



دانشگاه رشد آموزش
دانشگاه پژوهش و تحقیق ایرانی
و تحقیقات آموزشی ایرانی

رشد آموزش

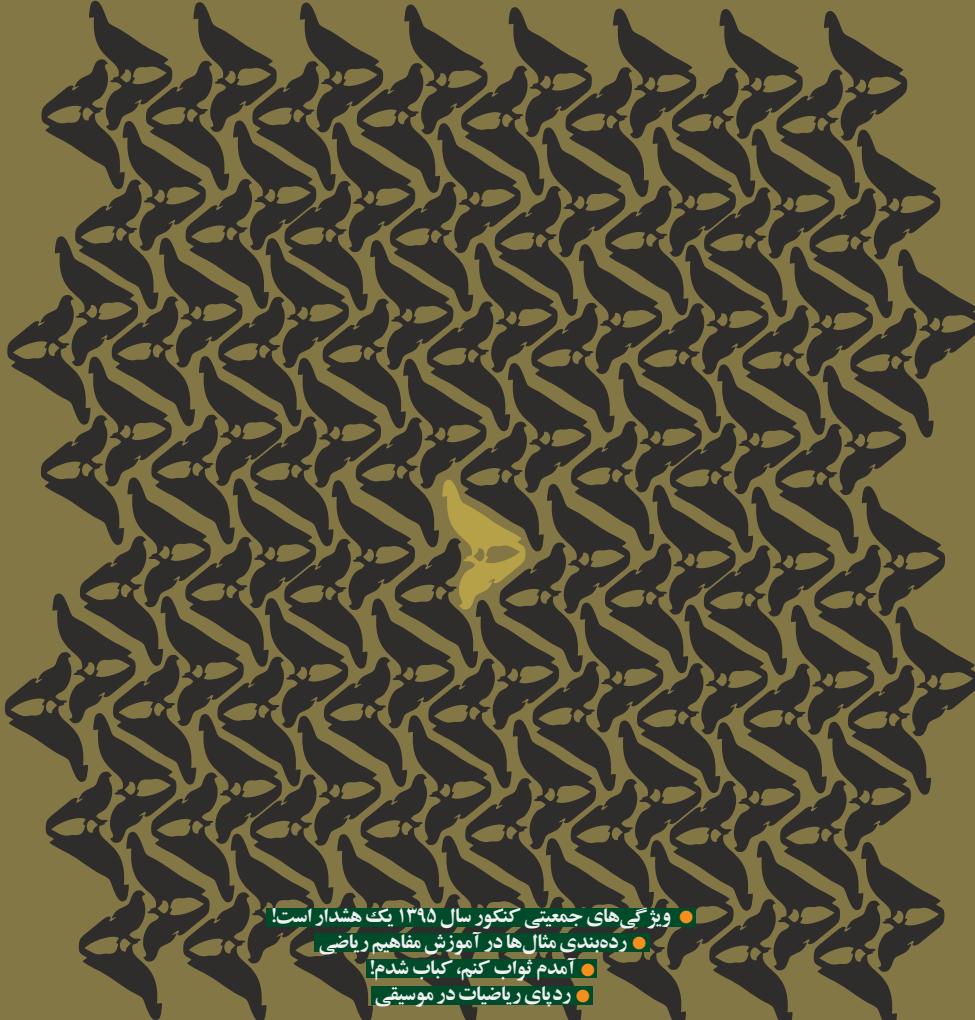
۱۲۴

رالف



[فصل نهم آموزشی، تحلیلی و اطلاع وسایی ابی معلمان، مدرسان و دانشجویان]
[دوره‌سی و چهارمۀ اضمناً] [پاییز ۹۵] [۳۰۰ صفحه] [۶۴۳] [۹۹۵-۰۳]

www.roshdmag.ir



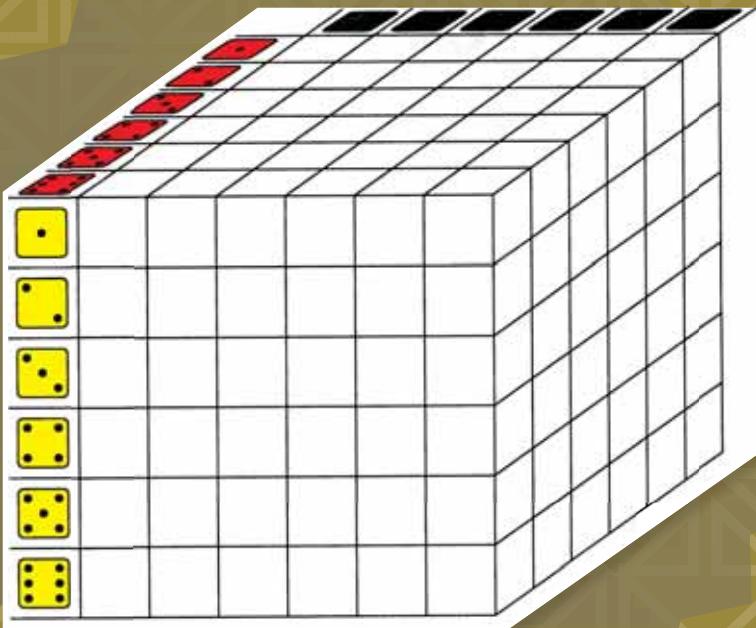
• ویزگی های جمعیتی کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشدار است!

• ردبندی مثالا ها در آموزش مفاهیم ریاضی

• آمدم ثواب کنم، کتاب شدم!

• ردای ریاضیات در موسیقی

جدول سه بعدی
تمام پیشامدهای
مکن ریختن سه تاگی



رشنید آموزش ریاضی ۱۲۴

[فصل نامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی]
[ابرای معلمان، مدرسان و دانشجویان]
[دوره سی و چهارم | شماره ۱۳۹۵ | پاییز ۱۴۰۰]



وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و تکنولوژی آموزشی

مدیر مسئول: محمد ناصری

سردبیر: زهرا گویا

مدیر داخلی: پری حاجی خانی

هیئت تحریریه: حمیدرضا میری، اسماعیل بابلیان، مهدی رجبعلی پور،

مانی رضائی، شیوا رضائی، بیژن ظهوری زنگنه، سید حسن علم الهدایی،

سهیلا غلام‌آزاد و محمدرضا فدائی

طرح گرافیک: مهدی کریم‌خانی

۶۲	سخن سردبیر: ویژگی‌های جمعیتی کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشدار است!
۴	رده‌بندی مثال‌ها در آموزش مفاهیم ریاضی
۱۱	مروری بر خلاقیت با تأکید بر ریاضی
۱۷	نقش کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه در کنکور سراسری
۲۳	سه مفهوم کلیدی ریاضی دوره ابتدایی
۲۲	«میرزا جلیل» آموزش ریاضی ایران سفر کرد!
۴۶	آدم ثواب کنم، کباب شدم!
۴۸	رد پای ریاضیات در موسیقی
۵۵	کاغذ و تا؛ هنری برای معلم
۵۸	هزاران سؤال شبیه آن سؤال!
۵۹	گزارش: منتخبان دریافت جوایز فیلیکس کلاین و هانس فروتنال در سال ۲۰۱۵
۶۲	نامه‌های رسیده

نشانی دفتر مجله: تهران، ابرانشهر شمالی، بلاک ۲۶۶ صندوق پست: ۸۸۳۱۱۶۹ • تلفن: ۰۲۶۰۱۵۷۵۵۵ • وبگاه: www.roshdmag.ir

پیامگار: ۰۲۰۰۰۹۹۵۰۲• پیامگار: roshdmag@roshdmag.ir • کد دفتر مجله: ۱۱۲

کد امور مشترکین: ۱۱۴ • نشانی امور مشترکین: تهران، صنعتی: ۰۲۶۵۹۵۱۱۱ • تلفن امور مشترکین: ۰۲۶۵۵۶۵۵۵ • چاپ: شرکت افتخار (سهامی عام) • شمارگان: ۶۰۰

مجله رشد آموزش ریاضی، نوشتہ‌ها و گزارش تحقیقات پژوهشگران و متخصصان تعلم و تربیت، بهویژه معلمان دوره‌های تحصیلی مختلف را در صورتی که در شرایط عمومی درج نشده و مرتبط با موضوع مجله باشد، می‌پذیرد. لازم است در مطالب ارسالی موارد زیر رعایت شود:

• مطالب یک خط در میان و در یک روی کاغذ نوشته و در صورت امکان تاب شود. شکل قرار گرفتن جدول‌های نمودارها و تصاویر، پیوست و در حاشیه مطلب نیز مشخص شود.

• نظر مقاله، رون و از نظر دستور زبان فارسی ریست بانده و در انتخاب واژه‌های علمی و فنی تقد شود. برای ترجیح مقاله، نخست اصل مقاله و بنیع دقیق آن، به دفتر مجله ارسال شود تا مورد بررسی هیئت تحریریه قرار گیرد و پس از تصویب مقاله و ترجمه ارائه شده، مفاشر ترجمه به فرستنده مقاله اداد خواهد شد. در غیر این صورت، مجله می‌تواند سفارش ترجمه مقاله را به مترجم دیگری بدهد. در من های ارسالی تا حد امکان از معادله های فارسی و از ها و اصطلاحات استفاده شود. می‌توشند، نام، نویسنده، نام مترجم، مجله نشر، ناشر، سال انتشار و شماره صفحه مورد استفاده باشد. چکیده ای از اثر و مقاله ارسال شده در حاکم ۲۵ کلمه، هر کدامه مطلب ارسال شود.

• در مقاله های تحقیقی یا توصیفی، واژه های کلیدی در انتهای چکیده ذکر شود. همچنین، مجله در بذری، رد و پاسخ با تأخیص مقاله های رسیده مجاز است. مطالب مندرج در مجله، الزاماً مینظر دفتر انتشارات کمک آموزشی نیست و مسئولیت پاسخ گویی به پرسش های خواندنگان، با خود نویسنده می‌ترسد.



کنکور سال ۱۳۹۵ یک هشتم است!

و تناسب‌ها را بر هم زد. این در حالی است که بسیاری از حوزه‌ها از جمله تعلیم و تربیت (آموزش) و پزشکی، در واقعیت رشد می‌کنند و پرورش می‌یابند. در این حوزه‌ها، نظریه و عمل به شدت در هم تنیده‌اند و دائم، در حال بازسازی یکدیگرند. قانون‌مندی‌های این حوزه‌ها، نه به قطعیت علوم دقیقه و نه به بی‌پرواپی و بی‌مرزی هنر و ادبیات و فلسفه و نظایر آن است. در حوزه‌هایی که نظریه و عمل، تحت تأثیر حقایق و شرایط جدید و در تعامل مستمر با هم، بازسازی می‌شوند، طرح نظریه‌های عمل‌گرایی^۱ و دوباره‌سازی^۲ و نظایر آن، موضوعیت دارد. زیرا شرایط در حال تغییرند و با هر وضعیت تازه‌ای، نیاز‌های قبلي با نیازهای جدید، جایگزین می‌شوند. در حقیقت در این حوزه‌ها، در حالی که توجه به «الان» و واقعیت‌های آن، یک مسئله مهم است، اما گرفتار شدن در چنبره آن و عدم توانایی پیش‌بینی آینده، خط‌ترنک است و بسیاری از سرمایه‌گذاری‌ها را تلف می‌کند. بدین سبب است که در چند دهه اخیر، بحث‌هایی از جنس «آینده‌پژوهی»، بسیار جدی شده است و خوشبختانه علوم ریاضی، ابزارهای دقیق و نظریه‌های قابل اتقانی تولید کرده تا توان به کمک آن‌ها، مختصات جامعه را در آینده و با ضریب اطمینان بالایی، پیش‌بینی کرد.

یکی از مباحثی که در ایران، باعث تصمیم‌گیری‌های مقطعی و موضعی در آموزش و پزشکی شد، رشد بی‌سابقه جمعیت در دهه‌های ۶۰ و ۷۰ بود؛ اتفاقی که می‌شد با استفاده از تحلیل‌های تاریخی، وقوع آن را پیش‌بینی نمود و به جای تصمیم‌گیری‌های دراز مدت، برای بسیاری از مسائل آموزش و پرورش، به راه حل‌های موقتی و ضریبی بستنده نمود تا بحران کمیت، برطرف شود که در این کار، موفقتی‌های قابل ثبت در تاریخ به دست آوردیم. برای مثال، همزمان با افزایش جمعیت دانش‌آموزی، پوشش آموزش نیز به طور چشمگیری گستردere شد و به خصوص در آموزش ابتدایی، ایران یکی از درخشان‌ترین کارنامه‌ها را در بین کشورهای در

تعلیم و تربیت یا آموزش عمومی، یک مفهوم امروزی و مدرن است که با تشخیص ضروری بودن «سجاد» برای همه، نهادهای متولی آموزش طی دو قرن اخیر و با اندکی تقدم و تأخیر، در نقاط مختلف جهان تأسیس شده‌اند. ماهیت آموزش عمومی، یعنی آموزشی که جزو حقوق شهروندی است، میراث ماندگار مدرنیته و عصر روشنگری است. البته جدال پسامدرن، بر سر تعبیر و تفسیر آموزشگران و سیاست‌گزاران آموزشی از «ماهیت آموزش» است، و گرنه درباره وجود و ضرورت آموزش همگانی، بین طرفداران مدرنیته و پسامدرن، مناقشه‌ای نیست. با این مقدمه، می‌خواهم به موضوعی پردازم که برای نظام آموزشی ایران، اهمیت ویژه‌ای دارد و آن، «کنکور» است که به عنوان پلی دیده می‌شود که آموزش عمومی را به آموزش عالی، متصل می‌کند. علت تمرکز این نوشته بر این مسئله مهم آموزشی در ایران، تغییرات شدید جمعیت دانش‌آموزی است که با خود، مسائل تازه‌ای به وجود آورده که نیازمند چاره‌اندیشی‌های متفاوت و مبتنی بر یافته‌های پژوهشی حوزه‌های مختلف معارف بشری و به خصوص، مطالعات آینده‌پژوهی است. ریاضی و علوم دقیقه، قانون‌مند هستند. برای مثال، تا زمانی که در فضای اقلیدسی قرار داریم، نمی‌توانیم منتظر رسیدن یا برخورد دو خط موازی با هم باشیم! نمی‌شود که نمی‌شود! یا صرف نظر از اینکه اندازه طول ضلع‌های هر مثلث قائم‌الزاویه بقدر باشد، تا زمانی که در فضای اقلیدسی استدلال می‌کنیم، همیشه و همیشه، «مربع و تر، مساوی مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر است». این در حالی است که در هنر و فلسفه و بسیاری حوزه‌های دیگر، می‌توان از زاویه انتزاع صرف به یک موضوع نگریست و ایده‌ای را در ذهن پرورش داد، بدون آنکه قاعده‌ای بر آن مترتب باشد. مثلاً در هنر آبستره (هنر انتزاعی)، می‌توان فیلی را بر گرده مورچه‌ای نهاد! سیمرغی را نگهبان کودکی کرد! موجود افسانه‌ای شتر- گلو- پلنگ را در تخیل خود خلق کرد و همه قواره‌ها

حال توسعه، از آن خود کرد، یا اینکه از نظر رفع نیاز به پژشکان بومی، کاری ماندگار انجام شد. با این وجود، راه حل های زودبازده و ضربتی، در حال تبدیل شدن به «فرهنگ» بود و از آن، تا حدود زیادی غافل شدیم که به این مهم، تنها از بعد جمعیتی، اشاره کوتاهی می کنم. نقطه اوج افزایش جمعیت دانش آموزی در ایران، سال ۱۳۷۹ بود که تعداد آنان از میزان ۱۹ میلیون گذشت و تعداد داوطلبان ورود به دانشگاه که در آن سال در کنکور شرکت کردند، نزدیک به دو میلیون شد. در این شرایط، به موضعی و مقطعی بودن این پدیده، کمتر توجه شد و زیرساخت های آموزشی، یکی پس از دیگری، توسعه کمی یافت تا پاسخ گویی نیازهای این جمعیت شود و در تصمیم گیری ها، از روش های آینده پژوهی کمتر استفاده شد و آنچه که در کوتاه مدت رخ داده بود، مبنای تصمیم گیری های کلان آینده قرار گرفت. برای نمونه، تعداد مدارس غیردولتی بیشتر و بیشتر شد و رقابت برای ورود به مدارسی که گذشتن آبرومندانه از سد کنکور را نوید می دادند، بالا گرفت. همچنین، ابهت کنکور آن چنان زیاد شد که مؤسسات کنکور یکی پس از دیگری، تأسیس شدند و به دنبال آن، محصولات و ملزمومات کنکور نیز، روانه بازار شده و کنکور به خودی خود، تبدیل به یک «تشان^۳» شد و با خود، فرهنگ جدیدی به وجود آوردند در این و انفس بازار کنکور مدام بر طبل خود کوبید، مدارس به خانواده ها و دانش آموزان فشار آورددند، ناشران به تولیدات خود افزودند و افزودند، رسانه ها و تابلو های تبلیغاتی، همه مردم ایران را با «تشان» کنکور مأнос کردند و در دل همه، بیم و امید انداختند و شد آنچه که نباید می شد! جامعه مطالبات خود را از آموزش و پرورش بیشتر کرد. معلمان زحمت کش و کم توقع، در تمام ساعت های رسمی کوشیدند تا سرفصل ها را بپوشانند، کتاب های درسی را تمام کنند، و از چیزی کم نگذارند و در همان حال، نسل تازه های از معلمان و دانشجویان، به عنوان متخصصان «آموزش تست و نکته» برای کنکور، به خدمت مدارس ویژه درآمدند. در این بین، در دنگ ترین حالت، در مدارس دخترانه اتفاق افتاد که در بسیاری از آن ها، زحمات شبانه روزی معلمان زن، با ارائه خدمات کنکور توسط معلمان مرد، نادیده گرفته شد! خلاصه، بازار کنکور از طریق رسانه های در اختیار، نیاز می آفرید، رعب ایجاد می کرد و اشتیاق پریدن از سد نفوذناپذیر کنکور، در خانواده ها و دانش آموزان فرونی می گرفت و پارچه نویسان مدارس، آماده بودند تا اسمی و عکس قبول شدگان خود را به همه نشان دهند! اما افسوس و صد افسوس که این هیاهو، مانع از این شد که واقعیت تغییرات جمعیتی، مسئله اشتغال، جهت گیری جدید

پی نوشت ها

1. Pragmatism
2. reconstructionist
3. Brand

نوچوانان نسبت به درس و سرنوشت خود، معنا و مفهوم نوین «موافقیت» و دهها و دهها حقیقت و واقعیت دیگر، دیده و فهمیده شود. تا اینکه به کنکور ۱۳۹۵ رسیدیم که اجازه می خواهم از اینجا به بعد، قصه پر غصه خود را از زبان آماری که از رسانه های رسمی گرفته شده، بار دیگر با برنامه ریزان، سیاست گزاران و تصمیم گیران آموزشی، به اشتراک بگذارم.

در کنکور سال ۱۳۹۵، تعداد ۸۶۰ هزار و ۱۰۹ نفر ثبت نام کردند که ۵۰۹ هزار و ۱۹ نفر زن (۵۹/۸۲) و ۳۵۱ هزار و ۹۰ نفر مرد (۴۰/۸۲) مرد هستند. توزیع رشته های در این کنکور، به قرار زیر بوده است:

گروه ریاضی:	۱۶۲ هزار و ۸۷۹ نفر
گروه علوم انسانی:	۱۶۱ هزار و ۵۰۰ نفر
گروه علوم تجربی:	۵۱۹ هزار و ۴۸۸ نفر
گروه زبان های خارجی:	۶ هزار و ۶۶۱ نفر
گروه هنر:	۹ هزار و ۸۸۱ نفر

با نگاهی گذرا به این آمار و ارقام، چندین و چند سؤال پژوهشی جدی در ذهن های جستجوگر آموزشگران ایجاد می شود که برای پاسخ به هر کدام، انجام تحقیقات دقیق، ضروری است. مثلاً، چه شد که ناگهان، داوطلبان ورود به داشتگاه ها در رشته ریاضی، تا این اندازه کاهش یافتند؟ چرا تمایل به ادامه تحصیل در رشته ریاضی در دوره متوسطه، ناگهان تا این اندازه کم شد؟ تبلیغات، خانواده ها، اشتغال، تغییرات برنامه های، دیدگاه ها، ارزشیابی ها، دهها مؤلفه دیگر، چه سهمی در این ماجرا داشته اند؟ چرا افزایش تولیدات کتاب های کمکی، برگزاری انواع مسابقات و آزمون ها، سخت گیری در انتخاب و نگهداری معلمان و بسیاری موارد دیگر، نسبت معکوس با میزان جذب دانش آموزان به رشته ریاضی داشته است؟ برای جمعیت زنانی که ۲۰ درصد بیش از مردان هستند، چه چاره ای اندیشه دیده شده است؟ با ترکیب جمعیتی رشته ها، چه باید کرد؟ با هجوم ورودی ها به رشته تجربی چه می توان کرد؟ و سوال های بی شماری که در این نوشته، جای طرح ندارند.

در هر صورت، طبیعی بود که تعداد داوطلبان ورود به آموزش عالی، کاهش یابد، زیرا نرخ رشد جمعیت تغییر کرده بود. فواره با هر حدت و شدتی که بالا رود، بالاخره برمی گردد و جامعه ما هم از این قاعده، مستثنی نبوده و نیست. نگرانی اصلی این است که باز هم برای عبور از موانع، به راحل های ضربتی و مقطعی بسته کنیم، تا بحرانی دیگر و راحلی دیگر، که چنین مبادا!



رده‌بندی مثال‌های در آموزش مفهوم ریاضی

احمد واشقانی فراهانی

کارشناس ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهر اراک

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

چکیده

توجه ویژه به مثال‌ها، در افزایش توانمندی یادگیرندگان و توسعه مهارت حرفه‌ای معلمان ریاضی، مفید و مهم است. کاربرد وسیع مثال‌ها از زمان‌های دور، در متون ریاضی ثبت شده است و نشان‌دهنده اهمیت و اقبال عمومی، نسبت به درک مفاهیم از طریق مثال‌های آشنای است تا از این طریق، تجربه ریاضی ملموس شود. تعریف‌ها کلی و انتزاعی‌اند و به عنوان مرجع استفاده می‌شوند، در صورتی که معناها عموماً به کمک مثال‌ها، شکل می‌گیرند. معناهای عمیق، از طریق ورزیدگی با مثال‌های آشنا بیرون می‌آیند و یادگیرندگان، از طریق مثال‌های ملموس، استنباط و تعمیم، مفاهیم را بازسازی می‌کنند. مثال‌ها می‌توانند مانند ابزار تبادل فرهنگی بین یادگیرندگان و مفاهیم، یا نظریه‌ها و تکنیک‌های ریاضی باشند. مثال‌ها ابزار مهمی برای ایجاد ارتباط با ایده‌های انتزاعی ریاضی و ارتباط‌ها و تبادلات ریاضی یک فرد با خود و دیگران است. با توجه به اهمیتی که مثال‌ها در جریان یاددهی - یادگیری ریاضی دارند، در این مقاله، چند طبقه‌بندی از مثال‌های ریاضی، ارائه می‌شوند.

