

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۷/۳/۲۱	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

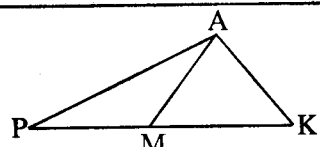
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	<p>الف) یک مثلث متساوی الاضلاع را در نظر بگیرید. وسط ضلع ها را پیدا کرده و به هم وصل کنید.</p> <p>ب) سه مثلثی را که در گوشه ها ایجاد می شوند، نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید.</p> <p>این فرآیند را روی سه مثلث دیگر تکرار کنید.</p> <p>ج) اگر تعداد مثلث در مرحله صفر برابر باشد، تعداد مثلث های باقی مانده را در مراحل بعد با استفاده از استدلال استقرایی به دست آورید و جدول مقابل را کامل کنید.</p> <p>(در مرحله ۲ شکل را رسم کنید.)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث ها</td> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۹</td> <td>...</td> <td>?</td> </tr> </table>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد مثلث ها	۱	۴	۹	...	?	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
تعداد مثلث ها	۱	۴	۹	...	?									

۲	<p>در مثلث ABC میانه AM و نیمسازهای دو زاویه $\hat{A}MB$ و $\hat{A}MC$ را رسم کنید، این دو نیمساز اضلاع AB و AC را قطع می کنند، این نقاط را به ترتیب P و Q بنامید. سپس ثابت کنید دو خط BC و PQ باهم موازیند.</p>	۱/۲۵
---	--	------

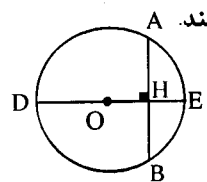
۳	<p>قضیه: با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع رو به رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع رو به رو به زاویه کوچکتر است.</p>	۱/۲۵
---	---	------

۴	<p>در مثلث PAK، نقطه M روی ضلع PK قرار دارد. ثابت کنید اگر $PM=AK$ آنگاه $AP > MK$.</p>	۱
---	--	---

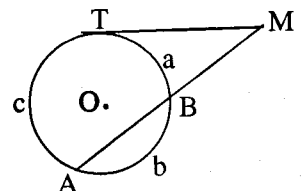


۵	<p>مکان هندسی نقطه ای در فضا که از یک خط داده شده به فاصله d باشد را بیابید و شکل آن را رسم کنید.</p>	۰/۵
---	---	-----

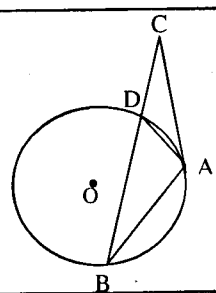
۶	<p>قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر وتر، آن وتر و کمان های نظیر آن وتر را نصف می کند.</p>	۱
---	---	---



۷	<p>خط مماس بر دایره در نقطه T و امتداد وتر AB در نقطه M متقاطعند.</p> <p>با فرض $\frac{a}{1} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$ و $\widehat{AT} = c$، $\widehat{BA} = b$، $\widehat{TB} = a$ اندازه زاویه M را بدست آورید.</p>	۱
---	--	---

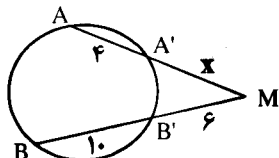
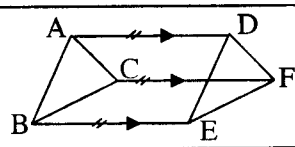


۸	<p>در دایره (O) مماس AC و وتر AB بایکدیگر مساوی اند.</p> <p>خط BC دایره را در نقطه D قطع کرده است.</p> <p>ثابت کنید مثلث ADC، متساوی الساقین است.</p>	۱
---	---	---



