زیبایی‌ها و شگفتی‌های عدد نه[1]

محمدرضا اسفندیاری
m.esfandiari@znu.ac.ir

چکیده
عدد نه بزرگ‌ترین رقم در مبنای ده است و ویژگی‌های جالب و شگفت‌انگیزی دارد. در این نوشته سعی می‌کنیم با تاریخچه، ماهیت و زیبایی‌های اعداد به‌ویژه عدد نه آشنا شویم. انگیزه بیشتر ما برای این کار سال ۱۳۹۹ و تاریخ جالب توجه ۱۳۹۹/۹/۹ است، بهانه‌ی شد تا بیشتر به این موضوع بپردازیم. همچنین در این نوشته برخی از ویژگی‌های منحصربفرد عدد اول ۱۳۹۹ را بیان می‌کنیم.

۱ مقدمه

قدمت تاریخچه‌ی زیبای اعداد به قدمت تاریخ بشریت و گستره‌ی تمدن‌هاست. اولین تصوری که از مفهوم عدد در ذهن ایجاد می‌شود، وسیله‌ای برای شمارش است. ظاهراً ما چه به عنوان یک کودک ناآشنا با اعداد و چه به عنوان یک بشر در گستره تاریخ، ابتدا با مقایسه آشنا شده‌ایم و سپس به شمارش روی آورده‌ایم. بشری که با شمارش آشنا نبوده است مسلما درک درستی از کم و زیاد داشته است و همه کشمکش‌ها نیز به دلیل همین درک کمی و مقایسه‌ای بوده است. وقتی گله‌ای از گوسفندان برای چرا به صحرا می‌رفته، طبیعتاً انسان روشی برای بررسی این حقیقت که آیا همگی بازگشته‌اند یا نه، داشته است. می‌توان پیش‌بینی کرد برای هر گوسفند سنگی را کنار می‌نهاده است.
انسان‌های نخستین از خط‌نشان برای نمایش اعداد استفاده می‌کردند با افزایش پیچیدگی‌های زندگی و تعدد شمردنی‌ها، تمدن‌های گوناگون شیوه‌های مختلفی برای نمایش اعداد به‌کار بردند، مانند اعداد یونانی، عبری و مصری که نمایش آن‌ها شکل بسط یافته‌ی از چوب‌خط‌ها بود. اعداد رومی تحول چشم‌گیری در نظام اعداد پدید آوردند و تا قرن‌ها مورد استفاده قرار گرفتند، ولی باز برای نمایش اعداد بزرگ این شیوه‌ها دست و پاگیر و ناکارآمد بودند. شیوه‌ی رسیدن به نظامی مفیدتر و ساده‌تر در مفهومی به نام ارزش مکانی قرار داشت. تمدن‌های بسیاری به طور جداگانه ارزش مکانی را توسعه دادند، از جمله بابلیان، چینی‌های باستان و آستک‌ها. دستگاه اعدادی که امروزه ما می‌شناسیم اعداد هندی-عربی هستند که از قرن پانزدهم جایگزین اعداد رومی شده‌اند و از متداول‌ترین نظام اعداد شناخته شدند. در حقیقت خوارزمی در سفر به هندوستان و ملاقات با ریاضیدان‌ها و منجمین هندی و از طریق دسترسی به کتب علمی آنها با عددنویسی در مبنای ده آشنا شد و پس از بازگشت از هندوستان این روش عددنویسی را توسعه داد و در کتاب‌ها و مقالات خود به زبان عربی (که زبان علمی آن دوره بود) به طور مستدل ارائه داد. با وجود آن‌که این روش سادهٔ عددنویسی در قرن نهم میلادی توسط خوارزمی به جهان اسلام، از خراسان بزرگ آن زمان تا غرب آفریقا و اندلس (اسپانیای فعلی) معرفی شد و پس از مدتی در مراکز علمی جهان اسلام و بخصوص اندلس رایج گردید و حتی مدتی بعد در ایتالیا هم بکار برده شد، ولی سایر کشورهای اروپایی در قرون سیاه وسطی (قرن‌های تعصب کور مذهبی و تسلط نابخردانهٔ کلیسای کاتولیک بر تمام شئونات زندگی مردم) یا از این روش سادهٔ عددنویسی آگاه نبودند یا تعصبات مذهبی کلیسای کاتولیک اجازه نمی‌داد که به جای اعداد رومی از عددنویسی در مبنای ده که خیلی ساده تر از اعداد رومی است، استفاده کنند. متأسفانه با چند قرن تأخیر آخرالامر در قرن پانزدهم که قدرت کلیسا تا حدی کاهش پیدا کرده بود، به تدریج عددنویسی در مبنای ده در قارهٔ اروپا رایج شد. البته در مورد تاریخ عددنویسی در سده‌های مختلف مراجع خیلی زیاد است و مقالات و کتاب‌های متعددی در این مورد نوشته شده اند، که بیشتر آنها آثار علمی جهان اسلام را در دورهٔ تمدن اسلامی نادیده گرفته اند، ولی نتوانسته‌اند این روش عددنویسی را به خود اروپایی‌ها منسوب کنند و کماکان اصطلاح Arabic Numeral را بکارمی‌برند.
یونانیان باستان بیش از حد به عددشناسی ارج می‌نهادند. علت اصلی این موضوع این بود که عددهای یونانی به وسیله الفبای یونانی بیان می‌شدند. هر کلمه یا هر اسم با عددی در رابطه بود. در نتیجه اشخاص خصوصیات اعداد متناظر با اسامی خود را با هم مقایسه می‌کردند. در این میان ساحران و جادوگران از عقاید خرافاتی مردم نسبت به اعداد، بیش‌ترین سود را می‌بردند. به نظر آنها خاصیتی که اعداد تام [2] از خود نشان می‌دادند بیانگر

[1] https://fa.ims.ir/۲۰۲۰/۰۹/۲۶/شماره-صفر-نشریه-آشتی-دوباره-با-ریاضیا/
[2] عددی که برابر با جمع مقسوم‌علیه‌های سره خودش می‌شود، مانند $۶ = ۲ + ۳ + ۱$

کمال در علم زیبائی‌شناسی بود. تعاریف اعداد تام، ناقص، زاید (وافر)[۳] و متحابه (دوست)[۴] بر اساس مجموع مقسوم‌علیه‌ها بیان شدند و کاربردهای اخلاقی این اعداد به دقت تحلیل می‌شد. برای نمونه، یونانیان قدیم فکر می‌کردند اگر مقادیر عددی اسامی دو نفر یک زوج متحابه تشکیل دهند، آن دو نفر رفاقت و دوستی بیشتری می‌توانند با هم داشته باشند. در قرن هشتم گفته شد که نقطه شروع دومین نژاد از انسان از عدد ناقص هشت نشات گرفته، زیرا هشت انسان در کشتی نوح بوده است که نسل انسان به آنها می‌رسد. بنابراین نسل دوم نسبت به نسل اول (آدم و حوا) که در شش روز خلق شده بود، ناقص‌تر بود [۳].

