



آزمون دیمه درس **حسابان ۲** دوازدهم ریاضی

ردیف	بارم	سوال
۱	۱/۲۵	از آنانی نباشید که بدون زحمت و تلاش امید به آینده ای بهتر دارند. «امام علی (ع)» درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید: الف) نمودار $y = f(x) + 2$ ، از انقباض عمودی نمودار $y = f(x)$ به دست می آید. ب) تابع $f(x) = R^3$ از روی دامنه اش صعودی اکید است. پ) دوره تناوب $h(x) = -2\sin(-2\pi x) + 1$ ، برابر ۲ است. ت) تابع تانژانت در هر بازه ای که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. ث) شرط لازم برای اینکه تابع در یک نقطه حد داشته باشد این است که در همسایگی آن نقطه تعریف شود.
۲	۱/۵	جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب پر کنید. الف) تابعی که صعودی یا نزولی باشد را می نامند. ب) برای رسم نمودار $y = -f(-x + 3)$ از روی نمودار $f(x)$ ، ابتدا نمودار را ۳ واحد به طرف می بریم و بعد نسبت به محور و در نهایت نسبت به محور قرینه می کنیم. پ) ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -\frac{1}{4} + 3\cos(2x)$ به ترتیب برابر با و می باشد.
۳	۱ ۰/۵ ۱ ۱ ۰/۷۵	پاسخ کوتاه دهید: الف) وضعیت یکنوایی تابع $f = \{(3, 4), (1, 5), (-1, 5), (-3, 2)\}$ را بررسی کنید. ب) مقدار t را چنان بیابید که $8x^3 + 4x^2 - t$ بر $2x - 2$ بخش پذیر باشد. پ) اگر خط $y = 9$ مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 2x}{x^2 - a}$ باشد، مجانب های قائم های $f(x)$ را به دست آورید. ت) a و b را طوری پیدا کنید که $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 1}{x - a} = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 + 2x - 1}{bx^2 - 3} = 3$ باشد. ث) تعداد ریشه های معادله $2\cos 2x = -\frac{1}{2}$ را به کمک رسم در بازه $[0, \pi]$ پیدا کنید.
۴	۱/۵	با رسم نمودار $y = \log_5^x$ مفروض است: الف) نمودار تابع $y = -f(x + 2) + 2$ را رسم کنید. ب) دامنه و برد آن را تعیین کنید.
۵	۲	تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ را در نظر بگیرید. الف) نمودار تابع $f(x)$ را به کمک $y = x^3$ رسم کنید. ب) آیا تابع $f(x)$ وارون پذیر است چرا؟ پ) در صورتیکه وارون پذیر است، ضابطه f^{-1} را به دست آورید.

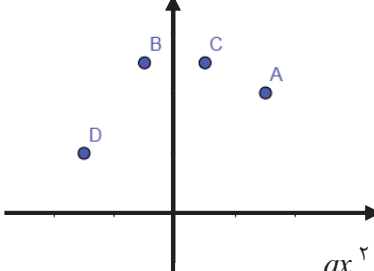
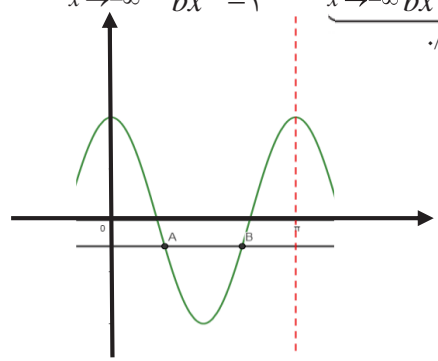
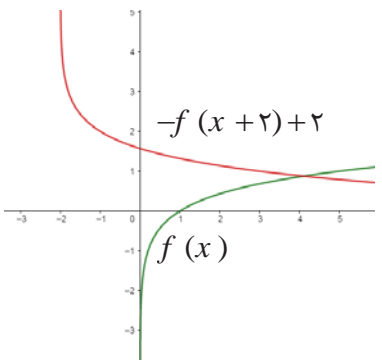
ادامه سوالات در برگه ی دوم