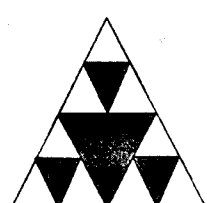
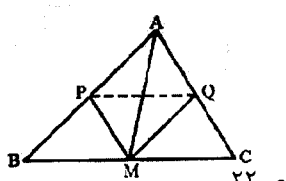
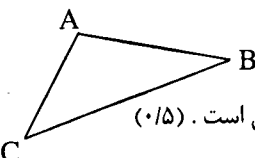
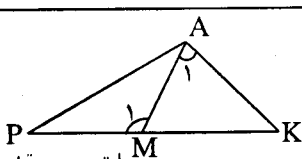
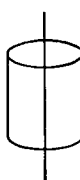
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۷/۳/۲۱	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۹	در شکل زیر مقدار x را محاسبه کنید. 	۱
۱۰	مقدار a را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع های ۸ و ۳ و خط مرکزین $d = 13$ برابر $5a - 3$ باشد.	۱
۱۱	عبارت های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) تبدیلی که فاصله بین نقطه ها را حفظ کند، نامیده می شود. ب) در تبدیل تجانس، اگر $k > 1$ باشد، تجانس یک است. ج) دو خط عمود بر یک صفحه با هم هستند. د) فاصله یک نقطه از یک صفحه، فاصله بین آن نقطه تا نقاط آن صفحه است.	۱
۱۲	نقاط $O(0, 0)$ ، $P(6, -2)$ و $Q(7, 1)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $T(x, y) = (-y, x)$ رسم کنید. ب) طول ضلع PQ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. ج) شیب ضلع PQ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید. د) نام این تبدیل چیست؟	۲
۱۳	معادله تصویر خط $2x + 6y = 12$ تحت بازتاب نسبت به محور y ها را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	پاره خط های AD ، BE و CF مساوی و موازی اند.  با استفاده از ویژگی های تبدیل انتقال ثابت کنید: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$	۱/۲۵
۱۵	قضیه ثابت کنید اگر خط L با صفحه P موازی باشد، هر صفحه که از L بگذرد و با P متقاطع باشد، P را در یک خط موازی L قطع می کند.	۱/۵
۱۶	ثابت کنید از نقطه A خارج از صفحه P ، یک صفحه موازی P می گذرد.	۱
۱۷	گر L و L' دو خط متنافر باشند، از هر نقطه A یک و تنها یک خط می گذرد که بر L و L' عمود است.	۱/۲۵
۱۸	درستی و یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید: الف) یک و تنها یک خط می توان از یک نقطه مفروض موازی یک صفحه مفروض گذراند. ب) در هر مکعب مستطیل هر یال بر یک و تنها یک وجه آن عمود است. ج) اگر خط L با صفحه P موازی باشد، فاصله هر دو نقطه از خط L ، تا صفحه P ، مساوی است.	۰/۷۵
	موفق باشید	۲۰

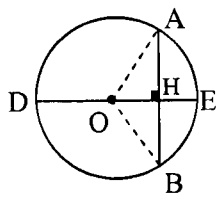
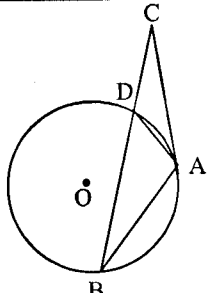
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۲۱
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<table border="1"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>۹</td> <td>...</td> <td>۳n</td> </tr> <tr> <td>مثلت‌ها</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  <p>ص ۷</p>	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد	۱	۳	۹	...	۳n	مثلت‌ها						۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n															
تعداد	۱	۳	۹	...	۳n															
مثلت‌ها																				
۱/۲۵	<p>$\Delta AMC \xrightarrow{\text{نیمساز MQ}} \frac{MA}{MC} = \frac{AQ}{QC} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\xrightarrow{MC=MB} \frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel BC \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\Delta AMB \xrightarrow{\text{نیمساز MP}} \frac{MA}{MB} = \frac{AP}{PB} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> 	۲																		
۱/۲۵	<p>الف) فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$</p> <p>برهان خلف: فرض می‌کنیم $BC \leq AC$ دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:</p> <p>(۱) $BC = AC$ در این حالت مثلث متساوی الساقین است. پس $\hat{A} = \hat{B}$ که این خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>(۲) $BC < AC$ در این حالت $\hat{A} < \hat{B}$ که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>پس فرض خلف باطل است و حکم درست می‌باشد. (۰/۲۵) ص ۲۴</p> 	۳																		
۱	<p>$\Delta AMP, \Delta AMK : \left. \begin{matrix} PM = AK \\ AM = AM \\ \hat{M}_1 > \hat{A}_1 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(۰/۷۵)} AP > MK$</p> <p>با توجه به قضیه لولا (۰/۲۵)</p>  <p>ص ۲۹</p>	۴																		
۰/۵	<p>مکان هندسی مطلوب سطح استوانه ای است به شعاع d که خط داده شده محور آن می‌باشد. (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  <p>ص ۳۷</p>	۵																		
«دامه در صفحه دوم»																				

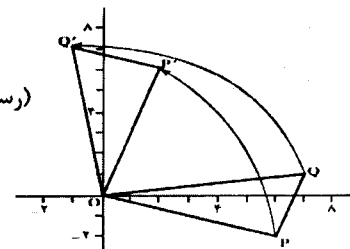
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۲۱
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

