

به نام خدا

اداره آموزش و پرورش شهرستان تایباد		امتحان نوبت اول (نا آخر پیوستگی توابع)	
دبیرستان نمونه دولتی معراج		سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵	
تاریخ آزمون: ۹۵/۱۰/۱۱	رشته تحصیلی: ریاضی فیزیک	پایه تحصیلی: چهارم	نام درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
طراح سوال: مصطفی فدائی	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰/۰۰ صبح	نام و نام خانوادگی:

امام علی (ع): (ناتوان ترین مردم کسی است که از اصلاح خود ناتوان باشد)

ردیف	سوالات چهار گزینه ای	نمره
۱	اگر α عددی گویا و β عددی گنگ باشند. کدام گزینه الزاما عددی گنگ است؟ الف) α^β ب) $\sin \beta$ ج) $\alpha^2 + \beta^2$ د) $\beta(\alpha^2 + 1)$	۰/۵
۲	حاصل $\sqrt{0.17} / 15$ برابر است با: الف) ۲ ب) ۴ ج) ۶ د) ۸	۰/۵
۳	اشتراک دو بازه $(-\infty, 2)$ و $(-1, 7)$ یک بازه ی متقارن به مرکز a و شعاع δ است. مقدار $a\delta$ کدام گزینه است؟ الف) ۲ ب) $\frac{15}{2}$ ج) ۴ د) $\frac{45}{4}$	۰/۵
۴	کدام گزاره نادرست است؟ الف) هر دنباله ی واگرا، بی کران است. ب) هر گاه تعداد منتهای از جملات یک دنباله را حذف کنیم، در رفتار همگرایی دنباله تغییری ایجاد نمی شود. ج) هر دنباله ی نزولی و از پایین کراندار، همگرا است. د) اگر $\{a_n\}$ دنباله ای نزولی باشد و $c < 0$ آنگاه دنباله ی $\{c a_n\}$ دنباله ای صعودی باشد.	۰/۵
۵	مقدار همگرایی دنباله ی $a_n = \left(\frac{r^{n+1}}{r^n}\right)^{2n}$ برابر است با: الف) $\frac{1}{e}$ ب) e^2 ج) \sqrt{e} د) $\sqrt[3]{e^2}$	۰/۵
۶	فرض کنید $A = \{x, [-x] = 1\}$ حاصل $\sup A - \inf A$ کدام گزینه است؟ الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴	۰/۵

ردیف	سوالات تشریحی	نمره
۷	ثابت کنید عضو خنثی عمل جمع در \mathbb{R} منحصر بفرده است.	۱
۸	چهار جمله ی اول دنباله ی $a_n = \frac{\cos n\pi}{2^n}$ را بنویسید و کرانداري آن را بررسی کنید.	۱/۲۵
۹	در مورد یکنوایی دنباله ی $a_n = \frac{2^n}{n!}$ با ذکر دلیل تحقیق کنید.	۱/۲۵
۱۰	به روش ϵ ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (-1)^n}{n^2} = 0$	۱/۵
۱۱	دنباله ی $\{a_n\}$ چنین تعریف شده است: $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{6 + a_n}$. الف) ثابت کنید دنباله همگرا است. ب) مقدار همگرایی دنباله را بیابید.	۲
۱۲	با استفاده از تعریف دنباله ای حد نشان دهید تابع دیریکله با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ در هیچ نقطه ای دارای حد نیست.	۱/۵
۱۳	با فرض این که $f(x) = 2x[-x^2]$ دنباله ی $\left\{f\left(\frac{r^{n-1}}{r^{n+1}}\right)\right\}$ به چه عددی همگرا است؟	۱/۵

۴/۵	<p style="text-align: right;">مقدار حدود زیر را محاسبه کنید .</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (4 - x^2) \left[\frac{2}{x-2} \right]$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ 2x-1 - 2x+1 }{x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{[\sqrt{2} \cos x]}{2+[-x]}$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \left(\left(3 + \frac{1}{x} \right)^3 - 27 \right)$ ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+2}-1}{x^5+1}$</p>	۱۴
۱	فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+1}{3x^2+ax+b} = +\infty$ ، مقادیر b, a را محاسبه کنید .	۱۵
۱/۵	مقادیر b, a را چنان انتخاب کنید که تابع $f(x) = (x^2 - bx + a) \operatorname{sgn}(x^2 + x - 2)$ روی \mathbb{R} پیوسته باشد .	۱۶
۲۰	موفق و پیروز باشید	