۱	مقادیر a و b را چنان بیابید که چندجمله ای $x^3 + x^2 + ax - b$ بر $x + 2$ و $x - 1$ بخش پذیر باشد.	۶
۱	معادله مثلثاتی $4\sin^2 x + \sqrt{8}\sin x = 0$ را حل کنید.	۷
۱	عبارت مقابل را ساده کنید: $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} =$	۸
۱	اگر $\log_{\delta}^{x+1} \leq \log_{\delta}^{2x-3}$ باشد، دامنه و حدود x را به دست آورید.	۹
۳/۵	حدود توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x^2 - x + 12}{\sqrt{x^3 + 7x} - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 12}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{x - 4}$ ت) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 - \cos x}{x}$	۱۰
۲	دوره ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع به ضابطه $y = -3\sin(2\pi x) + 1$ را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.	۱۱
جمع بارم : ۲۰ نمره		
با آرزوی موفقیت و سربلندی شما عزیزان - کرمی		

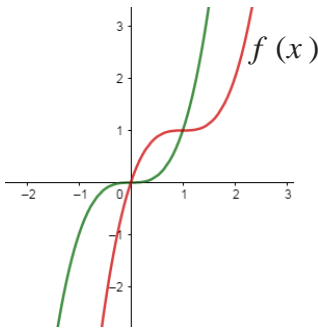
ردیف	جواب سوالات	بارم
۱	الف (.....) ب (.....) پ (.....) ت (.....) ث (.....)	۱/۲۵
۲	الف (.....) ب (.....) پ (.....)	۱/۵
۳	الف	۱
	ب	۰/۵
	پ	۱
	ت	۱
	ث	۰/۲۵
۴		۱/۵
۵		۲
۶		۱

۱		۷
۱		۸
۱		۹
۳/۵	(الف) (ب) (پ) (ت)	۱۰
۲		۱۱
جمع بارم : ۲۰ نمره		پایان

راهنمای تصحیح آزمون دیمه درس حسابان ۲ دوازدهم ریاضی مدرسه شهید رجایی شهر ورزقان

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵) ث) درست (۰/۲۵)
۲	الف) یکنوا (۰/۲۵) ب) چپ (۰/۲۵) طول ها (۰/۲۵) عرض ها (۰/۲۵) پ) $\frac{11}{4}$ (۰/۲۵) $-\frac{13}{4}$ (۰/۲۵)
۳	<p>الف) با توجه به نمودار مشخص است که تابع غیر یکنوا می باشد. (۱ نمره) $2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$</p> <p>ب) $\underbrace{8(1)^3 + 4(1)^2 - t = 0}_{-0.25} \Rightarrow \underbrace{t = 12}_{-0.25}$</p> <p>پ) $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \underbrace{x = \pm 3}_{-0.25} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9x^2 + 2x}{x^2 - 9} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{9x^2 + 2x}{x^2 - 9} = \pm\infty \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x = 3, x = -3}_{-0.25}$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x + 1}{x - a} = \frac{4}{1 - a} = -\infty \Rightarrow \underbrace{1 - a = 0}_{-0.25} \Rightarrow a = 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^2 + 2x - 1}{bx^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^2}{bx^2} = \frac{9}{b} = 3 \Rightarrow \underbrace{b = 3}_{-0.25}$</p> <p>ث) با توجه به نمودار مشخص است که محل تلاقی در دونقطه می باشد لذا معادله در این بازه دو جواب دارد. رسم صحیح نمودار ۰/۵ نمره و یافتن دو نقطه جواب ۰/۲۵ نمره</p>  
۴	<p>رسم صحیح نمودار ۱ نمره دارد. نمودار به شکل مقابل است.</p>  <p>$D_y = \underbrace{(-2, +\infty)}_{-0.25} \quad R_y = \underbrace{(-\infty, +\infty)}_{-0.25}$</p>