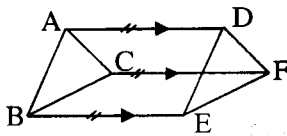
۶	 <p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین $\triangle OAB$ می‌دانیم ارتفاع OH نیمساز رأس \hat{O} (۰/۲۵) و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین: $A\hat{O}E = B\hat{O}E$ و $AH = HB$ بنابراین: $\widehat{AE} = \widehat{BE}$ (۰/۲۵).</p> <p>ص ۴۸</p>	۱
۷	$\begin{cases} b = 4a \\ c = 7a \end{cases} \Rightarrow 12a = 36 \Rightarrow a = 3 \quad (0/25), c = 21 \quad (0/25)$ $a + b + c = 36 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \hat{M} = \left \frac{c-a}{2} \right = \frac{18}{2} = 90^\circ \quad (0/25)$ <p>ص ۷۳</p>	۱
۸	 <p>$\triangle ABC$: $\begin{cases} AC = AB \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \quad (0/25) \\ \hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ محاطی} \quad (0/25) \Rightarrow D\hat{A}C = \hat{C} \Rightarrow DC = DA \quad (0/25) \\ D\hat{A}C = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ ظلی} \quad (0/25) \end{cases}$</p> <p>ص ۷۴</p>	۱
۹	$x(x+4) = 6 \times 16 \quad (0/5) \Rightarrow x^2 + 4x - 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \quad (\text{ق ق}) \quad (0/25) \\ x = -12 \quad (\text{غ ق ق}) \quad (0/25) \end{cases}$ <p>ص ۷۶</p>	۱
۱۰	$R = 8$ $R' = 3$ $d = 13$ $TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25)$ $5a - 3 = \sqrt{13^2 - (8 - 3)^2} \quad (0/25)$ $5a - 3 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \quad (0/25) \Rightarrow a = 3 \quad (0/25)$ <p>ص ۸۱</p>	۱
۱۱	<p>الف) ایزومتری (۰/۲۵) ص ۸۹ ب) انبساط (۰/۲۵) ص ۱۱۴ ج) موازی (۰/۲۵) ص ۱۵۱ د) کوتاهترین (۰/۲۵) ص ۱۵۶</p>	۱
«دامه در صفحه سوم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۲۱
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲	<p>الف) $R(x, y) = (-y, x)$ $O(0, 0) \rightarrow O'(0, 0)$ $P(6, -2) \rightarrow P'(2, 6)$ (۰/۲۵) $Q(7, 1) \rightarrow Q'(-1, 7)$</p> <p>ب) $PQ = \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$ $P'Q' = \sqrt{(-1-2)^2 + (7-6)^2} = \sqrt{10}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow PQ = P'Q'$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $m_{PQ} = \frac{1+2}{7-6} = 3$ $m_{P'Q'} = \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m_{AB} \neq m_{P'Q'}$ (۰/۲۵)</p> <p>د) نام تبدیل دوران است (۰/۲۵) ص ۱۰۸</p>  <p>(رسم شکل (۰/۵))</p>	
----	---	--

۱۳	<p>$L: 2x + 6y = 12$ $D(x, y) = (-x, y)$ (۰/۲۵) $A(0, 2) \xrightarrow{D} A'(0, 2)$ (۰/۲۵) $B(6, 0) \xrightarrow{D} B'(-6, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>$m' = \frac{2-0}{0+6} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y-2 = \frac{1}{3}(x-0)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 2$</p> <p>ص ۱۲۲</p>	
----	---	--

۱۴	<p>بردار AD را بردار انتقال در نظر می گیریم (۰/۲۵) چون پاره خط های AD، CF و BE موازی و مساویند،</p>  <p>بنابراین تحت این انتقال (۰/۲۵) $\begin{cases} A \rightarrow D \\ C \rightarrow F \\ B \rightarrow E \end{cases}$ پس (۰/۲۵) $\begin{cases} AC \rightarrow DF \\ AB \rightarrow DE \\ CB \rightarrow FE \end{cases}$</p> <p>چون انتقال ایزومتری است پس $AC = DF$، $AB = DE$ و $CB = FE$ (۰/۲۵)</p> <p>بنا بر این $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (۰/۲۵) ص ۱۲۵</p>	
----	--	--

«داده در صفحه چهارم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۲۱
دانش‌آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۷	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	<p>برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می‌گیریم.</p> <p>الف) خط L در صفحه P قرار ندارد. فرض کنیم P' صفحه‌ای گذرنده از L باشد که P را در خط L' قطع می‌کند. (۰/۲۵)</p> <p>L و L' هر دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (۰/۲۵)</p> <p>زیرا از تقاطع بودن L و L' نتیجه می‌شود که خط L صفحه P را قطع می‌کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین، دو خط L و L' هر دو در صفحه P' هستند و یکدیگر را قطع نمی‌کنند، پس باهم موازی‌اند. (۰/۲۵)</p> <p>ب) خط L در صفحه P قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه P' متمایز از P که از L می‌گذرد، صفحه P را در همان خط L قطع می‌کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است. ص ۱۴۰</p>	۱/۵
۱۶	<p>از نقطه A خط L را عمود بر صفحه P رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>سپس از نقطه A، صفحه Q را عمود بر L رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>دو صفحه P و Q هر دو بر خط L عمودند. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین باهم موازی‌اند. (۰/۲۵) ص ۱۵۳</p>	۱
۱۷	<p>از نقطه A صفحه P را عمود بر خط L و صفحه Q را عمود بر خط L' رسم می‌کنیم. (۰/۲۵)</p> <p>فصل مشترک صفحه‌های P و Q یعنی خط Δ جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا:</p> $\left. \begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است. (۰/۲۵)}$ <p>صفحه‌های P و Q بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت L و L' متناظر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>خط Δ منحصر به فرد است زیرا صفحه‌های P و Q منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵) ص ۱۵۵</p>	۱/۲۵
۱۸	<p>الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۱</p> <p>ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۵۴</p> <p>ج) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۸</p>	۰/۷۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

مصححین محترم؛ لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.