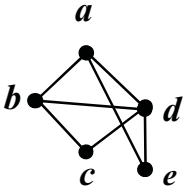
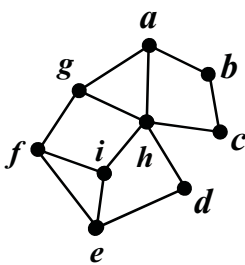


| | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته | رشته : ریاضی فیزیک | نام و نام خانوادگی : | ساعت شروع : ۸ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه : ۲ | تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۰۳/۲۸ | مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| | | |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.) | نمره |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|------|

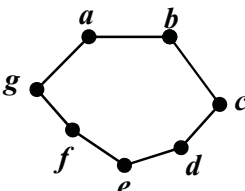
| | | |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱ | <p>درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر $a \mid b$ و $b \neq 0$، در این صورت $a > b$.</p> <p>(ب) برای دو عدد صحیح و ناصفر a و b اگر $(a \mid c, b \mid c)$ و $(\forall m > 0, a \mid m, b \mid m \Rightarrow c \leq m)$ آن گاه $[a, b] = c$.</p> <p>(پ) برای هر دو عدد صحیح a و b و عدد طبیعی m، اگر باقی مانده تقسیم a بر m مساوی r باشد، در این صورت $a \equiv r^m$.</p> <p>(ت) بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۴ و ۲- برابر ۲- است.</p> | ۱ |
| ۲ | ثابت کنید برای هر عدد طبیعی زوج n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است. | ۱ |
| ۳ | اگر عددی مانند k در Z باشد، به طوری که $5 \mid 4k + 1$ ، ثابت کنید $25 \mid 16k^2 + 28k + 6$. | ۰/۷۵ |
| ۴ | باقی مانده تقسیم عدد $A = 27^{20} + 18$ را بر ۱۳ بیابید. | ۱ |
| ۵ | اگر در یک سال، اول مهر شنبه باشد، در این صورت ۱۲ بهمن در همان سال چه روزی است؟ | ۱/۲۵ |
| ۶ | <p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر درجه یک رأس فرد باشد، آن را رأس می نامیم.</p> <p>(ب) گرافی را که تمام رئوس آن تنها باشد، هیچ یالی نداشته باشد، گراف می نامیم.</p> <p>(پ) تعداد یال های گراف K_4، برابر با است.</p> <p>(ت) گراف G را می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد.</p> | ۱ |
| ۷ | <p>به سؤالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>(الف) گراف C_7 را رسم کنید. سپس یک مسیر به طول ۵ بنویسید.</p> <p>(ب) در گراف شکل زیر، $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید.</p> | ۱ |
| |  | |
| ۸ | <p>(الف) مجموعه احاطه گر مینیمال را تعریف کنید.</p> <p>(ب) برای گراف شکل روبه رو، یک مجموعه احاطه گر با ۴ عضو انتخاب کنید.</p> | ۱/۲۵ |
| |  | |

ادامه سؤالات در صفحه دوم

| | | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی فیزیک | نام و نام خانوادگی: | ساعت شروع: ۸ صبح |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه: ۲ | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۱ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |


| | | |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است). | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|

| | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| ۹ | عدد احاطه‌گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید. | ۱/۲۵ |
| ۱۰ | ابتدا گراف P_4 را رسم کنید. سپس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم از آن را مشخص کنید. | ۱ |
| ۱۱ | گراف شکل مقابل را در نظر بگیرید. الف) یک γ - مجموعه مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید. | ۱/۵ |
| ۱۲ | ۶ کتاب متفاوت تاریخ و ۵ کتاب متفاوت ادبیات را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید به طوری که: الف) کتاب‌های تاریخ همواره کنار هم باشند. ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند. | ۱ |
| ۱۳ | با ارقام ۱، ۱، ۱، ۳، ۳، ۳، ۵، ۶، ۷، ۹ چند عدد ۹ رقمی می‌توان نوشت؟ | ۱ |
| ۱۴ | معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_3 = 4$ و $x_5 > 2$ باشد؟ | ۱/۵ |
| ۱۵ | الف) مربع لاتین A را در نظر بگیرید. با اعمال جایگشت مربع لاتین B را به دست آورید. ب) آیا دو مربع لاتین A و B متعامدند؟ دلیل بیاورید. | ۲ |
| ۱۶ | به چند طریق می‌توان ۵ سیب را بین ۳ نفر توزیع کرد، به طوری که هر نفر حداقل یک سیب داشته باشد؟ | ۱/۲۵ |
| ۱۷ | ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش‌آموز مشغول تحصیل باشند، لاقلاً ۷ نفر از آن‌ها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. | ۱/۲۵ |
| | "موفق باشید" | جمع نمره ۲۰ |

| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی فیزیک | | ساعت شروع: ۸ صبح | | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------------|---|-----------------------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱ | | | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ردیف | راهنمای تصحیح | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | الف) نادرست (۰/۲۵) (ویژگی ۴ صفحه ۱۱) | ب) درست (۰/۲۵) (تعریف ک.م.م. صفحه ۱۳) | پ) درست (۰/۲۵) (تذکر مهم صفحه ۲۱) | ت) نادرست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۱۳) | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | (مثال صفحه ۴) $n = 2k \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = \underbrace{4k^2 - 10k + 6 + 1}_{(0/5)} = \underbrace{2(2k^2 - 5k + 3) + 1}_{(0/25)} = \underbrace{2q + 1}_{(0/25)}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | (سوال ۴ صفحه ۱۶) $\begin{aligned} 5 4k+1 &\Rightarrow 25 16k^2 + 8k + 1 \quad (0/25) \quad \xrightarrow{+} \quad 25 16k^2 + 28k + 6 \quad (0/25) \\ 5 4k+1 &\Rightarrow 25 20k + 5 \quad (0/25) \end{aligned}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۱ $27 = 13 \times 2 + 1 \Rightarrow 27 \equiv 1 \Rightarrow (27)^{13} \equiv 1 \quad (0/25), \quad 18 = 13 \times 1 + 5, \quad 18 \equiv 5 \quad (0/25)$ $\Rightarrow (27)^{20} + 18 \equiv 1 + 5 \quad (0/25) \Rightarrow r = 6 \quad (0/25)$ (مشابه مثال صفحه ۲۱) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۵ | ۱/۲۵ فاصله امهر تا ۱۲ بهمن برابر است با: ۲۹ روز در مهر ماه و سه ماه آبان، آذر و دی و ۱۲ روز تا ۱۲ بهمن، یعنی $131 = 12 + 3 \times 30 + 29$ (۰/۵) از طرفی $131 \equiv 5 \pmod{7}$. بنابراین طبق جدول زیر ۱۲ بهمن پنجشنبه است. (۰/۲۵) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ش</td> <td>ی</td> <td>د</td> <td>س</td> <td>چ</td> <td>پ</td> <td>ج</td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> </table> (قسمت ۱ فعالیت صفحه ۲۴) (۰/۲۵) | | | | | | | ش | ی | د | س | چ | پ | ج | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
| ش | ی | د | س | چ | پ | ج | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۶ | ۱ الف) فرد (۰/۲۵) (درجه یک رأس صفحه ۳۵) ب) تهی (۰/۲۵) (تعریف گراف تهی صفحه ۳۵) پ) ۶ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۴۰) ت) همبند (۰/۲۵) (تعریف همبندی صفحه ۳۹) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۷ | ۱ الف) رسم گراف (۰/۲۵). (تعریف مسیر و گراف C_n صفحه ۳۸) مسیر: $abcdef$ (۰/۲۵) (به سایر مسیرهای درست، نمره داده شود).  ب) $N_G(c) = \{b, d\}$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۸ | ۱/۲۵ الف) یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه گر نباشد را احاطه گر مینیمال می نامیم. (۰/۷۵) (تعریف صفحه ۴۶) ب) $D = \{h, b, i, a\}$ (به سایر مجموعه های احاطه گر صحیح، نمره داده شود). (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۴۵) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۹ | ۱/۲۵ برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d, g حداقل دو تا از آن ها باید در مجموعه احاطه گر باشند، زیرا $\left\lfloor \frac{5}{3+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۲۵). برای احاطه کردن رئوس h, f, e حداقل یکی از آن ها باید انتخاب شوند، زیرا، $\left\lfloor \frac{3}{3+1} \right\rfloor = 1$ (۰/۲۵). بنابراین حداقل سه رأس باید در هر مجموعه احاطه گری از گراف باشد یعنی $\gamma(G) \geq 3$ (۰/۲۵). از طرفی مجموعه $D = \{a, c, e\}$ یک مجموعه احاطه گر است. لذا $\gamma(G) \leq 3$ (۰/۲۵). بنابراین $\gamma(G) = 3$ (۰/۲۵). (فعالیت صفحه ۵۰) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