۱.۱ تاریخ‌های متقارن

دوم فوریه سال میلادی جاری یعنی ۲۰۲۰/۰۲/۰۲ کنار گرفتن اعداد ۰ و ۲ در کنار هم جالب بود و بعد از ۹۰۹ سال (از تاریخ ۱۱۱۱/۱۱/۱۱) این نمایش زیبا اتفاق افتاد. این روز و تاریخ خاص در رسانه‌ها و سایت‌های خبری و علمی جهان مورد توجه قرار گرفته شد و حتی خیلی از افراد برنامه‌ها و جشن‌های خود را به این تاریخ موکول کردند. اصطلاح متقارن به کلمات یا اعدادی گفته می‌شود که مقلوب آن‌ها با خودشان یکسان باشد، برای نمونه واژه level یا عدد ۱۲۱ متقارن هستند. در تقویم‌ها روز متقارن (palindrome day) روزی است که ترتیب قرار گرفتن تاریخ روز، ماه و سال با مقلوب آن برابر باشد. نحوه نمایش تاریخ روزها در کشورهای مختلف، فرق می‌کند و معمولا به دو فرمت $dd/mm/yyyy$ یا $mm/dd/yyyy$ است. برای دیدن تاریخ‌های متقارن می‌توانید به [۱۱] رجوع کنید. روزهای متقارنی که در هر دو فرمت نمایش تاریخ یکسان باشند کم هستند. بعد از ۱۰۱ سال دیگر یعنی در تاریخ ۲۱۲۱/۱۲/۱۲ دوباره روزی متقارن و ویژه است. آیا می‌توانید بگویید روز متقارن بعدی چه تاریخی است؟ در ساعت ۵ و ۴۳ دقیقه و ۲۱ ثانیه، شنبه شش مهر ۱۳۹۸، تنها وقتی بود که تمام اعداد کنار هم قرار می‌گیرند (۹۸/۷/۶،۵ : ۴۳ : ۲۱)، این حالت هر ۱۰۰ سال فقط یک بار اتفاق می‌افتد. امسال نیز قرار گرفتن تاریخ و ساعت ۹۹/۹/۹، ۰۹ : ۰۹ : ۰۹ کنار هم قابل توجه است.

۲ عدد نه

عدد نه بزرگ‌ترین رقم در مبنای ده است و دارای ویژگی‌های جالب و شگفت‌انگیزی است. در این نوشته به بهانه سال ۱۳۹۹ که دو تا ۹ در آخر آن هست و این ویژگی تا صد سال آینده (۱۴۹۹) تکرار نمی‌شود، همچنین امسال تاریخ زیبای ۹۹/۹/۹ داریم، علاقمند بودیم تا برخی از ویژگی‌ها و خواص عدد نه را جمع‌آوری کنیم و بیشتر با خواص و ماهیت این عدد آشنا بشیم. اگرچه در ادامه این نوشته به برخی از مفاهیم و قضایای مهم ریاضی برمی‌خوریم ولی عموما می‌توان گفت این موضوع در بخش ریاضیات تفریحی (Recreational mathematics) قرار می‌گیرد.

۳ برخی محاسبات مربوط به ۹

شاید آنچه که بیشتر باعث زیبایی و شگفتی ۹ شده است، برخی محاسبات مربوط به عدد نه است. در ادامه چند مورد از محاسبات مربوط به عدد نه را بیان می‌کنیم. به ضرب شگفت‌انگیز زیر توجه کنید

۹ × ۱۰۱۱۲۳۵۹۵۵۰۵۶۱۷۹۷۷۵۲۸۰۸۹۸۸۷۶۴۰۴۴۹۴۳۸۲۰۲۲۴۷۱۹
= ۹۱۰۱۱۲۳۵۹۵۵۰۵۶۱۷۹۷۷۵۲۸۰۸۹۸۸۷۶۴۰۴۴۹۴۳۸۲۰۲۲۴۷۱

[۳] عددی که جمع مقسوم‌علیه‌های سره آن کم‌تر از خودش شود عدد ناقص و بیشتر از خودش شود عدد زاید گفته می‌شود
[۴] دو عدد که جمع مقسوم‌علیه‌های سره هر کدام برابر با عدد دیگر باشد. برای نمونه ۲۲۰ و ۲۸۴

همان طور که می‌بینید در این ضرب ۹ از انتها به ابتدا آمده است. برای اطلاع بیشتر می‌توانید ویژگی‌های جالب parasitic number را مطالعه کنید.
تقسیم زیر را در نظر بگیرید (مخرج آن از چهل و هفت تا ۹ و یک عدد ۸ در وسط آن قرار گرفته است).

$$\frac{۱}{۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۸۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹}$$
$$= ۱/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲$$
$$۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۵$$
$$۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱۳$$
$$۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۴ \times ۱۰^{-۴۸}$$

