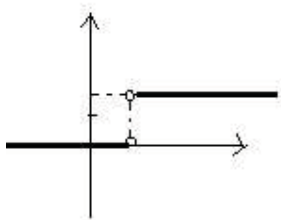


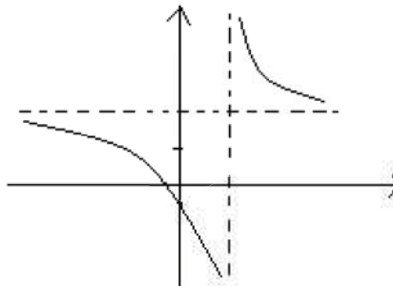
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۱
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷			
طراح سوال: محمد طالبی			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) تابع ثابت در یک بازه، تابعی یکنوا نیست. ب) تابع تانژانت در هر بازه‌ای که در آن تعریف شده باشد، تابعی یک به یک است. پ) اگر تابعی در یک نقطه مشتق پذیر باشد، آنگاه در آن نقطه پیوسته است. ت) اگر مشتق مرتبه دوم تابع f در $x = a$ برابر صفر باشد، آنگاه $A(a, f(a))$ نقطه عطف تابع f است.		
۲	نمودار تابع $f(x) = x $ مفروض است. الف) نمودار تابع f را در بازه $[-۲, ۳]$ رسم کنید. ب) با استفاده از نمودار تابع f ، نمودار تابع $g(x) = f(\frac{x}{۲}) - ۱$ را رسم کنید.		
۳	مقادیر m و n را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $x^۳ + mx^۲ + nx + ۱$ بر $x - ۲$ و $x + ۱$ بخش پذیر باشد.		
۴	ماکزیمم، مینیمم و دوره تناوب تابع $f(x) = ۳\cos(\pi x) - ۲$ را به دست آورید.		
۵	اگر $\tan(\alpha) = ۳$ و $\tan(\beta) = -۲$ باشد، آنگاه حاصل $\tan(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.		
۶	نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در آن $\lim_{x \rightarrow ۲} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ۲$ باشد.		
۷	حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{x^۲ - ۱}{x^۲ - ۲x + ۱}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^۲ + ۲x}{۶x - ۲}$		
۸	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^۲ - ۴ $ را در $x = ۲$ بررسی کنید.		
۹	مشتق توابع داده شده را به دست آورید. الف) $f(x) = \frac{x^۲ - ۳x}{\sqrt{۳x - ۱}}$ ب) $g(x) = (1 + \tan(x))^۳$ ج) $h(x) = \cos^۴ x - \sin^۴ x$		
۱۰	معادله حرکت متحرکی، به صورت $f(t) = t^۲ - t + ۱۰$ مفروض است. تعیین کنید در چه لحظه‌ای سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه $[۰, ۴]$ برابر است؟		
۱۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ۲x & ; x > ۱ \\ ۱ & ; x \leq ۱ \end{cases}$ مفروض است نمودار f' را رسم کنید.		
۱۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sin^۲(\pi x)$ را در نقطه‌ای به طول $\frac{۱}{۴}$ واقع بر منحنی تابع به دست آورید.		
۱۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + \frac{۴}{x+۱}$ را در بازه $[۰, ۳]$ به دست آورید.		
۱۴	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = x^۳ + ax + b + ۱$ طوری تعیین کنید که تابع در نقطه $A(۱, ۳)$ ، ماکزیمم نسبی داشته باشد.		
۱۵	جهت تقعر تابع $f(x) = ۱ + \sqrt[۳]{x}$ را در دامنه‌اش بررسی کنید، سپس نقطه عطف آن را به دست آورید.		
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{۲x+۱}{x-۱}$ را رسم کنید.		

باسمہ تعالیٰ

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷			
طراح سوال: محمد طالبی			
ردیف	پاسخنامه		
نمره			
۱	الف) نادرست (۰/۵)	ب) درست (۰/۵)	ت) نادرست (۰/۵)
۲			
۳	$f(2) = 0, f(-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 + 4m + 2n + 1 = 0 \\ -1 + m - n + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = n = -\frac{3}{2} \quad (۰/۲۵)$		
۴	$\max = a + c = 3 - 2 = 1 \quad (۰/۲۵)$ $\min = - a + c = -3 - 2 = -5 \quad (۰/۲۵)$ $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad (۰/۲۵)$		
۵	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha)\tan(\beta)} = \frac{3 + (-2)}{1 + 6} = \frac{1}{7} \quad (۰/۷۵)$		
۶			
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (۱)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x}{6x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{6x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{6}x = -\infty \quad (۰/۵)$		
۸	$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x + 2) = -4$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) و به طور مشابه $f'_+(2) = 4 \quad (۰/۲۵)$ چون $f'_-(2) \neq f'_+(2)$ لذا f در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)		

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸: صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۳
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: محمد طالبی			
ردیف	پاسخنامه	نمره	
۹	$f'(x) = \frac{(2x-3)(\sqrt{3x-1}) - \frac{3}{2\sqrt{3x-1}}(x^2-3x)}{(\sqrt{3x-1})^2} \quad (۰/۷۵)$ الف) $g'(x) = 3(1+\tan^2(x))(1+\tan x)^2 \quad (۰/۷۵)$ ب) $h(x) = -4\sin x \cos^3 x - 4\cos x \sin^3 x \quad (۰/۵)$ ج)	۲/۵	
۱۰	$f'(t) = \frac{f(4)-f(0)}{4-0} \Rightarrow 2t-1 = \frac{22-10}{4} = 3 \Rightarrow t = 2$ (۰/۲۵) (۰/۷۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵	
۱۱	$f'(x) = \begin{cases} 2 & x > 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$  (۰/۲۵)	۰/۵	
۱۲	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ $A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ $f'(x) = 2\pi \cos \pi x \sin \pi x \quad (۰/۲۵)$ $m = f'\left(\frac{1}{4}\right) = 2\pi\left(\frac{1}{2}\right) = \pi \quad (۰/۲۵)$ $y - \frac{1}{2} = \pi\left(x - \frac{1}{4}\right) \quad (۰/۲۵)$	۱	
۱۳	$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x = 1 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} f(0) = 4 \text{ max} \\ f(3) = 4 \text{ max} \\ f(1) = 3 \text{ min} \end{cases} \quad (۰/۷۵)$	۱/۲۵	
۱۴	$f(1) = 3 \Rightarrow a + b = 1 \quad (۰/۲۵)$ $f'(x) = 3x^2 + a \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f'(1) = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3, b = 4 \quad (۰/۵)$	۱/۲۵	

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:	
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۳	
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: محمد طالبی							
ردیف	پاسخنامه						نمره
۱۵	$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9}x^{-\frac{5}{3}} = \frac{-2}{9\sqrt[3]{x^5}} \quad (+/5)$ (+/۲۵) تقعر منحنی رو به بالاست $\Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow x < 0$ اگر (+/۲۵) تقعر منحنی رو به پایین است $\Rightarrow f''(x) < 0 \Rightarrow x > 0$ اگر (+/۲۵) عطف $A(0, 1)$						۱/۲۵
۱۶	مجانِب افقی $y' = 2$ و مجانب قائم $x = 1$ و $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0$ و (+/۲۵) (+/۲۵) (+/۲۵) رسم جدول تغییرات (+/۵) (+/۵) رسم نمودار 						۱/۷۵

