^2 + 8$ زیر را مشخص کنید.	۱/۷۵													
۱۶	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = (x - 1)^2(x + 3)$ را رسم کنید.	۲													

موفق باشید

مدت امتحان: 120 دقیقه		رشته ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح امتحان درس حسابان 2	
تاریخ برگزاری امتحان:		دوره دوم متوسطه		پایه دوازدهم	
نمره	سؤالات				ردیف
1	هر مورد (0/25)	د) نادرست	ج) نادرست	ب) درست	الف) نادرست
1/5	هر مورد (0/25)	ج) $2-\sqrt{3}, 4, 2-\sqrt{3}$	ب) صفر	الف) 2, چپ	
1	$a=1, b=-2 \rightarrow a-b=3$ (0/5) $f'(x) = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2}$	هر مورد (0/5)		الف) گزینه 3 ب) گزینه 1	
	صورت ریشه ندارد و ریشه های مخرج به دامنه تابع تعلق ندارد پس این تابع فاقد نقطه بحرانی است.				
1/25	$2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$ (0/25) $f(\frac{1}{2}) = 2(\frac{1}{2})^3 - (\frac{1}{2})^2 - 4 \times \frac{1}{2} + 2 = 2 \times \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 2 + 3 = 0 \rightarrow f(\frac{1}{2}) = 0$ (0/25) $2x^3 - x^2 - 4x + 2 \mid 2x - 1$ (0/25) پس f بر $(2x - 1)$ بخش پذیر است $\frac{-2x^3 + x^2}{x^2 - 2}$ $f(x) = (2x-1)(x^2-2) = (2x-1)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ $-4x+2$ (0/5) : مقسوم علیه های دیگر f $+4x-2$				4
1/25	$\tan x = X \quad X^2 - (1+\sqrt{3})X + \sqrt{3} = 0 \rightarrow$ (0/25) $a+b+c=0 \rightarrow \begin{cases} X=1 \rightarrow \tan x = 1 \rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{4} & (0/25) \\ X = \frac{c}{a} \rightarrow \tan x = \sqrt{3} \rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{3} & (0/25) \end{cases}$ (0/25)				5
1	$ x -1=0 \rightarrow x =1 \rightarrow x=\pm 1 \rightarrow$ مجانبهای قائم $\rightarrow \begin{cases} x=1 & (0/25) \\ x=-1 & (0/25) \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{ x } = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-x} = -2 \end{cases} \rightarrow$ مجانبهای افقی $\begin{cases} y=2 & (0/25) \\ y=-2 & (0/25) \end{cases}$				6

1/5	$\text{الف) } \frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/5)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ x ^{-x} (0.25)}{3x (0.25)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x - x}{3x} (0.25) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x}{3x} = -\frac{2}{3} (0.25)$				7													
1	شیب	-2	-1	0/5	2	هر مورد (0/25)	8											
	نقطه	D	B	A	C													
1/5	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \Rightarrow f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} \quad (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x-3} \times \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} + 1} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\overbrace{(x-2-1)}^{(x-3)}}{(x-3) \times (1+1)} = \frac{1}{2}$ $\begin{cases} y - y_1 = m(x - x_1) \\ y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3) \end{cases} \quad (0/25)$ $\rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (0/25)$				9													
1/25	$f'(x) = \underbrace{\frac{3x^2 - 5}{2\sqrt{x^3 - 5x}} \times \sin \frac{x}{2}}_{(0/5)} + \underbrace{\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} \times \sqrt{x^3 - 5x}}_{(0/5)} - \underbrace{\sin x}_{(0/25)}$				10													
0/75	$y = f(\tan x) \rightarrow y' = f'(\tan x) \times (1 + \tan^2 x) \rightarrow \quad (0/25)$ $y' = \underbrace{\frac{1}{\tan^2 x} \times (1 + \tan^2 x)}_{(0/25)} \rightarrow y'_{\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\tan^2 \frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2) = 2 \quad (0/25)$				11													
0/75	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td rowspan="3">هر مورد (0/25)</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>150</td> <td>110</td> <td>90</td> </tr> <tr> <td>مقدار تقریبی $f'(x)$</td> <td>$\frac{110-150}{8-4} = -\frac{40}{4} = -10$</td> <td>$\frac{90-150}{12-4} = \frac{-60}{8} = -7.5$</td> <td>$\frac{90-110}{12-8} = \frac{-20}{4} = -5$</td> </tr> </table>				x	4	8	12	هر مورد (0/25)	f(x)	150	110	90	مقدار تقریبی $f'(x)$	$\frac{110-150}{8-4} = -\frac{40}{4} = -10$	$\frac{90-150}{12-4} = \frac{-60}{8} = -7.5$	$\frac{90-110}{12-8} = \frac{-20}{4} = -5$	12
x	4	8	12	هر مورد (0/25)														
f(x)	150	110	90															
مقدار تقریبی $f'(x)$	$\frac{110-150}{8-4} = -\frac{40}{4} = -10$	$\frac{90-150}{12-4} = \frac{-60}{8} = -7.5$	$\frac{90-110}{12-8} = \frac{-20}{4} = -5$															

