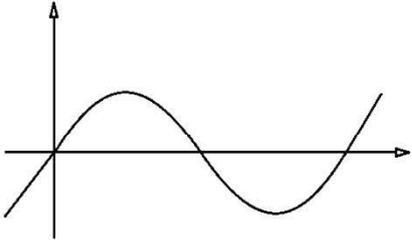
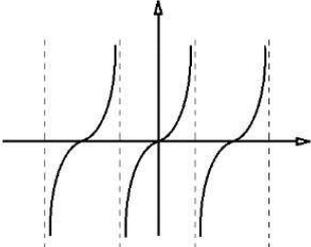
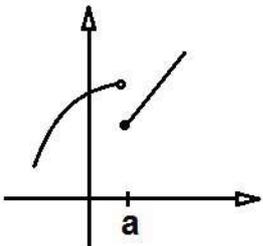


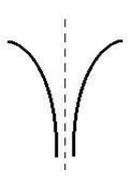
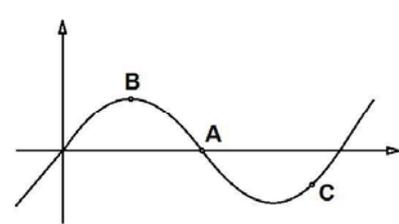
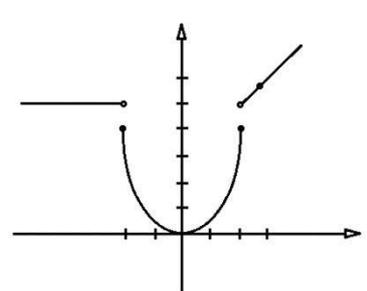
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷				
طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع تنازنت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.</p> <p>ب) اگر $x = a$ طول نقطه ی اگسترمم نسبی تابع f باشد، $f'(a) = 0$ است.</p> <p>پ) اگر تابعی نزولی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن هم نزولی است.</p> <p>ت) تابع صعودی اکید نقطه ی عطف ندارد.</p>			
۲	<p>اگر $x + 2$ یک عامل یک عامل $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ باشد و باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $(x - 1)$ برابر -6 باشد. a و b را بدست آورید.</p>			
۳	<p>عبارت زیر را تجزیه کنید.</p> $x^4 - \frac{1}{81} = \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x^2 + \frac{2}{9}\right)$			
۴	<p>جواب معادله ی زیر را در بازه ی $[0, 2\pi]$ پیدا کنید.</p> $\sin 2x - \sqrt{2} \sin x = 0$			
۵	<p>حاصل حدهای زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos \pi}{\pi - x} =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + \sqrt{4x^2}}{2x - 1} =$</p>			
۶	<p>نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9}$ را در حوالی مجانب قائم رسم کنید.</p>			
۷	<p>نقاطی مانند A و B و C را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که</p> <p>الف) A نقطه ای است که در آن $f' < 0$ و عرض تابع برابر صفر است.</p> <p>ب) B نقطه ای است که در آن $f' = 0$ و $f > 0$</p> <p>پ) C نقطه ای است که در آن $f' > 0$ و تابع بعد از آن اکیدا صعودی باشد.</p> 			
۸	<p>نشان دهید $x = 1$ نقطه ی گوشه ای برای تابع $f(x) = x^2 - x$ است. سپس معادله ی نیم مماس هایش را بدست آورید.</p>			
۹	<p>الف) با رسم نمودار f مشتق پذیری آن را در 2 و -2 بررسی کنید.</p> <p>ب) ضابطه ی تابع مشتق را بدست آورده و آن را رسم کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x > 2 \\ x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ -5 & x < -2 \end{cases}$			