کلیدواژه‌ها: مثال آموزشی، تولید مثال، رده‌بندی مثال

که معلم در فرایند آموزش و در یک زمینه، از مفهومی خاص ارائه می‌دهد، یک مثال آموزشی است. البته مثال آموزشی در حوزه ریاضی، می‌تواند مثالی از زمینه‌های سایر علوم و خارج از حوزه ریاضی مانند فیزیک و شیمی و زیست‌شناسی و ادبیات و غیره باشد که حاوی نکات مفهومی و مؤثر در تدریس ریاضی‌اند. مثلاً عبارت «اگر باران به کوهستان نبارد، به سالی دجله

مثال آموزشی^۱

از «مثال آموزشی»، به عنوان نمونه، شاهد، تصویر، مورد یا مؤلفه‌ای از یک ایده، فرایند یا رده‌ای^۲ از مفاهیم استفاده می‌شود (زادکیس و لیکین، ۲۰۰۸). مثال‌ها در واقع، بیان ویژگی‌های کلیدی تعریف‌ها و توضیح‌های آموزشی هستند که در شکل‌گیری حل یک مسئله، دخالت دارند. به تعبیر زاسلاوسکی (۲۰۰۸)، هر مثالی

مثال‌ها می‌توانند مانند ابزار تبادل فرهنگی بین یادگیرنده‌گان و مفاهیم، یا نظریه‌ها و تکنیک‌های ریاضی باشند. مثال‌ها ابزار مهمی برای ایجاد ارتباط با ایده‌های انتزاعی ریاضی و ارتباط‌ها و تبادلات ریاضی یک فرد با خود و دیگران است

از حالت قبل هستند و یک قدم به پاسخ، نزدیک‌ترند و با کمی صبر و حوصله، می‌توانند به پاسخ درست منتهی شوند. مثلاً ممکن است اولین مثال‌ها برای دو عددی که حاصل‌ضریشان ۷۲ است، 8×9 یا 72×1 باشد. ولی اگر از داشت آموزان بخواهید تا مثال‌های بیشتری تولید کنند، ممکن است اتفاقی مشابه زیر، بیفتند:

- پاسخ نادرست $= 112$ $2 \times 56 = 52$ ارائه شود که حاصل آن، بیشتر از ۷۲ است. با فرستادن برای اصلاح مثال، تولید کننده عدد ۲ را ثابت نگاه داشته و عدد ۵۶ را به ۲۶ تغییر می‌دهد $(2 \times 26 = 52)$.

- در حالت $= 52$ 2×26 ، حاصل کمتر از ۷۲ است.

- در حالت سوم، با تغییر ۲۶ به ۳۶ و ثابت نگاه داشتن ۲، تولید کننده مثال، به پاسخ درست می‌رسد. در این نمونه، انتخاب عددی با یکان ۶ برای ضرب در عدد ۲ در مثال اول نیز، می‌تواند ناشی از وجود یک «رهیافت ذهنی» باشد.

● **مثال‌هایی که با روش‌های نظاموار تولید می‌شوند:** استفاده از یک رهیافت منظم ذهنی در تولید مثال‌ها، نشانه تسلط یادگیرنده به مفهوم مورد نظر است. با این رویکرد، شخص قادر است چندین پاسخ درست یا در بعضی موارد، رده‌هایی از پاسخ‌های درست را بیان کند. مثلاً در بیان مثال‌هایی فراتر از $50 + 50$ برای دو عدد که مجموعشان ۱۰۰ است، تولید کننده برای ارائه مثال‌های بیشتر، از روش نظاموار افزودن به یکی از عده‌ها و کاستن به همان مقدار از عدد دیگر اقدام کرده و مثال‌های بسیاری مانند $51 + 49$ و $52 + 48$ تولید می‌شوند.

● **رده‌بندی مثال‌ها با توجه به ماهیت آن‌ها**
ریسلند و میشنر^۳ (۱۹۷۸)، واتسون و میسون (۲۰۰۲)، لیز و همکاران (۲۰۰۶)، الکوک و انگلیز (۲۰۰۸) و ریسلند (۱۹۹۴)، نقل شده در گلدنبرگ و میسون، (۲۰۰۸)، چهار دسته مثال به شرح زیر ارائه دادند که دارای اهمیت زیادی هستند، ولی الزاماً از هم مجزا نیستند و با هم اشتراک دارند که به هر کدام به اختصار، پرداخته می‌شود.

● **مثال‌های شروع کننده:** این مثال‌ها در ابتدای هر بحث، برای ایجاد انگیزه و تحریک علاقه، شروع و ورود به مطلب، و توضیح چگونگی رشد و توسعه یک ایده، به کار می‌روند و می‌توانند زمینه مناسبی برای ورود به تعریف‌ها و اصول و استنتاج‌ها باشند. ویرگی

گردد خشک رودی»، یک بیت شعر از حوزه ادبیات است، ولی می‌توان به وسیله آن، ترکیب شرطی در ریاضی را به یادگیرنده، معرفی کرد. طبق نظر محققان آموزش ریاضی، مثال‌های آموزشی ریاضی را از نظر فرایند تولید، ماهیت و نوع کاربردشان، می‌توان در طبقه‌بندی‌های مختلف قرار داد که در این بخش، به بعضی از آنها می‌پردازیم.

۱. رده‌بندی مثال‌ها با توجه به فرایند یانحوه تولید آن‌ها

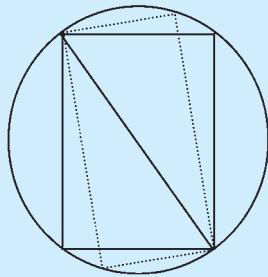
دالبرگ و هاسمن (۱۹۷۷)، نقل شده در کثیری، (۱۳۸۸) از منظر نحوه تولید، مثال‌ها را در چهار رد زیر، دسته‌بندی کردند:

● **مثال‌هایی که از حافظه فراخوانی می‌شوند:** این گونه مثال‌ها، معمولاً اولین مثال‌های در دسترس بوده و بدون تفکر زیاد در مورد مسئله، و با تکیه بر محفوظات، به عنوان اولین جواب ممکن بیان می‌شوند. در این مثال‌ها، به دلیل فوریت در ارائه یا عدم تفکر و تمرکز کافی، ضریب اشتباه و خطأ بالاست و همین، باعث می‌شود که مثال‌های نادرست فراوانی بین آن‌ها دیده شود. برای نمونه، در بیان مثال برای دو عددی که مجموعشان برابر ۱۰۰ است، ممکن است بلافضل، فقط پاسخ $50 + 50$ داده شود و برای تولید مثال‌های بیشتر، تولید کننده، پاسخ‌های نادرستی ارائه دهد.

● **مثال‌هایی که متکی بر آزمون و خطأ هستند:** این نوع مثال‌ها، گاهی به اتکای یک رهیافت ساده و آشنا، عرضه می‌شوند و یادگیرنده، تنهای با استفاده از روش‌های مبتدی، آن‌ها را می‌سازد. این گونه مثال‌ها، اعتبار زیادی ندارند و به نتیجه رسیدن یا نرسیدن آن‌ها، بیشتر شانسی است. مثلاً فرض کنید که وقتی از داشت آموز بخواهید که دو عدد مثال بزند که مجموعشان ۱۰۰ باشد، پاسخ‌های $10 + 90$ ، $50 + 50$ ، $20 + 80$ را دریافت کنید. ولی اگر از او بخواهید دو عددی را مثال بزند که هیچ کدام رقم صفر نداشته باشند، برایش مشکل باشد.

● **مثال‌هایی که به وسیله بازبینی و تغییر یا اصلاح پاسخ‌های قبلی، ارائه می‌شوند:** این مثال‌ها با همان رویکرد آزمون و خطأ به دست می‌آیند، با این تفاوت که آزمون‌ها با یک رهیافت ذهنی، هدایت می‌شوند و مانند حالت قبل، شانسی نیستند. این مثال‌ها در واقع، یک مرحله پیشرفت‌تر و سازمان‌یافته‌تر

دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ است» که با ایجاد تغییری در آن (مانند تغییر عدد ۸ به ۱۸)، می‌توان به مثال‌های بیشتری دست یافت. مثال نقض‌های عمومی در اغلب موارد، برای اثبات نادرستی یک ادعا، استفاده می‌شوند و زمینه تولید مثال‌های نقض بیشتری را هم فراهم می‌کنند. مثلاً این حدس که «دو مستطیل با قطر یکسان، باید بر هم منطبق باشند» نادرست است و شکل ۱، یک مثال نقض عمومی و کلی (عام) است، زیرا بدون ارجاع به هیچ مقدار خاصی- یعنی بدون داشتن مقادیر خاص روی شکل- نادرستی حدس فوق را بیان می‌کند. به علاوه، نکته مهم این است که این مثال نشان می‌دهد بی‌نهایت مستطیل متفاوت و نامنطبق بر هم و با قطر یکسان، وجود دارند.



شکل ۱: نشانگر بی‌نهایت مستطیل متفاوت با قطر یکسان (لیز و دیگران، ۲۰۰۶)

علاوه بر این‌ها، واتسون و میسون (۲۰۰۲) از «مثال‌های مرزی^۱» صحبت کرده‌اند که از طریق آن‌ها، شرایط لازم و موردنیاز را برای برقراری یک قضیه، تعیین می‌کنند و نشان می‌دهند که چگونه با عدم وجود آن شرایط، قضیه نادرست خواهد شد. حقیقت، مثال‌های مرزی برای قضاؤت در مورد حدود و شرایط درستی یا نادرستی مفاهیم به کار می‌روند. مثلاً «هر مثلث قائم‌الزاویه»، یک «مثال مرزی» برای قضیه فیثاغورث در بین انواع مثلث‌های سمت‌ساق است. لیز و همکاران (۲۰۰۶)، معتقدند که از دیدگاهی وسیع‌تر، می‌توان مثال‌ها را در سه دسته «مثال‌های عام»، «مثال‌های نقض» و «نماثل‌ها»، قرار داد.

به اعتقاد گلدنبرگ و میسون (۲۰۰۸) ارتباط ظرفی بین مثال و مثال نقض وجود دارد، با این توضیح که مثالی از یک مفهوم یا نظریه، مثال نقضی از تغییری نامناسب در ارائه همان مفهوم یا قضیه است که نقش و اهمیت آن را بیان می‌کند و می‌تواند محركی برای

مهم این مثال‌ها این است که قادرند مفاهیم اساسی را منتقل کنند، درکشان به آسانی و بدون کمک ابزارهای اضافی ممکن است و قابل تعمیم به حالت‌های کلی‌اند که برای نمونه، می‌توان به نمودار گرافیکی $y=x^3$ در تدریس سهمی‌ها اشاره نمود. مثال‌های الگویابی که هدفشان کشف یک الگو یا ارائه شواهدی برای قابل قبول بودن یک ادعاست، در رد «مثال‌های شروع‌کننده» قرار می‌گیرند.

● **مثال‌های مرجع^۲**: این مثال‌ها قبل‌آموخته شده‌اند و برای بررسی حدس‌ها یا بازبینی مفاهیم استفاده می‌شوند و در شکل‌دهی و توسعه درک و فهم، به کار می‌روند. به این مثال‌ها، به طور مکرر ارجاع داده می‌شود، زیرا برای ایجاد ارتباط بین نتایج و مفاهیم، توانایی بالقوه و نقش اساسی دارند. برای نمونه، $x=y$ مثالی از یک تابع پیوسته در R است که در یک نقطه از دامنه‌اش یعنی نقطه صفر، مشتق‌پذیر نیست.

● **مثال‌های عام^۳**: این مثال‌ها، کلی و انعطاف‌پذیرند و مانند الگو و مدل هستند و به این دلیل، مثال‌های کلی و عام نامیده شده‌اند. این مثال‌ها می‌توانند کلیتی از مفاهیم، رویه‌ها یا اثبات‌ها را نشان دهند و به عنوان نماینده‌ای از یک کلاس یا رد به حساب آیند. فرودنتال (۱۹۸۳؛ نقل شده در لیز و همکاران، ۲۰۰۶)، مثال‌هایی با چنین قابلیت‌هایی را «پیش الگو^۴» نامیده است. از نظر میسون و پیم (۱۹۸۴) نیز مثال‌های عام، بازنمایی‌های شفافی از موضوعات کلی هستند که اجازه می‌دهند شخص، یک کلیت را از طریق یک حالت خاص، دریافت کند. برای نمونه، انتخاب حرف x برای نشان دادن «مجھول»، استفاده از عبارت $f(x)$ برای معرفی اعداد زوج، یا به کار بردن ضابطه $y=f(x)$ برای معرفی تابع، مصادق‌هایی برای مثال‌های عام هستند.

● **مثال‌های نقض^۵**: این مثال‌ها، برای ایجاد تغییر در قضیه‌ها، تعریف‌ها و نظریه‌ها و نیز در رد و تکذیب حدس‌ها و فرض‌های نادرست به کار می‌روند. بعضی از مثال‌های نقض مانند مجموعه کانتور، به عنوان مثال مرجع نیز به کار می‌روند. پلد و زاسلاوسکی (۱۹۹۷)، سه نوع از مثال‌های نقض را با عنوان «مثال‌های نقض خاص»، «مثال‌های نقض نیمه عمومی» و «مثال‌های نقض عمومی یا عام^۶» مشخص نموده و برای هر کدام، نمونه‌ای معرفی کرده‌اند. مثال نقض خاص مانند عدد ۲ در این ادعا که «تمام اعداد اول، فرد هستند»، تنها یک مثال در این زمینه است و مثال نقض نیمه عمومی مانند $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$ در رد این ادعا که «حاصل ضرب

به اعتقاد گلدنبرگ
و میسون (۲۰۰۸)
ارتباط ظریفی بین
مثال و مثال نقض وجود
دارد، با این توضیح که
مثالی از یک مفهوم یا
نظریه، مثال نقضی از
تغییری نامناسب در
ارائه همان مفهوم یا
قضیه است که نقش
و اهمیت آن را بیان
می کند و می تواند
محركی برای اصلاح و
بازبینی در تعریف باشد

را به عنوان رویه‌ای برای رسم نمودار تابع خطی در نظر بگیرد. بنابراین از دیدگاه پداگوژیکی، می‌توانیم بین مثال‌هایی از یک مفهوم (از قبیل مثلث‌ها، اعداد صحیح و بخش‌پذیر بر ۳، چندجمله‌ای‌ها) و مثال‌هایی از کاربرد یک رویه (مانند یافتن مساحت یک مثلث، یافتن خارج قسمت یک عدد صحیح بخش‌پذیر بر ۳، یافتن ریشه‌های یک جمله‌ای)، تمایز قائل شویم. مثال‌ها می‌توانند علاوه بر نوع یا ماهیت، در هدف نیز متفاوت باشند. مثلاً از نظر ماهیت، یک مثال از مفهوم عدد حقیقی، با مثالی مانند «یافتن کوچکترین مخرج مشترک» که چگونگی انجام یک رویه را شرح می‌دهد، کاملاً متفاوت است. هم‌چنین در خصوص اهداف ارائه مثال‌ها، معلم می‌تواند چگونگی پیدا کردن مخرج مشترک را با هدف آموزش جمع دو کسر، تشریح کند یا این که بخواهد آن را به عنوان یک مبتدا برای یک رویه جبری تعمیم داده و به منظور توانمندی در حل مسائل و معادلات پیشفرته‌تر، عنوان کند.

چند نوع از مثال‌های کاربردی به شرح زیر، معرفی می‌شوند.

● مثال‌های حل شده^{۱۲}

منظور از «مثال‌های حل شده»، مسائلی هستند که دارای حل گام‌به‌گام‌اند و به صورت مرتب و منظم، تهیه و تدوین شده‌اند و بالقوه، خودآموز و خود-تشریحی‌اند. عموماً این‌گونه مثال‌ها، توسط آموزشگران یا تهیه‌کنندگان متای درسی، برای یادگیرندگان طراحی می‌شوند و آنان با الگوبرداری، از آن‌ها در موقعیت‌های مشابه استفاده می‌کنند (رايس و رنکل، ۲۰۰۲). از این مثال‌ها به دلیل راه حل گام به گام و تشریح هر گام، می‌توان برای معرفی و شرح تکنیک‌های خاص به کار گرفته شده استفاده نمود و آن‌ها را به عنوان نمونه و الگو، به یادگیرندگان ارائه کرد (آکتینیسون و همکاران، ۲۰۰۰). طی دهه‌های گذشته، استفاده از مثال‌های حل شده توسط آموزشگران ریاضی، مورد تأکید قرار گرفته و تمايل یادگیرندگان به استفاده از مثال‌های حل شده، معلوم شده است (رايس و رنکل، ۲۰۰۲)، (زو و سیمون، ۱۹۸۷؛ نقل شده در رایس و رنکل، ۲۰۰۲). بیان می‌کنند که این نوع مثال‌ها، باید به دقت طراحی و با توالی مناسبی ارائه شوند. یک عامل بسیار مهم که تأثیرگذاری مثال‌های حل شده را افزایش می‌دهد، درک عمق و چگونگی فرایندهای موجود در مثال، توسط یادگیرندگان است. بهویژه، پژوهشگران دریافتند که میزان تأثیر این نوع مثال‌ها، بستگی به نحوه تشریح آن‌هادارد؛ تشریحی که هر یادگیرنده برای خودش

اصلاح و بازبینی در تعریف باشد. مثلاً $|x|$ ، مثالی از یک تابع پیوسته در R (مجموعه اعداد حقیقی) است که در همان حال، مثال نقضی برای این ادعای است که «هر تابع پیوسته، در همه جا مشتق‌پذیر است» و فرد را به بازبینی و دقت در قضیه واپرداشتارس^{۱۳} با عنوان «ساختن یک تابع پیوسته که در هیچ‌جا مشتق‌پذیر نیست»، تشویق می‌کند. به طور مشابه، عدد $\sqrt[3]{9}$ یک نامثال از عددی است که مربع آن از خودش بزرگ‌تر است، یک مثال از عددی مثبت است که مربع آن از خودش کوچک‌تر است و یک مثال نقض برای این حدس است که «مربع کردن، عدد را بزرگ‌تر می‌کند». این واقعیت که $-2^2 = 4$ در تقسیم بر 3 باقیمانده یکسان دارند، یک مثال، برای چگونگی تعمیم و توسعه تعریف باقیمانده برای اعداد منفی است.

۳. رده‌بندی مثال‌ها با توجه به کاربرد آن‌ها

بعضی از آموزشگران ریاضی، مثال‌ها را در رده‌های مطابق با موقعیت‌های ویژه استفاده از آن‌ها، طبقه‌بندی می‌کنند.

مفاهیم اغلب در رده‌بندی اشیای ریاضی نقش دارند و تعیین این که آیا یک شیء ریاضی به یک رده تعلق دارد یا نه، از طریق درک مفاهیم و مقایسه اشیاء با مفاهیم، صورت می‌گیرد.

ولند و زاسلاوسکی (۲۰۰۵)، بین مثال‌هایی که جهت ارائه استدلال و بهویژه نمونه‌هایی از تعمیم، و مثال‌هایی که برای ایجاد مهارت در به کارگیری رویه‌ها به کار می‌روند، تمایز قائل شده‌اند. از نظر آنان، به دلیل نقشی که مثال‌ها در درک عمیق‌تر بعضی مفاهیم دارند، می‌توان آن‌ها را به عنوان تسهیل‌کننده درک و جذب یک مفهوم، رده‌بندی نمود. در مواردی دیگر، استفاده از مثال‌ها مهارت-محور هستند و اغلب برای یادگیری یک رویه مثلاً مخرج مشترک‌گیری یا حل معادله و نظایر آن به کار می‌روند؛ بدین ترتیب که یادگیرندگان، آن رویه را در چندین مثال به کار می‌برند و استفاده از آن را تمرین می‌کنند و این موضوع در ابتدا به خاطر کمک به ضبط و نگهداری فرایند رویه در ذهن و سپس رشد و توسعه اثر آن بر یادگیری استفاده می‌شود.

از بیان‌گری و تال^{۱۴} (۱۹۹۴)، نقل شده در لیز و همکاران، ۲۰۰۶، از یک مثال می‌توان در دو جنبه متفاوت رویه و مفهوم، استفاده کرد. مثلاً در تابع $y=3x+2$ ، معلم ممکن است آن را به عنوان مفهوم یک تابع خطی ارائه دهد، ولی داشت آموز آن

شده به تولید مثال، درنگ و تأمل یا تردید و دوبلی معلم در ارائه مثال و حتی ظاهر معلم، به فی البداهه و فوری بودن یک مثال، پی برد. یک مثال از پیش تعیین شده، می‌تواند چند مؤلفه فی البداهه و فوری را در درون خود داشته باشد که معلم موقع طراحی مثال‌های معین، از آن آگاه نباشد، ولی در تعاملات کلاسی بروز کند. عموماً مثال‌های از پیش طراحی شده، از منابع در دسترس معلمان و عمده‌تر از کتاب‌های درسی استخراج می‌شوند و می‌توانند برای سطح خاصی از دانش‌آموزان یا مثلاً به صورت درجه‌بندی شده (از آسان به مشکل)، ارائه شوند. در حالی که مثال‌های فی البداهه و فوری معلمان، اغلب در پاسخ به سوال‌ها یا ادعاهای دانش‌آموزان، در لحظه تولید می‌شوند. مثال‌های فوری، در تعاملات تدریس و بلافصله و عموماً با استفاده از فضای مثال‌های در دسترس معلمان، تولید می‌شوند. این لحظه‌ها، می‌توانند برای معلمان، فرسته‌هایی برای یادگیری باشند و این یادگیری منجر به غنی شدن فضای مثال آن‌ها نیز می‌شود. از نظر زودیک و زاسلاوسکی (۲۰۰۸)، دو هدف عمد و مهم از کاربرد مثال‌های فی البداهه و فوری عبارتند از:

۱. پاسخ به اظهارات دانش‌آموزان از قبیل ادعاهای نادرست (معمولًاً با مثال‌های نقض).
۲. تشریح بیشتر مثال‌های از پیش طراحی شده و محدودیت‌ها و شرایط آنان.

