

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰ صبح
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	نمره
------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) اگر $k$ حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد آنگاه $k + 1$ مربع کامل است. ب) هر دو عدد صحیح و متوالی نسبت به هم اول اند. ج) گراف حاصل از مدل سازی پل کونیگسبرگ یک گراف ساده است. د) گراف ۳- منتظم از مرتبه ۵ قابل رسم نیست.	۱
۲	اگر $\alpha$ و $\beta$ دو عدد گنگ باشند ولی $\alpha + \beta$ گویا باشد، ثابت کنید $\alpha + 2\beta$ گنگ است.	۱/۲۵
۳	گزاره زیر را به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) ثابت کنید: (برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ داریم: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$ )	۱
۴	اگر $a > 1$ و $a   9k + 4$ و $a   5k + 3$ ثابت کنید $a$ عددی اول است.	۱
۵	پاسخ هر یک از سوالات زیر را به دست آورده و دلیل پاسخ خود را به طور کامل بنویسید. الف) اگر $a$ عددی صحیح و فرد باشد و $a + 2   b$ در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $a^2 + b^2 + 3$ را بر ۸ بیابید. ب) مطلوبست باقی مانده تقسیم عدد $10 + 12 \times (1000)^3 = A$ بر عدد ۷.	۲/۲۵
۶	معادله همنهشتی $3x \equiv 13 \pmod{7}$ را حل و جواب عمومی آن را بدست آورید.	۱
۷	با توجه به گراف $G$ (شکل مقابل) به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک $a - c$ مسیر به طول ۳ بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. ج) درجه رأس $a$ در گراف $G$ را تعیین کنید. د) آیا گراف $G$ همبند است؟ چرا؟ ه) یک زیرگراف تهی ۵ رأسی، از گراف $G$ رسم کنید.	۱/۵
۸	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف، عددی زوج است.	۱
۹	گراف $G$ با مجموعه رأسهای $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ae, bc, bd, be, ec, ed\}$ مفروض است. بدون کشیدن نمودار آن به قسمت های الف) تا ج) پاسخ دهید. الف) مجموعه همسایگی باز رأس $d$ را بنویسید. ب) اندازه گراف را مشخص کنید. ج) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟	۱

