

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایتارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳			

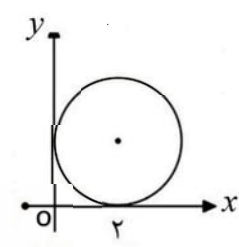
ردیف	سوالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (چهار عمل اصلی و بدون حافظه) مجاز است

سوالات فصل اول

۱	الف) اگر در ماتریس A تعداد سطرها با تعداد ستونها برابر باشد، ماتریس A را مربعی می نامیم. (درست - نادرست) ب) $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی n برابر می باشد. پ) دترمینان ماتریس مربعی A برابر ۲ می باشد. در این صورت مقدار $ A^{-1} $ برابر است. گزینه درست قسمت (ت) را در پاسخ برگ بنویسید. ت) مقدار عددی a_{23} در ماتریس $A = [i - j]_{3 \times 3}$ کدام است؟ <input type="checkbox"/> ۱ <input type="checkbox"/> -۱	
۱/۵	با فرض $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ماتریس A^{49} را محاسبه کنید.	۲
۱	دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ را بر حسب ستون اول به دست آورید.	۳
۱	نشان دهید ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2A & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست.	۴
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار m را طوری تعیین کنید که دستگاه بی شمار جواب داشته باشد.	۵

سوالات فصل دوم

۰/۵	الف) هرگاه دو خط d و l موازی باشند، از دوران d حول l سطحی ایجاد می شود که آن را یک سطح می نامیم. ب) نقطه دلخواه M در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصله های نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه M در درون بیضی قرار دارد. (درست - نادرست)	۶
۱/۵	نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی متر باشد (در مورد تعداد جواب های ممکن بحث کنید).	۷
۱/۲۵	در شکل مقابل، دایره $C(M, R)$ بر محورهای مختصات مماس است. مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید. 	۸
	صفحه ۱ از ۲	

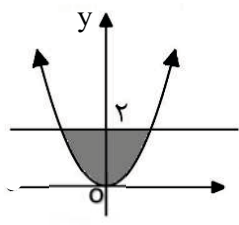
سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)	نمره
------	------------------------	------

۹	وضعیت خط به معادله $x + y = 4$ و دایره به معادله $x^2 + y^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۲۵
۱۰	در بیضی فاصله یک کانون از نزدیک ترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	سهمی به معادله $y^2 = -2x - 4y$ مفروض است. الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۲	نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.	۰/۷۵

سؤالات فصل سوم

۱۳	حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)	۰/۵														
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td colspan="4">گروه B</td> <td></td> <td colspan="2">گروه A</td> </tr> <tr> <td>\vec{i}</td> <td>\vec{k}</td> <td>\vec{j}</td> <td>\vec{o}</td> <td></td> <td>الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$</td> <td>ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$</td> </tr> </table>			گروه B					گروه A		\vec{i}	\vec{k}	\vec{j}	\vec{o}		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$
گروه B					گروه A											
\vec{i}	\vec{k}	\vec{j}	\vec{o}		الف) $(\vec{i} \times \vec{i}) + (\vec{i} \times \vec{j})$	ب) $(\vec{k} \cdot \vec{k})\vec{i}$										

۱۴	برای موارد الف) و ب) پاسخ صحیح را از گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید. الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟  <input type="checkbox"/> $x^2 \leq y \leq 2$ <input type="checkbox"/> $2 \leq y \leq x^2$ ب) شرط هم‌صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} کدام است؟ <input type="checkbox"/> $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{o}$ <input type="checkbox"/> $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$	۰/۵
----	--	-----

۱۵	بردارهای $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ مفروض‌اند. الف) زاویه بین دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و \vec{b} را به دست آورید. ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} را بیابید.	۲
----	---	---

۱۶	بردارهای \vec{a} و \vec{b} به اندازه‌های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه‌ی 30° می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار $(-\vec{b})$ و $(-2\vec{a})$ ساخته می‌شود را محاسبه کنید.	۱/۵
----	--	-----

