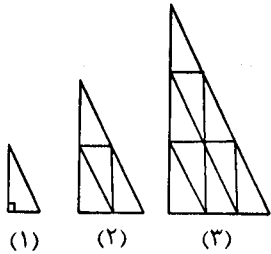
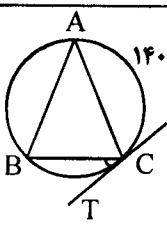


سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۶/۳/۱۶	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://ace.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده ( دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد ) بلامانع است.

۰/۷۵	<p>۱ مثلثهای شکلهای ۱، ۲، ۳ با هم متشابه و مثلثهای کوچک همه با هم هم‌نهشت هستند. رسم مثلثهای متشابه را تا چهارمین شکل ادامه دهید. سپس با توجه به شکل ها و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>شماره شکل</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلثهای کوچک</td> <td>۱</td> <td>۴</td> <td>۹</td> <td>۱۶</td> <td>...</td> <td>?</td> </tr> </table>  <p>(۱) (۲) (۳)</p>	شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n	تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	۱۶	...	?
شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	n									
تعداد مثلثهای کوچک	۱	۴	۹	۱۶	...	?									
۱/۵	<p>۲ قضیه: ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر.</p>														
۱	<p>۳ در مثلث متساوی الساقین ABC، نقطه دلخواه P روی قاعده BC قرار دارد. ثابت کنید مجموع فاصله های نقطه P از دو ساق آن مقداری ثابت است.</p>														
۰/۷۵	<p>۴ سه پاره خط با طول های <math>6x</math>، <math>x+7</math> و <math>4(x-1)</math> داده شده اند. اگر مجموع این طول ها ۳۶ باشد، آیا این پاره خط ها می توانند ضلع های یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.</p>														
۰/۷۵	<p>۵ قضیه: ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.</p>														
۰/۷۵	<p>۶ در سؤالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) نقطه هم‌رسی میانه های مثلث، ..... آن مثلث است.</p> <p>ب) کمان درخور زاویه ۹۰ درجه رو به رو به پاره خط AB، دایره ای به ..... است.</p> <p>۱) شعاع AB (۲) قطر AB (۳) مرکز B (۴) مرکز A</p> <p>ج) در دو دایره <math>C(O, R)</math> و <math>C'(O', R')</math> با فرض <math>OO' = d</math>، اگر <math>d = R + R'</math> باشد، آنگاه وضع دو دایره نسبت به هم چگونه است؟</p> <p>۱) مماس درون (۲) متقاطع (۳) مماس برون (۴) برون هم</p>														
۰/۷۵	<p>۷ ثابت کنید در هر چهار ضلعی محاطی، زاویه های رو به رو مکمل یکدیگرند.</p>														
۰/۷۵	<p>۸ در شکل رو به رو، <math>CT</math> مماس بر دایره در نقطه C و <math>\widehat{AC} = 140^\circ</math> است. اندازه زاویه BCT را بیابید.</p> 														
	<p>«ادامه سؤالات در صفحه دوم»</p>														

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۹۶/۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی:
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	

