

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	واژه های زیر را تعریف کنید. الف) خطهای همرس ب) ایزومتري ج) عمود منصف پاره خط در فضا	۱
۲	قضیه های زیر را به صورت قضیه های شرطی بنویسید در صورتی که عکس هر کدام یک قضیه نباشد یک مثال نقض بیاورید. الف) هر مستطیلی یک متوازی الاضلاع است. ب) در دو مثلث متشابه، ضلعهای متناظر، متناسبند.	۰/۷۵
۳	در مثلث ABC میانه AM و نیمسازهای دو زاویه $\widehat{AMB}$ و $\widehat{AMC}$ را رسم کنید، این دو نیمساز اضلاع AB و AC را قطع می کنند، این نقاط را به ترتیب P و Q بنامید. سپس ثابت کنید دو خط PQ و BC باهم موازیند.	۱
۴	عکس قضیه لولا: ثابت کنید اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر نظیر به نظیر مساوی باشند و ضلع سوم مثلث اول بزرگتر از ضلع سوم مثلث دوم باشد، آنگاه زاویه بین دو ضلع از مثلث اول بزرگتر از زاویه بین دو ضلع نظیر از مثلث دوم است.	۰/۷۵
۵	مربعی رسم کنید که پاره خط مفروض DE قطر آن باشد. (روش رسم را توضیح دهید) D.....E	۱
۶	قضیه: ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث همرسند. (راهنمایی: از رأسهای مثلث خط هایی به موازات سه ضلع مثلث رسم کنید تا مثلث جدیدی تشکیل شود.)	۱/۲۵
۷	قضیه: ثابت کنید اگر یک ضلع زاویه محاطی قطری از دایره باشد، اندازه آن زاویه برابر نصف کمان روبه روی آن است.	۱
۸	جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید: الف) اگر در یک چهار ضلعی، زاویه های رو به رو به رو ..... یکدیگر باشند، آن چهار ضلعی محاطی است. ب) از هر نقطه خارج یک دایره فقط ..... بر آن دایره می توان رسم نمود. ج) تصویر کاخ چهلستون اصفهان در آب معرف تبدیل ..... است. د) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند آنگاه در یک ..... مشترک هستند.	۱
۹	با توجه به شکل مقدار x و y را بیابید.	۱/۷۵
«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»		

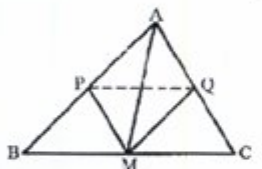
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	دایره $C(O, R)$ داده شده است. مکان هندسی نقطه ای را تعیین کنید که مماسهای رسم شده از این نقطه بر دایره، برهم عمود باشند.	۱
۱۱	قضیه: ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلعها و امتداد ضلعهای آن زاویه محدودند.	۰/۵
۱۲	دو مورد از ویژگیهای دوران را بنویسید.	۰/۵
۱۳	نقاط $A(۱,۳)$ و $B(۵,۵)$ و $C(۶,۳)$ راسهای یک مثلث اند. الف) مثلث و تصویرش را تحت تبدیل $D(x, y) = (۲x, ۲y)$ رسم کنید. ب) مثلث و تصویرش را از نظر طول یکی از ضلعها مقایسه کنید. ج) خطهایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، نسبت به هم چه وضعی دارند؟	۱/۷۵
۱۴	معادله تصویر خط $y = x + ۵$ را تحت بازتاب نسبت به خط $y = -x$ بدست آورده سپس آن را رسم کنید.	۱
۱۵	قضیه: با استفاده از ویژگیهای تبدیل انتقال ثابت کنید اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه های نظیر برابر خواهند بود.	۱
۱۶	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $L$ و $L'$ دو خط متناظر باشند، یک صفحه شامل $L$ وجود دارد که با $L'$ موازی باشد. ب) اگر صفحه ای دو صفحه موازی را قطع کند آنگاه فصل مشترکها با هم موازیند. ج) از هر سه نقطه در فضا یک و تنها یک صفحه می گذرد. د) مرکز دایره محیطی هر مثلث محل برخورد نیمسازهای زاویه های درونی مثلث است.	۱
۱۷	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می کند.	۱/۲۵
۱۸	ثابت کنید که اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحه دیگر موازی است. آیا عکس مطلب نیز درست است؟ یعنی اگر هر خط از صفحه مفروضی، با صفحه مفروض دیگر موازی باشد، آیا آن دو صفحه موازیند؟	۱
۱۹	در دو حالت زیر از نقطه $A$ ، صفحه ای برخط $L$ عمود کنید. (روش رسم را توضیح دهید). الف) نقطه $A$ روی خط $L$ باشد. ب) نقطه $A$ خارج خط $L$ باشد.	۱/۵
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