ادامه سوالات در صفحه دوم



مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷	
ردیف	راهنمای تصحیح		
۱	الف) درست (۰/۲۵)    ب) درست (۰/۲۵)    ج) نادرست (۰/۲۵)    د) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۳ و ۱۶ و ۳۶ و ۴۲)		
۲	اگر $\alpha + 2\beta$ گنگ نباشد (فرض خلف) پس عددی گویا است. (۰/۲۵) از طرفی طبق فرض $\alpha + \beta$ نیز عددی گویا است. (۰/۲۵) می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا، عددی گویاست در نتیجه: $(\alpha + 2\beta) - (\alpha + \beta) = \beta \in Q$ (۰/۲۵) اما با توجه به فرض مسئله: $\beta$ گنگ است (۰/۲۵) با توجه به تناقض ایجاد شده، فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود. (۰/۲۵) (صفحه: ۸)		
۳	$\underbrace{2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y}_{(۰/۲۵)} \Leftrightarrow \underbrace{(x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2xy + y^2)}_{(۰/۲۵)} \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0, (y-1)^2 \geq 0, (x-y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸)		
۴	$\begin{aligned} a \mid 9k+4 &\Rightarrow a \mid 45k+20 \quad (۰/۲۵) \\ a \mid 5k+3 &\Rightarrow a \mid 45k+27 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \Rightarrow a \mid 7 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a=7 \quad (۰/۲۵) \quad a>1$ (صفحه: ۱۶)		
۵	الف) $a$ عددی فرد است بنابراین $a+2$ عددی فرد است و $b \mid a+2$ ، بنابراین $b$ نیز عددی فرد خواهد بود. (۰/۲۵) می‌دانیم مربع هر عدد فرد، مضربی از ۸ به علاوه یک است. (۰/۲۵) $a^2 + b^2 + 3 = (\lambda m + 1) + (\lambda n + 1) + 3 = \lambda(m+n) + 5 \Rightarrow r=5 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{aligned} 1000 \equiv 6^3 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) &\Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 \equiv -12 + 10 \quad (۰/۲۵) \\ \Rightarrow (1000)^{13} \times 12 + 10 &\equiv -2 \equiv 5 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow r=5 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$ (صفحات: ۱۶ و ۲۱)		
۶	$3x \equiv 13 \quad \Rightarrow 3x \equiv 6 \quad (۰/۲۵) \quad \begin{matrix} (3,7)=1 \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad x \equiv 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x = 7k + 2 \quad (۰/۲۵) \quad (۲۵: \text{صفحه})$		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			
۷	الف) $abgc$ (۰/۲۵)    ب) $bcdgb$ (۰/۲۵)    ج) $\deg_G(a) = 5$ (۰/۲۵)	د) خیر - چون مثلاً از $f$ به $a$ مسیری وجود ندارد. (۰/۵)		
۱/۵	ه) $a \cdot b \cdot c$ $f \cdot g$ (صفحات: ۳۶ و ۳۸ و ۳۹)			
۸	فرض کنیم $G$ یک گراف و $A$ مجموعه همه رئوس فرد گراف $G$ و $B$ مجموعه همه رئوس زوج گراف $G$ باشد. در این صورت داریم: $\sum_{v \in V(G)} \deg(v) = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v)$ (۰/۲۵)			
۱	از طرفی می دانیم که مجموع درجات رئوس یک گراف $G$ عددی زوج است یعنی $\sum_{v \in V(G)} \deg(v)$ زوج (۰/۲۵) و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج است بنابراین تفاضل آنها نیز زوج خواهد شد. (۰/۲۵)			
۱	بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ زوج و نتیجه می شود که $n(A)$ عددی زوج است. (۰/۲۵) (صفحه: ۴۰)			
۹	الف) $N_G(d) = \{b, e\}$ (۰/۵)    ب) $q = 6$ (۰/۲۵)    ج) مجموع درجات رئوس $= 12$ (۰/۲۵)	(صفحه: ۴۱)		
۱۰	$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} = 36$ (۰/۲۵) (صفحه: ۴۲)			
۱	$\Rightarrow p = 9$ (۰/۲۵) , $\Delta(G) = p - 1 = 8$ (۰/۲۵)			
۱۱	الف) $\{b, e, h, k\}$ (۰/۵)    ب) $\{a, c, e, g, i, k\}$ (۰/۵)	(صفحه: ۵۴)		
۱۲	$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times \frac{5!}{2} = 7200$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۲)			
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$ (۰/۲۵) $x_i \geq 1, i = 1, 2, 3, 4$ (۰/۲۵)			
۱	$\Rightarrow \binom{8-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$ (۰/۵) (صفحه: ۷۳)			

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۱۰/۸		
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۷		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱۴	$\begin{array}{ c c c } \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline \end{array} \quad , \quad \begin{array}{ c c c } \hline 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{ c c c } \hline 12 & 31 & 23 \\ \hline 33 & 22 & 11 \\ \hline 21 & 13 & 32 \\ \hline \end{array}$ <p>(صفحه: ۷۳) (۰/۵)</p>			۱/۵
۱۵	<p>تعداد حالت‌های ممکن برای انجام این عمل معادل است با پیدا کردن تعداد تابع‌های پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی مانند A به یک مجموعه ۳ عضوی مانند B.</p> <p><math>A_i = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j, i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> S  =  B ^{ A } = 3^4 = 81</math> (۰/۲۵), <math> A_1  =  A_2  =  A_3  = 2^4 = 16</math> (۰/۲۵)</p> <p><math> A_1 \cap A_2  =  A_1 \cap A_3  =  A_2 \cap A_3  = 1</math> (۰/۲۵), <math> A_1 \cap A_2 \cap A_3  = 0</math> (۰/۲۵),</p> <p><math> \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3  =  \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3}  =  S  -  A_1 \cup A_2 \cup A_3  = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36</math> (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>(صفحات: ۷۸ و ۷۹)</p>			۲
۱۶	<p><math>k + 1 = 20 \Rightarrow k = 19</math> (۰/۵)</p> <p>طبق تعمیم اصل لانه کبوتری، تعداد لانه‌ها همان روزهای سال می باشد. <math>n = 365</math> (۰/۵)</p> <p>بنابراین تعداد کبوترها برابر است با <math>kn + 1 = 365 \times 19 + 1 = 6936</math> (۰/۵)</p> <p>(صفحه: ۸۴)</p>			۱/۵

«مصححین گرامی لطفا برای راه حل های دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.»