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی	
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۱۰	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) $f(x) = (2x^x - 5x)^x(4x^x - 5)$</p> <p>ب) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\Delta x + 2}$</p> <p>پ) $f(x) = \frac{2 - \sin x}{\tan^x x}$</p>		
۱۱	<p>در تابع با ضابطه $f(t) = t^3 - 1$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه ای در $t = 2$ را با آهنگ تغییر متوسط در بازه $[2, 3]$ بدست آورید.</p>		
۱۲	<p>در شکل زیر، نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی را مشخص کنید.</p>		
۱۳	<p>مقادیر اکسترمم مطلق و نسبی تابع $f(x) = x + \frac{9}{x}$ را در بازه $[2, 4]$ بدست آورید.</p>		
۱۴	<p>نمودار تابع $y = f(x)$ را به گونه ای رسم کنید که همه ی شرایط زیر را داشته باشد</p> <p>الف) $f(0) = f(2) = 0$</p> <p>ب) در بازه $(-\infty, 0)$، $f'(x) < 0$ باشد.</p> <p>پ) در بازه $(0, 2)$، f' اکیدا صعودی باشد.</p> <p>ت) در بازه $(2, \infty)$، $f'' < 0$ باشد.</p>		
۱۵	<p>در تابع $y = ax^3 + bx^2 + c$ ضرایب a و b و c را چنان تعیین کنید که نمودار تابع از مبدا مختصات بگذرد و نقطه $(1, 1)$ نقطه ی عطف آن باشد.</p>		
۱۶	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+3}{x-1}$ را رسم کنید.</p>		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی	
ردیف	پاسخنامه	نمره	
۱	<p>الف) درست است با توجه به شکل، این تابع در $k\pi + \frac{\pi}{4}$ تعریف نشده و در بازه های تعریف شده صعودی است.</p>  <p>ب) نادرست است. در شکل $x = a$ مینیمم نسبی تابع است ولی $f'(a)$ موجود نیست.</p>  <p>پ) نادرست است. برای مثال تابع $f(x) = x$ تابعی صعودی است در حالی که آهنگ تغییر متوسط آن ثابت است. ت) نادرست است. زیرا نقطه ی $(0,0)$ نقطه ی عطف تابع $f(x) = x^3$ است. در حالی که این تابع صعودی اکید است.</p>	۱	
۲	$12p(-2) = 0 \rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + b(-2) - 4 = 0 \rightarrow 4a - 2b = 0$ $P(1) = -6 \rightarrow a + b = 3$ $= 3$ $\begin{cases} 4a - 2b = 12 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow a = 3, b = 0$	۱	
۳	$= (x - \frac{1}{3})(x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{9}x + \frac{1}{27})x^6 - \frac{1}{81}$	۰.۱۵	
۴	$\sin 2x - \sqrt{2} \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x - \sqrt{2} \sin x = 0 \rightarrow \sin x (2 \cos x - \sqrt{2}) = 0$ $\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$ $7\frac{\pi}{4} - \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$	۱/۲۵	
۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos x}{\pi - x} = \frac{\cos \pi}{\pi - \pi^+} = \frac{-1}{-} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + \sqrt{4x^2}}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + 2x }{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x - 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7x}{3x} = \frac{-7}{3}$</p>	۱	

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی	
ردیف	پاسخنامه	نمره	
۶	<p>مجانِب قائم تابع $f(x)$ برابر است با:</p> $f(x) = \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9}$ <p>پس نمودار تابع در حوالی مجانب قائمش به صورت مقابل است.</p> $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \frac{-6}{.+.} = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \frac{-6}{.+.} = -\infty$ 	۱	
۷		۱/۵	
۸	<p>اگر $x = 1$ نقطه ی گوشه برای $f(x) = x^2 - x$ باشد، باید $f'_+(1) \neq f'_-(1)$</p> $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - x - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - x - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -x = -1$ <p>پس f در $x = 1$ نقطه ی گوشه ای است. شیب نیم مماس های چپ و راست و نقطه ی $(1, 0)$ روی تابع f را داریم،</p> <p>پس</p> <p>معادله ی نیم مماس چپ: $y - 0 = -1(x - 1) \rightarrow y = -x + 1$</p> <p>معادله ی نیم مماس راست: $y - 0 = 1(x - 1) \rightarrow y = x - 1$</p>	۱/۵	
۹	<p>الف) نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل است.</p>  <p>چون f در $x = 2$ و $x = -2$ ناپیوسته است در نتیجه مشتق ناپذیرند یعنی $f'(2)$ و $f'(-2)$ موجود نیستند.</p>	۱/۵	