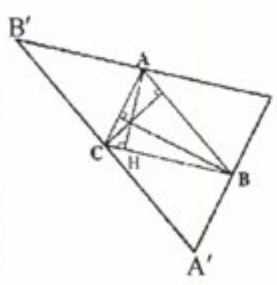
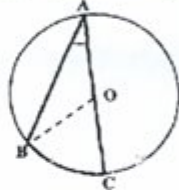
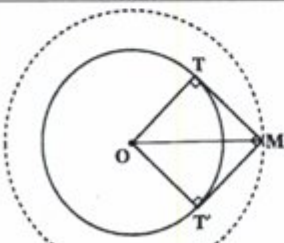
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) هر گاه چند خط فقط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند، هم‌رس نامیده می‌شوند. (۰/۲۵) ب) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ می‌کند، ایزومتري نامیده می‌شود. (۰/۵) ج) صفحه‌ای را که در وسط یک پاره خط، بر آن عمود باشد صفحه عمود منصف آن پاره خط گوئیم. (۰/۲۵)	۱
۲	الف) قضیه شرطی: اگر چهار ضلعی مستطیل باشد، آنگاه آن چهار ضلعی متوازی الاضلاع است. (۰/۲۵) عکس قضیه: اگر چهار ضلعی متوازی الاضلاع باشد، آنگاه آن چهار ضلعی مستطیل است. این یک قضیه نیست. مثال نقض: متوازی الاضلاع مقابل (رسم شکل ۰/۲۵) ب) قضیه شرطی: اگر دو مثلث متشابه باشند، آنگاه ضلعهای متناظر، متناسبند. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	 $\Delta AMC \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MQ} \frac{MA}{MC} = \frac{AQ}{QC} \quad (۰/۲۵)$ $\xrightarrow[M=C=MB]{\frac{AQ}{QC} = \frac{AP}{PB}} \xrightarrow[\text{عکس قضیه تالی}]{PQ \parallel BC} \quad (۰/۲۵)$ $\Delta AMB \xrightarrow[\text{نیمساز}]{MP} \frac{MA}{MB} = \frac{AP}{PB} \quad (۰/۲۵)$	۱
۴	فرض کنیم $AB = ED, BC = EF, AC > DF$ می‌خواهیم ثابت کنیم $B > E$ . برهان خلف: فرض می‌کنیم حکم درست نباشد یعنی $B \leq E$ (۰/۲۵) الف) اگر $B = E$ با توجه به فرض دو مثلث هم‌نهشت می‌شوند پس $AC = DF$ (۰/۲۵) ب) اگر $B < E$ با توجه به فرض و قضیه لولا نتیجه می‌شود $AC < DF$ (۰/۲۵) در هر دو حالت نتایج به دست آمده با فرض متناقض دارد. پس فرض خلف باطل است و حکم برقرار است.	۰/۷۵
۵	پاره خط DE و عمود منصف آن را رسم می‌کنیم (۰/۲۵) (O وسط DE باشد) اگر به مرکز O به شعاع $R = OD$ کمان بزنیم (۰/۲۵) این عمود منصف را در دو نقطه F و G قطع می‌کند. چهار ضلعی DFEG مربع است (۰/۲۵) زیرا قطرهایش برابر و عمود منصف یکدیگرند. (۰/۲۵)	۱
«ادامه در صفحه‌ی دوم»		

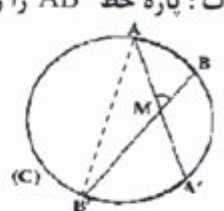
راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

