

نام درس: گسسته	پایه: دوازدهم	نوبت آزمون: اول (دیماه)	ساعت:	تاریخ: ۱۳۹۷/۱۰/۰۸
نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	۱۰ صبح	تعداد صفحه: ۲	

پیامبر رحمت و مهربانی (ص): کسب دانش بر هر مرد و زن مسلمان واجب است.

ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید؟ الف) اگر n یک عدد طبیعی باشد، زوج بودن n و زوج بودن n^2 با هم معادل هستند. ب) اگر $a b$ و $a c$ آنگاه داریم $a b + c$. ج) از رابطه $15 \equiv 24 \pmod{3}$ می توان رابطه $5 \equiv 8 \pmod{3}$ را نتیجه گرفت. د) گراف کامل گرافی است که تعداد راس ها و تعداد یال های آن با هم برابر است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید؟ الف) اگر $a b$ و $b a$ آن گاه $a = \dots$ ب) عدد 1367 به دسته Y هم نهشتی به پیمان Y تعلق دارد. پ) اگر G یک گراف و a راس دلخواه باشد و $N_G\{a\} = \emptyset$ در این صورت a راس است. ت) گراف کامل K_p دارای 28 یال است. در این صورت مقدار $\delta(G)$ برابر است.	۱
۳	الف) گزاره زیر را به روش مستقیم اثبات کنید؟ " مکعب هر عدد فرد منهای یک، عددی زوج است." ب) گزاره زیر را به روش برهان خلف ثابت کنید؟ " اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ عددی گنگ است." برای گزاره زیر یک مثال نقض ارائه دهید؟ " برای هر عدد طبیعی بزرگتر از یک عدد $2^n - 1$ عددی اول است."	۱/۵
۴	برای هر سه عدد حقیقی x و y و z با استفاده از اثبات بازگشتی حکم زیر را ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x + y + z)$	۱
۵	الف) ثابت کنید اگر $a b$ و $a c$ آنگاه $a mb - nc$. ب) فرض کنید $a > 1$ باشد، و $a 9k + 4$ و $a 5k + 3$ نشان دهید a عددی اول است؟	۱
۶	الف) قضیه تقسیم (الگوریتم تقسیم) در مورد اعداد صحیح را بیان کنید؟ ب) اگر باقی مانده تقسیم عدد a بر دو عدد 7 و 8 به ترتیب 5 و 7 باشد، باقی مانده تقسیم عدد a را بر 56 بیابید؟	۱
۷	ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد صحیح متوالی بر $3!$ بخش پذیر است؟	۱
۸	الف) با توجه به تعریف k م م ثابت کنید $a b \Rightarrow [a, b] = b $ ب) اگر یک عدد صحیح باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید؟ $[m^y, (m^2, m^3)] =$	۱

۱	ثابت کنید اگر $a \equiv b^m$ و $n m$ آن گاه $a \equiv b^n$.	۹
۲	الف) باقی مانده ی تقسیم عدد $A = 2^{31} + 17$ را بر عدد ۷ بیابید. ب) اگر دو عدد $(3a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱۰
۱	اگر در یک سال اول مهرماه روز دوشنبه باشد، ۲۱ اسفند در همان سال چه روزی در هفته است؟	۱۱
۱	همه ی اعداد صحیح را بیابید که ۴ برابر آن ها منهای ۱۶ بر ۶ بخش پذیر باشد؟	۱۲
۱/۵	به چند طریق می توان یه کیسه ۲۳ کیلویی را با وزنه های ۳ و ۵ کیلویی وزن کرد؟	۱۳
۲	گراف G با مجموعه ی راس ها و یال ها ی آن به صورت زیر مفروض است: $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\} \quad E(G) = \{v_1v_2, v_1v_6, v_2v_3, v_3v_4, v_4v_5, v_5v_6, v_3v_4\}$ الف) نمودار آن را رسم کنید. ب) مرتبه و اندازه ی گراف را مشخص کنید. پ) مقدار $\Delta(G)$ چقدر است؟ ج) مجموعه ی همسایگی های راس v_5 (همسایگی باز) را بنویسید.	۱۴
۱	۱۱ نفر در یک کلاس حضور دارند. برخی از آن ها با هم دست می دهند. ۱۰ نفر آن ها دقیقا با ۲ نفر دست می دهند. نشان دهید نفر یازدهم نمی تواند دقیقا با ۷ نفر دست داده باشد.	۱۵
۱	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید؟ الف) گراف ۵ راسی رسم کنید که دو راس تنها داشته باشد؟ ب) گراف ۴ - منتظم از مرتبه ۶ رسم کنید؟ ج) گراف ۹ راسی رسم کنید که دارای دوری به طول ۶ باشد؟ د) گراف ناهمبند از مرتبه ۶ رسم کنید؟	۱۶
۱	الف) مکمل گراف کامل چه گرافی است؟ ب) اگر G یک گراف باشد و $\delta(G) \geq 6$ در این صورت G لزوما دارای یک مسیر به طول چند است؟	۱۷
موفق باشید خواجه		
جمع نمره ۲۰		