۱۷	برای هر دو بردار دلخواه \vec{a} و \vec{b} ثابت کنید: $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \vec{a} ^2 \vec{b} ^2$	۱/۵
----	--	-----

۲۰	جمع نمره	موفق باشید
صفحه ۲ از ۲		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (۰/۲۵) ص ۱۲ ب) ۲ (۰/۲۵) ص ۱۲ پ) $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) ص ۳۱ ت) -۱ (۰/۲۵) ص ۱۱	۱
۱/۵	$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I \quad (0/5)$ $(A^2)^{22} = (-I)^{22} \rightarrow A^{44} = I^{22} = I \quad (0/5) \rightarrow A^{44} = A^{44} \times A = I \times A = A \quad (0/5)$	۲
۱	$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A = (-1)^2 \times 2 \times \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times 0 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^2 \times (-3) \times \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = (-22) + 0 + 12 = (-10)$ <p>همچنین در این سؤال، اگر دانش آموز به صورت زیر پاسخ دهد، نیز نمره تعلق گیرد.</p> $ A = (-1)^2 \times 2 \times (0 - 16) + (-1)^3 \times 0 \times (-1 + 8) + (-1)^4 \times (-3) \times (-3 - 0)$ $= (-32) + 0 + 12 = (-20)$	۳
۱	$ A = 2A \times 1 - (0 \times 1) \rightarrow A = 2A \quad (0/5) \rightarrow A = 4 A \rightarrow A = 0 \quad (0/25)$ <p>در نتیجه ماتریس A وارون پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>	۴
۱/۵	<p>روش اول:</p> $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} 2m = 4 \Rightarrow m = 2 \\ 4m - 4 = 4 \Rightarrow m = 2 \end{cases} \quad (0/25)$ <p>روش دوم:</p> $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = 4 \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} = \frac{2}{4} \quad (0/25) \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{4} \\ m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \end{cases} \quad (0/25)$ <p>ص ۲۶ و ۳۱</p> <p>$m = 2$ قابل قبول است. (۰/۲۵)</p>	۵
۰/۵	الف) استوانه ای (۰/۲۵) ص ۳۹ ب) نادرست (۰/۲۵) ص ۴۷	۶
۱/۵	<p>ص ۳۹ مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند، عمود منصف پاره خط AB (۰/۲۵) و مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۲ cm باشند، دایره ای به مرکز نقطه C و شعاع ۲ cm است. (۰/۲۵)</p> <p>فصل مشترک دو مکان هندسی مورد نظر جواب مسأله است. (۰/۲۵)</p> <p>الف) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع کند، مسأله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>ب) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm مماس باشد، مسأله یک جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پ) اگر عمود منصف پاره خط AB دایره به مرکز C و شعاع ۲ cm را قطع نکند، مسأله فاقد جواب است. (۰/۲۵)</p> <p>در صورت بحث در حالت های ممکن به روش رسم شکل، به تناسب نمره تعلق گیرد.</p>	۷