زودیک و زاسلاوسکی (۲۰۰۸)، احتمال انتخاب پارامترهای مبهم و دوپهلو یا پارامترهای متضادی که مثال را به حالتی غیرممکن و نشدنی تبدیل کنند، یک خطر جدی برای کارآمدی مثال‌های فی البداهه، دانسته‌اند.

● مثال‌های تاریخی^۱

در بیانیه مشهور ۷۵ نفر از مشهورترین ریاضی‌دانان که در سال ۱۹۶۱ دریاره برنامه درسی ریاضی دبیرستان منتشر شد و یکی از معتبرترین سندهای تاریخی در زمینه آموزش ریاضی محسوب می‌شود، آمده است که «یکی از بزرگترین امتیازها برای دانش‌آموزان هر رشته یا موضوع، خواندن سرگذشت و تاریخچه آن است، زیرا علم همیشه هنگامی به طور کامل ذاتی و هضم می‌شود که از نقطه آغازین آن شروع شود» (نقل شده در فدایی، ۱۳۸۵). به عقیده غروی‌مهدوی (۱۳۸۹)، یکی از مهم‌ترین راههایی که برای یادگیری ریاضی، علاقه و انگیزه ایجاد می‌کند، بیان ریشه‌های تاریخی آن است. گالاگر^۲ (۱۹۹۱)، نقل شده در پاپ‌انتونیو و اجیلاپولوس، (۲۰۰۸) اشاره می‌کند که معلمان، دانش محدودی در زمینه فرایند تولید علم دارند و در بعضی

انجام می‌دهند و بدین سبب، چی^۳ و همکاران (۱۹۸۹)، آن را «اثر خود- تشریحی»^۴ نامیده‌اند. محققان بر این عقیده‌اند که استفاده مناسب از مثال‌های حل شده، به شرط درک فرایندها و ارتباطات موجود، تأثیر بهسازی در آموزش روش حل مسئله و کسب مهارت‌های شناختی دارد. تحقیقات سولر و کوپر^۵ (۱۹۸۵) نشان داد که آموزش حل مسئله مبتنی بر مثال‌های حل شده، بسیار بهتر و مؤثرتر از آموزش حل مسئله به شیوه تکرار و تمرین^۶ (مسائل تمرینی / تکراری) است. آنان همچنین، نشان دادند که استفاده از مثال‌های حل شده در ابتدای آموزش مهارت‌های شناختی، بسیار مؤثر است.

● مثال‌های تمرینی^۷

به اعتقاد واتسون و میسون (۲۰۰۶)، «مثال‌های تمرینی» بدون حل هستند و به عنوان تکلیف، به یادگیرنده ارائه می‌شوند و هدف‌شان، ایجاد تبحر حل مسائل در وی است. این مثال‌ها می‌توانند یادگیری فراگیران و بهویژه عملکرد حل مسئله آنان را افزایش دهند، به شرطی که طراحی و ارائه آن‌ها طوری باشد که فراگیران را تشویق به خود- تشریحی و خود- استدلایی کنند (لیز و همکاران، ۲۰۰۶). مثال‌های تمرینی می‌توانند برای امتحان عملکرد و ارزیابی در کفراگیران مورد استفاده قرار گیرند. این نوع مثال‌ها، احتمالاً باید نسبت به مثال‌هایی که جهت بالا بردن قوه تعییم طراحی می‌شوند، ساختاری مشکل‌تر داشته باشند.

● مثال‌های از پیش طراحی شده^۸ و مثال فی البداهه (فوری)^۹

«مثال‌های از پیش طراحی شده»، آن‌هایی هستند که معلم، قبل از طراحی شان کرده و در مورد نحوه اجراشان، آگاهی دارد و قصدش این است که آن مثال‌ها را با تدریس خود تلفیق کند. بنابراین، این مثال‌ها در طراحی تدریس معلمان، متن درسی که برای دانش‌آموزانشان آماده می‌کنند، کتاب درسی، منابع تدریس یا گفته‌ها و فعالیت‌های معلمان، دیده می‌شوند (زودیک و زاسلاوسکی، ۲۰۰۸). در حالی که «مثال‌های فی البداهه (فوری)» از قبل طراحی نشده‌اند و در لحظه مستلزم تصمیم‌گیری در لحظه است. این نوع مثال‌ها ممکن است کاملاً جدید باشند یا آن که جرح و تعدیلی از مثال‌های قبلی و مثال‌های ارائه شده کلاس درس باشند (زودیک و زاسلاوسکی، ۲۰۰۸). برای شناخت این نوع مثال‌ها، می‌توان از عواملی مانند بیان و گفتار از پیش طراحی نشده معلم، مدت زمان اختصاص داده

تحقیقات سولر و کوپر (۱۹۸۵) نشان داد که آموزش حل مسئله مبتنی بر مثال‌های حل شده، بسیار بهتر و مؤثرتر از آموزش حل مسئله به شیوه تکرار و تمرین (مسئله‌تیرینی/ تکراری) است. آنان همچنین، نشان دادند که استفاده از مثال‌های حل شده در ابتدای آموزش مهارت‌های شناختی، بسیار مؤثر است

اساسی» و «مثال‌های پیوندی» در شناخت اشتباهاست و حل مجدد مسائل، اشاره کردند. یک مثال اساسی، نقطه شروعی در درک شناختی فرآگیران یا در رویکرد حل مسئله آنان، ایجاد کند، مانند مثال‌هایی که برای معرفی و شناساندن اشتباهاست دانش‌آموزان و اصلاح و بازیبینی و حل مجدد مسائل، ارائه می‌شوند. در واقع، مثال‌های اساسی، یادگیرندگان را در رسیدن به یک دگرگونی و تغییرمفهومی^{۲۷}، کمک می‌کنند (فرشافل و ووسنیادو^{۲۸}، ۲۰۰۴ و تیروش و تسامیر، ۲۰۰۴). نقل شده در زازکیس و چرنوف، ۲۰۰۸).

وقتی یک مثال اساسی، دانش‌آموزان را در شناخت اشتباهاست و مرور مجدد حل مسائل یاری می‌کند، به پیشنهاد اشتباهاست و مرور مجدد حل مسائل یاری می‌شود. «مثال پیوندی» مانند پلی ارتباطی، می‌تواند فرآگیران را از درک‌های ناقص یا نادرست، به سوی درک مفهومی و عمیق، هدایت کند (زازکیس و چرنوف، ۲۰۰۸). البته برای یادگیرندگان، تشخیص اساسی بودن یا پیوندی بودن یک مثال در عمل، ساده نیست. ولی محققان می‌توانند قبل از به کار بردن مثال‌ها و نقشی را از کاربست یک مثال، نحوه عملکرد مثال‌ها و نقشی را که در درک مفهوم‌ها و حل مسئله‌ها ایفا می‌کنند، به استناد یافته‌های پژوهشی، پیش‌بینی کنند. بنابراین، مثال‌های پیوندی آن‌هایی هستند که یادگیرندگان را از یک درک شخصی ناپاخته و ناقص^{۲۹}، به یک درک رایج و مناسب ریاضی^{۳۰}، هدایت می‌کنند که این، یک ظرفیت پداگوژیکی بالاست.

در تحقیقی در این زمینه، زازکیس (۲۰۰۴) از یادگیرندگان خواست تا کسر $\frac{17}{19}$ * را ساده کنند؛ مثلاً موارزی بودن ارتفاع مثلث بالبهای کاغذ به عنوان الگوهای اولیه، ممکن است یادگیرندگان را در تشخیص مثلث یا مربع دوران یافته، دچار اشتباه کنند. بنابراین، آموزشگران ریاضی مثال‌های نوعی را دارای یک نقش دوگانه می‌دانند که هم کمک‌کننده و پشتیبان و هم مانعی در شکل‌گیری مفهوم هستند. مثال‌های نوعی بهدلیل اینکه به سادگی قابل تشخیص‌اند، می‌توانند در شکل‌گیری اولیه مفهوم، کمک‌کننده باشند (ویلسون^{۳۱}، ۱۹۹۰، نقل شده در تسامیر و همکاران، ۲۰۰۸).

موارد، در طراحی تدریسی که به توسعه تصور علمی دانش‌آموزان کمک کند، ناتوان هستند. بدین سبب، طرح مثال‌های تاریخی که حاوی اطلاعاتی غنی در مورد تاریخ و ماهیت علم، فرایند تکامل علمی، باورهای مرمدم معمولی نسبت به پدیده‌های علمی در زمان‌های گوناگون تاریخی و چگونگی تطور مفاهیم علمی، می‌تواند بسترها تحقیقاتی و علمی مناسبی برای معلمان ریاضی فراهم کند. توانمند شدن معلمان در این زمینه، می‌تواند به توسعه درک مفهومی دانش‌آموزان در بسیاری از زمینه‌های ریاضی و ایجاد انگیزه در آن، کمک زیادی کند. البته ساختن مثال‌هایی که قابل استفاده در کلاس‌های درس باشند و در ارائه دیدگاه‌های تاریخی ریاضی، پشتیبان تدریس معلمان باشند، یک مشکل جدی است. بعضی از این مشکلات، مربوط به ماهیت مثال‌ها یا محدودیت‌های فیزیکی و تاریخی آن‌هاست و همین، معلمان را در استفاده از مثال‌ها به دانش‌آموزان، دچار چالش جدی می‌کند.

● مثال‌های نوعی^{۳۲}

منظور از «مثال نوعی»، مثالی است که به صورت نمونه‌ای برای یک مفهوم، در ذهن یادگیرنده وجود دارد که در اولین قدم، وی با آن نمونه، درستی یا نادرستی آن مفهوم را با آن، می‌ستجد. این الگوها به صورت مستقیم و بی‌واسطه (یا شهودی) درک شده و به عنوان نشانگر یا نماینده مفهوم و بدون نیاز به تأیید یا استدلال خاصی، توسط یادگیرنده پذیرفته می‌شوند (تسامیر و همکاران، ۲۰۰۸). البته، تکیه صرف به مثال‌های نوعی، محدود کننده است و ممکن است تأثیر منفی ناخواسته‌ای بر درک مفهومی و توانایی‌های استدلالی یادگیرندگان بگذارد (فیشباین، ۱۹۹۳).

مثلاً، موازی بودن ارتفاع مثلث بالبهای کاغذ یا موازی بودن اضلاع مربع بالبهای کاغذ به عنوان الگوهای اولیه، ممکن است یادگیرندگان را در تشخیص مثلث یا مربع دوران یافته، دچار اشتباه کنند. بنابراین، آموزشگران ریاضی مثال‌های نوعی را دارای یک نقش دوگانه می‌دانند که هم کمک‌کننده و پشتیبان و هم مانعی در شکل‌گیری مفهوم هستند. مثال‌های نوعی بهدلیل اینکه به سادگی قابل تشخیص‌اند، می‌توانند در شکل‌گیری اولیه مفهوم، کمک‌کننده باشند (ویلسون^{۳۳}، ۱۹۹۰، نقل شده در تسامیر و همکاران، ۲۰۰۸).

● مثال‌های اساسی^{۳۴} و مثال‌های پیوندی^{۳۵} زازکیس و چرنوف (۲۰۰۸)، به نقش «مثال‌های

پی‌نوشت‌ها	
1. Instructional example	
2. Process or Class	
3. Rissland & Michener	
4. Start-up Examples	
5. Reference Examples	
6. Model or Generic Examples	
7. Paradigms	
8. Counterexamples	
9. Specific, Semi-General and General Counterexamples	
10. Boundary Examples	
11. Weierstrass	
12. Gray and Tall	
13. Worked Examples	
14. Chi	
15. Self-Explanation Effect	
16. Sweller & Cooper	
17. Practice	
18. Exercise Examples	
19. Pre-planned Examples	
20. Spontaneous Examples	
21. Historical Examples	
22. Gallagher	
23. Prototypical Example	
24. Wilson	
25. Pivotal	
26. Bridging	
27. Conceptual Change	
28. Vosniadou and Verschaffel	
29. Pivotal –Bridging	
30. Naïve or Incomplete Personal Conceptions	
31. Mathematically Coventional Appropriate Conceptions	
منابع	
1. کثیری، حسین. (۱۳۸۸). نقش مثال در آموزش ریاضی. پایان نامه کارشناسی ارشد منتشر نشده آموزش ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی دانشکده علوم ریاضی.	
2. Zaslavski, O. & Lavi , O.. Teacher's use of instructional Examples. (2008)	
3. Goldenberg, P. & Mason, J.. Shedding light on and with example Spaces. (2008)	
4. Watson, A. & Shipman, S.. Using learner generated Examples to introduce new Concepts. (2008)	
5. Zodik, I. & Zaslavsky, O.Characteristics of teacher's choice of examples in and for the Mathematics classroom .(2008)	
6. Zazkis, R. Lelcin, R. Examplifying definitions: a case of a square. (2008)	
7. Rowland, T. The purpose,design and use to examples in the teachery elementary mathermatics. (2008)	
8. Liz. Bills. Dreyfus, T. Mason, J. Tsamir, P. Watson, A Zaslavsky, O.Exemplification in mathematics Education . (2006)	
9. Alcock, L. Matthew, I. Doctoral student use of examples in evaduation and provting contieucture. (2008)	

گرفتند که «مسئله، به حالت اولیه تبدیل شد». در حقیقت، عدم تشخیص این که عددی که از ضرب هر دو عدد اول یا غیراول - به غیر از ۱ - حاصل شده است، دیگر اول نیست، این باور نادرست را در ذهن بسیاری از یادگیرنده‌گان ایجاد کرد که «حاصل ضرب دو عدد اول هم اول است». آن‌ها با کمک معلم، فهمیدند که حاصل ضرب هر دو عدد به غیر از ۱ - اول یا غیراول - دیگر اول نیست، زیرا که بر هر یک از آن دو عدد، بخش پذیر است.

برای این کار، معلم از مثال‌های عددی بیشتری مانند ۶ و ۱۵ استفاده کرد که هر کدام، یک مثال اساسی برای این فعالیت محسوب می‌شوند و به دانش‌آموزان نشان داد که $15 = 3 \times 5$ که ۳ و ۵، هر دو اول هستند. هم‌چنین، $6 = 2 \times 3$ که ۲ و ۳ نیز هر دو اول‌اند، ولی ۱۵ و ۶، هیچ کدام اول نیستند. با این فعالیت، دانش‌آموزان دریافتند که «مجموعه اعداد اول نسبت به عمل ضرب، یک مجموعه بسته نیست» و حاصل ضرب دو عدد اول، یک عدد اول نیست. به کمک این مثال‌ها، دانش‌آموزان یک نقطه شروع و سرنخی به دست آورده‌اند تا با این درک جدید، بدفهمی خود را اصلاح کرده و به حل مجدد مسئله، پردازنند.

البته زازکیس و لیلدا (۲۰۰۴)، بیان می‌کنند که وقتی از فراگیران خواستند که اول بودن یک عدد را بررسی کنند، اکثرشان تقسیم‌پذیری را تنها با اعداد اول کوچکتر از آن عدد یعنی ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و امتحان کردند زیرا باور داشتند که هر عدد مرکبی، یک مقسوم‌علیه اول کوچکتر از خود دارد. زازکیس (۲۰۰۴) در رویارویی با این باور نادرست و اصلاح آن، از مثال پیوندی ۷۷ استفاده کرد. انتخاب عدد ۷۷ به این دلیل بود که نه مانند ۱۵ و ۶ کوچک و مأнос و نه مانند ۴۳۷ بزرگ و نامأнос بود. این در حالی است که اگرچه ساختار اعداد ۶، ۱۵، ۲۲۱، ۷۷، ۴۳۷ و مشابه هستند و همگی، حاصل ضربی از دو عدد اول‌اند، ولی اعداد ۶، ۱۵ و ۷۷، خصوص ساده کردن اعداد در کسر $\frac{17}{19} * \frac{17}{23}$ این ادعا مثال‌های نقضی بودند که در به چالش کشیدن باور نادرستی که آنان داشتند، نقش مهمی بازی کردند. در خصوص ساده کردن اعداد در کسر $\frac{17}{19} * \frac{17}{23}$ این ادعا که چهار عدد اول متفاوت نمی‌توانند ساده شوند و این که هیچ عدد اولی تجزیه‌شدنی نیست و فقط به یک صورت قابل نمایش است، یک نتیجه از «قضیه اساسی حساب» است. ولی باور این حقیقت، وقتی که اعداد از ۱۰ بزرگ‌تر بودند، برای دانش‌آموزان ساده نبود.

مثال‌های پیوندی
 آن‌هایی هستند که
 یادگیرنده را از یک
 درک شخصی ناپاخته
 و ناقص، به یک
 درک رایج و مناسب
 ریاضی، هدایت
 می‌کنند که این، یک
 ظرفیت پداگوژیکی
 بالاست



مژووی بر خلاقیت با تأکید بر ریاضی

نرگس یافتیان

استادیار آموزش ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

دانلود از سایت (یاضی سرا)
www.riazisara.ir

چکیده

مژووی پژوهش‌های انجام شده در رابطه با خلاقیت و تفکر واگرا در آموزش ریاضی، در دنیا می‌تواند راه را برای انجام پژوهش‌های بنیادی‌تری در کشور، هموارتر کند. هدف مقاله حاضر که به صورت مژووی و به روش کتابخانه‌ای و متکی بر نتایج تحقیقی معاصر انجام شده است، معرفی تعریف‌ها و ویژگی‌های خلاقیت، با تأکید بر ریاضی است. همچنین در این مقاله، عوامل مؤثر بر خلاقیت به منظور تقویت مبانی نظری خلاقیت ریاضی، تدوین شده است.

کلیدواژه‌ها: خلاقیت ریاضی، آموزش ریاضی، تفکر واگرا

مقدمه

آموزش و پرورش است و آن‌ها را موظف می‌نماید تا با انتکا بر یافته‌های علمی، به تبیین دقیق‌تری از فرایند یاددهی - یادگیری دست یابند. ایجاد این تغییرات سازنده در نظام آموزشی و فراهم کردن محیطی پویا، یادگیرنده‌گان را با وضعیت‌ها و مسائل چالش‌برانگیز مواجه کنند تا در حین دستوت‌پنجه نرم کردن با این مسائل، و تلاش برای حل آن‌ها زمینه را برای پرورش خلاقیت در دانش‌آموزان، مهیا نمایند.

ریاضی حوزه‌ای است که در رأس حوزه‌های عقلانی قرار دارد (سیلور^۱، ۱۹۹۷)، خلاقیت باید در طراحی و برنامه‌ریزی فعالیت‌های آموزشی این حوزه در نظر گرفته شود. سریرامن^۲ و همکاران^۳ (۲۰۱۳)، وسل^۴ (۲۰۱۴) و

در دنیا پرستاب امروزی، پیشرفت روزافزون بشر در علوم و فن‌آوری، بر کسی پوشیده نیست. در مسیر این ترقی، بشر با چالش‌ها و مسائل جدیدی روبروست. حل مسئله و طرح مسئله^۱ به نحو چشمگیری جزء جدنشدنی این پیشرفت محسوب می‌شود. مسائلی که با این پیشرفت‌ها پیش‌روی بشر قرار می‌گیرند، با مسائل دوره‌های قبلی متفاوت است. تمرکز دنیا امروز؛ تنها بر حل کردن این مسائل نیست، بلکه بشر برای ادامه پیشرفت جامعه و رسیدن به دستاوردهای بهتر، نیاز دارد که در فرایند حل این مسائل، از شیوه‌های خلاقانه کمک گرفته و بهترین و مناسب‌ترین راه حل‌ها را پیدا کند یا انتخاب نماید. توجه به این واقعیت، هشداری برای نظام‌های

هایلار، ۱۹۸۷؛ کیم، ۲۰۰۹؛ یان^{۱۰} و سریرامن، ۲۰۱۲؛ کنترویج و همکاران، ۲۰۱۱؛ لیکین و لو، ۲۰۱۳؛ سریرامن و همکاران، ۲۰۱۳، لاتگ^{۱۱}، ۱۹۹۷). برای مثال، کنترویج و همکاران (۲۰۱۱)، طرح مسئله را ابزار قدرتمندی برای ارزیابی خلاقیت ریاضی نیز می‌دانند، اما معتقدند هر مسئله‌ای که افراد طرح می‌کنند، به عنوان نمودی از خلاقیت آن‌ها محسوب نمی‌شود. آن‌ها در تحقیق خود در مورد دانش‌آموzan دبیرستانی، از آن‌ها خواستند تا مسائل متعددی را طرح کنند. سپس به ارزیابی کمی مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن در زمینه طرح مسئله پرداختند در تحقیق آن‌ها، سیالی را به تعداد مسائل طرح شده مناسب، بکر بودن را به مسائلی که توسط تعداد بسیار معهودی از آن‌ها طرح شده و انعطاف‌پذیری را به انواع مسائل طرح شده و استراتژی‌های طرح مسئله، نسبت دادند و به این نتیجه رسیدند که اهمیت این مؤلفه‌های سه‌گانه، در زمینه طرح مسئله و ارزیابی خلاقیت ریاضی، مهم بوده است، ولی به تنها برای ماهیت خلاقیت را در افراد نشان نمی‌دهد. برای این منظور، آن‌ها تنها به نتایج نهایی بسنده نکردن بلکه فرایند طرح مسئله، افراد را نیز تحلیل کردن و به این نتیجه رسیدند که علاوه بر این مؤلفه‌ها، شایستگی‌های^{۱۲} افراد نیز می‌تواند عامل مکملی برای خلاقیت آنان محسوب شود.

پارکر و بگناد^{۱۳} (۲۰۰۴) معتقدند که افراد در فرآیند حل مسئله، دائم و به تناب، نیازمند به کارگیری تفکر و اگرا و همگرای خود هستند. همچنین، آن‌ها تأکید بر اهمیت تفکر منطقی، معتقدند که تفکر منطقی و تفکر خلاق در این فرایند، کامل کننده یکدیگرند و ایده‌های جدید، از تعامل بین این دو نوع تفکر، شکل می‌گیرند. برخی از محققان (از جمله کیماز^{۱۴} و همکاران، ۲۰۱۲؛ لیکین و لو، ۲۰۰۷؛ بهار و میرکار، ۲۰۱۱؛ والیا^{۱۵}، ۲۰۱۲؛ لیکین و لو، ۲۰۰۹ و همکاران، ۲۰۰۶؛ کنترویج و همکاران، ۲۰۱۱) با مطالعه بر روی مؤلفه‌های تفکر و اگرا - سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن و بسط - سعی در توصیف و تحلیل رفتارهای خلاقانه ریاضی افراد دارند.