حاصل تا هر رقم اعشار که بخواهیم می‌توانیم ادامه بدهیم، نکته قابل توجه ظاهر شدن دنباله بسیار معروف و کاربردی فیبوناتچی در ارقام اعشاری هست. برای جزئیات بیشتر خواننده علاقه‌مند را به [۹] ارجاع می‌دهیم.
به الگوهای محاسباتی زیر دقت کنید

$$\begin{aligned} ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۱ \times ۹ &= ۱۱۱۱۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۲ \times ۹ &= ۲۲۲۲۲۲۲۲۲ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۳ \times ۹ &= ۳۳۳۳۳۳۳۳۳ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۴ \times ۹ &= ۴۴۴۴۴۴۴۴۴ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۵ \times ۹ &= ۵۵۵۵۵۵۵۵۵ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۶ \times ۹ &= ۶۶۶۶۶۶۶۶۶ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۷ \times ۹ &= ۷۷۷۷۷۷۷۷۷ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۸ \times ۹ &= ۸۸۸۸۸۸۸۸۹ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۹ \times ۹ \times ۹ &= ۹۹۹۹۹۹۹۹۹ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۱ \times ۹ + ۲ &= ۱۱ \\ ۱۲ \times ۹ + ۳ &= ۱۱۱ \\ ۱۲۳ \times ۹ + ۴ &= ۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴ \times ۹ + ۵ &= ۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵ \times ۹ + ۶ &= ۱۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵۶ \times ۹ + ۷ &= ۱۱۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵۶۷ \times ۹ + ۸ &= ۱۱۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۸ \times ۹ + ۹ &= ۱۱۱۱۱۱۱۱۱ \\ ۱۲۳۴۵۶۷۸۹ \times ۹ + ۱۰ &= ۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱ \end{aligned}$$

آیا می‌توانید دلیل نظم الگوهای بالا را بیابید؟ برای نمونه در الگوی سمت چپ، جمله عمومی آن را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\left(۱۰^{n-۱} + ۲ \times ۱۰^{n-۲} + ۳ \times ۱۰^{n-۳} + \cdots + r \times ۱۰^{n-r} + \cdots + n\right) \times ۹ + (n+۱)$$

با قرار دادن $۱۰ - ۱ = ۹$، و انجام عمل ضرب و کمی ساده‌سازی، عبارت فوق به صورت زیر نوشته می‌شود

$$۱۰^{n} + ۱۰^{n-۱} + ۱۰^{n-۲} + \cdots + ۱۰ + ۱ = \frac{۱۰^{n+۱} - ۱}{۹} = \overbrace{۱۱۱\cdots۱۱}^{\text{n+1 بار}}$$

در ادامه برخی از الگوهای محاسباتی مربوط به ۹ را بیان می‌کنیم. خوب است خواننده علاقه‌مند دلیل درستی و صحت آن‌ها را بیان کند.

$$\begin{aligned} ۹ \times ۹ &= ۸۱ \\ ۹۹ \times ۹۹ &= ۹۸۰۱ \\ ۹۹۹ \times ۹۹۹ &= ۹۹۸۰۰۱ \\ ۹۹۹۹ \times ۹۹۹۹ &= ۹۹۹۸۰۰۰۱ \\ ۹۹۹۹۹ \times ۹۹۹۹۹ &= ۹۹۹۹۸۰۰۰۰۱ \\ ۹۹۹۹۹۹ \times ۹۹۹۹۹۹ &= ۹۹۹۹۹۸۰۰۰۰۰۱ \\ ۹۹۹۹۹۹۹ \times ۹۹۹۹۹۹۹ &= ۹۹۹۹۹۹۸۰۰۰۰۰۰۱ \\ ۹۹۹۹۹۹۹۹ \times ۹۹۹۹۹۹۹۹ &= ۹۹۹۹۹۹۹۸۰۰۰۰۰۰۰۱ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ۹۹۹,۹۹۹ \times ۱ &= ۰,۹۹۹,۹۹۹ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۲ &= ۱,۹۹۹,۹۹۸ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۳ &= ۲,۹۹۹,۹۹۷ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۴ &= ۳,۹۹۹,۹۹۶ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۵ &= ۴,۹۹۹,۹۹۵ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۶ &= ۵,۹۹۹,۹۹۴ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۷ &= ۶,۹۹۹,۹۹۳ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۸ &= ۷,۹۹۹,۹۹۲ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۹ &= ۸,۹۹۹,۹۹۱ \\ ۹۹۹,۹۹۹ \times ۱۰ &= ۹,۹۹۹,۹۹۰ \end{aligned}$$

همچنین

$$
\begin{aligned}
۹ \times ۹ + ۷ &= ۸۸\\
۹۸ \times ۹ + ۶ &= ۸۸۸\\
۹۸۷ \times ۹ + ۵ &= ۸۸۸۸\\
۹۸۷۶ \times ۹ + ۴ &= ۸۸۸۸۸\\
۹۸۷۶۵ \times ۹ + ۳ &= ۸۸۸۸۸۸\\
۹۸۷۶۵۴ \times ۹ + ۲ &= ۸۸۸۸۸۸۸\\
۹۸۷۶۵۴۳ \times ۹ + ۱ &= ۸۸۸۸۸۸۸۸\\
۹۸۷۶۵۴۳۲ \times ۹ + ۰ &= ۸۸۸۸۸۸۸۸۸
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۱ \times ۹ &= ۸۸۸۸۸۸۸۸۸۹\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۲ \times ۹ &= ۱۷۷۷۷۷۷۷۷۷۸\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۳ \times ۹ &= ۲۶۶۶۶۶۶۶۶۶۷\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۴ \times ۹ &= ۳۵۵۵۵۵۵۵۵۵۶\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۵ \times ۹ &= ۴۴۴۴۴۴۴۴۴۴۵\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۶ \times ۹ &= ۵۳۳۳۳۳۳۳۳۳۴\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۷ \times ۹ &= ۶۲۲۲۲۲۲۲۲۲۳\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۸ \times ۹ &= ۷۱۱۱۱۱۱۱۱۱۲\\
۹۸۷۶۵۴۳۲۱ \times ۹ \times ۹ &= ۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰۱
\end{aligned}
$$

برای خواننده علاقمند یادآوری می‌کنیم، برای بزرگترین رقم در هر مبنایی، الگوهای مشابه می‌توان بدست آورد. برای اطلاعات بیشتر مربوط به الگوهای فوق می‌توانید مرجع [۱] و [۲] را ببینید.

۴ عدد نه و اعداد اول

در این بخش برخی از ویژگی‌های ۹ و ارتباط آن با اعداد اول بیان می‌کنیم.

