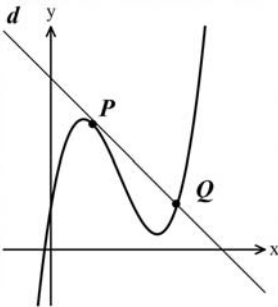
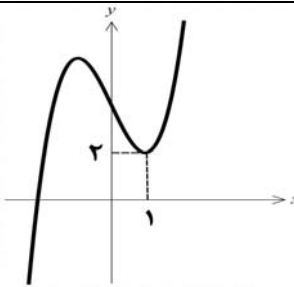


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
------	--	------

۰/۵	۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left\{ \frac{\pi}{3}, \pi \right\} -$ برابر ..... است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ برابر ..... است.
۱	۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{4}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.
۱	۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع $f$ را بررسی کنید.
۰/۵	۵	اگر $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3}$ باشد، حدود $x$ را به دست آورید.
۱	۶	اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار $a$ را بیابید.
۱/۲۵	۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر $a, b, c$ را بیابید.
۱/۲۵	۸	معادله $\cos x (2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم		نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)			نمره
۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید.	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3}$	ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$	۱/۲۵
۱۰	الف) مجانب های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.			۱/۷۵
۱۱	مطابق شکل روبه رو خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع $f$ مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ ، مقدار $a$ را بیابید.			
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطه $x = 2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.			۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)	الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 5x}{x-3}$	ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$	۲
۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x = a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده $a$ را بیابید.			۱/۲۵
۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر $a$ و $b$ را بیابید.			
۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.			۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.			۲
	صفحه ۲ از ۲	جمع نمره		۲۰

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹)      ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
---	---	-----

۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (صفحه ۳۲)      ب) $-1$ (صفحه ۱۰۱) (۰/۲۵)	۰/۷۵
---	---	------

۳	<p>روش اول: رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.</p> <p>روش دوم: (انتقال نقاط)</p> <p>اگر دانش آموز از هر روشی تنها شکل نهایی را درست ترسیم کرد، نمره کامل این بخش یعنی (۰/۷۵)</p> <p>نمره تعلق بگیرد.</p> <p>ب) <math>g(5) = -6</math> (۰/۲۵) (صفحه ۱۰)</p>	۱
---	---	---

۴	<p>به رسم نمودار (انتقال افقی) (۰/۲۵)،</p> <p>انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه یابی (۰/۲۵)</p> <p>نمره تعلق گیرد. (اگر دانش آموز، نمودار نهایی را با هر روشی، به درستی ترسیم نمود، (۰/۷۵) نمره تعلق گیرد) <math>f(x)</math> اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)</p>	۱
---	---	---

۵	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow \underbrace{x+1 \geq 2x-3}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{x \leq 4}_{0/25}$	۰/۵
---	--	-----

صفحه ۱ از ۵


رشته: ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>روش اول:</p> $\underbrace{x-a=0}_{\cdot/25} \Rightarrow x=a$ $\underbrace{a^2+a-2=0}_{\cdot/25} \Rightarrow a=1 \quad \text{یا} \quad \underbrace{a=-2}_{\cdot/25}$ <p>روش دوم: با تقسیم چندجمله‌ای <math>x^2+a-2</math> بر <math>x-a</math> داریم:</p> $x^2+a-2=(x-a)(x+a)+a^2+a-2 \quad (\cdot/25)$ <p>با توجه به اینکه باقی مانده صفر است، بنابراین:</p> $\underbrace{a^2+a-2=0}_{(\cdot/25)} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \quad (\cdot/25) \\ a=-2 \quad (\cdot/25) \end{cases} \quad (\text{صفحه ۱۹})$	
۷	<p><math>T=4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b }=4\pi \Rightarrow  b =\frac{1}{2} \quad (\cdot/25)</math></p> $f(\pi)=-1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi)+c=-1}_{\cdot/25} \xrightarrow{ b =\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (\cdot/25)$ <p>روش اول محاسبه <math>a</math>: <math>\max = 2 \Rightarrow  a  + c = 2 \xrightarrow{c=-1}  a  = 3 \quad (\cdot/25) \xrightarrow{a&gt;0} a = 3 \quad (\cdot/25)</math></p> <p>روش دوم محاسبه <math>a</math>: <math>f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (\cdot/5)</math> (صفحه ۲۸)</p> <p>(به راه‌حل‌های درست دیگر به تناسب نمره تعلق گیرد)</p>	
۸	<p>(غ، ق، ق) <math>\begin{cases} \cos x = 4 \quad (\cdot/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}</math></p> $\cos x (2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{\cdot/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \quad (\cdot/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}$ <p><math>\cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi + \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25), x = 2k\pi - \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (\cdot/25)</math> (صفحه ۴۱)</p>	
۹	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (\cdot/25)</math> (صفحه ۶۶)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{\cdot/25} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{0^-} = 1 - \infty = -\infty \quad (\cdot/25)</math> (صفحه ۵۴)</p>	
صفحه ۲ از ۵		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>الف) خط <math>x=1</math> مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{0^-} = -\infty \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ <p>پس خط <math>y=0</math> مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p>ب) (۰/۵) (صفحه ۵۷)</p> 	۱/۷۵
----	---	------