هدف اصلی در مطالعه کیماز و همکاران (۲۰۱۲)، تعیین ویژگی‌های مهارت تفکر خلاق در دانشجو - معلمان ریاضی دوره متوسطه در حین فرایند حل مسائل ریاضی براساس عوامل سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن بود. آن‌ها معتقدند که مدارس، فرست کسب تجربه‌های کافی مرتبط با خلاقیت ریاضی را در اختیار افراد قرار نمی‌دهند. در حالی که ایجاد مهارت‌های تفکر خلاق دانشجو - معلمان ریاضی که قرار است عهده‌دار مسئولیت تدریس ریاضی باشند، از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق، از دانشجو-

شارما^{۱۶} (۲۰۱۴) نیز بیان می‌کنند که خلاقیت در ریاضی، باید یکی از مؤلفه‌های اصلی آموزش ریاضی در نظر گرفته شود. پس برای برنامه‌بیزی بهتر جهت تقویت این توانایی در آموزش ریاضی، نیاز است تا ساختار خلاقیت و خلاقیت در ریاضی و ویژگی‌های آن‌ها، شناسایی شوند. بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز، بسیاری از ابعاد و وجود خلاقیت ریاضی در محیط‌های آموزشی برای صاحب‌نظران ناشناخته است بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد در زمینه خلاقیت ریاضی، ضروری به نظر می‌رسد. همچنین با توجه به این که پژوهش‌های مرتبط با خلاقیت با تأکید بر ریاضی در ایران کمتر انجام گرفته است، مرور پژوهش‌های انجام شده در دنیا می‌تواند راه را برای انجام پژوهش‌هایی در کشور، هموارتر کند. هدف این مقاله که به روش کتابخانه‌ای است، معرفی تعریف‌ها و ویژگی‌های خلاقیت با تأکید بر ریاضی و نقش عوامل مؤثر بر آن است.

خلاقیت در ریاضی

عدمای از ریاضی دانها (اروینک، ۱۹۹۱؛ آدامار، ۱۹۴۵؛ پوانکاره، ۱۹۵۶، ۱۹۴۸؛ بُدن، ۲۰۰۴)، خلاقیت در ریاضی را ناشی از ترکیب ایده‌ها می‌دانند و ترکیب کردن ایده‌های شناخته شده را به شیوه‌های جدید، یک کار خلاقانه در نظر می‌گیرند. اروینک (۱۹۹۱) بیان می‌کند که خلاقیت ریاضی، نقش حیاتی در تفکر ریاضی پیشرفت‌های دارد و باعث حسیه‌سازی و خلق نظریه‌های ریاضی می‌گردد. او شکل‌گیری تعریف یک مفهوم جدید و ارزشمند ریاضی را با استفاده از مفاهیم قبلی، مثالی از فعالیت خلاقانه در ریاضی می‌داند. وی معتقد است نیروی محركه خلاقیت ریاضی، از تعامل عناصر مختلفی از جمله درک^{۱۷}، شهود^{۱۸}، بصیرت^{۱۹} و توانایی تعمیم دادن^{۲۰} تشکیل شده است.

اگر چه برخی از افراد، خلاقیت ریاضی را حوزه خاص ریاضی دانان حرفه‌ای می‌دانند، اما خلاقیت در ریاضی، تنها مرتبط با کار اصیل و بکر ریاضی دانان نیست، بلکه شامل کشف بعضی موارد توسط شخصی که این کشف برای او جدید است اما از قبیل با آن آشنا نبوده نیز، می‌شود بعضی از محققان (از جمله سریرامن (۲۰۰۹؛ لیکی دا^{۲۱} و سریرامن، ۲۰۰۶؛ شیریکی^{۲۲}، ۲۰۱۰)، بین تعریف خلاقیت ریاضی در سطح حرفه‌ای و سطوح آموزشی، تمایز قائل می‌شوند. بسیاری از محققان بر این باورند که در سطوح آموزشی، خلاقیت ریاضی عموماً مرتبط با حل مسئله یا طرح مسئله است (چمبرلین و مون، ۲۰۰۵؛ سیلور، ۱۹۹۷؛ سریرامن، ۲۰۰۹؛ لیکی دا^{۲۳} و سریرامن، ۲۰۰۶؛ الود^{۲۴} و همکاران، ۲۰۰۹؛ پیمانی^{۲۵} و همکاران، ۲۰۱۰).

**افرادی که بیشتر
بر تفکر منطقی خود
در حل مسائل وابسته
هستند، سیالی در ارائه
ایده‌ها در آن‌ها، بیشتر
دیده می‌شود و افرادی
که بر تفکر شهودی خود
تکیه بیشتری می‌کنند،
منعطف‌تر فکر کرده و
خطرپذیری بیشتری در
حل مسائل از خود نشان
می‌دهند**

نشان دادن رابطه معنادار بین خلاقیت ریاضی و پیشرفت تحصیلی دانشآموزان پایه‌های مختلف تحصیلی بوده است. آنان به این نتیجه رسیدند که این مؤلفه‌های چهارگانه، می‌توانند پیش‌بینی‌های معناداری از پیشرفت تحصیلی دانشآموزان در ریاضی باشند. بهار و میکر (۲۰۱۱) معتقدند که دانشآموزان، از تفکر تجربه‌های خلاق لذت می‌برند و در حالی که این تفکرشان را در ریاضی به خدمت می‌گیرند، مفاهیم و فرایندهای ریاضی را بهتر درک کرده و موقیت‌های بالاتری را در زمینه ریاضی کسب می‌کنند. آن‌ها همچنین، با ترکیب نتایج تحقیق خود با تحقیقات دیگری، خطاب به آموزشگران و معلمان بیان می‌کنند که در تمام پایه‌های تحصیلی و با توسعه تفکر خلاق در ریاضی، می‌توان پیشرفت تحصیلی ریاضی دانشآموزان را بهبود بخشید.

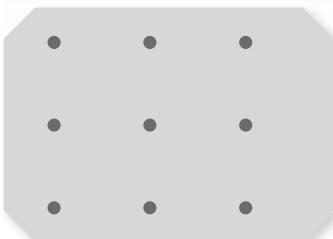
علاوه بر این‌ها هدف از مطالعه کاون و همکاران (۲۰۰۶) که در مورد دانشآموزان پایه ۷ انجام گرفت تحقیق روی تفکر واگرا در ریاضی، مبتنی بر مسائل باز پاسخ بود. آن‌ها به مؤلفه‌های تفکر واگرا شامل سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن پرداختند و با تحقیق خود، تلاش در ارائه راهکارهایی داشتند تا معلمان را جهت بهبود مهارت‌های تفکر خلاقانه دانشآموزان در کلاس خود، یاری نموده و راهکارهای مفیدی پیشنهاد کنند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که با استفاده از رویکرد باز - پاسخ، می‌توان اهداف چندگانه‌ای را دنبال کرد و در استفاده از این رویکرد، باید توجه خاصی به مسائل انتخاب شده داشت. هایلак (۱۹۷۸) نیز ضمن بیان این امر که بین فرایندهای حل مسئله و تفکر خلاق پیوندی وجود دارد، جهت شناخت تفکر خلاق افراد در ریاضی، به ارائه مثال‌هایی از تکلیف‌های مناسب ریاضی برای این کار می‌پردازد. این تکلیف‌ها به گونه‌ای انتخاب شده که افراد را تشویق به داشتن ذهنی باز و رها کردن قالبهای کلیشه‌ای می‌کند، زیرا به مؤلفه‌های انعطاف‌پذیری و بکر بودن از تفکر خلاق، توجه خاصی می‌کند. مثال زیر، به عنوان یک تکلیف حل مسئله در ریاضی است که می‌تواند باعث تقویت تفکر واگرا گردد.

مثال: در شکل زیر با وصل کردن نقاط با خط مستقیم، شکل‌های متعددی با مساحت ۲ واحد مربع ایجاد کنید (هایلак، ۱۹۸۷، ص ۷۲).

معلمان خواسته شد که مسائل ریاضی را از راههای متنوع و مختلفی حل کنند. دانشجو - معلمان، رفتارهای حل مسئله مختلفی از خود نشان دادند و مهارت‌های تفکر خلاق آن‌ها بر حسب سیالی، انعطاف‌پذیری و بکر بودن، وابسته به عوامل شخصی و غیرشخصی متعددی گزارش شده است. نتایج این مطالعه، منجر به ارائه عوامل مرتبط با خلاقیت شد. کیماز و همکاران معتقدند که هیچ یک از این عوامل به تنها، نمی‌تواند بر مهارت‌های تفکر خلاق تأثیرگذار باشد و وجود تعامل بین آن‌ها اساسی است. آن‌ها در تحقیق خود، به اهمیت مواردی از جمله تفکر شهودی، تفکر منطقی، استراتژی‌های حل مسئله، جستجوی روابط و الگوها و غلبه بر تفکر جرمی تأکید کردند. کیماز و همکاران به برخی از ویژگی‌های تفکر شهودی از جمله اجتناب از انجام عملیات الگوریتمی، عدم علاقه به نوشتن، خطرپذیری در حل مسائل و استفاده از شکل‌ها و نمودارها در حل مسائل جبری، اشاره می‌کنند همچنین آنان، برخی از ویژگی‌های تفکر منطقی مانند اجتناب نکردن از عملیات الگوریتمی، تفکر به حل مسئله در یک مسیر از پیش تعیین شده، خطر نکردن در حل مسائل و اجتناب نکردن از نوشتن جزئیات تفکر را بر شمرده‌اند (ص ۱۸۷). علاوه بر این، به گفته آنان، افرادی که بیشتر بر تفکر منطقی خود در حل مسائل وابسته هستند، سیالی در ارائه ایده‌ها در آن‌ها، بیشتر دیده می‌شود و افرادی که بر تفکر شهودی خود تکیه بیشتری می‌کنند، منعطف‌تر فکر کرده و خطرپذیری بیشتری در حل مسائل از خود نشان می‌دهند. آن‌ها در تحقیق خود، به اهمیت عوامل شخصی از جمله داشتن اعتماد به نفس، انگیزه، اراده و سماجت در حل مسائل نیز تأکید کردند.

همچنین، عده‌ای از محققان (لیکین، ۲۰۰۷؛ ۲۰۰۹؛ اروینک، ۱۹۹۱؛ تال، ۱۹۹۱؛ لیکین و لو، ۲۰۱۳؛ ۲۰۰۷؛ کاون و همکاران، ۲۰۰۶) نیز معتقدند که به کارگیری شیوه‌های چندگانه در حل مسائل، می‌تواند باعث ارتباط دادن بین مفاهیم و ایده‌های مختلف ریاضی و عمق بخشنیدن به فهم و درک افراد گردد و بر این باورند که می‌توان از آن برای پرورش خلاقیت ریاضی در سطوح مختلف استفاده کرد. لیکین ولو (۲۰۰۷؛ ۲۰۱۳) با دادن مسائل و تکلیف‌هایی با جواب‌های چندگانه، از دانشآموزان پایه‌های دهم و یازدهم خواستند که آن‌ها را با شیوه‌های متنوع، حل نمایند. آن‌ها جهت ارزیابی خلاقیت ریاضی در حل این مسائل، از ارزشیابی مؤلفه‌های بکر بودن، انعطاف‌پذیری و سیالی جواب‌ها استفاده کردند و به این نتیجه رسیدند که تکلیف‌هایی با جواب‌های چندگانه، برای ارزیابی خلاقیت ریاضی افراد، مفیدند.

هدف بهار و میکر (۲۰۱۱) و والیا (۲۰۱۲) از مطالعه روی مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری، بکر بودن و بسط،



توانایی‌های فضایی و استدلال استقرایی و استنتاجی، جزو عوامل پیش‌بینی کننده خلاقیت هستند. آن‌ها مانند بسیاری از محققان (اروینک، ۱۹۹۱، آدامار، ۱۹۴۵، پوآنکاره، ۱۹۴۸) معتقدند که خلاقیت در ریاضی یعنی توانایی دیدن روابط جدید و ایجاد ارتباط بین ایده‌های به ظاهر نامرتب است. از آن جا که شخص نیاز به دوباره ترکیب کردن ایده‌ها دارد. بنابراین دانش و توانایی‌های ریاضی از جمله عوامل مهم و تأثیرگذار در خلاقیت ریاضی هستند. آن‌ها معتقدند که اگر دانش حوزه‌ای فرد محدود باشد، وی منابع کمتری جهت شکل دادن به ایده‌های جدید دارد.

نتیجه گیری

ریاضی حوزه‌ای مناسب برای تقویت مهارت‌هایی است که از ملزومات بروز خلاقیت و پرورش آن است. لذا، پرورش خلاقیت باید از اهداف طراحی فعالیت‌های این حوزه باشد. نظام آموزش و پرورش باید تا با اتکا بر یافته‌های علمی، به تبیین دقیق‌تری از فرایند یاددهی - یادگیری دست یابد و فرصت‌های زیادی را در کلاس‌های درسی ریاضی، برای افراد فراهم سازد تا حل مسائل ریاضی چالش‌برانگیز و تکلیف‌هایی که باعث می‌شود که آنان خلاقیت ریاضی را تجربه نمایند، دست و پنجه نرم کنند. هم‌چنین، برآهمیت و وارد کردن طرح مسئله در فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی تأکید و آن را به عنوان یک فعالیت وابسته به خلاقیت ریاضی در نظر بگیرند.

پی‌نوشت‌ها

1. problem posing
2. Silver
3. Sriraman
4. vessels
5. sharma
6. Ervynck
7. Hadamard
8. poincare
9. Boden
10. understanding
11. intuition
12. insight
13. generalization
14. Liljedahl
15. shriki
16. chamberlin and Moon
17. Ellwood
18. posamentier
19. kim
20. Yuan
21. Leung

بسیاری از افراد، آسان‌ترین جواب را که مستطیلی به طول ۲ و عرض ۱ است، ارائه کردند. بعضی از جواب‌ها با درصد دانش آموزانی که آن پاسخ را داده بودند، در زیر نشان داده شده است. (هایلک، ۱۹۸۷، ص ۷۲). همان‌طور که مشاهده می‌شود شکل چهارم نیازمند استفاده از سطوح بالای خلاقیت است زیرا در آن، ایده‌های شکل‌های قبلی با هم ترکیب شده‌اند. هایلک معتقد است که این نوع تکلیف‌ها، می‌تواند مشوقی برای بروز خلاقیت در افراد باشد.

شکل ۱. جواب‌ها با مساحت ۲ واحد مربع با درصد دانش آموزانی که آن را ارائه کرده‌اند (هایلک، ۱۹۸۷، ص ۷۲)



شکل ۲. ایده‌ای در سطح بالای خلاقیت (هایلک، ۱۹۸۷، ص ۷۲)



دیگر پیش‌بینه‌های تحقیقی در زمینه خلاقیت ریاضی

تحقیقات متعدد دیگری در زمینه خلاقیت ریاضی انجام شده است که آن‌ها نیز تلاش کرده‌اند تا به خلاقیت ریاضی و نقش آن در فرایند یاددهی - یادگیری در محیط‌های آموزشی، و شناسایی عوامل تأثیرگذار بر آن پردازنند. می‌توان به عواملی چون دانش ریاضی و درک و بصیرت نسبت به آن، گفتمان‌های ریاضی در کلاس درس، تجسم و شهود، دانش فراشناختی نظام باوری فرد و تمایلات او اشاره کرد. در ادامه، به بعضی از این تحقیقات اشاره شده است.

در تحقیق یان و سریرامن (۲۰۱۲) که در مورد دانش آموزان دبیرستانی در دو کشور چین و آمریکا انجام یافته، توانایی طرح مسئله ریاضی به عنوان شاخصی از خلاقیت ریاضی مورد بررسی قرار گرفته است. آن‌ها با مقایسه عملکردهای این دو دسته از جوامع مختلف، به این نتیجه رسیدند که دانش ریاضی، عامل مهمی در توانایی افراد جهت طرح مسئله است و بین این دو، رابطه معناداری وجود دارد. آن‌ها بیان می‌کنند که دانش پایه و مهارت‌های اساسی، ارتباط زیادی با خلاقیت ریاضی دارد و باید تعادلی بین این دو وجود داشته باشد.

کاتنو^{۲۹} و همکاران (۲۰۰۹) در مطالعه خود، تلاش بر شناسایی عواملی داشتند که توانایی خلاق را در ریاضی، پیش‌بینی کنند. آن‌ها دریافتند که دانش موضوعی، مانند

بهار و میکر (۲۰۱۱) معتقدند که دانش آموزان، از تفکر تجربه‌های خلاق لذت می‌برند و در حالی که این تفکرشان را در ریاضی به خدمت می‌گیرند، مفاهیم و فرایندهای ریاضی را بهتر درک کرده و موفقیت‌های بالاتری را در زمینه ریاضی کسب می‌کنند

- منابع
1. سیف، ع. (۱۳۹۲). روانشناسی پرورشی نوین. نشر دوران، ویرایش هفتم.
 2. Bahar, A. K. & Maker, C.J. (2011).Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement. Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education, 3(1), 33-48.
 3. Beghetto, R. A., & Kaufman, J. C. (2009). Do we all have multicreative potential? ZDM Mathematics Education, 41, 39–44.
 4. Boden, M. (2004).The creative mind: Myths and mechanisms (2nd ed.). London: Routledge.
 5. Brinkmann, A., & Sriraman, B. (2009). Aesthetics and creativity: An exploration of the relationship between the constructs. Festschrift celebrating Paul Ernest's 65th birthday, 57-80.
 6. Brunkalla, K. (2009). How to increase mathematical creativity-An experiment. The Montana Mathematics Enthusiast, 6(1), 257-266.
 7. Burton, L. (1999). The practices of mathematicians: What do they tell us about coming to know mathematics?. Educational Studies in Mathematics, 37(2), 121-143.
 8. Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. Journal of Secondary Gifted Education, 17(1), 37–47.
 9. Ellwood, S., Pallier, G., Snyder, A., Gallate,J, (2009). The Incubation Effect: Hatching a Solution? Creativity Research Journal, 21(1), 6–14.
 10. Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall,Advanced mathematical thinking (pp. 42-52).Kluwer Academic Publishers New York.
 11. Freiman, V. & Sriraman, B. (2007). Does mathematics gifted education need a working philosophy of creativity? Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 6(1-2), pp. 23-46.
 12. Guilford, J. P. (1959). Traits of creativity.In H. H. Anderson (Ed.), Creativity and its cultivation (pp. 142-161). New York: Harper & Brothers Publishers.
 13. Hayes, J.R. & Mellon, C. (1990).Cognitive Processes in Creativity.Occasional Paper, 18.
 14. Haylock, D.W. (1987): A framework for assessing mathematical creativity in school children. – In: Educational Studies in Mathematics 18 (1), 59–74.
 15. Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., Christou, C., & Cleanthous, E. (2009) PREDICTING MATHEMATICAL CREATIVITY.
 16. Kim, K. H. (2009). Creative Problem Solving. In B. Kerr (Ed).Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent.Sage Publications. . pp. 188-191.
 17. Kiymaz, Y., Sriraman, B., & Lee, K. H. (2012). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Mathematical Creativity in Problem Solving. The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics, 173-191.
 18. Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they?. In Proceedings of the 6th international conference on creativity in mathematics education and the education of the gifted studentsUniversity of Latvia, Riga, Latvia/Angel Kanchev University of Ruse, Ruse, Bulgaria (pp. 120-125).
 19. Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. Asia Pacific Education Review, 7(1), 51-61.
 20. Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks.In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students. (Ch. 9, pp. 129-145). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publisher.
 21. Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. WORKING GROUP 14. Advanced mathematical thinking 2220, 2330.
 22. Leikin, R., & Lev, M. (2007, July). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In PME CONFERENCE (Vol. 31, No. 3, p. 3).
 23. Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference?. ZDM, 1-15.
 24. Leung, S. K. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing.ZDM, 29(3), 81-85.
 25. Liljedahl, P. (2004). The AHA! experience: mathematical contexts, pedagogical implications, Unpublished doctoral dissertation, Simon Fraser University, Burnaby, British Columbia, Canada.
 26. Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006).Musings on mathematical creativity.For The Learning of Mathematics, 26(1), 17-19.
 27. Mann, E. L. (2009). The search for mathematical creativity: Identifying creative potential in middle school students. Creativity Research Journal, 21(4), 338-348.
 28. Mann, E. L. (2005). Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical Aptness
 29. parker & Begnaud
 30. kiymaz
 31. Bahar & Maker
 32. Walia
 33. kwon
 34. David Tall
 35. kattou