- اعدادی که مرکب از رقم ۹ هستند مانند ۹، ۹۹، ۹۹۹ و ...، هر عدد اول به غیر از ۲ و ۵، (بی‌نهایت بار) شمارنده‌ای از این اعداد است.[۵]
برای نمونه، عدد اول ۳۷ شمارنده‌ی از ۹۹۹ است به زبان ریاضی ۳۷|۹۹۹، لذا ۳۷ اعداد ۹۹۹۹۹۹ و ۹۹۹۹۹۹۹۹۹ و ... را نیز عاد می‌کند.
عدد اول ۴۱ شمارنده‌ای ۹۹۹۹۹ است، بنابراین ۴۱ شمارنده تمام اعدادی که تعداد ۹تای آن مضرب ۵ است، نیز می‌باشد.
جالب‌تر این‌که ۹۹۹۹ بر عدد اول ۱۰۱ بخش‌پذیر است ولی عدد اول قبل از ۱۰۱، یعنی ۹۷ عامل اولی برای عددی که مرکب از ۹۶ تا ۹ است، می‌باشد. عدد اول ۲۷۱|۹۹۹۹۹ ولی عدد اول قبل از آن یعنی ۲۶۹، به ۲۶۸ تا ۹ نیاز دارد. عدد اول ۴۶۴۹|۹۹۹۹۹۹۹، ولی عدد اول بعد از آن یعنی ۴۶۵۱ به ۴۶۵۰ تا ۹ نیاز دارد. فقط ۱۰ تا ۹ نیاز است که عدد اول ۹۰۹۱ عامل آن باشد ولی عدد اول بعد یعنی ۹۱۰۳ به ۹۱۰۲ تا ۹ نیاز دارد.[۱]
سایر ویژگی‌های ۹ و ارتباط آن با اعداد اول می‌توان به موارد زیر اشاره کرد

- حاصل زیر عدد اول است (https://oeis.org/A062815/list)

$$۰^۱ + ۱^۲ + ۲^۳ + ۳^۴ + ۴^۵ + ۵^۶ + ۶^۷ + ۷^۸ + ۸^۹.$$

- جمع ۹ عدد اول متوالی مربع کامل است.

- حدس گلدباخ بیان می‌کند هر عدد فرد بزرگ‌تر یا مساوی ۹، می‌تواند به صورت مجموع سه عدد اول فرد نمایش داده شود.

- حاصل $۱۰ \times (۲^{۲^n} + ۱) + ۹$ به ازای $n = ۱$ تا ۷، عدد اول است. بنابراین فقط ۷ عدد فرما وجود دارد به طوری که اعداد به ۹ ختم شده، اول باشند.

- اگر $\pi(x)$ تعداد اعداد اول نابیشتر از x باشد، برای نمونه $\pi(۱۰) = ۴$. در این صورت تنها جواب معادله $\pi(\pi(m)!) = m$، ۹ است.

- کوچک‌ترین عدد مرکبی که $۲^n + n$ و $۲^n - n$ هر دو اول باشند، به ازای $n = ۹$ است. $۲^۹ + ۹ = ۵۲۱$ و $۲^۹ - ۹ = ۵۰۳$.

- تنها عدد شناخته شده‌ای که همزمان $۲^n - n^۲$ و $۲^n + n^۲$ اول باشند، ۹ است. (۴۳۱ و ۵۹۳).

[۵] این مطلب را می‌توان با استفاده از قضیه کوچک فرما و نماد لژاندر یعنی مانده و نامانده درجه دوم اعداد اول اثبات کرد.

- نه‌ضلعی منتظم تنها چندضلعی منتظمی است که $\frac{(n-۲)\times ۱۸۰}{n} + n^n$ و $n + (\frac{(n-۲)\times ۱۸۰}{n})^n$ اول هستند. توجه داریم که $\frac{(n-۲)\times ۱۸۰}{n}$ اندازه زاویه داخلی یک n-ضلعی منتظم است. مساحت نه‌ضلعی منتظم به طول ضلع a برابر است با $A = \frac{۹}{۴}a^۲ \cot \frac{\pi}{۹}$.

- عدد $۹ + ۱۰^۹$ اول است.

- نهمین عدد فیبوناتچی به علاوه عدد ۹، عدد اولی است.

- عدد اول $۲ \times ۱۰^{۳۰۲۰} - ۱$، تمام رقم‌های آن ۹ هستند به غیر از یک رقم که ۱ است.

۵ مجموع ارقام و عدد نه

یک عدد مانند n را در نظر بگیرید و ارقام آن را جمع کنید و دوباره ارقام عدد حاصل را جمع کنید و این روند را تا جایی که تنها یک رقم باقی بماند ادامه دهید. رقم باقی‌مانده را ریشه‌ی رقمی (Digital Root) عدد n می‌نامیم. ریشه‌ی رقمی هر عدد صحیح موقعیتی است که آن عدد نسبت به آخرین مضرب ۹ کوچکتر از خود دارد. برای مثال ریشه‌ی رقمی ۲۰۳۵ ، ۱ است که به این معناست که ۲۰۳۴ مضرب ۹ است. گزاره‌های زیر را راجع به ۹ و ریشه رقمی یک عدد، می‌توان بیان کرد.

- اگر هر عددی را با ۹ جمع کنید (یا با مضربی از ۹) مجموع ارقام آن یا به عبارت دقیق‌تر ریشه رقمی آن تغییر نمی‌کند. برای مثال مجموع ارقام ۱۵، شش است و مجموع ارقام $۱۵ + ۹ = ۲۴$، نیز شش است.

- اگر مجموع ارقام هر عدد طبیعی را از خود عدد کم کنیم، حاصل همیشه مضربی از ۹ است. برای مثال $۲۳ - ۵ = ۱۸$.

- اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، هر جایگشتی از آن نیز بر ۹ بخش‌پذیر است؛ برای نمونه اختلاف هر عدد با مقلوبش، همیشه مضرب ۹ است، برای مثال $۳۲۱ - ۱۲۳ = ۱۹۸ = ۹ \times ۲۲$.

- اگر عددی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، گذاشتن هر تعداد رقم ۹ یا ۰، تغییری در ریشه رقمی آن ایجاد نمی‌شود، برای مثال ۷۲ و ۷۰۰۹۰۰۲ ریشه رقمی یکسانی دارند.

- هر عدد دو رقمی که رقم یکان آن ۹ است، برابر است با حاصل‌ضرب ارقام به علاوه مجموع ارقام آن، مثلا $۲۹ = ۲ \times ۹ + (۲ + ۹)$. اثبات این ویژگی‌ها را به خواننده علاقه‌مند واگذار می‌کنیم.