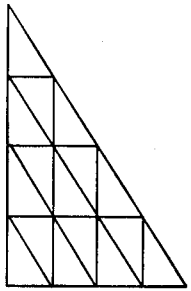
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	با توجه به شکل‌های زیر اندازه $x$ و $y$ را در شکل (الف) و اندازه $z$ را در شکل (ب) تعیین کنید.	۲
۱۰	الف) اندازه مماس مشترک خارجی در دو دایره $C(O, 7)$ و $C'(O', 1)$ را با فرض $OO' = 10$ تعیین کنید. ب) این دو دایره چند مماس مشترک خارجی دارند؟	۱
۱۱	الف) ایزومتري ب) دو خط متناظر ج) صفحه عمود منصف یک پاره خط واژه های زیر را تعريف كنيد:	۱/۵
۱۲	تحت تبدیل تجانس به مرکز $(0, 0)$ ، نقطه $A(1, 2)$ روی نقطه $A'(2, 6)$ تصویر شده است، ضابطه تجانس را بنویسید و تعیین کنید این تجانس، انبساط است یا انقباض؟	۰/۷۵
۱۳	نقاط $A(2, 0)$ ، $B(5, 0)$ و $C(5, 2)$ رأس های یک مثلث هستند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل دوران $R(x, y) = (-y, x)$ رسم کنید. ب) طول و شیب ضلع $AC$ و تصویرش را به دست آورده و با هم مقایسه کنید.	۱/۷۵
۱۴	معادله تصویر خط $2x + y - 2 = 0$ تحت تبدیل انتقال $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ را به دست آورید.	۱
۱۵	در شکل روبه رو $PR$ عمود منصف $QS$ است. با استفاده از ویژگی های تبدیل بازتاب، ثابت کنید: $\hat{SPR} = \hat{QPR}$	۱
۱۶	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می کند.	۱/۵
۱۷	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید: الف) حداقل چهار نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارد. ب) اگر خطی در صفحه ای قرار نداشته باشد، لزوماً آن را قطع نمی کند. ج) عکس قضیه تالس در فضا برقرار است. د) اگر خط $L$ بر صفحه $P$ عمود باشد، هر خطی که بر خط $L$ عمود باشد با صفحه $P$ موازی است. ه) فاصله یک نقطه از یک صفحه، کوتاهترین فاصله بین آن نقطه تا نقاط آن صفحه است.	۱/۲۵
۱۸	از نقطه $A$ روی خط $L$ ، صفحه ای بر خط $L$ عمود کنید. (رسم شکل و توضیح روش رسم الزامی است.)	۱/۲۵
	موفق باشید	جمع نمره
	۲۰	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۱۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۰/۷۵



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	.....	n
تعداد مثلث های کوچک	۱	۴	۹	۱۶	.....	n <sup>2</sup>

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

رسم شکل (۰/۲۵)

ص ۲

۱/۵

فرض:  $AC > AB$  و حکم:  $\hat{B} > \hat{C}$

برهان: چون طبق فرض  $AC > AB$ ، بنابراین پاره خط  $AM$  را به اندازه  $AB$  روی  $AC$  جدا می کنیم و از نقطه  $M$  به  $B$  وصل می کنیم. (۰/۲۵) چون  $AB = AM$  پس مثلث  $ABM$  متساوی الساقین است، در نتیجه:  $\hat{B}_1 = \hat{M}_1$

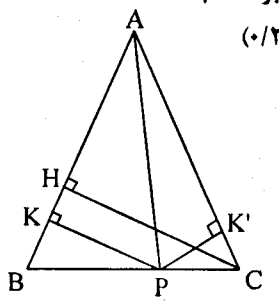
(۰/۲۵) (۱) از طرفی چون  $\hat{M}_1$  یک زاویه خارجی مثلث  $MBC$  است. در نتیجه از هر یک از زاویه های داخلی غیر مجاورش بزرگتر خواهد بود.

بنابراین (۲)  $\hat{M}_1 > \hat{C}$  (۰/۲۵) (۲)

باتوجه به دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:  $\hat{B}_1 > \hat{C}$  (۰/۲۵) (۳)

از طرفی نقطه  $M$  بین دو نقطه  $A$  و  $C$  واقع است، بنابراین  $BM$  نیم خطی داخل زاویه  $B$  است و در نتیجه زاویه  $B_1$  جزئی از زاویه  $B$  است، یعنی  $\hat{B} > \hat{B}_1$  (۰/۲۵) (۴) از مقایسه (۳) و (۴) نتیجه می شود:  $\hat{B} > \hat{C}$  (۰/۲۵) (۴)