- Biopsichosocialinispožūris, (2), 55-82.
44. Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. ZDM, 1-11.
 45. Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. The International Journal on Mathematics Education [ZDM], 41, 13-27.
 46. Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. The Journal of Secondary Gifted Education, 17, 20-36.
 47. Sriraman, B., & Dahl, B. (2009). On bringing interdisciplinary Ideas to Gifted Education.In L.V. Shavinina (Ed).The International Handbook of Giftedness (pp. 1235-1256). Springer Science.
 48. Sriraman, B. &Kýymaz, Y. (2009).Relationship of Creativity to Intelligence.In B. Kerr (Ed). Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent. Sage Publications. pp. 726-728.
 49. Sternberg, R. J. (2001). What is the common thread of creativity? Its dialectical relation to intelligence and wisdom.American Psychologist, 56(4), 360-62.
 50. Sternberg, R. J., &Lubart, T. I. (1995).Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity. New York: Free Press.
 51. Sternberg, R. J., &Lubart, T. I. (2000). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Ed.), Handbook of creativity (pp. 93–115). New York: Cambridge University Press.
 52. Sternberg, R. J., Lubart, T. I., Kaufman, J. C., &Pretz, J. E. (2005).Creativity.In K. J. Holyoak& R. G. Morrison (Eds.), Cambridge handbook of thinking and reasoning (pp. 351–370). Cambridge: Cambridge University Press.
 53. Tall, D. (1991) (Ed).Advanced mathematical thinking (pp. 3-21).Kluwer Academic Publishers New York.
 54. Walia, P. (2012). Achievement In Relation To Mathematical Creativity Of Eighth Grade Students. Indian Streams Research Journal, 2.
 55. Wallace, B. (1986) Creativity some definitions: The creative personality; the creative process; the creative classroom. Gifted Education International, 4(2), pp. 68-73.
 56. Wallas, G. (1926).The art of thought. New York: Harcourt Brace.
 57. Wessels, H. M. (2014). Levels of mathematical creativity in model-eliciting activities.Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(9), 22-40.
 58. Yuan, X., &Sriraman, B. (2012).An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. The elements of creativity and giftedness in mathematics, 5-28.
- creativity in middle school students (Doctoral dissertation, University of Connecticut).
29. Mina, F.(2008). Promoting Creativiy for all students in mathematics educations.Proceedings of the discussing group 9: Promoting Creativity for all students in mathe- maticseducation. In the 11th ICME (Monterrey, Mexico, 2008).
 30. Neumann, C. J. (2007). Fostering creativity—A model for developing a culture of collective creativity in science. EMBO Reports, 8(3), 202–206.
 31. Parker, J. P., &Begnaud, L. G. (2004). Developing creative leadership.Libraries Unlimited.
 32. Plucker, J., Beghetto, R. A., & Dow, G. (2004). Why isn't creativity more important to educational psychologists? Potential, pitfalls, and future directions in creativity research. Educational Psychologist, 39, 83-96.)
 33. Poincaré, H. (1948). Science and method. New York: Dover.
 34. Poincaré, H (1956): Mathematical Creation. In: J. R. Newman (ed.): The world of mathematics, v4, New York, NY: Simon and Schuster, pp. 2041-2050.
 35. Posamentier, A. S., Smith, B. S. &Stepelman, J. (2010).Teaching secondary mathematics: techniques and enrichment units.(8th ed.). Columbus, Ohio: Merrill Prentice Hall.
 36. Runco, M. A. (2005). Motivation, competence, and creativity.In A. Elliott & C. Dweck (Eds.), Handbook of competence and motivation (pp. 609–623). New York: Guilford.
 37. Savic, M. (2012). What do mathematicians do when they have a proving impasse? In Proceedings of the 15th Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education.
 38. Sharma, Y. (2014). The Effects of Strategy and Mathematics Anxiety on Mathematical Creativity of School Students.Mathematics Education, 9(1), 25-37.
 39. Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. Educational Studies in Mathematics.
 40. Silver, E.A.(1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik29 (3), 75–80.
 41. Simonton, D. K. (2004).Creativity as a constrained stochastic process. In R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko& J. L. Singer (Eds.), Creativity: From potential to realization .pp. 83–101.
 42. Sinitsky, I.(2008). Both for teachers and for Students: on some essential features of creativity-stimulating activities. Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education Monterrey, Mexico.
 43. Sousa, F. C. (2008). Still the elusive definition of creativity.Tarptautinispchologijosžurnalas:



نقش کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه در

کنکور سراسری

افشین خاصه‌خان، کارشناس ارشد ریاضی کاربردی و دبیر ریاضی نواحی ۱ و ۲ ارومیه
شادی دوست طلب دیلمقانی، کارشناس ارشد جامعه‌شناسی و مشاور تحصیلی دبیرستان ناحیه ۱ ارومیه

چکیده

در این مقاله، سعی شده است کفایت مطالب موجود در کتاب‌های درسی ریاضی در رشته‌های نظری (علوم ریاضی، علوم تجربی و علوم انسانی)، برای حل سؤال‌های کنکور سال‌های ۹۳، ۹۲، ۹۱ و ۹۰، نشان داده شود. هم‌چنان، مشخص شود یک طراح چگونه انواع سؤال‌های ساده، ترکیبی و پیچیده را با استفاده از متن کتاب‌های درسی ریاضی، طراحی می‌کند و یک دانش‌آموز مسلط به این کتاب‌ها چگونه می‌تواند به آن‌ها، در آزمون کنکور سراسری پاسخ دهد. بر این اساس، میزان تطابق هر سؤال با کتاب‌های درسی و سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، به صورت تطابق بالا، متوسط، پایین و عدم تطابق، دسته‌بندی شده است. تحلیل‌های صورت گرفته از داده‌های به دست آمده، نشان می‌دهد که هر سال، بالغ بر ۷۰٪ سؤال‌ها با کتاب‌های درسی و یا سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، مطابقت بالا دارند و سؤالی که با کتاب‌های درسی تطابق نداشته باشد، وجود ندارد. این مقاله، بیان می‌کند که چرا دانش‌آموزان دوره متوسطه، جهت آماده شدن برای آزمون کنکور سراسری باید به کتاب‌های درسی ریاضی به عنوان منبع اصلی اهمیت لازم را بدهند و برای پیشگیری و درمان عدم اقبال دانش‌آموزان از کتاب‌های درسی، چه اقداماتی می‌توان انجام داد.

کلیدواژه‌ها: کتاب‌های درسی ریاضی، سؤال‌های کنکور سراسری، میانگین نمرات خام

مقدمه

کنکور سراسری در ایران، پدیده منحصر به فردی است که هر سال، خانواده‌های زیادی را در گیر می‌کند. بسیاری از دانش‌آموزان در آخرین سال تحصیلی خود، علاوه بر مدرسه برای تقویت بیشتر از کلاس‌های خارج از مدرسه نیز بهره می‌گیرند. به عقیده این دانش‌آموزان، کتاب‌های درسی برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های کنکور سراسری کافی نیستند. بدلاً از آن‌ها معتقدند که برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های چهارگزینه‌ای، فن تست‌زنی را نیز باید بیاموزند و این فن را مقوله‌ای جدا از آموزش تشریحی رایج در مدرسه می‌دانند. این دو موضوع باعث شده است که اکثر دانش‌آموزان، باور داشته باشند که اولًاً آموزش در خارج از مدرسه بهتر صورت می‌گیرد و ثانیاً مطالب موجود در کتاب‌های کمک درسی و جزووهای درسی، از مطالب کتاب‌های درسی مفید‌ترند (خاصه‌خان، ۱۳۹۴، الف).

روش پژوهش

در این مجموعه، هر سؤال ریاضی رشته‌های علوم ریاضی، علوم تجربی و علوم انسانی در کنکور سال‌های ۹۱، ۹۲، ۹۳ و ۹۴ با مطالب کتاب‌های درسی پاسخ داده شده و بر اساس میزان تطابق آن سؤال با کتاب‌های درسی، در سه دسته سؤال‌های با تطابق بالا، متوسط و پایین، طبقه‌بندی شده است. دسته اول یعنی سؤال‌های با تطابق بالا، آن‌هایی هستند که طراح در مثال یا تمرین مطرح شده در کتاب، فقط داده‌ها یاتابع را تغییر داده و در ساختار سؤال، تغییری ایجاد نکرده است و یا سؤال بدون تغییر از متن کتاب، تعریف‌ها و قضیه‌ها، مطرح شده است. در موارد محدودی هم از ترکیب دو تمرین کاملاً ساده از کتاب تشکیل یافته است. دسته دوم، سؤال‌ها با تطابق متوسط هستند که از ترکیب دو یا حداکثر سه مثال، تمرین، تعریف یا قضیه، از متن کتاب‌های درسی طرح می‌شوند و طراحان از دانش‌آموzan انتظار دارند که این موضوع‌ها را در مسئله تشخیص داده و با هم تلفیق نمایند، دسته سوم، سؤال‌های با تطابق پایین‌اند که پیچیده‌تر بوده و بدون خلاقیت و ارائه ایده جدید، حل نمی‌شوند. معمولاً دانش‌آموzan ممتاز با این سؤال‌ها، رتبه‌بندی می‌شوند. علاوه بر این، هر سؤال با سؤال‌های کنکور سال‌های قبل خود نیز مقایسه شده و بر اساس میزان شباهتشان، در چهار دسته تطابق بالا، متوسط، پایین و عدم تطابق گنجانده شده‌اند. در زیر، نمونه‌هایی تصادفی از هر دسته از سؤال‌ها و از هر سه رشته، آمده است:

الف) سؤال با تطابق بالا از کتاب ریاضی عمومی رشته تجربی سال ۹۴:

۱۴۲- کارایی کارگر عادی در کارخانه‌ای پس از t ماه، روزانه به تعداد $f(t) = 90 - 40e^{-0.2t}$ واحد است. پس از چند ماه تجربه کاری، روزانه ۷۰ واحد را کامل می‌کند؟ ($\ln 2 = 0.693$).

- ۱) ۱۷ ۲) ۳۴
۳) ۵۱ ۴) ۶۸

حل: $f(t)$ را مساوی ۷۰ قرار داده و t را محاسبه می‌کنیم.

$$90 - 40e^{-0.2t} = 70 \rightarrow 40e^{-0.2t} = 20$$

$$\rightarrow e^{-0.2t} = \frac{1}{2} \rightarrow \ln e^{-0.2t} = \ln \frac{1}{2}$$

$$-0.2t = -\ln 2 \rightarrow t = \frac{-\ln 2}{-0.2} = \frac{0.693}{0.2} = 3.45$$

لذا گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

هر سال، بالغ بر ۷۰٪ سؤال‌ها با کتاب‌های درسی و یا سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، مطابقت بالا دارند و سؤالی که با کتاب‌های درسی تطابق نداشته باشد، وجود ندارد

مسائل

۵- کارایی کارگر عادی در کارخانه‌ای با تابع $f(t) = 100 - 60e^{-0.2t}$ داده می‌شود که کارگر بعد از t ماه اشتغال می‌تواند روزانه $f(t)$ واحد کار را کامل کند. بعد از چند ماه تجربه کاری، انتظار می‌رود که کارگر روزانه ۷۰ واحد را کامل کند؟

شکل ۱. تصویر صفحه ۵۸ از کتاب ریاضی عمومی رشته تجربی

۵۸

همچنان که مشاهده می‌شود، طراح در مسئله ۵ صفحه ۵۸ از کتاب ریاضی عمومی، فقط ضرایب را تغییر داده است.
[۲] در مقایسه با سؤال‌های کنکور سال‌های قبل در رشته علوم تجربی سال ۹۱ خارج از کشور نیز، مورد مشابهی با تطابق بالا وجود دارد:

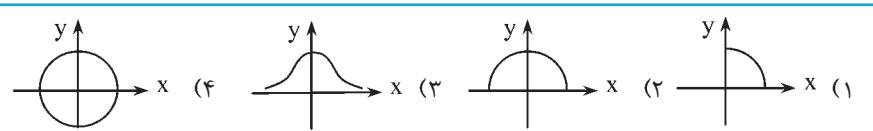
۱۴۲- در یک نوع کشت، تعداد باکتری‌ها پس از گذشت t دقیقه برابر $f(t) = 2000e^{0.12t}$ است که پس از چه مدت تعداد باکتری‌ها ۱۰۰۰ می‌شود؟

- ۱) ۲ ساعت و ۱۰ دقیقه
۲) ۲ ساعت و ۳۵ دقیقه
۳) ۲ ساعت و ۲۵ دقیقه

در این سؤال هم، ساختار کتاب در قالب کشت باکتری‌ها مطرح شده است. (خاچه‌خان، ۱۳۹۴. ب.)

ب) سؤال با تطابق متوسط از کتاب حسابان رشته علوم ریاضی سال ۹۱:

۱۱۱- نمودار تابع با ضابطه $y = \cos(\sin^{-1}x)$ کدام است؟



حل: می‌دانیم دامنه $\cos(\sin^{-1}x) = \sqrt{1-x^2}$ و نمودار تابع $y = \sqrt{1-x^2}$ نیم‌دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ واحد است. پس مطابق شکل، گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مسائل

۲- برای هر $x \leq -1$ از طریق دایره متناظر نشان دهید:

$$\sin(\cos^{-1}x) = \cos(\sin^{-1}x) = \sqrt{1-x^2}$$

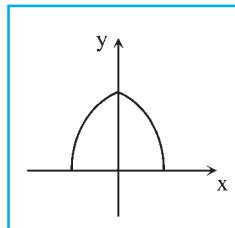
مثال

۳: تابع $y = \sqrt{1-x^2}$ در اطراف ۱ تعریف نشده است ولی در یک همسایگی جب ۱ تعریف شده است و می‌توانیم حد چپ آن را در ۱ حساب کنیم که برابر صفر است.

شکل ۲. تصویر صفحه‌های ۱۳۰ و ۱۴۲ از کتاب حسابان رشته علوم ریاضی

با نگاهی به کتاب درسی، مشاهده می‌شود که طراح، مسئله ۳ صفحه ۱۴۲ و مثال ۳ صفحه ۱۴۲ را با هم ترکیب کرده است. (خاچه‌خان، ۱۳۹۴. الف.)

اگر سؤال‌های کنکور سال‌های قبل را بررسی کنیم، در کنکور ۸۶ خارج از کشور در رشته ریاضی، سؤالی با تطابق متوسط به شرح زیر آمده است:



۱۱۲- شکل مقابل نمودار کدام تابع است؟

$$y = \text{Arc cos } \sqrt{x} \quad (1)$$

$$y = \text{Arc cos } |x| \quad (2)$$

$$y = \text{Arc sin } \sqrt{x} \quad (3)$$

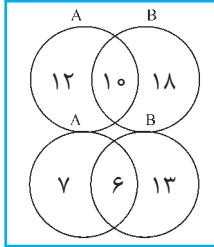
$$y = \text{Arc sin } |x| \quad (4)$$

تفاوت دو سؤال تنها در تغییر معلوم و مجھول سؤال است. (خاچه‌خان، ۱۳۹۴. الف.)

ج) سؤال با تطابق پایین از کتاب ریاضی پایه رشته علوم انسانی سال ۹۴:

۱۰- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A-B)$ و $(B-A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند.

اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B، ۶ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آن‌ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟



۲۲ (۱)

۲۳ (۲)

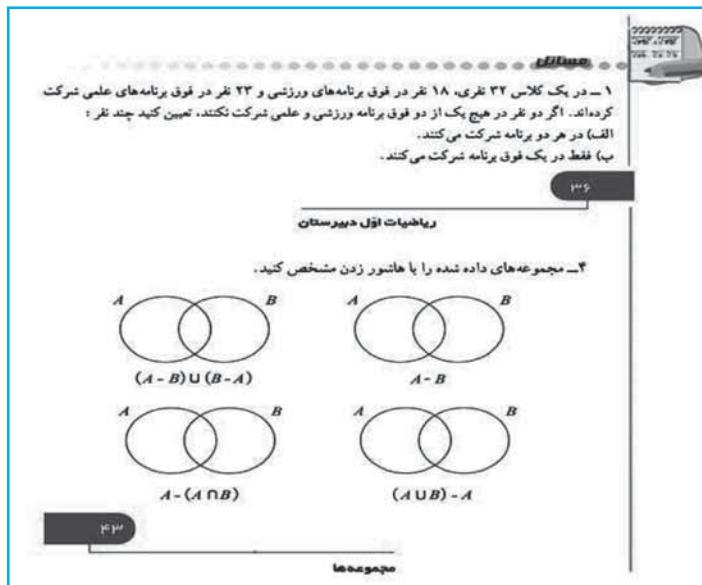
۲۴ (۳)

۲۶ (۴)

حل: طبق تعریف اجتماع، اشتراک و تفاضل دو مجموعه و با توجه به شکل:

اگر از اشتراک A و B ۴ واحد کم شود ۵ واحد باقی‌مانده از $(A \cap B)$ و $(B - A)$ کم می‌شود، یعنی A و B جدید به صورت زیر خواهد بود. بنابراین، اجتماع دو مجموعه ۲۶ عضو خواهد داشت.

پس گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



شکل ۳. تصویر صفحه‌های ۳۶ و ۴۳ از کتاب ریاضی ۱ رشته عمومی

در این سؤال، طراح به زبانی از تلفیق مسئله ۱ صفحه ۳۶ و مسئله ۴ صفحه ۴۳ سؤال را طرح کرده است.
(خاصه‌خان، ۱۳۹۴. پ). ولی در کنکور سال‌های قبل در رشته علوم انسانی، مورد مشابهی یافت نشد (عدم تطابق)

تحلیل و نتیجه‌گیری

به علت حجیم بودن داده‌ها در سه رشته برای چهار سال و نتکمی‌گیرن آن‌ها در این نوشته، همچنین مشابه بودن آن‌ها با هم، تنها به تحلیل سال ۹۴ از رشته تجربی بسته می‌شود.

در سال ۹۴، حدود ۷۰٪ سؤال‌های ریاضی در گروه آزمایشی علوم تجربی، در مقایسه با کتاب‌های درسی و سؤال‌های کنکور سال‌های قبل، از مطابقت بالائی برخوردار بودند (مخصوص دانش‌آموزان متوسط و ضعیف). تعداد ۵ سؤال با تطابق متوسط بوده و ۷/۱۶٪ سؤال‌های را تشکیل دادند (برای دانش‌آموزان متوسط تا عالی) و ۴ سؤال با تطابق پائین بوده و ۳/۱۳٪ سؤال‌ها را شامل می‌شوند که دانش‌آموزان عالی و ممتاز را به رقبت کشیدند. به عبارت ساده‌تر، فقط ۹ سؤال با ساختار جدید در کنکور ۹۴ مطرح شده است. (خاصه‌خان، ۱۳۹۴. ب).

با نگاهی به آمار منتشر شده در هفته‌نامه پیک سنجش (۹۶۰، شماره ۱۳۹۴) شکاف بزرگی بین مطالب آموخته شده توسط دانش‌آموزان و سؤال‌های ریاضی مطرح شده در کنکور سراسری، دیده می‌شود. مطابق این آمار، از بین ۴۵۱۹۵۸ نفر

داوطلب، حدود ۴۷/۶٪ نمره خام منفی، ۸۵/۶٪ نمره خام زیر ده درصد و حدود ۴۶/۰٪ داوطلبان، نمره خام بالای پنجاه درصد کسب کرده‌اند و میانگین نمرات خام ۴/۴٪ می‌باشد.

یک مقایسه ساده بین این دو آمار، نشان می‌دهد که جهت‌گیری دانش‌آموزان برای مطالعه درس‌های ریاضی در کنکور، تا چه اندازه با منطق طراحی سوال‌ها که مبتنی بر متن کتاب‌های درسی است، زاویه دارد. یعنی با آنکه حدود ۷۰٪ سوال‌ها، ساختار کاملاً مشابهی با مثال‌ها، تمرين‌های کتاب‌های درسی و سوال‌های کنکور سال‌های قبل دارند و تنها ۹ سوال با ترکیبی جدید طرح شده است، با این حال ۸۵٪ از داوطلبان نتوانسته‌اند به بیش از ۳ سوال از ۲۱ از سوال مطرح شده با ساختاری آشنا، پاسخ درست بدهنند. این ۸۵٪ که یقیناً فقط شامل دانش‌آموزان متوسط و ضعیف نیستند و نمره آزمون نهایی آن‌ها در درس ریاضی ۳، به احتمال زیاد بهتر از درصد ریاضی‌شان در کنکور سراسری است، قربانیان اصلی‌اند به این دلیل که این گروه نتوانسته‌اند به سوال‌هایی که طراحان برایشان در نظر گرفته‌اند، پاسخ صحیح دهند.

اگر سوال‌های با تطابق بالا را به عنوان سوال‌های مطرح شده برای دانش‌آموزان متوسط و ضعیف در نظر بگیریم (۷۰٪ سوال‌ها) می‌توانیم انتظار داشته باشیم که یک دانش‌آموز متوسط و ضعیف بتواند نمره خام ۳۰ تا ۴۰ درصد را کسب کند به شرطی که واقعیت طراحی سوال‌های کنکور را که بارها نیز توسط مسئولان سازمان سنجش اعلام شده، قبول کند و تحت تأثیر تبلیغات پرتنش قرار نگیرد.

جدول ۱. آمار پاسخ‌دهی درس ریاضی داوطلبان کنکور در رشته علوم تجربی در سال‌های اخیر

درس	سال	میانگین نمرات	نمره خام منفی	کمتر از ۱۰٪	بیشتر از ۵۰٪	کل داوطلبان
ریاضی	۸۶	۷۱۱/۲	۷۱۳	۷/۶۰	۷/۷۳	۱۲۴۲۷۷
	۸۷	۷/۸	۷۲۶/۳	۷/۷۱۴	۷/۱۱	۱۰۶۰۲۰
	۸۸	۷/۶	۷۳۹/۴	۷/۷۹۹/۹	۷/۰۹	۱۳۸۴۶۰
	۸۹	۷۵/۶	۷۳۷/۵	۷/۸۷۸	۷/۱	۱۳۷۷۹۵
	۹۰	۷/۶/۱	۷۱۵/۳	۷/۸۱۴	۷/۱۲	۱۹۱۲۱۶
	۹۱	۷۵/۸	۷۳۳/۷	۷/۷۸۹/۹	۷/۱۶	۱۹۸۸۳۱
	۹۲	۷/۲/۹	۷۴۹/۵	۷/۸۴/۲	۷/۰۹	۴۴۲۵۰۱
	۹۴	۷/۲/۹	۷۴۹/۵	۷/۸۴/۲	۷/۰۹	۴۵۱۹۰۸

جدول ۱ آمار داوطلبان کنکور در درس ریاضی در رشته علوم تجربی را در ۸ سال گذشته، نشان می‌دهد. (خاصه‌خان، ۱۳۹۴. ب).

جدول ۲

سال	میانگین خام نمرات
۹۴	۷۳۳/۴
۹۲	۷۳۰
۹۱	۷۲۴/۶
۹۰	۷۲۹/۱
۸۹	۷۶۴
۸۸	۷۱۰
۸۷	۷۱۲/۷
۸۶	۷۱۵/۵
۸۵	۷۱۱/۹
۸۴	۷۲۳/۱
۸۳	۷۲۴/۶
۸۲	۷۳۰
۸۱	۷۳۳/۴

جدول ۲ نیز میانگین نمرات خام داوطلبان کنکور در درس ریاضی در رشته علوم ریاضی را در ۸ سال گذشته نشان می‌دهد: (خاصه‌خان، ۱۳۹۴. الف).