ادامه پاسخها در صفحه دوم

| | | | |
|---------------------------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸ | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۱ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | رسم گراف (۰/۵). تعریف گراف P_n صفحه ۳۸ و مشابه مثال صفحه ۵۱ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| |  $D = \{2, 5, 8\}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | الف) $D = \{h, c, e\}$ (۰/۵) ب) $D = \{g, c, i, e\}$ (۱) (در صورت ارائه مجموعه های مشابه با این ویژگی های نمره داده شود.) | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | الف) $6! \times 6!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5!$ (۰/۵) | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | (۱) $\frac{9!}{3! \times 2!}$ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | $x_r = 4, x_d \geq 3 \Rightarrow x_d = y_d + 3$ (۰/۵) $x_1 + x_r + 4 + x_f + 3 + y_d + x_p = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 + x_r + x_f + y_d + x_p = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{9}{4}$ (۰/۵) | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | (تمرین ۹ صفحه ۷۱) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | الف) (ب) <table style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۳۴</td><td>۴۱</td><td>۱۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۴۱</td><td>۳۴</td></tr> <tr><td>۱۳</td><td>۲۲</td><td>۳۴</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۳۴</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td></tr> </table> (۰/۷۵) <table style="display: inline-table;"> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> (۰/۷۵) | ۳۴ | ۴۱ | ۱۳ | ۲۲ | ۲۲ | ۱۳ | ۴۱ | ۳۴ | ۱۳ | ۲۲ | ۳۴ | ۴۱ | ۴۱ | ۳۴ | ۲۲ | ۱۳ | ۴ | ۱ | ۳ | ۲ | ۲ | ۳ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۴ | ۱ | ۱ | ۴ | ۲ | ۳ | ۲ |
| ۳۴ | ۴۱ | ۱۳ | ۲۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۲ | ۱۳ | ۴۱ | ۳۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | ۲۲ | ۳۴ | ۴۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴۱ | ۳۴ | ۲۲ | ۱۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۱ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۳ | ۱ | ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | ۲ | ۴ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۴ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | (مشابه کار در کلاس صفحه ۶۴) متعامد نیستند. زیرا در مربع بالا عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) (مفهوم متعامد بودن صفحه ۶۴) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۶ | این سوال معادل با پیدا کردن تعداد توابع پوشایی است که از مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی می توان نوشت. $\binom{5}{3} - (\binom{3 \times 3}{3} - \binom{3}{3}) = 243 - 93 = 150$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۷۸) | ۱/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۷ | تعداد کبوترها = ۵۰۵ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = تعداد روزهای هفته \times تعداد ماه های سال. $n = 7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کبوتری: $kn + 1 \xrightarrow{n=84} 505 = k \times 84 + 1 \Rightarrow k = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow k + 1 = 7$ (۰/۲۵) در این صورت لانه ای وجود دارد که لاقل ۷ کبوتر در آن قرار می گیرند. یعنی حداقل ۷ نفر از دانش آموزان روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵) | ۱/۲۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | (سوال ۹ صفحه ۸۳) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۰ | جمع نمره | ۲۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»