ص ۱۹



۳

فرض می کنیم در مثلث متساوی الساقین  $ABC$ ،  $AB = AC = a$  و  $CH$  ارتفاع وارد بر  $AB$  باشد، رأس  $A$  را به  $P$  وصل کرده عمودهای  $PK$  و  $PK'$  را بر دو ساق مثلث رسم می کنیم (۰/۲۵)

بنابر این:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} CH \times AB = \frac{1}{2} PK \times AB + \frac{1}{2} PK' \times AC \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{1}{2} CH \times a = \frac{1}{2} a (PK + PK') \Rightarrow CH = PK + PK' \quad (۰/۲۵)$$

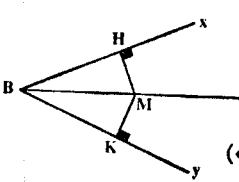
ص ۲۱

«ادامه در صفحه دوم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۱۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	$\left. \begin{aligned} 6x &= 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) &= 36 \Rightarrow x = 3 \quad (0/25) \quad x + 7 = 10 \\ 4(x - 1) &= 8 \end{aligned} \right\} \rightarrow 10 + 8 > 18 \quad (غ) \quad (0/25)$ <p>بنابراین با توجه به قضیه وجود مثلث، این سه پاره خط نمی توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵) ص ۲۹</p>	۰/۷۵
۵	<p>نقطه M را روی نیمساز زاویه XBY در نظر می گیریم از M خطهایی بر ضلع های BX و BY عمود می کنیم تا آنها را به ترتیب در H و K قطع کنند. دو مثلث قائم الزوایه BMK و BMH به حالت تساوی وتر و یک زاویه تند همنهشت هستند، پس <math>MH = MK</math> (۰/۵)</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵) ص ۲۴</p>	۰/۷۵
۶	الف) گزینه ۴ (۰/۲۵) ص ۳۶    ب) گزینه ۲ (۰/۲۵) ص ۶۴    ج) گزینه ۳ (۰/۲۵) ص ۵۴	۰/۷۵
۷	<p>باتوجه به قضیه زاویه محاطی داریم:</p> $\hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \quad (0/25) \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ \quad (0/25)$ <p>به روش مشابه ثابت می شود <math>\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ</math> (۰/۲۵) ص ۵۹</p>	۰/۷۵
۸	$AB = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC} \quad (0/25) \Rightarrow \widehat{BC} = 80^\circ \quad (0/25) \Rightarrow \widehat{BCT} = 40^\circ \quad (0/25)$ <p>ص ۶۷</p>	۰/۷۵
۹	$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 70 \\ \frac{x-y}{2} = 50 \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 20 \end{cases} \quad (0/5)$ <p>الف) ص ۷۱</p> <p>ب) ص ۷۸ <math>z(z-2) = 4 \times 12 \quad (0/5) \Rightarrow z^2 - 2z - 48 = 0 \Rightarrow z = -6</math> غ ق (۰/۲۵), <math>z = 8</math> ق ق (۰/۲۵)</p>	۲
۱۰	<p>ب) دو مماس (۰/۲۵)</p> $R' = 1 \Rightarrow TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \quad (0/25), TT' = \sqrt{10^2 - (7-1)^2} \quad (0/25) TT' = 8 \quad (0/25)$ <p>ص ۸۱</p>	۱
«ادامه در صفحه سوم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۱۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	الف) تبدیلی که فاصله بین نقطه ها را حفظ کند، ایزومتري نامیده می شود. (۰/۵) ص ۸۹ ب) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط متناظر می نامیم. (۰/۵) ص ۱۳۴ ج) صفحه ای را که در وسط یک پاره خط بر آن عمود باشد، صفحه عمود منصف آن پاره خط می نامیم. (۰/۵) ص ۱۵۴	۱/۵
۱۲	$A(1, 2) \rightarrow A'(3, 6) \Rightarrow k = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = 3, (0/25) \Rightarrow D(x, y) = (3x, 3y), (0/25)$ تجانس، انبساط است. (۰/۲۵) ص ۱۱۴	۰/۷۵