هم‌چنان‌که جدول‌های ۱ و ۲ نشان می‌دهند، در میانگین نمرات خام داوطلبان در عرض این چند سال، افت معنی‌دار و یکنواختی وجود دارد که عمدت‌ترین دلیل آن، شکافی است که بین مطالب درسی اضافی که دانش‌آموزان آموخته‌اند (به دور از محتوای کتاب‌های درسی) و نوع سوال‌های طرح شده توسط طراحان کنکور (رویکردی کتاب محور) ایجاد شده و در هر سال اخیر، باشد کتاب‌ها و کلاس‌های نکته محور، این افت محسوس‌تر، بیشتر و با سرعت بیشتری در حال نزول است. واضح است که مدرسه و کتاب‌های درسی، باید نقش اصلی را در آموزش علمی دانش‌آموزان ایفا نمایند و سایر مؤسسه‌ها و کتاب‌های کمک درسی و ترسی، تنها نقش مکمل را ایفا کنند. اما در دهه گذشته، مدرسه و کتاب‌های درسی به تدریج، نقش خود را به مؤسسه‌های علمی و کتاب‌های کمک درسی و ترسی واگذار کرده است. این تغییر به خصوص در عملکرد دانش‌آموزان دو پایه آخر متوجه شده است. آنچه از این تغییر به‌جا مانده، عدم توانایی و تحمل دانش‌آموزان در فکر کردن برای حل یک مسئله است و نمود بیرونی آن، میانگین نمرات خام دانش‌آموزان در سال‌های

مشابه کنکور سراسری که از چارچوب کتاب‌های درسی فراتر نرفته و در ۹۰ ثانیه قابل پاسخ‌گویی است، با به کارگیری اصل‌ها، تعریف‌ها، قضیه‌ها و ایده‌های نهفته در مثال‌ها و مسئله‌های کتاب‌های درسی، با تناوبی منطقی و دقت و سرعتی قابل قبول، در بازه‌های زمانی محدود حل کند و با تکرار منظم آن‌ها تسلط خود را افزایش دهد.

گذشته است که سقوط آن، کاملاً معنی‌دار است. بسیاری از دانش‌آموزان که مسائل موجود در کتاب‌های کمک درسی را حل می‌کنند، عموماً چند دقیقه فکر کردن برای حل مسئله را تحمل نمی‌کنند و به دنبال جواب مسئله در آن کتاب می‌گردند و روند جواب را حفظ می‌کنند. حل مسئله به این صورت، هیچ کیفیتی ندارد و نتیجه آن نیز از قبل، قابل پیش‌بینی است.

ب) پیشنهاد به معلمان گرامی

آزمون کنکور سراسری، یکی از مهم‌ترین ارزشیابی‌های موجود در این کشور است. لذا ضروری است که معلمان سال‌های آخر متوجه، پس از آموزش مفصل تشریحی، مهارت‌های تتدنیویسی و کمنویسی را در دانش‌آموزان ایجاد کنند. تا دانش‌آموزان به جای به کار بردن نکات زائد، با همان روش تشریحی که آموزش می‌بینند، در مدت زمان مطلوب، مسئله را هم حل نمایند. به این ترتیب، اعتمادشان به مدرسه و کلاس، بیشتر می‌شود.

ج) پیشنهاد به مسئولان ارجمند آموزش‌وپرورش

یکی از معضلات اصلی آموزش در کشور این است که افراد بسیاری بدون احراز مدرک آموزش معتبر، در حال آموزش دادن برای کنکور هستند. اکثر این افراد که در حل سؤال‌های تستی مهارت فراوانی دارند، از علم آموزش کم‌بهره‌اند و بیشتر، مهارت حل سؤال‌ها را به رخ دانش‌آموزان می‌کشند و این موضوع را نوعی تجارت می‌پندارند. اگر مسئولان آموزش‌وپرورش بتوانند مانند مسئولان بهداشت و درمان (که افراد بدون داشتن نظام پزشکی اجازه طبایت ندارند)، از تدریس برویه این اشخاص که حتی به رسانه ملی هم دست یافته‌اند جلوگیری کنند، دست بخش بزرگی از سودجویان از عرصه آموزش کوتاه می‌گردد و افت موجود و سیر نزولی آن، تغییر خواهد کرد.

پیشنهادها

الف) پیشنهاد به معلمان در مورد چگونگی کمک به دانش‌آموزان

ریاضی درسی است که یادگیری مفاهیم آن، حوصله زیادی را می‌طلبد و دانش‌آموز برای یادگیری یک موضوع و کسب مهارت در حل سؤال‌های کنکور، بهتر است فرآیند زیر را طی کند:

۱. در محاسبات اولیه (چهار عمل اصلی، توان، رادیکال، محاسبات عددی، اتحادهای جبری، عبارت‌های گویا و حل معادلات و نامعادلات)، مهارت کافی داشته باشد. به زبان ساده‌تر، بتواند مثال‌ها و مسائل کتاب ریاضی ۱ را با کمترین نوشتن یا بدون نوشتن و در حداقل زمان ممکن، حل کند. (خاچه‌خان، ۱۳۹۲).
۲. تعریف‌ها و قضیه‌های مربوط به یک موضوع را، در کتاب‌های درسی خود با دقت و تأمل کافی بخواند و بفهمد و در قالب یک یا چند مثال ساده عددی، برقراری و یا عدم برقراری آن‌ها را با هم، مقایسه کند.
۳. روابط اصلی مرتبط با آن موضوع را یاد بگیرد و پیگیری کند که این روابط، چگونه از تعریف‌ها و قضیه‌های مربوط، حاصل شده‌اند و از به خاطر سپردن روابط زائد (روابطی که در کتاب‌های درسی به آن اشاره نشده است)، خودداری نماید یا آن‌ها را به حداقل برساند.
۴. این روابط را در حل سؤال‌های تشریحی (تمرینات کتاب‌های درسی) به کار ببرد، به این ترتیب که دانش‌آموز با تأمل و فکر کردن، بدون توجه به وقت و بدون نگاه کردن به جواب مسئله، با به کارگیری دانسته‌های قبلی خود، به روابط جدید یادگرفته شده جهت دهد و با استفاده از داده‌های مسئله، این فرآیند را به سمت حل مسئله پیش ببرد.

۵. سؤال‌های کنکور سراسری سال‌های قبل را با دقت مطالعه نماید و کشف کند که هر سؤال، چگونه با ترکیب تعریف‌ها، قضیه‌ها، مثال‌ها و تمرین‌های کتاب‌های درسی طرح شده است.
۶. سؤال‌های چهارگزینه‌ای استاندارد را (سؤال‌های

منابع

۱. خاچه‌خان، افسین (۱۳۹۴). الف، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم ریاضی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۲. خاچه‌خان، افسین (۱۳۹۴). ب، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم تجربی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۳. خاچه‌خان، افسین (۱۳۹۴). پ، کاش کتاب‌های درسی را می‌خواندم (ویژه علوم انسانی)، تألیف، انتشارات مدرسه، تهران.
۴. خاچه‌خان، افسین (۱۳۹۲)، هشت مهارت هشت آزمون، تألیف، انتشارات تایمزا، تهران.
۵. (۱۳۹۴)، پیک سنجش، شماره ۹۶۰



سه مفهوم کلیدی ریاضی

دوده‌آپشادی

اشاره

اضطراب از ریاضی، اهداف تدریس ریاضی و مدل‌سازی ریاضی سه مفهوم کلیدی از کتاب «مفاهیم کلیدی در تدریس ریاضیات دوره ابتدایی» هستند که «در ک هایلوک و فیونا تانگاتا» نویسنده‌گان این کتاب، با تأثیف آن تلاش دارند چهل و چهار مفهوم مطرح (موضوع کلیدی و مهم) در برنامه درسی ریاضی دوره ابتدایی را به شیوه‌ای موجز و به نسبت جذاب و با ادبیاتی علمی اما نه چندان پیچیده معرفی و تبیین نمایند.

کلیدوازه‌ها: خطاهای، جنسیت و ریاضی، کمتر موفق (ضعیف)، یادگیری طوطی‌وار، ریاضی بین برنامه‌ای، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی، سواد عددی، استفاده و به کارگیری ریاضی، مدل‌سازی (نمایش)، فرایند، برقراری ارتباط، استفاده و به کارگیری ریاضی

اضطراب از ریاضی^۱

تعريف

اضطرابِ برخی از دانش‌آموزان برای بهترین بودن در مدرسه و نگرانی آن‌ها از نتایج آزمون‌ها و اشتباه در تکلیف‌های ایشان، امری کاملاً عادی است. اما منظور از پدیده‌ای که تحت عنوان اضطراب از ریاضی شناخته می‌شود، سطحی ناکارآمد و نامناسب از اضطراب است که باعث اختلال در توانایی افراد، برای یادگیری و انجام بهتر ریاضی می‌شود. هایلак (۱۹۸۶) عنوان می‌کند که ۲۶ درصد از دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۱ ساله که از دید معلم‌انشان، در درس ریاضی ضعیف محسوب می‌شدند، دارای سطحی غیرعادی از اضطراب از ریاضی بودند که

«اضطراب» را می‌توان به عنوان یک «پاسخ احساسی پیچیده» و غالب ناخودآگاه که مهم‌ترین خصوصیت آن ترس و وحشت است، تعریف کرد (پیج و توماس، ۱۹۷۹). این تعریف، به خصوصیت منفی اضطراب، یعنی ترس و وحشت اشاره می‌کند که در مورد برخی از افراد، مانع از به فعل در آمدن توانایی‌های بالقوه آن‌ها در یک زمینه خاص (بهویژه در مورد ریاضی) می‌شود. برخی از تجربه‌های یادگیری و سنجش در کلاس ریاضی، می‌تواند منشأ این نوع پاسخ روانی و عاملی برای ترس با وحشت باشد.



منظور از پدیدهای
که تحت عنوان
اضطراب از ریاضی
شناخته می‌شود،
سطحی ناکارآمد و
نامناسب از اضطراب
است که باعث اختلال
در توانایی افراد، برای
یادگیری و انجام بهتر
ریاضی می‌شود



در گزارش وی، این سطح در دختران، بسیار برجسته‌تر از پسران بود. مطابق گزارش فورد^۱ و همکاران (۲۰۰۵)، برخی از دانشآموزان ۱۰ ساله در زمینه اضطراب ریاضی، احساسی مشابه با اکثر بزرگسالان دارند و اضطراب از ریاضی، با حافظه کاری^۲ که برای انجام محاسبات به آن نیاز داریم، مرتبط است؛ به این صورت که افراد مضطرب در عمل، کارایی کمتری نسبت به بقیه دارند. اضطراب ناشی از رقبابت کردن و مقایسه شدن در بین دانشآموزان هنگام انجام کارهای ریاضی، خود پدیدآورنده افکار مزاحم و ناخواسته‌ای می‌شود که کاهش فضای ذهنی و حافظه و اختلال در فرایندهای ریاضی را به دنبال خواهد داشت.

اشکرافت و کیرت^۳ (۲۰۰۱) معتقدند که اضطراب ریاضی، به دو صورت باعث اختلال در عملکرد می‌شود. اول اینکه نوعی ممانعت در مسیر یادگیری ایجاد می‌کند و در نتیجه منجر به کاهش میزان شایستگی می‌گردد و دوم اینکه، اضطراب به طور موقت، مانع بازخوانی یا بهره‌گیری مفید از ظرفیت حافظه می‌شود. همچنین، آن‌ها توضیح می‌دهند که چرا مداخله‌هایی که متأثر از اضطراب از ریاضی هستند، جزو رفتارهای شناختی قرار می‌گیرند. لازم است معلمان با آگاهی از این موضوع، به دانشآموزان مضطرب‌شان یاد دهند که چگونه اضطراب خود را کنترل کنند. آن‌ها در ادامه، بیان می‌کنند که اضطراب ریاضی آموخته می‌شود، پس می‌توان از طریق آموزش مانع ایجاد اضطراب شده و بر آن غلبه نمود.

اضطراب از ریاضی، به شیوه‌های مختلفی خود را نشان می‌دهد که در زیر، به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنیم:

۱. زمانی که دانشآموز با یک تکلیف ریاضی روبرو می‌شود، ترس او را فرا می‌گیرد و این ترس باعث می‌شود که او نتواند به خوبی فکر کند و حتی از عهده کارها و چیزهایی که قبل ایاد گرفته است و انتظار می‌رود آن‌ها را انجام دهد، برآید.
۲. زمانی که دانشآموز با یک تکلیف ریاضی روبرو می‌شود، هراسان شده و به شدت نگران می‌شود که مبادا به آن پاسخ غلط بدهد.

۳. دانشآموز در مورد توانایی خود در انجام یک موضوع خاص ریاضی دچار باور و عقیده‌ای نادرست است و تصور می‌کند که در هنگام مواجهه با هر نوع ارزشیابی درباره آن موضوع، عملکرد بدی خواهد داشت.

۴. اگر دانشآموز خود را متقادع کند که ریاضی را نمی‌فهمد، سعی می‌کند همه چیز را طوطی وار یاد بگیرد و بهجای درک عمیق از قوانین و اصول ریاضی، آن‌ها را حفظ کند.

این نوع اضطراب‌ها، اغلب ریشه در تعامل بین تجارب دانشآموزان از کلاس درس و ویژگی‌های فردی آن‌ها دارد، به این معنی که برخی از دانشآموزان در رابطه با کنار آمدن با اشتباها و شکستهایشان به خوبی دیگران نیستند. یکی از نکات منفی در مورد ریاضی مدرسه‌ای این است که پس از حل یک مسئله، درستی و نادرستی پاسخ آن مورد ارزیابی و قضاؤت قرار می‌گیرد و یادگیری هر فرد با دیگر دانشآموزان کلاس، مقایسه می‌شود.

والدین^۴ کودکان و معلمان مدارس ابتدایی نیز ممکن است اضطراب بالایی از ریاضی داشته باشند و این اضطراب را به کودکانشان نیز، انتقال دهند. هایلak (۲۰۰۶-۳-۴) گزارش می‌دهد که بعضی از دانشجو-معلمان رشته آموزش ابتدایی، دوره‌های کارورزی خود را، با اضطراب بالایی از ریاضی شروع می‌کنند که این امر می‌تواند، ریشه در تجربه آن‌ها از یادگیری ریاضی در دوران مدرسه، داشته باشد. برای مثال، هنگامی که از دانشجو-معلمان خواسته شد که درباره خاطرات خود از کلاس‌های درس ریاضی صحبت کنند، آن‌ها به تجربه ترس، وحشت و حتی کابوس‌های شبانه از ریاضی، اشاره کردند.

مثال‌های عملی

معلمان باید در کلاس‌های درس خود، از احتمال برزخ اضطراب از ریاضی در دانشآموزان که ناشی از روش‌های تدریس نامناسب است، آگاه باشند. برخی از روش‌های ای عملی که معلمان می‌توانند برای مهار اضطراب از ریاضی به کار گیرند، در زیر آورده شده است.

۵. نسبت به دانشآموزانی که اضطراب غیرسازنده دارند، حساس باشیم. هدف‌هایی را برای کاهش اضطراب آن‌ها از طریق تشویق، تضمین و ممانعت از

اشکرافت و کیرت (۲۰۰۱) معتقدند که اضطراب ریاضی، به دو صورت باعث اختلال در عملکرد می‌شود. اول اینکه نوعی ممانعت در مسیر یادگیری ایجاد می‌کند و در نتیجه منجر به کاهش میزان شایستگی می‌گردد و دوم اینکه، اضطراب به طور موقت، مانع بازخوانی یا بهره‌گیری مفید از ظرفیت حافظه می‌شود

آموزش‌های بهتری در آینده است و هدف، مؤاخذه کردن آن‌ها نیست.

۱۴. در طرح درس‌های خود، هدف‌هایی را نیز برای توسعه انگیزشی دانش‌آموزان در نظر بگیرید و سعی کنید هر چند وقت یک بار، دانش‌آموزان این فرصت را داشته باشند که درباره احساس‌شان نسبت به ریاضی صحبت کنند و یا مطالبی را مكتوب بنویسند.

مطالعه‌بیشتر

باکستان^۷ (۱۹۹۱) در کتاب جذاب خود، درباره ترس ناشی از ریاضی، بیان می‌کند که باید برای هیجان و احساسات نیز مانند شناخت در آموزش ریاضی، اهمیت قائل شد. اگر به دنبال خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در این زمینه هستید، به فصلی تحت عنوان «دریاره پیامدهای شناختی اضطراب ریاضی»^۸ نوشته شده توسط اشکرافت و همکاران (در دانلن^۹، ۱۹۹۸، مراجعه فرمایید.

اهداف تدریس ریاضی^{۱۰}

تعريف

اهداف تدریس ریاضی، اهداف بلند مدتی هستند که باهم، توجیهی برای حضور پرنگ ریاضی در برنامه درسی مدرسه‌های اند. این هدف‌ها، پاسخی برای این سؤال هستند که «چرا ریاضی تدریس می‌شود؟». بطور عمد، اهداف تدریس ریاضی در پنج مقوله «سودمندی^{۱۱}»، «کاربرد^{۱۲}»، «مهارت‌های قابل‌انتقال^{۱۳}»، «زیبایی‌شناختی^{۱۴}» و «معرفت‌شناسی^{۱۵}» قرار می‌گیرند.

توضیح و بحث

برنامه درسی ملی انگلستان شامل بخش‌های گوناگونی است که بخش ریاضی اش، با مقدمه‌ای شروع می‌شود که در آن، به نوعی به هر پنج مقوله بالا از اهداف تدریس ریاضی، اشاره شده است:

«ریاضی، دانش‌آموزان را به مجموعه‌ای از ابزارهای منحصر به‌فرد و قدرتمند برای درک بهتر جهان و ایجاد تغییر در آن، مجهز می‌سازد. مهم‌ترین این ابزارها عبارت‌اند از: استدلال منطقی، مهارت‌های حل مسئله و توانایی فکر کردن به شکل انتزاعی. ریاضی از نقش ویژه‌ای در زندگی انسان‌ها برخوردار است و

اعمال فشار غیرضروری بر ایشان، تنظیم کنیم. برای مثال، نباید از آن‌ها انتظار داشته باشیم که حتماً به همه سؤال‌ها پاسخ دهند و یا فرایندهای ریاضی را به طور کامل توضیح داده و اثبات کنند.

۶. انجام تکلیف‌های ریاضی را به درست یا نادرست بودن پاسخشان، محدود نکنیم.

۷. در طراحی فعالیت‌های دانش‌آموزان، مطمئن شویم که بین میزان دشواری و چالشی بودن آن‌ها از یک طرف و موفقیت در انجامشان از طرف دیگر، تعادل وجود دارد. دانش‌آموزان به چالش‌ها علاقه‌مندند، در گیرشان می‌شوند، به آن‌ها پاسخ می‌دهند. اما نباید سطح این چالش‌ها به‌گونه‌ای باشد که موفقیت‌های محدود و شکست‌های مکرر دانش‌آموزان، باعث اضطراب و پایین آمدن اعتماد به نفسشان شود.

۸. بدانید که جواب درست، تنها چیزی نیست که دانش‌آموزان باید در کلاس‌های ریاضی به خاطر آن تشویق شوند. تشویق، ستاره دادن، جایزه و غیره، می‌تواند برای ارائه نظرات سازنده، افکار خلاقانه، حضور در فعالیت‌ها، خطرپذیری و پیشرفت درسی نیز، در نظر گرفته شود.

۹. بدانید که برخی از دانش‌آموزان به زمان بیشتری برای فکر کردن نیاز دارند؛ بنابراین تأکید بیش از حد بر انجام سریع تکلیف‌های ریاضی، کار درستی نیست و انتظار نداشته باشید که کودکان، فوراً به سؤال‌ها پاسخ دهند.

۱۰. ریاضی را طوری برای کودکان لذت‌بخش کنید که خودشان بخواهند در انجام آن شرکت کنند و از ریاضی فراری نباشند.

۱۱. نسبت به ریاضی، نگرش‌های مثبت ایجاد کنید و موضوع درسی را با شور و شوق و شوخی و سرگرمی همراه سازید و به دانش‌آموزان خود نشان دهید که خود شما نیز از ریاضی لذت می‌برید و برای آن، ارزش قائل هستید.

۱۲. جوی در کلاس درس ایجاد کنید که دانش‌آموزان، احساس کنند معلمشان پذیرای سؤال‌های ایشان است و دوست دارد بداند که آن‌ها، کدام مطالب را نفهمیده‌اند.

۱۳. هنگامی که دانش‌آموزان را مورد ارزشیابی قرار می‌دهید، حتماً تأکید داشته باشید که هدف اصلی از این کار، سنجش کیفیت آموزش آن‌ها و ارائه

موضوعات درسی دیگر برنامه درسی نیز، به آن‌ها نیاز پیدا می‌کنند. برای مثال، قبلاً در نقل قولی از برنامه درسی ملی انگلستان، به اهمیت این هدف (کاربردی بودن ریاضی) در علوم و تکنولوژی، پژوهشی، اقتصاد و غیره اشاره شده بود. گولدینگ (۱۹۹۷: ۱۲۹)، برخی موارد نیاز به مهارت‌های عددی و کار با داده‌ها را در تاریخ و جغرافی، زیست‌شناسی، سنجش و اندازه‌گیری، تناسب و مقیاس در کارهای هنری، تکنولوژی، علوم و مهارت‌های جبری در علوم را شناسایی کرده است. فروندتال^{۱۱} (۱۹۷۳: ۶۷) در کتاب خود با عنوان «ریاضی به عنوان یک تکلیف آموزشی^{۱۸}»، در حالی که به اهمیت کاربرد در ریاضی توجه می‌کند، یک تذکر واقع‌بینانه را نیز بیان می‌نماید که «تمام ما، درک می‌کنیم که ریاضی اجزء کاربردهای متعدد را می‌دهد و دانش‌آموzan بیشتری نسبت به قبل، باید ریاضی را به کار گیرند. اگر بتوانیم به هر یک از آن‌ها بگوییم که در آینده به کدام مفاهیم و تکنیک‌های ریاضی نیاز پیدا خواهد کرد، باعث خوشوقتی است.»

مهارت‌های قابل‌انتقال

ممکن است هدف از تدریس ریاضی، پرورش انواع خاصی از مهارت‌های فکری باشد و اغلب فرض بر این است که فعالیت‌های ریاضی، باعث افزایش ظرفیت هوش عمومی دانش‌آموzan می‌شود و آن‌ها را برای به کار گیری انواع استدلال‌ها در موقعیت‌های حل مسئله، آماده می‌کند. این هدف، به نوعی در نقل قولی که پیشتر، از برنامه درسی انگلستان آمده، مستتر است. نشانه آن هم سه‌هم بالقوه ریاضی برای ارائه و پرورش استدلال منطقی، حل مسئله و تفکر انتزاعی است که در این سند، به آن اشاره شده است. در سال‌های اخیر، گرایش‌های قابل توجهی به توسعه «مهارت‌های فکری^{۱۹}» در آموزش دوره ابتدایی در بریتانیا، قابل مشاهده هست؛ اما با همه این‌ها، آنچه هنوز به طور روشن مشخص نشده است، میزان قابل‌انتقال بودن مهارت‌های فکری ریاضی به دیگر موقعیت‌هایی است که دانش‌آموzan با آن‌ها، در آینده مواجه می‌شوند. حتماً انجام دادن ریاضی در سطحی قابل‌اطمینان، به انواع خاصی از تفکر منطقی مانند استدلال تحلیلی، استدلال استنتاجی و آگاهی نسبت به تفاوت‌های بین یک حدسیه و یک تعمیم اثبات‌شده نیازمند است.