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:												
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴												
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی													
ردیف	پاسخنامه	نمره													
	<p>ب) با توجه به قسمت الف، f در $x = 2$ و $x = -2$ مشتق ناپذیرند، پس در دامنه ی f' نیستند.</p> $f'(x) = \begin{cases} 1 & x > 2 \\ 2x & -2 < x < 2 \\ 0 & x < -2 \end{cases}$ <p>نمودار f' به صورت مقابل است.</p>	۱													
۱۰	<p>الف) $f'(x) = 3(2x^2 - 5x)^2(4x - 5)(4x^3 - 5) + 12x^2(2x^2 - 5x)^3$</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}(\delta x + 2) - \delta\sqrt{x}}{(5x+2)^2}$</p> <p>ج) $f'(x) = \frac{-\cos x \tan^x x + 2 \tan^x x (1 + \tan^x x)(2 - \sin x)}{\tan^x x}$</p>	۲/۲۵													
۱۱	<p>آهنگ تغییر لحظه ای در $t=2$ یعنی $f'(2)$</p> <p>پس اختلاف این دو آهنگ ۵ واحد است</p> <p>آهنگ تغییر متوسط در بازه ی $[2, 3]$ $= \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{26 - 7}{1} = 19$</p> <p>$f'(t) = 3t^2 \rightarrow f'(2) = 12$</p>	۱													
۱۲	<p>نقاط بحرانی G, F, D, C</p> <p>نقطه ی مینیمم نسبی G</p> <p>نقاط ماکزیمم نسبی F, D</p> <p>نقطه ی ماکزیمم مطلق H</p> <p>نقطه ی مینیمم مطلق G</p>	۱													
۱۳	<p>$f(x) = x + \frac{9}{x} \rightarrow f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$</p> <p>غ ق ق</p> <p>$\max f(2) = \frac{13}{2}$ مطلق</p> <p>$f(3) = 6$ مطلق \min</p> <p>$f(4) = \frac{25}{4}$</p> <p>تنها نقطه ی بحرانی تابع $x = 3$ است. جدول تعیین علامت برای f' به صورت زیر است.</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$\frac{13}{2}$</td> <td>۶</td> <td>$\frac{25}{4}$</td> </tr> </table>	x	۲	۳	۴	$f'(x)$	-	۰	+	$f(x)$	$\frac{13}{2}$	۶	$\frac{25}{4}$	۱/۵	
x	۲	۳	۴												
$f'(x)$	-	۰	+												
$f(x)$	$\frac{13}{2}$	۶	$\frac{25}{4}$												

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:																		
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۴																		
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی																			
ردیف	پاسخنامه	نمره																			
۱۴		۱																			
۱۵	<p>نمودار تابع از مبدا مختصات می گذرد بنابراین $c=0$</p> <p>$(1,1)$ نقطه ی عطف است. پس در تابع صدق می کند.</p> <p>چون ۱ طول نقطه ی عطف است بنابراین نقطه ی $(1,0)$ در y'' صدق می کند.</p> $y = ax^3 + bx^2 + c$ $1 = a + b$ $y' = 3ax^2 + 2bx$ $y'' = 6ax + 2b \rightarrow 0 = 6a + 2b$ $b = \begin{cases} a + b = 1 \\ 6a + 2b = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{-1}{2}$	۱																			
۱۶	<p>دامنه ی تابع $x \neq 1$ می باشد.</p> <p>مجانب قائم $y = \frac{x+3}{x-1} \rightarrow x = 1$</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x-1} = 1 \rightarrow y = 1$</p> <p>نقطه ی برخورد با محور x ها $(-3,0)$</p> <p>نقطه ی برخورد با محور y ها $(0,-3)$</p> $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-3</td> <td>$+\infty$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	y'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	y	1	0	-3	$+\infty$	1	۲	
x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$																
y'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$																
y	1	0	-3	$+\infty$	1																