۱۳	الف) $R(x, y) = (-y, x)$ $A(2, 0) \rightarrow A'(0, 2)$ $B(5, 0) \rightarrow B'(0, 5)$ $C(5, 2) \rightarrow C'(-2, 5)$ } (۰/۲۵) ب) $AC = \sqrt{(5-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$ $A'C' = \sqrt{(-2-0)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{13}$ } (۰/۲۵) $\Rightarrow AC = A'C'$ (۰/۲۵) $m_{AC} = \frac{2-0}{5-2} = \frac{2}{3}$ $m_{A'C'} = \frac{5-2}{-2-0} = -\frac{3}{2}$ } (۰/۲۵) $\Rightarrow m_{AC} \neq m_{A'C'}$ (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۵) ص ۱۰۷	۱/۷۵
۱۴	$L: 2x + y - 2 = 0$ $T(x, y) = (x + 4, y - 2)$ $A(0, 2) \xrightarrow{T} A'(4, 0)$ (۰/۲۵) $B(1, 0) \xrightarrow{T} B'(5, -2)$ (۰/۲۵) $m' = \frac{-2-0}{5-4} = -2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y - 0 = -2(x - 4)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -2x + 8$ ص ۱۲۲	۱
۱۵	PR را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم. (۰/۲۵) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم: $S \rightarrow Q$ $P \rightarrow P$ $R \rightarrow R$ } (۰/۲۵) $\Rightarrow \hat{S}PR \rightarrow \hat{Q}PR$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \hat{S}PR = \hat{Q}PR$ (۰/۲۵) اندازة زاویه تحت بازتاب ثابت می ماند. ص ۱۲۶	۱
«ادامه در صفحه چهارم»		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۳/۱۶
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۶	<p>برای اثبات این قضیه، دو حالت موازی بودن یک خط و یک صفحه در فضا را در نظر می گیریم.</p> <p>الف) خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> قرار ندارد. فرض کنیم <math>P'</math> صفحه ای گذرنده از <math>L</math> باشد که <math>P</math> را در خط <math>L'</math> قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p><math>L</math> و <math>L'</math> هر دو در صفحه <math>P'</math> هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند. (۰/۲۵)</p> <p>زیرا از متقاطع بودن <math>L</math> و <math>L'</math> نتیجه می شود که خط <math>L</math> صفحه <math>P</math> را قطع می کند، که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین، دو خط <math>L</math> و <math>L'</math> هر دو در صفحه <math>P'</math> هستند و یکدیگر را قطع نمی کنند، پس باهم موازیند. (۰/۲۵)</p> <p>ب) خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> قرار دارد. پس در این حالت هر صفحه <math>P'</math> متمایز از <math>P</math> که از <math>L</math> می گذرد، صفحه <math>P</math> را در همان خط <math>L</math> قطع می کند. (۰/۲۵) و درستی قضیه روشن است. ص ۱۴۰</p>	۱/۵
۱۷	<p>الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۳۱ (ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۳۷ (ج) نادرست (۰/۲۵) ص ۱۴۵ (د) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۵ (ه) درست (۰/۲۵) ص ۱۵۶</p>	۱/۲۵
۱۸	<p>می توانیم از خط <math>L</math> بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه متمایز از این صفحه ها را <math>P_1</math> و <math>P_2</math> می نامیم. از نقطه <math>A</math> در صفحه <math>P_1</math>، خط <math>L_1</math> را عمود بر <math>L</math> رسم می کنیم (۰/۲۵). به طور مشابه، از نقطه <math>A</math> در صفحه <math>P_2</math>، خط <math>L_2</math> را عمود بر <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های <math>L_1</math> و <math>L_2</math> متقاطع اند. و خط <math>L</math> بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط <math>L</math> بر صفحه گذرنده از <math>L_1</math> و <math>L_2</math> نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است. ص ۱۵۲</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی باارم به تناسب منظور شود.