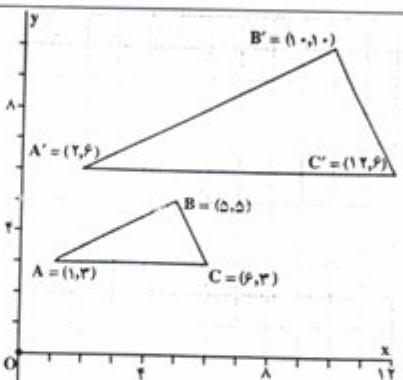
۶	<p>اثبات: از رأسهای مثلث ABC خطهای موازی سه ضلع رسم می کنیم تا مثلث جدید A'B'C' بدست آید. چهار ضلعی ACBC' و AB'CB متوازی الاضلاع هستند پس <math>AC' = BC</math> و <math>AB' = BC</math> در نتیجه <math>AB' = AC'</math> (*) (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی AH (ارتفاع وارد بر BC) بر BC عمود است پس بر B'C' نیز عمود است (**)(۰/۲۵) از (*) و (***) نتیجه می گیریم AH بر عمود منصف ضلع B'C' منطبق است. (۰/۲۵) بهمین ترتیب ثابت می شود دو ارتفاع دیگر مثلث ABC بر عمود منصفهای مثلث A'B'C' منطبق اند (۰/۲۵) چون عمود منصفهای مثلث A'B'C' هم‌رسند (۰/۲۵) پس ارتفاعهای مثلث ABC هم‌رسند.</p>	
۷	<p>اثبات: از نقطه O به B وصل می کنیم:</p> <p><math>OA = OB \rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\widehat{BOC} = \widehat{BC}</math> (زاویه مرکزی) (۰/۲۵)</p> <p><math>\widehat{BOC} = \widehat{OBA} + \widehat{OAB} = 2\widehat{OAB}</math> (زاویه خارجی مثلث OAB) (۰/۲۵)</p> <p><math>\rightarrow 2\widehat{OAB} = \widehat{BC} \rightarrow \widehat{OAB} = \frac{\widehat{BC}}{2}</math> (۰/۲۵)</p>	
۸	<p>الف) مکمل (۰/۲۵)      ب) دو مماس (۰/۲۵)      ج) بازتاب (۰/۲۵)      د) خط (۰/۲۵)</p>	۱
۹	<p><math>\frac{y-x}{2} = 62^\circ</math> (۰/۲۵)</p> <p>الف) <math>\rightarrow y = 242^\circ, x = 118^\circ</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>x + y = 360^\circ</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>62 = y \times (y + 5 + 4)</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0</math></p> <p><math>y = 3</math> (قق) (۰/۲۵) یا <math>y = -12</math> (قق) (۰/۲۵)</p>	
۱۰	<p>فرض کنیم M یکی از آن نقطه‌هایی باشد که از آن دو مماس عمود برهم MT و MT' بر دایره C(O, R) رسم شده است. چهار ضلعی OTMT' مربع است (۰/۲۵)</p> <p>زیرا چهار زاویه قائمه دارد و دو ضلع مجاورش نیز برابرند (۰/۲۵)</p> <p>قطر این مربع <math>OM = R\sqrt{2}</math> مقدار ثابتی است. دایره به مرکز O به شعاع <math>OM = R\sqrt{2}</math> مکان هندسی نقطه M است. (۰/۲۵)</p>	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>
«ادامه در صفحه‌ی سوم»		

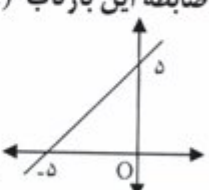
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

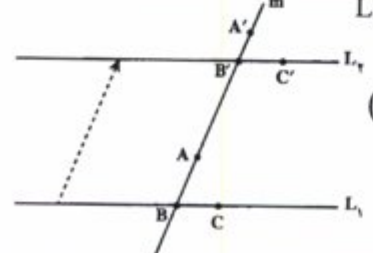
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	اثبات: پاره خط $AB'$ را رسم می‌کنیم $\widehat{AMB} = \widehat{AB'B} + \widehat{A'AB'} = \frac{AB}{r} + \frac{A'B'}{r} \quad (./25)$ $\Rightarrow \widehat{AMB} = \frac{AB + A'B}{r}$ 	۰/۵
----	---	-----

۱۲	دو مورد از موارد زیر نوشته شود: (هر مورد ۰/۲۵) دوران مرکز دوران را ثابت نگه می‌دارد. - دوران الزاماً شیب خط را حفظ نمی‌کند. - دوران یک ایزومتري است.	۰/۵
----	---	-----

