

باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان خوزستان

آزمون هماهنگ استانی پیش نوبت دوم درس حسابان ۲

مشخصات دانش آموز	مشخصات امتحان	زمان امتحان
شماره ی کارت:	درس: حسابان ۲	ساعت: ۱۳ بعد از ظهر
نام:	رشته: ریاضی و فیزیک	روز و تاریخ: یکشنبه ۱۳۹۸/۰۲/۰۸
نام خانوادگی:	پایه: دوازدهم	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

توجه: الف: این آزمون شامل ۲ صفحه و ۱۶ سؤال می باشد. ب: استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.

ردیف	سؤال	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) نمودار $y = -f(x)$ قرینه ی نمودار $y = f(x)$ نسبت به ..... است. ب) نقطه ی $(۲, -۱)$ روی نمودار $y = f(x)$ است، نقطه ی متناظر آن در $y = -f(\frac{1}{2}x) + ۱$ نقطه ی ..... است.	۰/۷۵
۲	حاصل $\sin(۲۲/۵)^\circ \times \cos(۲۲/۵)^\circ$ کدام است؟ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$	۰/۵
۳	در چند جمله ای $p(x) = x^3 - ax^2 + 2x + b$ ، مقدار $a$ و $b$ را چنان بیابید که بر $x + ۱$ بخش پذیر و باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - ۲$ برابر ۳ باشد.	۱/۲۵
۴	به کمک رسم نمودار $f(x) = \sqrt{2-x}$ ، بررسی کنید که آیا این تابع در تمام دامنه ی خود اکیداً یکنوا است؟	۰/۵
۵	الف) دوره ی تناوب، تابع $y = -\tan(\frac{x}{2})$ ، را به دست آورید. ب) معادله ی مقابل را حل کنید. $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$	۱/۵
۶	با توجه به نمودار تابع داده شده، موارد خواسته شده را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \dots$ پ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots$	۰/۷۵
۷	اگر برای تابع $f(x) = \frac{ax^n + 2x - 3}{4x - 3x^3 + 1}$ داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -2$ مقدار $a$ و $n$ را بیابید.	۰/۷۵

ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم

صفحه ی ۱

۱	مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 2x}$ را بیابید.	۸
۱	اگر $g(4) = 8$ و $g'(4) = -2$ و $f'(8) = 3$ متشق تابع $(f \circ g)(x)$ را در نقطه‌ی $x = 4$ تعیین کنید.	۹
۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = (x-1) x-1 $ را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید.	۱۰
۳	مشتق توابع داده شده را به دست آورید. الف) $y = \frac{(x^3 - 2x)^4}{2x - 1}$ ب) $y = \sin^2 \sqrt{3x^2 - 1}$ پ) $y = \tan(x^3) + \cos(5x^4 - \frac{\pi}{2})$	۱۱
۱/۵	در شکل مقابل تابع خطی $f$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر نمودار تابع $g$ مماس شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 4$ باشد. مقدار $f(1) + g(2) + g'(2)$ را محاسبه کنید.	۱۲
۱	آهنگ آنی تغییر تابع $f(t) = 2t + 3 \sin 2t$ نسبت به $t$ ، در $t = \frac{\pi}{6}$ به دست آورید.	۱۳
۱/۵	مینیمم فاصله‌ی نقطه‌ی $M(4,0)$ از منحنی به معادله‌ی $y^2 = 4x$ را حساب کنید.	۱۴
۲	الف) تابع درجه‌ی سوّمی مثال بزنید که نقطه‌ی $(2,2)$ ، نقطه‌ی عطف منحنی باشد. ب) شکل زیر قسمتی از نمودار $f(x) = \frac{ax + 3}{x + b}$ است. عرض نقطه‌ی ای به طول ۴ روی این نمودار چقدر است؟	۱۵
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۱۶
۲۰	جمع	

موفق باشید.

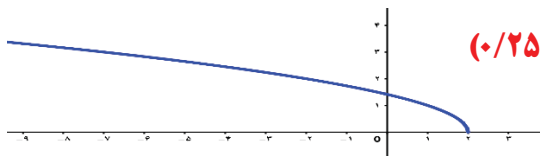
باسمه تعالی

وزارت آموزش و پرورش

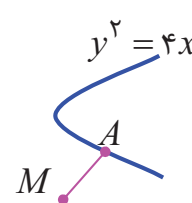
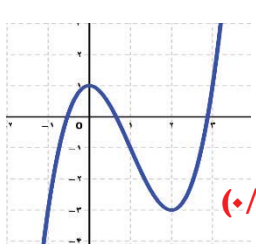
اداره کل آموزش و پرورش استان خوزستان

راهنمای تصحیح هماهنگ استانی پیش نوبت دوم درس حسابان ۲

راهنمای تصحیح	زمان امتحان	مشخصات امتحان	مشخصات دانش آموز
	ساعت: ۱۳ بعد از ظهر	درس: حسابان ۲	شماره ی کارت:
	روز و تاریخ: یکشنبه ۱۳۹۸ / ۰۲ / ۰۸	رشته: ریاضی و فیزیک	نام:
	مدت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	پایه: دوازدهم	نام خانوادگی:

نمره	سؤال	ردیف
۰/۷۵	(ب) $(4, 2)$ طول نقطه $(0/25)$ و عرض آن $(0/25)$	۱
۰/۵	گزینه ی ۳ $(0/5)$	۲
۱/۲۵	$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ $\frac{p(-1)=0}{(0/25)} \rightarrow (-1)^3 - a(-1)^2 + 2(-1) + b = 0 \rightarrow -a + b = 3 \quad (0/25)$ $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ $\frac{p(2)=3}{(0/25)} \rightarrow (2)^3 - a(2)^2 + 2(2) + b = 3 \rightarrow -4a + b = -9 \quad (0/25)$ $\begin{cases} -a + b = 3 & (0/25) \\ -4a + b = -9 & (0/25) \end{cases} \rightarrow a = 4, b = 7$	۳
۰/۵	 $f(x) = \sqrt{2-x} \xrightarrow{2-x \geq 0} x \leq 2$ بله اکیداً نزولی و یکنوا می باشد. $(0/25)$	۴
۱/۵	$T = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi \quad (0/25)$ $(0/25) \quad \left  \frac{1}{2} \right $ $2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0 \quad (0/25)$ $\cos x = 0 \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} & (0/25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} & (0/25) \end{cases}$	(الف)  (ب)  ۵

۰/۷۵	هر قسمت ۰/۲۵ نمره	ب) $+\infty$	ب) $-\infty$	الف) ۱	۶
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^n + 2x - 3}{4x - 3x^3 + 1} = -2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^n}{-3x^3} = -2$ $\rightarrow \begin{cases} n=3 & (۰/۲۵) \\ -\frac{a}{3} = -2 \rightarrow a=6 & (۰/۲۵) \end{cases}$				۷
۱	$2x^2 - 2x = 0 \rightarrow x = 0$ , $x = 1$ <span style="float: right;">(۰/۲۵)</span> و چون $x = 1$ ریشه‌ی صورت است. لذا مجانب قائم نمی باشد و فقط $x = 0$ مجانب قائم می باشد. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$ $\rightarrow y = \frac{1}{2}$ مجانب افقی <span style="float: right;">(۰/۲۵)</span>				۸
۱	$(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$ $\rightarrow (f \circ g)'(4) = g'(4)f'(g(4)) = (-2)f'(8) = -2 \times 3 = -6$ <span style="float: right;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</span>				۹
۱	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) x-1 }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1}  x-1  = 0$ <span style="float: right;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</span>		تابع در نقطه‌ی $x = 1$ پیوسته است و داریم. <span style="float: right;">(۰/۲۵)</span>		۱۰
۳	$y' = \frac{4(x^3 - 2x)^3(2x - 1) - 2(x^3 - 2x)^4}{(2x - 1)^2}$ $y' = 2 \times \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 - 1}} \times \cos \sqrt{3x^2 - 1} \times \sin \sqrt{3x^2 - 1}$ $y' = 3x^2(1 + \tan^2(x^3)) - 2 \cdot x^3 \sin(\Delta x^4 - \frac{\pi}{2})$				۱۱
۱/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = 4 \rightarrow g'(2) = 4$ و $m = f'(2) = 4$ $y = 4(x - 0) + 1 \rightarrow f(x) = 4x + 1 \rightarrow f(1) = 5$ $g(2) = f(2) = 4(2) + 1 = 9$ $f(1) + g(2) + g'(2) = 5 + 9 + 4 = 18$				۱۲

۱	$f(t) = 2t + 3 \sin 2t \rightarrow f'(t) = 2 + 6 \cos 2t \xrightarrow{t = \frac{\pi}{6}} f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 + 6 \cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 + 6\left(\frac{1}{2}\right) = 5$ <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">(۰/۲۵)</span> <span style="margin-right: 100px;">(۰/۲۵)</span> <span style="margin-right: 100px;">(۰/۲۵)</span> <span>(۰/۲۵)</span> </p>	۱۳																			
۱/۵	<p>فرض کنیم که نقطه‌ی <math>A(\alpha, \beta)</math> نزدیکترین نقطه‌ی منحنی <math>y^2 = 4x</math> از نقطه‌ی <math>M(4, 0)</math> باشد. پس:</p> $\beta^2 = 4\alpha \quad (۰/۲۵)$ $d = \sqrt{(\alpha - 4)^2 + (\beta - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 - 8\alpha + 16 + \beta^2}$ $\rightarrow d(\alpha) = \sqrt{\alpha^2 - 8\alpha + 16 + 4\alpha} = \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 16} \quad (۰/۲۵)$ $d'(\alpha) = \frac{2\alpha - 4}{2\sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 16}} = \frac{\alpha - 2}{\sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 16}} \rightarrow d'(\alpha) = 0 \rightarrow \alpha - 2 = 0 \rightarrow \alpha = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \text{Min}(d) = \sqrt{(2)^2 - 4(2) + 16} = \sqrt{12} \quad (۰/۲۵)$		۱۴																		
۲	<p>الف) <math>y = (x - 2)^3 + 2</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) تابع دارای مجانب افقی <math>y = 2</math> یعنی <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + 3}{x + b} = 2</math> پس <math>a = 2</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>تابع دارای مجانب قائم <math>x = 3</math> یعنی:</p> $\begin{cases} x = 3 & (۰/۲۵) \\ x + b = 0 & \rightarrow b = -3 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ <p>در نهایت داریم:</p> $y = \frac{2x + 3}{x - 3} \xrightarrow{x=4} y = \frac{11}{1} = 11 \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$	۱۵																			
۲	<p><math>D_f = R</math> (۰/۲۵)</p> $f'(x) = 3x^2 - 6x \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0, x = 2 \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tbody> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>-3</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"> <span style="margin-right: 100px;">(۰/۲۵)</span> <span style="margin-right: 100px;">(۰/۲۵)</span> </p>	$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$	$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$y$	$-\infty$	$1$	$-1$	$-3$	$+\infty$		۱۶
$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$2$	$+\infty$																
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$																
$y$	$-\infty$	$1$	$-1$	$-3$	$+\infty$																
۲۰	جمع																				

همکار گرامی: لطفاً به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره دهید.

