

سوالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲					
ردیف	نمره	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	دروگه دوم متوجهه - دوازدهم	تاریخ آزمون:	۱۴۰۳/۰۳/۱۷
رشته:	تعداد صفحه:	به نام خدا	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون:	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرد داد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir					
۱	۰.۵	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. الف) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $g + f$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است. ب) اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آن گاه $f'(c) = 0$.	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۲	۰.۷۵	جاهاي خالي را با عدد يا عبارت مناسب كامل کنيد. الف) تابع $y = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگيريد. نمودار f از ناحيه محورهای مختصات عبور نمی کند. ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$ برابر است. پ) اگر $f(4) = -1$ و $f'(4) = 2$ ، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$ ، محور u را در نقطه ای به عرض قطع می کند.	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۳	۱.۲۵	نمودار تابع (x) در زیر رسم شده است ، نمودار تابع $y = -f(2x-1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.			
۴	۱.۲۵	الف) اگر چندجمله ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+1$ را به دست آورید. ب) چندجمله ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x-1$ یک عامل آن باشد.	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
۵	۱	نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید.			

سوالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرد داد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir				مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش
نمره	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	معادله $x \sin 2x = \sin x$ را حل کنید.			
۱	<p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است.</p>			
۱.۵	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است).</p> <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x}{1 - x^2}$</p> <p>(پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$</p>			
۱.۲۵	<p>مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x - 1}{x^3 + 2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.</p>			
۱.۵	<p>مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.</p>			
۰.۷۵	<p>اگر $3 = f(1)$ و $5 = g(1)$ ، مقدار مشتق $(f + g)'(1)$ در $x = 1$ را به دست آورید.</p>			
۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>(الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})$</p> <p>(ب) $g(x) = \sin^2 3x + \tan(x^3)$</p>			
۱.۵	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. (t برحسب ثانیه)</p> <p>(الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به دست آورید.</p> <p>(ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است.</p>			
۱.۵	<p>مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.</p>			
۱.۵	<p>مقادیر a، b و c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(-1, -3)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x = 1$ طول نقطه عطف آن باشد.</p>			
۱.۷۵	<p>جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x+2)(x-4)^2$ را رسم کنید.</p>			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داولطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (صفحه ۲۲) (۰/۲۵) ب) نادرست (صفحه ۱۱۶) (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) چهارم (صفحه ۲۱) (۰/۲۵) ب) ∞ - (صفحه ۸۳) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	دامنه: $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) برد: $[0, +\infty)$ (۰/۲۵) رسم نمودار: (۰/۷۵) (صفحه ۱۲) توضیحات جهت تصحیح: در رسم نمودار، هر قسمت که درست رسم شده است، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. در صورتی که دانش آموزی نمودار را اشتباه رسم کرده، اما مطابق آن نمودار اشتباه، دامنه یا برد را درست نوشته است، نمره دامنه یا برد منظور شود.	۱/۲۵
۴	الف) $p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5 \quad p(-1) = 6 \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۲۵)$ ب) $x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad (۰/۵)$ (صفحه ۲۰ و ۲۲) توضیحات جهت تصحیح: اگر دانش آموزی از روش تقسیم معمولی مسئله را حل کند، نمره کامل تعلق گیرد. اگر دانش آموزی مقدار m را اشتباه به دست آورد و قسمت دوم (الف) را بر اساس آن مقدار، درست حل کند، به قسمت دوم نمره تعلق گیرد. در قسمت (ب)، اگر علامت قسمت دوم تجزیه، یکی در میان مثبت و منفی گذاشته شده باشد، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد.	۱/۲۵
۵	$c = 1 \quad (۰/۲۵)$ $ a = 2 \quad \xrightarrow{a > 0} a = 2 \quad (۰/۲۵)$ $T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = 2 \quad \xrightarrow{b < 0} b = -2 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۲۸)	۱
۶	روش اول: $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x & (۰/۲۵) \\ 2x = 2k\pi + \pi - x & (۰/۲۵) \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi & (۰/۲۵) \\ x = \frac{2k\pi + \pi}{3} & (۰/۲۵) \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ روش دوم: $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & (۰/۲۵) \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} & (۰/۵) \end{cases}$ (صفحه ۳۹) در روشن دوم، اگر دانش آموز جواب $\sin x = 0$ را به صورت $x = 2k\pi + \pi$ نوشت، نمره تعلق گیرد.	۱
ادامه پاسخها در صفحه دوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}$ صفحه (۴۳) <p>اگر دانش آموز از مفهوم شیب و رابطه $\tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$ در حل مسئله استفاده کند، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.</p> <p>روش دوم:</p> $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{\frac{1}{x} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{x} \tan \beta} \Rightarrow$ $\frac{6}{x} - \frac{6}{x} \tan \beta = \frac{1}{x} + \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$ صفحه (۰/۲۵)	۱
۸	<p>(الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x]-1}{x-1} = \frac{1}{+} = +\infty$ (۰/۵) صفحه (۵۳)</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x}{1-x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{-x^3} = -2$ (۰/۵) صفحه (۶۶)</p> <p>(پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty$ (۰/۵) صفحه (۶۵)</p>	۱/۵
۹	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = + \text{ مجانب قائم } (۰/۲۵)$ <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> <p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x-1}{x^3+2x} = + \Rightarrow y = +$ (۰/۲۵) صفحه (۵۷)</p> <p>توضیحات: اگر دانش آموزی محاسبات حد را برای مجانب قائم ننوشته است اما مجانب قائم و افقی را تعیین کرده و شکل را درست رسم کرده باشد، فقط (۰/۲۵) از نمره کل کسر شود.</p>	۱/۲۵
ادامه پاسخ‌ها در صفحه سوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۰	<p>روش اول:</p> $\left. \begin{aligned} f'_-(.) &= \lim_{x \rightarrow .^-} \frac{f(x) - f(.)}{x - .} = \lim_{x \rightarrow .^-} \frac{ x - .}{x} = -1 \quad (. / ۵) \\ f'_+(.) &= \lim_{x \rightarrow .^+} \frac{f(x) - f(.)}{x - .} = \lim_{x \rightarrow .^+} \frac{x^2 - .}{x} = + \quad (. / ۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(.) \neq f'_+(.) \quad (. / ۵)$ <p>روش دوم:</p> $\left. \begin{aligned} f'_-(.) &= \lim_{h \rightarrow .^-} \frac{f(.+h) - f(.)}{h} = \lim_{h \rightarrow .^-} \frac{ h - .}{h} = -1 \quad (. / ۵) \\ f'_+(.) &= \lim_{h \rightarrow .^+} \frac{f(.+h) - f(.)}{h} = \lim_{h \rightarrow .^+} \frac{h^2 - .}{h} = + \quad (. / ۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(.) \neq f'_+(.) \quad (. / ۵)$ <p>(صفحه ۱۰۱)</p>	۱/۵
۱۱	<p>روش اول:</p> $((f+g)of)'(1) = \underbrace{f'(1) \times (f+g)'(f(1))}_{(. / ۲۵)} = \underbrace{f'(1) \times (f''(1) + g'(1))}_{(. / ۵)} = ۳ \times (۳ + ۵) = ۲۴$ <p>روش دوم:</p> $\begin{aligned} ((f+g)of)'(1) &= \underbrace{(f \circ f)'(1) + (g \circ f)'(1)}_{(. / ۲۵)} = f'(1) \times f'(f(1)) + f'(1) \times g'(f(1)) \quad (. / ۲۵) \\ &= ۳ \times ۳ + ۳ \times ۵ = ۲۴ \quad (. / ۲۵) \end{aligned}$ <p>(صفحه ۹۵ و ۹۶)</p>	۰/۷۵
۱۲	<p>الف</p> $f'(x) = \underbrace{2 \times 3x^2(x^3 + 1)}_{(. / ۲۵)} \underbrace{(\sqrt{3x+2})}_{(. / ۲۵)} + \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}}_{(. / ۲۵)} \underbrace{(x^3 + 1)^2}_{(. / ۲۵)}$ <p>ب</p> $g'(x) = \underbrace{2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x}_{(. / ۵)} + \underbrace{2x(1 + \tan^2(x^2))}_{(. / ۵)}$ <p>اگر دانش آموزی به صورت $3 \sin 6x$ نمره بارم این قسمت تعلق گیرد.</p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۰۱)</p>	۲