۱۱	<p>خط <math>d</math> در نقطه <math>P(1,3)</math> بر تابع <math>f(x)</math> مماس است، بنابراین شیب خط <math>d</math> برابر <math>-1</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>روش اول: معادله خط <math>d</math> بصورت زیر است:</p> $y-3 = -1(x-1) \Rightarrow \underbrace{y = -x+4}_{۰/۲۵} \xrightarrow{Q(2a+1,a) \in d} \underbrace{a = -2a-1+4}_{۰/۲۵} \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ <p>روش دوم:</p> $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a-3}{\underbrace{2a+1-1}_{(۰/۵)}} = -1 \Rightarrow a=1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(صفحه ۸۳)</p>	۱
----	--	---

۱۲	<p>روش اول:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4x+4}-0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس <math>f(x)</math> در <math>x=2</math> مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p>(روش دوم در صفحه بعد)</p>	۱
----	---	---

رشته : ریاضی و فیزیک		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	
مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	دوازدهم
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳	

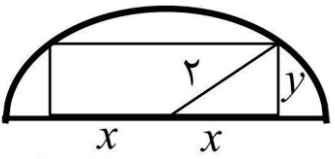
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p>روش دوم:</p> $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{x-2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(2+h)^2 - 4(2+h)} + 4 - 0}{h}$ <p style="text-align: center;">۰/۲۵</p> $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ h }{h} = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-h}{h} = -1 & (۰/۲۵) \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h}{h} = 1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس <math>f(x)</math> در <math>x=2</math> مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)</p>	
۲	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5)(x-3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x-3)^2}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \underbrace{(3(-\sin x) \cos^2 x)(\tan x)}_{۰/۵} + \underbrace{(\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)}_{۰/۵}</math></p> <p>(در صورتی که دانش آموز عبارت را ساده کرده و سپس مشتق بگیرد، نمره کامل به او تعلق گیرد) (صفحه ۱۰۱)</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>آهنگ متوسط تغییر در بازه <math>[0, 3]</math>: <math>\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر <math>f'(x) = x^2 - 4</math> است.</p> <p><math>f'(a) &lt; -1 \Rightarrow \underbrace{a^2 - 4}_{۰/۲۵} &lt; -1 \Rightarrow \underbrace{a^2}_{۰/۲۵} &lt; 3 \Rightarrow -\sqrt{3} &lt; a &lt; \sqrt{3}</math> (صفحه ۱۱۰)</p>	۱۴
۱	<p><math>f'(1) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \rightarrow 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3</math> (۰/۵)</p> <p><math>f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a=-3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4</math> (۰/۵) (صفحه ۱۲۶)</p>	۱۵
صفحه ۴ از ۵		

رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>		راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>	
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳	<b>دوازدهم</b>
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵



با توجه به شکل  $y^2 + x^2 = 4$ ، پس  $y = \sqrt{4 - x^2}$  در نتیجه:

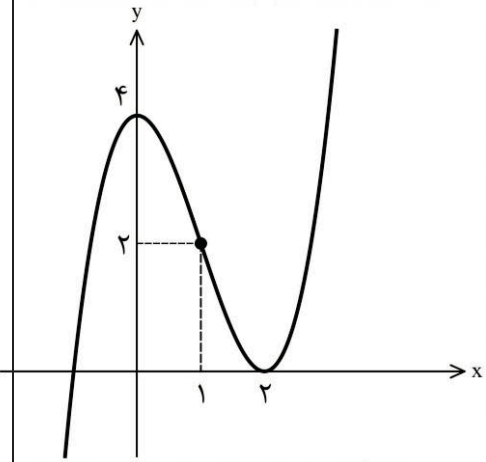
$$S = 2xy \xrightarrow{y = \sqrt{4 - x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4 - x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4 - x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4 - x^2}}(2x)$$

$$\xrightarrow{S'(x) = 0} \frac{2(4 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \underbrace{2x = 2\sqrt{2}}_{\cdot/25} \Rightarrow \underbrace{y = \sqrt{2}}_{\cdot/25}$$

(صفحه ۱۲۶)

۲

$$f'(x) = (x - 2)^2 + 2(x - 2)(x + 1) \xrightarrow{f'(x) = 0} x = 0, x = 2 \quad (\cdot/5)$$

$$f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x) = 0} x = 1 \quad (\cdot/25)$$


	0	1	2
$f'$	+   -	-   +	
$f''$	-   -	+   +	
$f$	↗   ↘	↘   ↗	

(۰/۷۵)

(صفحه ۱۳۹)

اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پرانتزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.

۲۰ جمع نمره

صفحه ۵ از ۵