۵.۱ تقسیم بر عدد نه

تقسیم اعداد طبیعی بر ۹ جالب است. هر عدد طبیعی در تقسیم بر ۹ به صورت زیر ظاهر می‌شود

$$\frac{N}{۹} = I\,.\,FFFFFF\cdots$$

برای مثال

$$\frac{۶۷}{۹} = ۷/۴۴۴۴..., \qquad \frac{۱۳۴}{۹} = ۱۴/۸۸۸۸..., \qquad \frac{۵}{۹} = ۰/۵۵۵۵...,$$

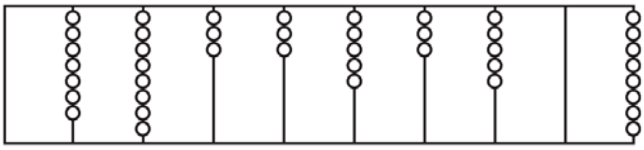
تقسیم بر ۹ شاید هیجان‌انگیز نباشد ولی قسمت جالب‌تر این که آیا می‌توانید راهی برای محاسبه قسمت اعشاری بدون انجام عمل تقسیم بدست آورید؟ با کمی ممارست متوجه می‌شویم در واقع قسمت اعشاری همان ریشه رقمی است، یا به عبارت دیگر همان مجموع ارقام تا زمانی که حاصل یک رقمی شود. همچنین در تقسیم یک عدد بر ۹، ۹۹، ۹۹۹ و ... می‌توانید الگوی زیبایی را مشاهده کنید.

۶ عدد نه و ابداع هم‌نهشتی

یکی از ویژگی‌های ۹ که از زمان باستان تا به امروز شناخته شده است و بسیار جالب و کاربردی است این است که باقی‌مانده ۱، ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و هر کدام از توان‌های ده بر ۹ مساوی یک است. در زمانی که محاسبات با چرتکه انجام می‌شد، عموما از ۹ برای آزمایش صحت نتیجه‌ی محاسبات استفاده می‌شد. شخصی که محاسبه را انجام می‌داد، نیاز داشت از درست بودن نتایج خود اطمینان حاصل کند. به لطف عدد نه راه ساده‌ای برای این کار وجود داشت. فرض کنیم او ضرب زیر را انجام داده است

$$۴۹۴۷۶ \times ۱۵۸۳۳ = ۷۸۳۳۵۳۵۰۸.$$

تنها چیزی که پیش چشم او روی چرتکه است، پاسخ محاسبه است. از آنجا که او می‌داند باقی‌مانده‌ی تقسیم هر یک از توان‌های ده بر ۹ مساوی یک



است و از طرفی هر مهره بر روی چرتکه نشان دهنده یک توان از ده است، تعداد مهره‌های دو عدد ضرب شده و عدد پاسخ را می‌شمارد. در این نمونه، مجموع رقم‌های دو عدد ضرب شده به ترتیب ۳۰ و ۲۰ و مجموع ارقام حاصل ضرب برابر ۴۲ است. باقیمانده این اعداد بر ۹، به ترتیب ۳، ۲ و ۶ است. حال با توجه به درستی حاصل‌ضرب $۶ = ۲ \times ۳$ از درستی حاصل‌ضرب اطمینان حاصل می‌کنیم. این آزمون علاوه بر ضرب برای بررسی درستی جمع و تفریق نیز قابل استفاده است.

با الهام گرفتن از این واقعیت که باقی‌مانده هر یک از توان‌های ده بر ۹ برابر یک است؛ در اوایل قرن نوزدهم نماد جدیدی بسیار شبیه به علامت مساوی برای بیان این رابطه و دیگر رابطه‌های مشابه توسط گاوس ابداع شد؛ کسی که به قول ای. تی. بل(E. T. Bell) «نام او در جای جای ریاضیات وجود دارد». زبان گاوس در رساله‌ی حساب (Disquisitiones Arithmeticae) لاتین است، اما زبان ریاضی آن حول محور هم‌نهشتی می‌چرخد، مفهومی که نخستین بار در همین رساله مطرح شده است. دو عدد صحیح a و b را هم‌نهشت به پیمانه m می‌گوییم هنگامی که اختلاف آنها، یعنی $a - b$ بر m بخش‌پذیر باشد. به عبارت دیگر a و b هنگامی که بر m تقسیم می‌شوند باقی‌مانده‌ی یکسانی خواهند داشت.

با ابداع نماد هم‌نهشتی تمامی اعداد از زاویه‌ای نو مورد بررسی قرار گرفتند. هیچ ابداعی در نظریه اعداد به این اندازه منجر به سوال‌های تازه و جالب توجه نشده است و این شکوفایی ناگهانی در تاریخچه‌ی عدد نه نهفته است.

در یک مجله مشهور آزمونی مربوط به سنجش هوش، با مدت زمان ۶۰ ثانیه به صورت زیر مطرح شده بود.

مقدار مجهول A چقدر است؟

$$۲A۹۹۵۶۱ = [۳\,(۵۲۳ + A)]^{۲}\,.$$

اگر بخواهیم به روش مستقیم و حل معادله مقدار A را پیدا کنیم، بسیار وقت‌گیر و نیاز به آزمون و خطا و بررسی اعداد دارد. ولی با توجه به این که مربع عدد ۳ در سمت راست ظاهر شده است، لذا عدد سمت چپ بر ۹ بخش‌پذیر است و با مجموع ارقام آن به راحتی بدست می‌آید. حال به زبان هم‌نهشتی می‌توان دلیل این‌که عددی بر ۹ بخش‌پذیر است اگر مجموع ارقام آن مضربی از ۹ باشد، به صورت زیر بیان کرد.