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۸	<p>روش اول:</p> <p>چون دایره بر محورهای مختصات مماس است، پس: $R = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم:</p> <p>$(2, 2) = (-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) \rightarrow a = -4, b = -4$ (۰/۲۵)</p> <p>$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - 4c}{2} \rightarrow 2 = \frac{\sqrt{16 + 16} - 4c}{2} \rightarrow c = 4$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>ص ۴۱ و ۴۰</p>	۱/۲۵
۹	<p>ص ۴۶ و ۴۵</p> <p>روش اول:</p> <p>فاصله مرکز دایره از خط مورد نظر</p> <p>$OH = \frac{ x_0 + y_0 - 4 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{ 0 + 0 - 4 }{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ (۰/۵)</p> <p>چون $OH > R$. بنابراین خط دایره را قطع نمی‌کند. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم:</p> <p>$x^2 + y^2 = 4 \rightarrow x^2 + (4-x)^2 = 4$ (۰/۵) $\rightarrow 2x^2 - 8x + 12 = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \Delta = -32 < 0$ (۰/۲۵)</p> <p>معادله جواب ندارد. در نتیجه خط و دایره هیچ نقطه برخوردی ندارند. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>ص ۴۹ و ۴۸ راه حل اول:</p> <p>$a - c = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>$a^2 - c^2 = b^2 \rightarrow a^2 - c^2 = 16 \rightarrow (a-c)(a+c) = 16 \rightarrow a+c = 8$ (۰/۵)</p> <p>$\begin{cases} a-c=2 \\ a+c=8 \end{cases} \rightarrow a=5, c=3$ (۰/۵) $\rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵)</p> <p>راه حل دوم:</p> <p>$a - c = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} a-c=2 \\ a^2 - b^2 = c^2 \end{cases} \rightarrow a^2 - c^2 = 16$ (۰/۵) $\rightarrow a = 5, c = 3$ (۰/۵) $\rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۵
۱۱	<p>(الف)</p> <p>$y^2 = -2x - 4y \rightarrow y^2 + 4y + 4 = -2x + 4 \rightarrow (y+2)^2 = -2(x-2)$ (۰/۵)</p> <p>(ب) ص ۵۴ و ۵۸</p> <p>$\begin{cases} A(2, -2) \\ 4a = 2 \end{cases} \rightarrow a = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $x = \frac{5}{2}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>از آنجایی که M نقطه ای روی سهمی است، در نتیجه فاصله M از کانون و خط هادی برابر است. (۰/۲۵)</p> <p>پس هر دایره که مرکز آن نقطه M بوده و از کانون بگذرد شعاعی برابر MF خواهد داشت. (۰/۲۵)</p> <p>و بنابراین فاصله M تا خط هادی برابر شعاع دایره است و دایره بر خط هادی مماس است. (۰/۲۵)</p> <p>ص ۵۸</p>	۰/۷۵
۱۳	<p>(الف) \vec{k} (۰/۲۵) ص ۸۲</p> <p>(ب) \vec{i} (۰/۲۵) ص ۷۹</p>	۰/۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: هندسه (۳)		رشته: ریاضی فیزیک	
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۷	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دانش آموزان روزانه و یزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد داخل و خارج از کشور - دی ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۴	الف) $x^2 \leq y \leq 2$ (۰/۲۵) <u>ص ۶۳</u> ب) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ (۰/۲۵) <u>ص ۸۳ و ۸۴</u>	۰/۵
۱۵	الف) <u>ص ۷۳ و ۷۴ و ۷۸</u> $\vec{a} - \vec{b} = (1, 0, 1)$ (۰/۲۵) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = \vec{a} - \vec{b} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \cos \theta$ (۰/۷۵) $\rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$ (۰/۲۵) ب) <u>ص ۸۴</u> $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 1\vec{i} + 1\vec{j} - \vec{k} = (1, 1, -1)$ (۰/۷۵) پاسخ نهایی به یکی از دو صورت $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ یا $(1, 1, -1)$ یا مضاربی (غیر صفر) از بردار حاصل مورد پذیرش است.	۲
۱۶	<u>ص ۸۴ و ۸۱ و ۷۴</u> $S = \frac{1}{2} (-2\vec{a}) \times (-\vec{b}) $ (۰/۵) $\rightarrow S = \frac{1}{2} \times 2 \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b} $ (۰/۵) $S = \vec{a} \vec{b} \sin 30^\circ = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ (۰/۵)	۱/۵
۱۷	<u>ص ۸۱ و ۷۸</u> $ \vec{a} \times \vec{b} ^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \sin^2 \theta}_{(۰/۵)} + \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2 \cos^2 \theta}_{(۰/۵)} = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2}_{(۰/۲۵)} (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = \underbrace{ \vec{a} ^2 \vec{b} ^2}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵
۲۰	همکاران گرامی، خدا قوت صفحه ۳ از ۳	جمع نمره