ادامه پاسخها در صفحه چهارم

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنت داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳ azmoon.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																									
۱۳	$\frac{h(4) - h(3)}{4 - 3} = \frac{80 - 75}{1} = 5 \quad (\cdot / 25)$ $\text{سرعت متوسط: روش دوم} : h'(3/5) = \frac{-10(3/5) + 40}{(0/25)} = 5 \quad (\cdot / 25)$ $(b) \underbrace{h'(t) = -10t + 40}_{(0/25)} \Rightarrow -10t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2 \quad (\cdot / 25)$ (صفحه ۱۰۷)	۱/۵																									
۱۴	$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \quad (\cdot / 25) \quad \begin{matrix} f(-1) = 11 & (\cdot / 25) \\ f(2) = -16 & (\cdot / 25) \\ f(3) = -9 & (\cdot / 25) \end{matrix} \Rightarrow \text{مطلق} \max = 11 \quad (\cdot / 25)$ (صفحه ۱۲۵)	۱/۵																									
۱۵	$\left. \begin{array}{l} f(3) = -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1 \quad (\cdot / 25) \\ f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \quad (\cdot / 25) \\ f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \quad (\cdot / 25) \end{array} \right\} \Rightarrow a = -3, b = -9, c = 26 \quad (\cdot / 25)$ (صفحه ۱۲۶ و ۱۳۶)	۱/۵																									
۱۶	$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4 \quad (\cdot / 25)$ <p style="text-align: center;">↓</p> $(اگر دانش آموزی مشتق را به صورت (x-4)^2 + 2(x+2)(x-4) = (x-4)(3x+2) بنویسد، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.)$ $y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (\cdot / 25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>⁻</td> <td>⁻</td> <td>⁺</td> <td>⁺</td> <td>⁺</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>۳۲</td> <td>۱۶</td> <td>مینیمم</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">ماکزیمم عطف مینیمم</p> رسم شکل (۰/۵)	x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	y'	+	0	-	-	0	+	y''	⁻	⁻	⁺	⁺	⁺	y	$-\infty$	۳۲	۱۶	مینیمم	$+\infty$	۱/۷۵
x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$																						
y'	+	0	-	-	0	+																					
y''	⁻	⁻	⁺	⁺	⁺																						
y	$-\infty$	۳۲	۱۶	مینیمم	$+\infty$																						
۲۰	جمع بارم																										