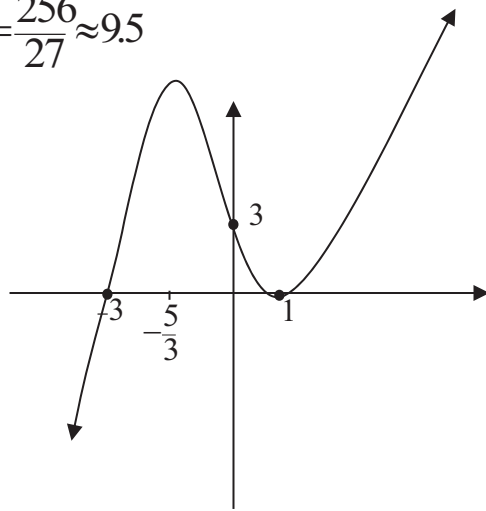
0/75	$h(t) = -6t + 24 \quad (0/25)$ $-3t^2 + 24 = 0 \rightarrow 3t(t-8) = 0 \begin{cases} t=0 \\ t=8 \end{cases}$ $h(0) = 24 \rightarrow \text{سرعت در لحظه پرتاب} \quad (0/25)$ $h(8) = -24 \rightarrow \text{سرعت در لحظه برخورد زمین} \quad (0/25)$	13																				
1/75	$ x+1 =x+1 \quad x \geq -1 \rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x - 1 & -2 \leq x < -1 \end{cases} \quad (0/25)$ $\rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x+1 & -1 < x < 2 \\ 2x-1 & -2 < x < -1 \end{cases} \quad (0/25)$ <p>نقاط بحرانی: $\begin{cases} f'(x) = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2} & (0/25) \\ f'(x) \text{ وجود ندارد} \rightarrow x = -1 & (0/25) \end{cases}$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>2</td> <td>(0/25)</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>$\frac{3}{4}$</td> <td>7</td> <td></td> </tr> </table> <p>ماکزیمم مطلق $f(2) = 7 \quad (0/25)$</p> <p>مینیمم مطلق $f(-\frac{1}{2}) = \frac{3}{4} \quad (0/25)$</p>	x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	2	(0/25)	f(x)	5	1	$\frac{3}{4}$	7		14								
x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	2	(0/25)																	
f(x)	5	1	$\frac{3}{4}$	7																		
1/75	$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 72x \quad (0/25)$ $f''(x) = 12x^2 + 12x - 72 = 0 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad (0/25)$ <p>(0/25) \rightarrow طول نقاط عطف (0/25)</p> $\rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td>-3</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f''(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>o</td> <td>-</td> <td>o</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td></td> <td>∪</td> <td></td> <td>∩</td> <td></td> <td>∪</td> </tr> </table> <p>(0/75)</p>	x		-3		2		f''(x)		+	o	-	o	+	f(x)		∪		∩		∪	15
x		-3		2																		
f''(x)		+	o	-	o	+																
f(x)		∪		∩		∪																
2	$f(x) = 0 \rightarrow (x-1)^2(x+3) = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \quad D_f = R \quad (0/25)$ <p>طول نقاط برخورد با محور x ها $(1, 0), (-3, 0)$</p> <p>مختصات محل تلاقی با محور عرض ها $x=0 \rightarrow (0-1)^2(0+3) \rightarrow y=3 \rightarrow (0, 3)$</p> $f'(x) = 2(x-1)(x+3) + (x-1)^2 = 0 \quad (0/25) \rightarrow$ $(x-1)[2(x+3) + (x-1)] = 0 \quad (0/25)$	16																				

$$(x-1)(3x+5)=0 \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{5}{3} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{ریشه های مشتق} \\ \text{«طول نقاط اکسترمم»} \end{array} \quad (0/25)$$

x	$-\infty$	-3	$-\frac{5}{3}$	0	1	2	$+\infty$						
$f'(x)$		+		+	∅	-		-	∅	+		+	
f(x)	$-\infty$	↗	0	↗	$\frac{9}{5}$ max	↘	3	↘	0 min	↗	5	↗	$+\infty$

جدول تغییرات (0/5)

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{64}{9} \times \frac{4}{3} = \frac{256}{27} \approx 9.5$$



رسم نمودار (0/5)