این نقش، به خوبی در بسیاری از مشاغل، شاخه‌های مختلف علم و فن‌آوری، پژوهشی، اقتصاد، محیط زیست و تصمیم‌گیری‌های اجتماعی جهت پیشرفت‌های اجتماعی، مشهود است. در طول تاریخ، فرهنگ‌های مختلفی بر توسعه و استفاده هر چه بیشتر از ریاضی تأثیرگذار بوده‌اند. امروزه ریاضی به عنوان یک موضوع جهانی و فراتر از مرزهای انسانی، شناخته می‌شود. ریاضی، یک نظام علمی پویا و خلاق است که مملو از لحظه‌ها و فرصت‌های لذت‌بخش، چالش‌برانگیز، تعجب‌آور و تحریک‌کننده تفکر است. هنگامی که یک دانش‌آموز راه‌حلی طریف و زیبا برای مسئله پیش روی خود کشف می‌کند و به طور ناگهانی متوجه ارتباطات پنهان بین اجزای یک مسئله می‌شود، به خوبی طعم هر کدام از این حس‌ها را می‌چشد» (DFEE، ۱۹۹۹a: ۶۰).

اهداف سودمندانه

هدف‌های سودمندانه تدریس ریاضی در مدرسه، بیشتر با سواد عددی افراد گره خورده است. به این معنی که ریاضی به‌خصوص سواد عددی، ابزاری است که انسان به کمک آن، می‌تواند از عهده نیازهای ریاضی خود در زندگی روزانه‌اش برآید و در کار و شغل خود، از آن بهره گیرد. امروزه در بیشتر کشورها، برخورداری از یک سطح پایه‌ای و حداقلی از حساب عددی، جزو نیازهای ابتدایی برای اکثر مشاغل است. تسلط بر اعداد و شمارش، اندازه‌گیری، شناخت و به کار گیری شکل‌ها و محاسبه طول، سطح و حجم، کار با پول و درک حساب و کتاب‌های مالی و شخصی، پردازش داده‌های عددی، کار با نمودارها، گراف‌ها و تفسیر آن‌ها، از جمله مهم‌ترین موضوعات سواد عددی هستند که در محیط کار و زندگی روزانه مورد استفاده قرار می‌گیرند. این واقعیت که برای مواجه شدن با بسیاری از موقعیت‌های موجود در زندگی واقعی و محیط کسب‌وکار، داشتن مهارت‌های محاسباتی ضروری است، به خودی خود می‌تواند دلیلی کافی برای قرار گرفتن ریاضی به عنوان یک موضوع مهم در برنامه درسی باشد (گولدینگ، ۱۹۹۷: ۱۲۸).

کاربرد

یک هدف مهم برای تدریس ریاضی، مجهر کردن دانش‌آموzan به اطلاعات و مهارت‌هایی است که در

ریاضی، دانش‌آموzan را به مجموعه‌ای از ابزارهای منحصر به‌فرد و قدرتمند برای درک بهتر جهان و ایجاد تغییر در آن، مجهز می‌سازد. مهم‌ترین این ابزارها عبارت‌اند از: استدلال منطقی، مهارت‌های حل مسئله و توانایی فکر کردن به شکل انتزاعی

هم‌چنین، در نقطه مقابل در زندگی واقعی و جایی که ادعا داریم ریاضی می‌تواند به کمک انسان آمده و کاربردی شود نیز، انواع قدرتمند تفکر و استدلال وجود دارد؛ اما سؤال اصلی این است که اگر پرورش تفکر ریاضی و استدلال منطقی بر استدلال‌ها و تفکرها و تصمیم‌گیری‌های انسان در زندگی شخصی مؤثر است، دامنه این تأثیر تا کجا و تا چه اندازه است؟ آیا همیشه و همواره در همه موقعیت‌ها، کاربرد آن‌ها را حس می‌کنیم؟ یعنی تا چه حد تفکر و استدلال ریاضی، قابل انتقال به زندگی شخصی ماست؟ آیا می‌توان تفکر منطقی و توانایی استدلال کردن را که از طریق ریاضی پرورش یافته است، برای حل مسئله‌های شخصی در محل کار، امور مالی و بحث‌های سیاسی، منتقل کرد؟

مهارت زیبایی‌شناختی

در نقل قول بیان شده از برنامه درسی انگلستان، بر احساس شگفتی و لذت بردن از درگیر شدن با ریاضی توسط دانش‌آموزان، اشاره شده است. در این سند، عنوان می‌شود که جنبه زیبایی‌شناختی، با همان کیفیتی که برای آموزش هنر، موسیقی و شعر و ادبیات مطرح است، برای تدریس ریاضی نیز موضوعیت دارد. ریاضی منبع سرشاری از تجارب زیبایی‌شناسانه انسانی است و این امر، مسئولیت ما را در گشایش پنجره‌ای بهسوی زیبایی و لطافت‌های ریاضی در برابر چشمان دانش‌آموزانمان، افزایش می‌دهد. فروتنال (۶۳: ۹۷۲) اعتقاد دارد که «از هدف‌های تدریس ریاضی، همین بس که می‌توان کودکان را با نظم زیبای نهفته در نظام ریاضی آشنا کرد، نظمی درخشنان از افسون‌های انکارناپذیر و دلربایی‌های زیبا...». هم‌چنین فروتنال، به این نکته نیز اشاره می‌کند که «به‌هر حال این زیبایی‌ها، توسعه افرادی که فاقد دانش و درک عمیقی از ریاضی هستند، قابل مشاهده نیست». اگر آگاهی از زیبایی‌ها و چشیدن لذت‌های ریاضی را یک حق طبیعی و متناسب با فطرت انسانی بدانیم، تدریس ریاضی و رود آن به برنامه درسی مدرسه‌ای، تنها با تکیه بر همین حق دانش‌آموز، قابل توجیه است.

مهارت معرفت‌شناسانه

یکی از مباحثی که پیرامون اهداف زیبایی‌شناسانی مطرح است، آن است که آیا این اهداف، واقع‌بینانه و

قابل طرح برای همه دانش‌آموزان هست یا خیر؟ (آیا این حس لذت و زیبایی‌نی ریاضی مشمول همه است یا فقط برای تعدادی خاص و آن‌هایی که نکته‌سنج هستند، قابل درک است؟)، بهخصوص این بحث در مورد پنجمین جنبه از اهداف تدریس ریاضی یعنی معرفت‌شناسی، بیشتر مطرح می‌شود. ریاضی حوزه‌ای متمازی و جهان شمول از دانش بشری است که همان طور که در نقل قول برنامه درسی نیز بیان شده، طی قرن‌های متمادی و توسط فرهنگ‌ها و تمدن‌های مختلف بشری و متناسب با نیاز آن‌ها، شکل گرفته است. یک تعریف از انسان تحصیل کرده می‌تواند این باشد که چنین فردی، کسی است که در کی نسبت به موضوعات اصلی دانش داشته باشد. در نتیجه برای چنین انسانی، آشنایی با اصول حوزه آکادمیک ریاضی، به همان اندازه اساسی است که آشنایی با شواهد تاریخی یا شناخت ماهیت نظریه‌های علمی لازم است؛ بنابراین، لزم است که دانش‌آموزان، با ریاضی و راههایی که ریاضی دان‌ها از طریق آن‌ها استدلال می‌کنند، آشنا شوند. این به این معنای است که می‌خواهیم ظاهر کنیم که تمام دانش‌آموزان را به گونه‌ای آموزش می‌دهیم که بالقوه، ریاضی دان شوند. این موضوع به خوبی، در نگاه و گفته‌های فروتنال قابل مشاهده است:

«یک چیز را می‌توان با اطمینان بالایی پیش‌بینی کرد و آن اینکه احتمالاً دانش‌آموز من [دانش‌آموز متوسط] به یک ریاضی دان تبدیل نمی‌شود ... اما باید دوباره و دوباره، بر این نکته ساده و به راحتی فراموش شده تأکید کنم که به‌غیر از ریاضی دانان آینده، اغلب انسان‌ها باید ریاضی را یاد بگیرند. چه کسانی که به ریاضی در سطح عالی و ظریف و دقیق آن احتیاج دارند که در اقلیت‌اند، چه کسانی که تنها به کاربردهای محدود ریاضی نیازمندند و حتی کسانی که هیچ‌گاه ریاضی را به کار نمی‌بندند، به ریاضی، به عنوان یکی از جنبه‌های انسانی، نیاز دارند.» (فروتنال، ۱۹۷۳: ۶۸-۹).

مثال‌های عملی

شاید چنین گفته شود که معلمان، طرح کار و طرح درس‌های روزانه و سالیانه خود را براساس منابع پیشنهادی و مجاز درسی و اهداف میان‌مدت طراحی می‌کنند، اما این به آن معنا نیست که این طرح درس‌ها و برنامه‌های سالیانه مدارس، بی‌ربط با پنج جنبه عنوان

را مطالعه کرد. گفته‌های ارنست بسیار جذاب و پرچالش‌اند. دیگر فصل‌های این منبع نیز با اهداف تدریس ریاضی مرتبط هستند و می‌توان به آن‌ها ارجاع نمود.

فرآیند مدل‌سازی (نمایش) ^{۲۳}

تعريف

منظور از «مدل‌سازی ریاضی»، به کارگیری زبان و نمادهای ریاضی برای نمایش دادن یک مسئله در دنیای واقعی و انتقال آن به دنیای ریاضی است تا با دستورالعملی با نمادها و انجام محاسبات ریاضی، راه حلی ریاضی برای آن مسئله پیدا شود. بعد از یافتن راه حل ریاضی، تفسیر و تبدیل آن به راه حلی واقعی، مکمل این فرآیند است. به طور خلاصه، فرآیند مدل‌سازی به معنای حرکت میان دنیای واقعی و دنیای نمادهای مجرد در ریاضیات است.

توضیح و بحث

استفاده از ریاضی برای حل مسائل واقعی زندگی، همیشه به عنوان یکی از هدف‌های کلیدی این شاخه از دانش مطرح بوده است. در حقیقت، این به معنای اختصاص انواع مختلفی از مدل‌های ریاضی به موقعیت‌های واقعی زندگی و نمایاندن این موقعیت‌ها در نمادهای ریاضی است. برای مثال در نظریه سنجش^{۲۴}، یکی از موضوعات مهم، میزان پایا بودن^{۲۵} یک آزمون است. یکی از مدل‌های ریاضی برای اندازه‌گیری میزان پایایی آزمون‌ها، استفاده از متغیر r عددی است بین ۰ تا ۱۰۰ درصد که نزدیکی این عدد به ۰ نشانه نپایایی و نزدیکی آن به ۱۰۰ نشانه پایایی بیشتر یک آزمون است) در فرمول $(1+c)^r = 200c$ است. در این فرمول، c نشانه مقدار همبستگی بین نمرات دانش‌آموزان در دو نیمه یک آزمون است. طراح آزمون می‌تواند به کمک این مدل، میزان پایایی یک آزمون را بسنجد. مثلاً با قرار دادن همبستگی به میزان $c=0.25$ در این فرمول، مقدار پایایی $r=40$ به دست می‌آید که می‌توان آن را این طور تفسیر کرد که سطح دشواری آزمون 40 درصد است و در نتیجه سطح آزمون به اندازه کافی بالا نیست و می‌بایست با تغییر دادن برخی از سؤال‌های آزمون، این عدد را بهبود بخشید.

مثال فوق، نمونه مناسبی است که به طور خلاصه

شده از اهداف تدریس ریاضی هستند. این پنج نوع هدف، در سطح سیاست‌گزاری و طراحی برنامه‌های درسی مدرسه‌ای برای ریاضی مطرح‌اند که قرار است در مرحله عمل نیز دیده شوند. در ادامه این بخش، به مثال‌هایی از موقعیت‌هایی می‌پردازیم که بیانگر توجه به هدف‌های بالا هستند. وقتی این هدف‌ها به عنوان سیاست‌های برنامه‌درسی به تصویب می‌رسند، بازرسان و ناظران انتظار دارند که شواهدی از آن‌ها را در طرح‌های میان‌مدت و به‌طور واقعی در کلاس درس مشاهده کنند. در ادامه، به پنج رویکرد عملی که لازم است معلمان، متناسب با این پنج هدف، در برنامه‌های تدریس خود اتخاذ کنند، می‌پردازیم.

- برخوردار کردن دانش‌آموزان از یک شالوده محکم مهارت‌های ریاضی پایه، برای آنکه آن‌ها را قادر سازد تا در مواجهه با موقعیت‌های عددی، موقعیت‌هایی که به طور طبیعی در زندگی روزمره خود با آن‌ها مواجه‌هند، در زندگی آینده خود به عنوان یک بزرگسال، یک شاغل در محیط کار خود و حتی یک شهروند معمولی، عملکرد مطمئن داشته باشند.
- مجهر کردن دانش‌آموزان به دانش و مهارت‌هایی که برای به کارگیری ریاضی در سایر موضوعات برنامه درسی، به آن‌ها نیازمندند؛ هم‌چنین آگاه کردن‌شان از نقش مهم ریاضی در حوزه‌های دیگر یادگیری.
- توسعه توانایی دانش‌آموزان در ریاضیات برای داشتن تفکر منطقی، توضیح استدلال‌ها و تحلیل و به کارگیری استراتژی‌های حل مسئله، تشخیص الگوها و تعمیم مفاهیم و اصول.

● ترویج نگرش مثبت نسبت به چیزی که در ذهن دانش‌آموز، به عنوان ریاضی شکل گرفته است و این کار، از طریق در اختیار قرار دادن فرصت‌هایی برای تجربه ریاضیات پویا، خلاق، لذت‌بخش، زیبا و جذاب تضمین می‌شود.

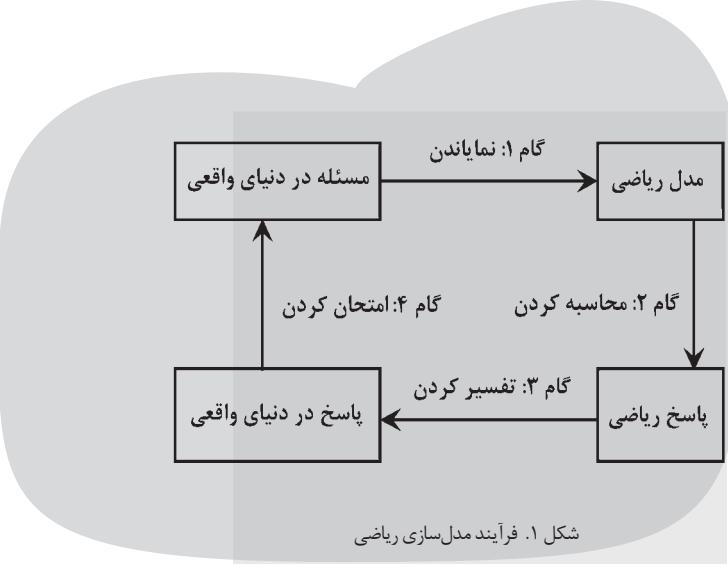
● اطلاع‌رسانی و آگاه کردن دانش‌آموزان از نقش، سهم و تلاش‌های تاریخی فرهنگ‌ها و تمدن‌های مختلف در شکل‌گیری بدنۀ اصلی دانش ریاضی.

مطالعه بیشتر

برای داشتن یک دید متفاوت از اهداف تدریس ریاضی، می‌توان فصل «چرا تدریس ریاضی؟» از پاول ارنست^{۲۶} (نقل شده در وايت و برامال^{۲۷}، ۲۰۰۰)

منظور از «مدل‌سازی ریاضی»، به کارگیری زبان و نمادهای ریاضی برای نمایش دادن یک مسئله در دنیای واقعی و انتقال آن به دنیای ریاضی با دستورالعملی، راه حلی ریاضی برای آن مسئله پیدا شود





شکل ۱. فرآیند مدلسازی ریاضی

و این جمله را نمایش دو نوع دیدگاه به مسئله‌های واقعی عنوان می‌کند. این دو نوع دیدگاه در اصل دو راه نمایاندن یا «مدلسازی شدن»^{۲۹} مسائل در قالب عمل تغیریق است که یکی عکس عمل جمع‌کردن (مثالاً در موقعیت واقعی، داشتن پس انداز ۷ پنی و یافتن مقدار پول مورد نیاز برای خرید یک کالای ۱۲ پنی) و دیگری مقایسه کردن است (مثالاً یک کودک ۱۲ کیلویی چقدر از یک کودک ۷ کیلویی سنگین‌تر است؟).

در شکل ۱، فرآیند مدلسازی ریاضی را به‌طور خلاصه مشاهده می‌کنید. این فرآیند از یک مسئله در دنیای واقعی آغاز می‌شود. در گام اول، این مسئله به شکل نمادهای ریاضی به نمایش در می‌آید و اصطلاحاً مسئله نمایانده یا فرموله می‌شود. این مرحله شامل تغییر در یافته اولیه مسئله است. یا به‌طور واضح‌تر، ساختارهای ریاضی و اصلی نهفته در متن واقعی مسئله استخراج می‌شود و عده‌های لازم از بستر اصلی مسئله، معمولاً به کمک اندازه‌گیری، جمع‌آوری می‌شوند. اکنون فرد مسئله حل کن در حال قدم زدن در دنیای ریاضیات است. در این دنیا که «یک دنیای منظم و عموماً پایدار است، بستر لازم برای کار کردن و فکر کردن فراهم ریاضی مسئله، مزاحمتی در راه کار و تفکر ریاضی شخص ایجاد کنند. گام دوم، مرحله انجام محاسبات لازم و اجرای برخی از فرآیندهای ریاضی بر روی اطلاعات یا مدل به‌دست آمده است تا یک جواب ریاضی به‌دست آید. در گام سوم، این پاسخ باید از یافته ریاضی به بافت واقعی و اصلی خود برگردانده شود و آن را تفسیر کنیم تا به یک پاسخ ملموس برسیم. گام آخر، مرحله آزمون کردن است. در این مرحله، پاسخ را امتحان می‌کنیم تا

فرآیند مدلسازی را برای ما آشکار می‌سازد. در سطح عالی‌تر، فرآیند به کار رفته در این مثال را می‌توان این‌طور نیز بیان کرد: نمایاندن یک موقعیت واقعی در نمادهای جبری، کار بر روی نمادها با استفاده از قواعد ریاضی برای دست‌یابی به یک جواب ریاضی، تفسیر این پاسخ برای درک بهتر آن و در نهایت بازگشت به دنیای واقعی. انگلیش^{۳۰} و همکاران (۷۹۰:۵۰۲)، ضمن مطالعه و بحث بر روی مسیرهای پیش روی آموزش ریاضی، عنوان می‌کنند که کاربرد ایده‌های کلیدی ریاضی در «مدلسازی از موقعیت‌های متنوع دنیای واقعی» از «اصول موفقیت در محیط کار و زندگی روزانه» به حساب می‌آید.

بحث دیگر، میزان و کیفیت استفاده دانش‌آموزان دوره ابتدایی از این فرآیند است. شکی نیست که اولین تجربه‌های مدلسازی، خواه یا ناخواه در سال‌های اولیه دوره ابتدایی شکل می‌گیرند. انگلیش و واترز^{۳۱} (۵۹:۵۰۵) معتقد هستند که بسیاری از تحقیقات در این زمینه، این ایده که «مدارس ابتدایی، محیط‌هایی آموزشی هستند که باید پچه‌ها به شکلی معنی دار استفاده از مدلسازی ریاضی را آغاز کرده و در آن پیشرفت کنند» را پشتیبانی و تقویت می‌کنند. این همان ایده‌ای است که استراتژی مدارس ابتدایی انگلستان نیز به آن توجه کرده و آن را تحت اصطلاح «نمایاندن»^{۳۲} به عنوان یکی از پنج مشخصه استفاده و به کارگیری ریاضیات (b,DfES ۶۰:۲۰) به کار برده است. طبق این سند (در پاراگراف ۷)، «فرآیند انتخاب اطلاعات کلیدی مورد نیاز آن بطن یک مسئله واقعی آ»، نمایاندن مسئله [به کمک نمادهای ریاضی]، استفاده از محاسبات ریاضی، جداول و نمودارها، اساس فرآیندی را تشکیل می‌دهند که به مدلسازی ریاضی موسوم است. همچنین در این سند (پاراگراف ۸) آمده است که «آن هنگام که کودکان برای شمارش اشیا و یافتن تعداد آن‌ها از چوب خطها و بلوک‌ها استفاده می‌کنند یا از جملات ریاضی برای نمایش محتوای یک مسئله کاربردی کمک می‌گیرند، در واقع آن‌ها سفر خود برای تبدیل شدن به یک مدل‌ساز ریاضی را آغاز کرده‌اند». هایلак (۶۰:۲۰) برای روش‌شن شدن چگونگی به نمایش درآوردن (نمایاندن) ساختارهای مختلف موقعیت‌های زندگی در قالب جمله‌های ریاضی، یک جمله تغیریق (مثالاً ۷:۵ = ۱۲) را مثال می‌زند

فروزندهای (۱۹۷۳: ۶۷) در کتاب خود با عنوان «ریاضی به عنوان یک تکلیف آموزشی»، در حالی که به اهمیت کاربرد در ریاضی توجه می‌کند، یک تذکر واقع بینانه را نیز بیان می‌نماید که «تمام ما، در کمک می‌کنیم که ریاضی اجازه کاربردهای متعدد را می‌دهد و دانش آموزان بیشتری نسبت به قبل، باید ریاضی را به کار گیرند. اگر بتوانیم به هر یک از آن‌ها بگوییم که در آینده به کدام مفاهیم و تکنیک‌های ریاضی نیاز پیدا خواهند کرد، باعث خوشوقتی است»

مطمئن شویم که متناسب با مسئله واقعی بوده و با محدودیتها و قبود آن مسئله همخوانی دارد. باید این موضوع را در نظر داشت که این فرایند، چرخه مانند تا حدودی آرمانی به نظر می‌رسد، بهخصوص در مورد مراحل اولیه رشد درک و فهم کودکان که هنوز عددها به صورت ملموس حس می‌شوند تا به صورت مفهومی مجرد، در حقیقت این طور دیده می‌شود که از نگاه دانش آموزان، مدل سازی، یک فرآیند رفت و برگشتی دو مرحله‌ای است و نه یک چرخه چهار مرحله‌ای. یعنی یک بار فکر کردن برای حرکت رو به جلو از بدنۀ دنیای واقعی به بدنۀ ریاضی و یک بار نیز حرکت رو به عقب از بدنۀ نمادین ریاضیات به بدنۀ دنیای واقعی؛ اما با وجود این نوع نگاه از جانب دانش آموزان، این فرآیند چرخه‌مانند بیشتر برای معلمان و افزایش شناخت آن‌ها از مدل سازی اهمیت دارد. معلمان مدارس ابتدایی باید بدانند که در جریان یک مدل سازی، چهار اتفاق ذهنی با ارزش در حال وقوع است: نمایاندن، محاسبه کردن، تفسیر کردن و امتحان کردن.^۳ معلمان باید بدانند که امروزه ریاضیات صرفاً چیزی مانند گام ۲ نیست.