فرض کنید $N = a \times ۱۰^{n} + b \times ۱۰^{n-۱} + c \times ۱۰^{n-۲} + \cdots + ۱۰ \times q + r$، با توجه به همنهشتی ($۱۰^{n} \equiv ۱ \pmod{۹}$)، در همنهشتی به پیمانه ۹ داریم

$$\begin{aligned}
a \times ۱۰^{n} &\equiv a\\
b \times ۱۰^{n-۱} &\equiv b\\
c \times ۱۰^{n-۲} &\equiv c\\
&\vdots\\
q \times ۱۰^{۱} &\equiv q\\
r &\equiv r.
\end{aligned}$$

حال با توجه به خاصیت هم‌نهشتی و جمع کردن طرفین داریم

$$N \equiv a+b+c+\cdots+q+r \pmod{۹}.$$

بعد از ابداع نماد هم‌نهشتی بسیاری از قضایایی که تا آن زمان به صورت‌های دیگر شناخته شده بودند، فورا دوباره به زبان هم‌نهشتی بیان شدند. یک مثال مناسب قضیه ویلسون است، که به صورت زیر مطرح شده بود.
اگر p عددی اول باشد آنگاه مقدار زیر

$$\frac{۱\times ۲\times ۳\times\cdots\times (p-۱)+۱}{p}$$

عددی کامل خواهد بود. امروزه قضیه ویلسون با نماد همنهشتی، با مفروضات فوق به صورت زیر مطرح می‌شود

$$(p-۱)!+۱\equiv ۰ \pmod{p}.$$

۷ عدد نه در الگوهای دیگر اعداد

سیستم اعداد دارای ویژگی‌های جالب و شگفت‌انگیزی است، پیدا کردن و کشف این زیبایی‌ها و الگوها بسیار دلچسپ است. برای مثال عدد سه رقمی ۵۱۲ برابر است با مجموع ارقام آن به توان سه، $۸^۳ = (۲+۱+۵)^۳ = ۵۱۲$، آیا می‌توانید عددی دیگر با این ویژگی پیدا کنید؟ اولین عددی که این ویژگی را دارد ۸۱ است که جمع رقم‌های آن ۹ است. $۹^۲ = (۱+۸)^۲ = ۸۱$. در جدول زیر برخی از این اعداد را مشاهده می‌کنید.

عدد		$(\text{مجموع ارقام})^n$
۸۱	=	$۹^۲$
۵۱۲	=	$۸^۳$
۴۹۱۳	=	$۱۷^۳$
۵۸۳۲	=	$۱۸^۳$
۱۷۵۷۶	=	$۲۶^۳$
۱۹۶۸۳	=	$۲۷^۳$

ویژگی جالب دیگر اعداد (در اینجا نیز نخست عدد نه ظاهر می‌شود) پیدا کردن دو عدد که حاصل‌ضرب و حاصل‌جمع آن‌ها مقلوب یک‌دیگر باشند، برای نمونه در جدول زیر چند نمونه از این جفت اعداد را مشاهده می‌کنید. آیا می‌توانید یک جفت از این اعداد برای خودتان پیدا کنید؟ خواننده علاقه‌مند را به [۲] ارجاع می‌دهیم.

The two numbers		Their product	Their sum
9	9	81	18
3	24	72	27
2	47	94	49
2	497	994	499

۱.۷ اعداد چرخه‌ای و ۹

از اعداد بسیار جالب اعداد چرخه‌ای (cyclic number) هستند، کوچک‌ترین عدد چرخه‌ای شناخته شده عدد شش رقمی ۱۴۲۸۵۷ است، اگر این عدد را در اعداد ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ضرب کنیم، حاصل یک جایگشت چرخه‌ای از خود آن خواهد بود. مثلا $۴۲۸۵۷۱ = ۳\times ۱۴۲۸۵۷$، در حقیقت معکوس عدد ۷ دارای دورهٔ گردش ۱۴۲۸۵۷ است. اگر p عدد اول باشد آنگاه معکوس p دارای دورهٔ گردشی است که حداکثر $p-۱$ رقم دارد. $\frac{۱}{۷} = ۰.\overline{۱۴۲۸۵۷}$. از ویژگی‌های عدد چرخشی ۱۴۲۸۵۷ و ارتباط آن به ۹، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.
از ضرب آن در ۷ (و مضرب‌های ۷ با اعمال تغیرات مشخص) حاصل به صورت عدد مرکب از رقم‌های ۹ است

$$۱۴۲۸۵۷\times ۷ = ۹۹۹۹۹۹.$$

همچنین به جمع‌های زیر مربوط به عدد ۱۴۲۸۵۷ دقت کنید.

$$\underline{۱۴} + \underline{۲۸} + \underline{۵۷} = ۹۹$$
$$\underline{۱۴۲} + \underline{۸۵۷} = ۹۹۹$$
$$\underline{۱۴۲۸} + \underline{۲۸۵۷} + \underline{۵۷۱۴} = ۹۹۹۹.$$

۸ سایر ویژگی‌های عدد ۹

۱.۸ عدد نه در عددشناسی و تمدن‌ها

برای «عددشناسی» تعاریف و تفسیرهای مختلفی است. در [۵] عددشناسی عبارت است از اعتقاد به رابطه الهی یا عرفانی بین یک عدد و یک یا چند واقعه همزمان. یا در تعریف دیگر، عددشناسی یعنی تفسیر اعداد بواسطه شناخت اعداد (داشتن علم اعداد) و شهود. همچنین عددشناسی به عنوان مطالعه‌ی ارزش عددی حروف در کلمات، اسامی و ایده‌هاست. اهمیت عدد را می‌توان در جمله‌ی معروف فیثاغورس که می‌گوید، «عدد بر جهان حکم فرمانی می‌کند»، پی برد. امروزه می‌توان گفت همه چیز بر مبنای اعداد و ارقام است، از تخصیص کدملی، شماره تلفن و حساب افراد گرفته تا رمزنگاری‌ها، کدنویسی‌ها، تابلوهای بازار سرمایه و هزاران مورد دیگر.
شاید امروزه بیش‌ترین واژه‌ی که در تمام دنیا به صورت واحد تلفظ می‌شود و هر روز ما با آن سر و کار داریم، «گوگل» است؛ این یک واژه باستانی و کهن نیست، در سال ۱۹۲۰ ادوارد کاسنر (Edward Kasner) ریاضی‌دان معروف آمریکایی که به همراه دو برادزاده کوچک خود در مسیر پارکی قدم می‌زدند، وی از آن‌ها پرسید که برای اعداد خیلی خیلی بزرگ چه اسمی پیشنهاد می‌دهید، برادزاده کوچک‌تر بنام میلتون سیروتا (Milton Sirotta)، که فقط ۹ سال داشت، اسم «گوگال» (Googol) را پیشنهاد داد. کاسنر در کتاب Mathematics and the Imagination عدد بسیار بزرگ $۱۰^{۱۰۰}$ را یک گوگال معرفی کرد. در سال ۱۹۹۶ لری پیج (Larry Page) و سرگئی برین (Sergey Brin) که دانشجوی دکتری دانشگاه استنفورد بودند، این نام را برای موتور جستجوگر خود قرار دادند. قبل از Google آن‌ها نام BackRub انتخاب کرده بودند.
چینیان باستان اعداد را بخشی عرفانی از جهان می دانستند، در چین باستان عدد یک نقطه شروع را نشان می‌داد در حالی که عدد نه نمایانگر بی‌نهایت و انتهایی بود و این شماره را می‌توان در بسیاری از جنبه‌های زندگی چین مشاهده کرد. روز نهم از ماه نهم برای آن‌ها از اهمیت بالایی برخوردار بوده است. ضرب‌المثل‌های زیادی است که در آن از عدد نه استفاده می‌شود برای نمونه در فرهنگ خودمون از اصطلاح «هشت در گرو نه بودن» استفاده می‌کنیم. در اینجا چند نمونه از ضرب‌المثل‌های رایجی که از عدد نه استفاده شده است را بیان می‌کنیم.