۱۳	(الف)  رسم شکل (۰/۵) (ب) $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ , $A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{5}$ (./۲۵) $\rightarrow A'B' = 2AB$ (./۲۵) (ج) این خطها در مرکز تجانس هم‌رسانند. (۰/۲۵)	۱/۲۵
----	--	------

۱۴	ضابطه این بازتاب $R(x, y) = (-y, -x)$ است. $\begin{array}{c cc} x & 0 & -5 \\ \hline y & 5 & 0 \end{array} \quad (./25)$ $A(0, 5) \rightarrow A'(-5, 0)$ , $B(-5, 0) \rightarrow B'(0, 5)$ (./۲۵) $m_{A'B'} = \frac{5-0}{0-(-5)} = 1 \Rightarrow y-0 = 1(x-(-5))$ (./۲۵) $\Rightarrow y = x + 5$ (./۲۵) رسم شکل (۰/۲۵) 	۱
----	---	---

۱۵	با توجه به شکل، تحت انتقالی به موازات خط مورب $m$ که خط $L_1$ را بر $L_2$ می‌نگارد (۰/۲۵) $A \rightarrow A'$ و $B \rightarrow B'$ و $C \rightarrow C'$ خواهیم داشت (۰/۲۵) بنابراین $\triangle ABC \rightarrow \triangle A'B'C'$ (۰/۲۵) یعنی زاویه‌های متناظر برابرند (۰/۲۵) 	۱
----	--	---

«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۲۵
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۶	الف) درست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) ج) غلط (۰/۲۵) د) غلط (۰/۲۵)	۱
۱۷	برای اثبات دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم: الف) $L$ در صفحه $P$ قرار ندارد. فرض کنیم $P'$ صفحه گذرنده از $L$ باشد که $P$ را در خط $L'$ قطع کند (۰/۲۵) و $L'$ هر دو در صفحه $P'$ هستند و هم دیگر را قطع نمی‌کنند (۰/۲۵) زیرا از تقاطع بودن $L$ و $L'$ نتیجه می‌شود که خط $L$ صفحه $P$ را قطع می‌کند که خلاف فرض است (۰/۲۵). پس با هم موازیند (۰/۲۵) ب) خط $L$ در صفحه $P$ قرار دارد. در این حالت هر صفحه $P'$ متمایز از $P$ که از $L$ می‌گذرد صفحه $P$ را در همان خط $L$ قطع می‌کند و درستی قضیه روشن است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۸	دو صفحه موازی $P$ و $P'$ و خط $L$ روی $P$ را در نظر می‌گیریم. فرض خلف: اگر $L$ با $P'$ موازی نباشد در نتیجه در نقطه‌ای مثل $A$ آن را قطع می‌کند (۰/۲۵) چون $P$ شامل $L$ است پس $A \in P$ چون $A \in P'$ پس $P$ و $P'$ در نقطه $A$ مشترکند (۰/۲۵) و این با موازی بودن $P$ و $P'$ در تناقض است (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. عکس مطلب نیز درست است (۰/۲۵)	۱
۱۹	الف) دو صفحه متمایز $P_1$ و $P_2$ که شامل خط $L$ هستند را در نظر می‌گیریم. در صفحه $P_1$ از نقطه $A$ خط $L_1$ را بر $L$ عمود کنیم (۰/۲۵) بطور مشابه در صفحه $P_2$ خط $L_2$ را بر $L$ عمود می‌کنیم. (۰/۲۵) چون $L_1$ و $L_2$ متقاطعند و $L$ بر هر دوی آنها عمود است پس $L$ بر صفحه گذرنده از $L_1$ و $L_2$ عمود است (۰/۲۵). این همان صفحه $P$ مطلوب است. ب) در صفحه شامل $A$ و خط $L$ خط $L'$ را از نقطه $A$ موازی $L$ رسم می‌کنیم (۰/۲۵) نقطه $A$ روی خط $L'$ است. طبق بند الف سوال صفحه $P'$ را از نقطه $A$ بر $L'$ عمود می‌کنیم (۰/۲۵) صفحه $P'$ بر یکی از دو خط موازی عمود است پس بر دیگری یعنی $L$ نیز عمود است. (۰/۲۵)	۱/۵
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»	

مصححین محترم: لطفاً به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.