۵ الف) رسم صحیح نمودار تابع با استفاده از انتقال ۱ نمره
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x = (x-1)^3 + 1$
 ب) بلی - زیرا هر خط موازی با محور طول ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می کند. (۰/۵ نمره)



پ) $y = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow x = \underbrace{(y-1)^{1/3} + 1}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-1} + 1 \Rightarrow \underbrace{f^{-1}(x)}_{\cdot/۲۵} = \sqrt[3]{x-1} + 1$

۶
$$\begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow (-2)^r + (-2)^r - 2a - b = 0 \Rightarrow \underbrace{2a+b}_{\cdot/۲۵} = -4 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1)^r + (1)^r + a - b = 0 \Rightarrow \underbrace{a-b}_{\cdot/۲۵} = -2 \Rightarrow a = b - 2 \end{cases}$$

$$2(b-2) + b = -4 \Rightarrow 3b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$a = 0 - 2 = -2 \Rightarrow \underbrace{a}_{\cdot/۲۵} = -2$$

۷
$$4 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0 \Rightarrow \underbrace{2 \sin x (2 \sin x + \sqrt{2})}_{\cdot/۲۵} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4} \end{cases} \\ \sin x = 0 \Rightarrow \underbrace{x}_{\cdot/۲۵} = k\pi \end{cases}$$

۸
$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{\underbrace{2 \sin x \cos x}_{\cdot/۲۵}}{\underbrace{1 + 2 \cos^2 x - 1}_{\cdot/۲۵}} = \frac{2 \sin x \cos x}{\underbrace{2 \cos^2 x}_{\cdot/۲۵}} = \tan x$$

۹
$$\log_{\Delta}^{x+1} \leq \log_{\Delta}^{2x-3} \Rightarrow \begin{cases} x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow 4 \leq x \quad \cdot/۲۵ \\ x+1 > 0 \Rightarrow -1 < x \quad \cdot/۲۵ \\ 2x-3 > 0 \Rightarrow \frac{3}{2} < x \quad \cdot/۲۵ \end{cases} \xrightarrow{\cap} [4, +\infty) \quad \cdot/۲۵$$

۱۰ الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r + 2x^r - x + 12}{\sqrt{x^r} + \sqrt{x} - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^r}{\sqrt{x^r}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{1}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + x - 12} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\underbrace{(x-3)(x-1)}_{\cdot/۲۵}}{\underbrace{(x+4)(x-3)}_{\cdot/۲۵}} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x+4} = \frac{2}{7}$

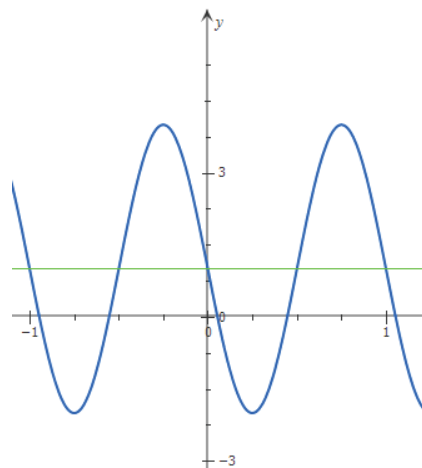
پ) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{[x] - 4}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\underbrace{3 - 4}_{\cdot/۲۵}}{\underbrace{x - 4}_{\cdot/۲۵}} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-1}{x - 4} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 - \cos x}{x} = \frac{2+1}{0^-} = \frac{3}{0^-} = -\infty$$

$\cdot/25$
 $\cdot/25$

$$y = -3 \sin(2\pi x) + 1 \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1 & (\cdot/5) \\ \max = |-3| + 1 = 4 & (\cdot/25) \\ \min = -|-3| + 1 = -2 & (\cdot/25) \end{cases}$$

رسم صحیح نمودار ۱ نمره



۱۱

* همکاران عزیز می توانند به سایر پاسخ های صحیح متناسب با بارم پیشنهادی نمره دهند *

با آرزوی توفیق روز افزون برای همه همکاران عزیز

محمد کرمی دبیر ریاضی شهر ورزقان