- ضرب‌المثل چینی — The dragon has nine sons, each different from the others.
- ضرب‌المثل چینی — Among ten matchmakers only nine will lie.
- ضرب‌المثل اسپانیایی — Marriage is a sack full of ninety-nine snakes and one eel.
- ضرب‌المثل کردی — Give nine, save ten.
- ضرب‌المثل آلمانی — A cat has nine lives, as the onion seven skins.
- ضرب‌المثل فرانسوی — Nine tailors make a man.

بعضی از علاقه‌مندان به کشف معجزات عددی در کتاب آسمانی قرآن، نیز به برخی از ویژگی‌های عدد نه، اشاره کردند. برای نمونه عدد ابجد انسان ۱۶۲ است، عدد ابجد قرآن ۳۵۱ و موارد اسامی مقدس مانند مهدی، فاطمه که عدد ابجد آن‌ها مضربی از ۹ است.

۲.۸ عدد نه در تبلیغات و روانشناسی

عدد نه در روانشناسی، تبلیغات و طالع‌بینی نیز عدد قدرت‌مندی است. دانشگاه شیکاگو و دانشگاهMIT با همکاری یکدیگر به انجام تحقیقی در رابطه با فروش پوشاک زنان اقدام کردند. در این تحقیق آنها از سه قیمت پایه ۳۴ دلار، ۳۹ دلار و ۴۴ دلار استفاده کردند. با کمال تعجب مشاهده کردند که محصول با قیمت ۳۹ دلار بسیار فروش بهتری را نسبت به بقیه موارد، حتی محصول با قیمت پایین تر ۳۴ دلار تجربه کرده است. خریدن یک محصول یا کالا با قیمت ۳۹ دلار و ۹۹ سنت در نظر مصرف کننده دارای ارزش بالاتری نسبت به خریدن آن کالا به قیمت ۴۰ دلار است، هر چند

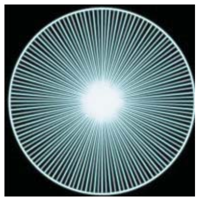
که تفاوت قیمتی این دو کالا تنها یک سنت می باشد، اما قیمت ۳۹ دلار و ۹۹ سنت در رنج قیمتی ۳۰ دلار قرار دارد و در نتیجه ارزش افزوده بالاتری را برای مشتری ایجاد می‌کند و معامله بهتری به نظر می‌رسد([۷]).

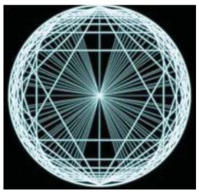
۳.۸ عدد نه حاکم بر زمان و فضا

۱۴۴۰ دقیقه در روز، ۱۰۰۸۰ دقیقه در هفته، ۵۲۵۶۱۱ دقیقه در سال (۳۶۵ روز) وجود دارد که همیشه جمع ارقام دقیقه‌ها، ثانیه‌ها در روز، هفته و سال، ۹ است یا ریشه رقمی آن ۹ است.

۴.۸ عدد نه و دایره: همگرایی یا واگرایی

در یک کانال یوتیوپی، به رابطه جالب بین ۹ و درجه پرداخته بود و دیدن این ویدیو آموزشی برایم آن قدر جذاب بود که ما را مجاب کرد تا ویژگی‌های ۹ را بررسی کنیم[۱۰].
هر دایره ۳۶۰ درجه است، که بر ۹ بخش‌پذیر است، واضح است اگر این دایره را نصف کنیم یعنی ۱۸۰ درجه باز بر ۹ بخش‌پذیر است و با ادامه فرایند نصف کردن، باز مجموع ارقام آن مضربی از ۹ است، ۹۰ درجه، ۴۵ درجه، ۲۲/۵ درجه و ...



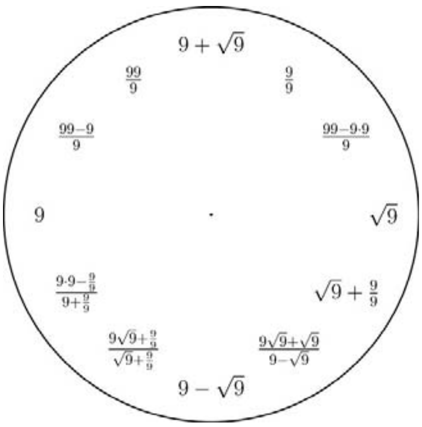


شکل ۱: به ترتیب از راست همگرایی و واگرایی را نشان می‌دهند.

حال اگر مجموع زاویه‌های چند ضلعی‌های منتظم درون دایره را نیز جمع کنیم، همواره مجموع زوایا بر ۹ بخش‌پذیر است. نکته قابل توجه این است که چندضلعی‌های محاطی درون دایره بر خلاف الگوی تقسیم شدن زاویه‌ها که کوچک و کوچک‌تر می‌شوند و به شکلی همگرا تبدیل شدند، اضلاع آن‌ها از هم دور می‌شوند و واگرایی دارند. در حقیقت با اضافه شدن اضلاع، زاویهِ چندضلعی‌ها به تدریج بزرگتر می‌شوند و در نهایت به ۱۸۰ درجه میل می‌کنند. به عبارتی هر چه قدر زاویه‌ها را کوچک کردیم و قطعات دایره را کوچک کردیم به عدد نه رسیدیم و هر چقدر قطعات دایره و زاویه‌ها را بزرگ‌تر کردیم باز به عدد نه رسیدیم. این یک دوگانگی و تضاد در ۹ است که هم در هستی کامل و هم در نیستی کامل دیده می‌شود که نشانه‌ی قدرت ۹ است. (شکل ۱ را ببینید).

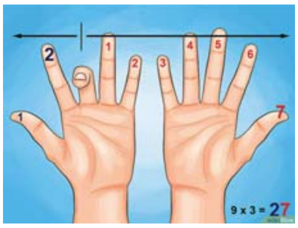
۵.۸ عدد نه در ساعت

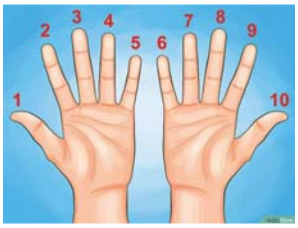
نمایش اعداد ساعت با استفاده از فقط یک عدد بسیار جالب و سرگرم‌کننده است، بویژه برای بچه‌ها، در این جا نمایش یک ساعت با عدد نه مشاهده می‌کنید.



۶.۸ عدد نه و جدول ضرب.

ویژگی جالب دیگر عدد نه آموزش جدول ضرب با استفاده از انگشتان دست برای بچه‌هاست. اگر دو دست خود را به صورت باز شده روبرو خود قرار دهیم و انگشتان را از چپ به راست از ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری کنیم (شکل زیر را ببینید). در این صورت، مثلا برای حاصل ضرب ۹ × ۳، سومین انگشت را در نظر می‌گیریم که دو تا انگشت قبل از آن و هفت تا بعد از آن است، بنابراین جواب ۲۷ است.





۹ ویژگی‌های جالب ۱۳۹۹

در اینجا برخی از ویژگی‌های ۱۳۹۹ را بیان می‌کنیم [۴].

۱. بارزترین ویژگی ۱۳۹۹ این است که عددی اول است. جالب است که ۱۳۹۹ اولین عدد اولی است با این ویژگی که مجموع ارقام آن ۲۲ است و ۲۲۲اُمین عدد اول است. عدد اول بعدی که این ویژگی دارد ۸۶۷۷۴۶۵۰۱ است که مجموع ارقام آن ۴۴ و ۴۴۴۴۴۴۴۴اُمین عدد اول است. عدد اول بعدی با این ویژگی ۱۰۹۷۷۷۴۷۴۹است (۵۵۵۵۵۵۵۵ - ۵۵).

۲. سال قبل از ۱۳۹۹ که عدد اولی بوده است سال ۱۳۸۱ است و سال بعدی که عدد اول است ۱۴۰۹ است. جالب است که اعداد $1399 \times 1409 \pm (1409 + 1399)$ هر دو عدد اول‌اند. و $7^{1399} - 6^{1399}$ عدد اول است. عدد اول متقارن که ۱۳۹۹ رقم دارد به صورت زیر است

$$\frac{12 \times 10^{1399} - 21}{99} = \overbrace{1212121212\cdots1212121}^{\text{۱۳۹۹ رقم}}.$$

۳. ۱۳۹۹ اولین عدد اولی است که اعداد $1399 + 10$، $1399 + 100$، $1399 + 1000$، $1399 + 10000$ و $1399 + 100000$ نیز اعداد اول‌اند.

۴. در سال ۱۸۸۲ میلادی، اولین عامل اول عدد مرسن[۶]، $2^{233} - 1$ کشف شد که ۱۳۹۹ بود.

در سال ۱۳۹۹، افرادی که مجموع دو رقم آخر سال تولدشان ۹ است. سن آن‌ها مقلوب سال تولدشان است. برای نمونه متولدین ۹۰، ۹ ساله. متولدین ۸۱، ۱۸ساله، متولدین ۷۲، ۲۷ ساله. متولدین ۶۳، ۳۶ ساله، متولدین ۵۴، ۴۵ ساله و بالعکس.

مراجع

[1] A. H. Beiler, Recreations in the theory of numbers: the queen of mathematics entertains, Dover Publications, 1964.

[2] A. S. Posamentier, math wonders to inspire teachers and students,2 de, Association for Supervision and Curriculum Developmen,2003.

[3] C. Reid, From zero to infinity: what makes numbers interesting, 5 ed, A K Peters, Ltd, 2006.

[4] https://primes.utm.edu/curios/page

[۶] mersenne number

[5] https://en.wikipedia.org/wiki/Numerology.

[6] https://en.wikipedia.org/wiki/9

[7] http://web.mit.edu/simester/Public/Papers/Mindyourpricingcues.pdf

[8] https://www.paymotion.com/ecommerce-blog/the-pricing-power-of-9-does-it-work/

[9] https://www.youtube.com/watch?v=i2rDbfhRHok

[10] https://www.youtube.com/watch?v=-rEfXuDixWk

[11] https://www.timeanddate.com/date/palindrome-day.html

اسفندیاری

m.esfandiari@znu.ac.ir

محمدرضا اسفندیاری متولد اسفندماه ۱۳۶۴ در کرمان (رابر) است. وی در سال ۱۳۸۵ وارد مقطع کارشناسی رشته دبیری ریاضی دانشگاه فرهنگیان مشهد و در سال ۱۳۸۹ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی در دانشگاه فردوسی مشهد شد. وی در سال ۱۳۹۳ دوره دکتری ریاضی خود را در گرایش نظریه تحلیلی اعداد تحت راهنمایی آقای دکتر مهدی حسنی در دانشگاه زنجان شروع کرد و در بهار ۱۳۹۹ از رساله دکتری خود تحت عنوان بررسی میانگین‌های دنباله‌های نظریه اعدادی، دفاع کرد. زمینه پژوهشی وی بیشتر نظریه تحلیلی اعداد، اعداد اول، میانگین‌های توابع نظریه اعدادی است. همچنین ایشان علاقمند به کارهای پژوهشی در زمینه آموزش ریاضی مدارس می‌باشد.