مثال‌های عملی

فرض کنید که از یک دانش آموز خواسته باشیم تا قیمت ۱۶ باتری از یک نوع مشخص را پیدا کند، در صورتی که می‌دانیم آن نوع مشخص از باتری‌ها در بازار تنها در بسته‌هایی ۳ تایی و با قیمت هر بسته ۶۵ پنی عرضه می‌شود. در آغاز، دانش آموز تلاش می‌کند که تعداد بسته‌هایی که لازم است خریداری شود را مشخص کند و معمولاً این کار را به صورت $16 \div 3$ (یا جمع سه‌تایی بسته‌ها برای رسیدن به ۱۶ یعنی $3 + 3 + 3 + \dots$) انجام می‌دهد. در حقیقت این کار او لیکن گام فرآیند مدل سازی یعنی نمایاندن مسئله در

قالب نمادهای ریاضی محسوب می‌شود. او با این کار از مفاهیم ملموس، مانند تعداد بسته‌ها و باتری‌ها، به سمت مفاهیم مجرد، مانند اعداد ۳ و ۱۶ و نمادهای \div و $=$ حرکت کرده است. در گام دوم، او به کمک روش‌های محاسبه‌ای که یاد گرفته است مشغول به محاسبه خواهد شد تا این که به جواب «۵تا بسته ۳ تایی می‌شود و یکی هم باقی می‌ماند» برسد. در این مرحله، نمی‌توان در مورد میزان فهم دانش آموز از عملیات و محاسبه‌ای که انجام می‌دهد قضاوی کرد. یعنی واقعاً مشخص نیست که او در حین انجام عمل $16 \div 3$ ، به ارکان مسئله واقعی نیز توجهی دارد یا این که کاملاً در این مرحله، در دنیای ریاضیات سیر می‌کند؟ اگر دانش آموز در گیر انجام تقسیم از روش رسمی آن باشد، اعداد ۱۶ و ۳ تنها برای او حکم همان عدد را دارند تا این که به منزله تعداد باتری‌ها باشند؛ اما اگر از روش جمع سه‌تایی باتری‌ها رسیدن به $16 \div 3$ استفاده کند، در این صورت ممکن است این سه‌تایی‌ها در ذهن او به منزله ۳ تا باتری ۳ تا باتری باشد تا به ۱۶ تا باتری برسد. در این روش دوم، او هنوز به طور کامل به دنیای ریاضی وارد نشده است و در واقع، کاری انتزاعی به آن معنا اتفاق نیفتاده است. به هر حال، حاصل مرحله دوم، «۵تا بسته ۳ تایی می‌شود و یکی هم باقی می‌ماند» خواهد بود و این پاسخ باید در گام سوم به قالب اصیل خود که مسئله واقعی در آن قالب مطرح بوده است، تفسیر شود. مثلاً به پاسخ «ما برای داشتن ۱۶ باتری به بسته از آن و یک باتری تک احتیاج داریم» تفسیر شود. دانش آموز باید در گام چهارم، این پاسخ را چک کند و ببیند که آیا از آن نتیجه و معنایی منطقی حاصل می‌شود که با محدودیت‌ها و شروط مسئله واقعی نیز همخوانی داشته باشد یا خیر؟ پاسخ صحیح بعد از مرحله امتحان کردن و مطابقت دادن با محدودیت‌های مسئله واقعی این خواهد بود که «شما اصلاً نمی‌توانید یک باتری تک از این نوع را بخرید و مجبوری داشتی‌ها را در تعداد مشخصی از بسته‌ها بخرید، مثلاً برای داشتن ۱۶ باتری، لازم است که ۶ بسته از آن را بخرید».

با دقیق بیشتر به پاسخ نهایی مسئله فوق، متوجه آن می‌شویم که باید فرآیند مدل سازی از نو آغاز شود! یعنی این بار مسئله یافتن قیمت ۶ بسته از آن نوع باتری‌هاست. گام اول عمل نمایاندن این مسئله با یک قالب نمادین مثل 6×5 می‌باشد (و اگر واحد قیمت بر حسب پوند باشد، عبارت $6 \times 5 = 30$ لازم است). در

می‌توان به یکی از گزارش‌های پژوهشی از انگلیش (در پوت^{۳۱} و همکارانش، ۲۰۰۴) با نام «مدلسازی ریاضی در مدرسه ابتدایی»^{۳۲} مراجعه کنید. انگلیش متوجه چندین عامل اجتماعی و عامل ریاضی در حین این پژوهش می‌شود و آن‌ها را در مدل‌سازی درست و دقیق، دخیل و مؤثر می‌داند. این عوامل عبارتند از: تفسیر کردن داده‌ها و باز تفسیر آن‌ها، اتخاذ تصمیم‌های درست، استدلال‌های موجه و قابل دفاع، فرضیه‌سازی و بیان مباحث گوناگون به همراه بحث‌های مقابل آن‌ها. همچنین در یک پژوهش مشابه، انگلیش و اورز (۲۰۰۵)، نتایج و مثال‌هایی مشابه را برای دانش‌آموزان پایه‌های پایین‌تر ابتدایی ارائه کرده‌اند.

پی‌نوشت‌ها

1. Anxiety about mathematics
2. Complex emotional response
3. Page and Thomas
4. Ford
5. Working Memory
6. Ashcraft and Kirt
7. Buxton
8. On the cognitive consequences of mathematics anxiety
9. Donlan
10. Aims of mathematics teaching
11. Utilitarian
12. Application
13. Transferable skills
14. Aesthetic
15. Epistemological
16. Goulding
17. Freudenthal
18. Mathematics as an Educational Task
19. Thinking skills
20. Why teach mathematics?
21. Paul Ernest
22. White and Bramall
23. Modeling Process (Representing)
24. Assessment theory
25. Reliable
26. English
27. Watters
28. Representing
29. Modeled
30. Representing, Calculating, Interpreting, Checking
31. Putt
32. Mathematical Modeling in the Primary school

گام دوم، عملیات محاسبه این عبارت انجام می‌شود که ممکن است این محاسبه به سه صورت ذهنی، کتبی و یا بهره‌گیری از ماشین حساب انجام شود و پاسخ ۳۹۰ بدست می‌آید (در حالتی که واحد پول بر حسب پوند باشد پاسخ $\frac{۳}{۹}$ است). در گام سوم، این پاسخ را به شرایط واقعی در دنیاگی که مسئله در آن قرار دارد بر می‌گردانیم (تفسیر می‌کنیم). در مرحله آخر هم میزان تناسب پاسخ با شرایط و محدودیت‌های مسئله اصلی سنجیده می‌شود. در واقع در این مرحله، میزان منطقی و قبل قبول بودن پاسخ را ارزیابی می‌کنیم. مثلاً ممکن است دانش‌آموزی که با ماشین حساب کار می‌کند و قرار است پاسخ را بر حسب واحد پنی ارائه کند به اشتباہ عدد ۳۹۰ پوند (که بر روی نمایشگر ماشین حساب درج شده است) را می‌خواند. یعنی پاسخ این دانش‌آموز این است که برای خرید ۶ بسته از آن پاتری‌ها باید ۳۹۰ پوند هزینه کنیم! با کمی فکر کردن، اکثر دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که وقتی قیمت هر بسته چیزی کمتر از یک پوند است، امکان ندارد قیمت ۶ بسته از آن‌ها در حدود ۳۶۰ پوند و به شدت گران باشد، لذا جایی از کار ایراد دارد.

یک دختر بچه ۱۰ ساله، عبارت $۵۰ \div ۱۲$ را برای مدل‌سازی این سوال که «چند جعبه ۱۲ تایی برای بسته‌بندی ۵۰ ماشین حساب احتیاج است؟»، به کار برده است. او پس از چند لحظه فکر کردن، پاسخ «شما در واقع ۴ بسته لازم دارید»، یا این که «باید ۲ تا از ماشین حساب‌ها را بی خیال شویم و در کشوی میز معلم نگهداری کنیم» را ارائه می‌کند. فکر می‌کنید او با این پاسخ‌ها در برداشتن کدام گام از ۴ گام فرآیند مدل‌سازی، خیلی خوب عمل کرده است؟ پاسخ گام چهارم است. او با این پاسخ نشان می‌دهد که به خوبی از عهده این گام از چرخه مدل‌سازی برآمده است.

مطالعه بیشتر

فصل سوم از هایلارک (۲۰۰۶)، حاوی توضیحاتی مکمل برای مبحث مدل‌سازی است که در بخش حاضر نیز به قسمت‌هایی از آن اشاره کرده‌ایم. در این فصل، به طور دنباله‌داری چگونگی فرآیند مدل‌سازی و درک و فهم دقیق از آن در مسائل مبتنی بر چهار عمل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اشاره شده است. برای پی بردن به چگونگی ارتباط مدل‌سازی درست و دقیق در ریاضی با توانایی دانش‌آموزان پایه‌های بالاتر دوره ابتدایی،

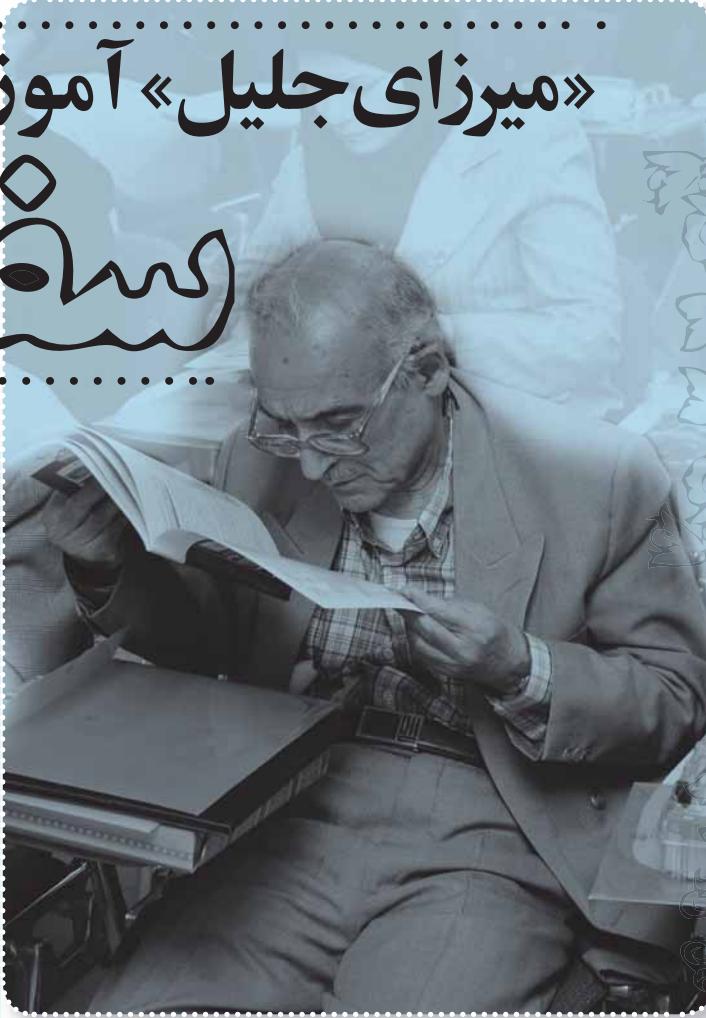


بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين و صلى الله على سيدنا محمد وآلها الطاهرين

«میرزا جلیل» آموزش ریاضی ایران

سرگرد!



برای پیروی حقیقی و واقعی از اسوه حسنۀ الهی در هر موقعیتی، و به طور خاص در چنین موقعی نیازمند شناخت موقعیت و فهم حقیقی و دقیق از اندیشه، عمل و حالت نورانی پیامبر اکرم (ص) هستیم. چرا سراسر اندوهگین می‌شد؟ چرا در سکوت فرو می‌رفت؟ حدیث نفس آن حضرت چیست که او را در چنین موقعیتی چنان مستغرق می‌کند که دیگر سخن نمی‌گویدا و آیا او این چنین در خود فرو می‌رفت و در احوال خویش تفکر و تأمل می‌کرد؟ او که سراسر نور بود، پاک و معصوم بود، خطدا در او راه نداشت، فنای در الله بود، همه اعمال او صد درصد مورد رضای خدای سبحان و مطابق رسالت و اراده الله بودا «وَمَا يَنْطِقُ عَنِ الْهَوَى» بودا اشرف انبیای الهی و برتر از همه ملائکه بودا پس در خود فرو رفتن برای محاسبه نفس دیگر چیست؟

آیات قرآن و زندگی پیامبر، گواه این مطلب است که او همچون پدری مهربان، بلکه بسیار بیشتر از یک پدر - که نهایت سعی اش را برای رشد فرزندش به کار می‌برد و اگر فرزندش را به بیراهه ببیند، خون دل می‌خورد - برای هدایت امت خویش تلاش می‌کرد و از گمراهی آنان رنج می‌برد؛ تا آنچا که گاهی از شدت غصه نزدیک بود جان دهد؛ چنانچه در آیات قرآن به طور صریح به رنج و اندوه شدید پیامبر می‌پردازد. برای نمونه، در آیه ۶ از سوره کهف می‌فرماید: «گویی می‌خواهی به خاطر اعمال آنان، خود را از غم و اندوه هلاک کنی اگر به این گفتار ایمان نیاورند». یا در آیه ۳ از سوره شعراء می‌فرماید: «گویی می‌خواهی جان

انا لله وانا اليه راجعون
«وَمَا هذے الْحَيَاةُ الدُّنْيَا إِلَّا هُوَ وَلَعْبٌ وَإِنَّ الدَّارَ الْآخِرَةَ لَهُيَ الْحَيَاةُ الْمُأْنَمُونَ».

و این زندگی دنیا چیزی جز سرگرمی و بازیچه نیست. و به درستی او یقیناً که زندگی حقیقی [او راستین] در سرای آخرت است، اگر امردم دانا می‌بودند [ما] می‌دانستند. (سوره عنکبوت، آیه ۶۴)

در سنن النبي (ص) آمده است:

«إِذَا تَبَعَ جِنَاحَةً غَلَيْتَهُ كَابَهُ وَأَكْثَرَ حَدِيثَ النَّفَسِ وَأَقْلَ الْكَلَامَ».
«رسول خدا (ص) وقتی به تشییع جنازه کسی می‌رفت، حزن و اندوه بر دلش مستولی می‌شد و بسیار حدیث نفس می‌کرد ادر خود فرو می‌رفت و در احوال خویش تأمل می‌کرد» و بسیار کم سخن می‌گفت. (الدعوات، قطب راوندی، ص ۲۵۶)

خود را از شدت اندوه از دست بدھی به سبب اینکه آنها ایمان نمی‌آورند.» آری، پیامبر روشنایی و رحمت(ص) که می‌دانست گمراهن بھسوی چه عاقبت وحشتناکی می‌روند و چگونه زندگی ابدی خود را به آتش می‌کشند، نهایت سعی خود را برای نجات آنها به کار می‌بست و از روی گردانی آنها به شدت رنج می‌برد. (اقتباس از تفسیر موضوعی آیت‌الله جوادی آملی، جلد ۸، صفحه ۲۹۰)

یکی از حقایق بلند الهی که ملازم و مقارن موقعیت تشییع جنازه است و پیامبر اکرم(ص) در این موقعیت غمگین می‌شدند، سخن نمی‌گفتند و بسیار حدیث نفس می‌کردند، محتوای عظیم و سراسر نور این آیه شریفه است:

«وَمَا هذِ الْحَيَاةُ الدُّنْيَا إِلَّا لَهُوَ لَعْبٌ وَإِنَّ الدَّارَ الْآخِرَةَ لَهِيَ الْحَيَاةُ لَوْ كَانُوا يَعْلَمُونَ.»

و این زندگی دنیا چیزی جز سرگرمی و بازیچه نیست. و بهدرستی [او یقین] که زندگی حقیقی [او راستین] در سرای آخرت است، اگر [مردم دانا می‌بودند] می‌دانستند. (سوره عنکبوت، آیه ۶۴)

با احتمال زیاد، معقول و منطقی است که در چنین موقعی ظاهر و باطن این آیه شریفه جلوی چشم پیامبر رحمت(ص) بوده است و وقتی در خود فرومی‌رفتند شاید تمدن و آرزو می‌کردند: ای کاش، مردم به درستی محتوای گران‌سنگ و هدایت‌گر این آیه را می‌فهمیدند، تفاوت غیرقابل مقایسه زندگی دنیوی و زندگی اخروی را درک می‌کردند، به معارف و حقایق الهی دانا می‌شدند، چنان دانا می‌شدند که ایمان می‌آوردند، چنان ایمانی که عمل صالح انجام می‌دادند و سعادتمند و رستگار می‌شدند! آری، این است نتیجه دانایی واقعی و نور هدایت!

بنابراین، آیا نزدیکتر به صواب و منطقی این نیست که: حدیث نفس پیامبر دانایی و روشنایی(ص) در چنین موقعی حدیث نفس خویشتن نبوده، بلکه حدیث نفس امت بوده است؟ در احوال خویش تفکر و تأمل نمی‌کرده، بلکه در احوال امت تفکر و تأمل می‌کرده است؟ برای اینکه حقیقت الهی سراسر نور این آیه شریفه را بهتر در کنیم تفسیر المیزان درباره آن رازی نگاه موشکافانه قرار می‌دهیم و با مذاقه در آن در خود فرومی‌رویم و با معانی آن به احوال خود! می‌اندیشیم و تأمل می‌کنیم! آری، ما نیاز به حدیث نفس داریم! توجه داریم که ما هم در موقعیتی مشابه موقعیت پیامبر(ص) در تشییع جنازه هستیم، بهتازگی استاد فرزانه‌ای سفر کرده استا بهدلیل حساسیت تفسیر و اینکه در حوزه علم تفسیر، ما استفاده کننده هستیم نه مفسر یا کارشناس! لذا متن تفسیر گران‌سنگ المیزان را بی کم و کاست در کانون توجه قرار می‌دهیم.

تفسیر المیزان از آیه ۶۴ سوره عنکبوت: کلمه «لهو» به معنی هر چیز و هر کار بیهوهداهی است که انسان را از کار مهم و مفید باز بدارد و به خود مشغول سازد. بنابراین، یکی از مصادیق لهو، زندگی مادی است، برای اینکه آدمی را با زرق و برق و آرایش فانی و فربینده خود از زندگی باقی و دائمی باز می‌دارد و به خود مشغول و سرگرم می‌کند.

کلمه «لعب» به معنای کار یا کارهای منظمی است با نظم خیالی و برای غرض خیالی؛ مثل بازی‌های بچه‌ها؛ زندگی دنیا همان طور که به اعتباری لهو است، همین‌طور لعب نیز هست؛ زیرا فانی و زودگذر است، همچنان که بازی‌ها این‌طورند. عدهای بچه با حرص و شور و هیجان عجیبی یک بازی را شروع می‌کنند و خیلی زود از آن سیر شده و از هم جدا می‌شوند.

و نیز همان‌طور که بچه‌ها بر سر بازی، داد و فریاد راه می‌اندازند و پنجه بر روی هم می‌کشند، با اینکه آنچه بر سر آن نزاع می‌کنند جز وهم و خیال چیزی نیست، مردم نیز بر سر امور دنیوی با یکدیگر می‌جنگند، با اینکه آنچه این ستمگران بر سر آن تکالب می‌کنند؛ از قبل اموال، همسران، فرزندان، مناصب، مقام‌ها، ریاست‌ها، مولویت‌ها، خدمتگران، یاران و امثال آن چیزی جز اوهام نیستند و در حقیقت سرابی هستند که از دور آب به‌نظر می‌رسد؛ و انسان منافع مذکور را مالک نمی‌شود، مگر در ظرف وهم و خیال.

به خلاف آن، در زندگی آخرت که انسان در آن عالم با کمالات واقعی که خود از راه ایمان و عمل صالح کسب کرده زندگی می‌کند، و مهمی است که اشغال به آن، آدمی را از منافعی باز نمی‌دارد؛ چون غیر از آن کمالات واقعی واقعیت دیگری نیست و جدی است، که لهو و لعب و تأثیم (سخن ناروا و گناه‌السود) در آن راه ندارد، بقایی است که فنایی با آن نیست، لذتی است که بال‌آمیخته نیست، سعادتی است که شقاوتی در پی ندارد، پس آخرت، حیاتی است واقعی و به معنای حقیقی کلمه؛ و این معنای فرموده خدای تعالی است.

در این آیه شریفه به‌طوری که ملاحظه می‌فرمایید، زندگی دنیا را منحصر در لهو و لعب کرده و با کلمه «هنده» این زندگی دنیا» آن را تحقیر کرده است و زندگی آخرت را منحصر در حیوان، یعنی زندگی واقعی کرده و این انحصر را با ادوات تأکیدی چون حرف «اَن» و حرف «لام» و ضمیر فعل «هی» و آوردن مطلب با جمله اسمیه، تأکید نموده است. «لَوْ كَانُوا يَعْلَمُونَ» یعنی اگر مردمی دانا بودند می‌دانستند که مطلب از همین قرار است که ما گفتیم، اکثر ما کم‌وبیش چنین حقایق الهی در قرآن را شنیده یا مطالعه کرده‌ایم و آن‌ها را تصدیق می‌کنیم، با

را طرح کنیم تا چارچوب و مبنای برای شناخت، تفکر و تأمل صحیح در زندگی استاد بوده واز هر نوع غفلت و به حاشیه رفتن جلوگیری شود. ضمناً تفکر و تأمل در این مجموعه از حقایق نورانی الهی خود بخش دیگری از منظر اول حدیث نفس ماست!

هرگاه یکی از بندگان خدا به سرای آخرت و ابدی سفر می‌کند دست کم یک حقیقت نهیب زننده و بیدارگر به همراه دارد که غفلت‌ها مانع از توجه به آن می‌شود. این حقیقت بی کلام! این است: این سفر قطعی است! به بیان دقیق‌تر اینکه: این سفر برای همه قطعی است! به‌زودی نوبت شما هم می‌رسد! برو برگرد ندارد! آیا فکر زاد و توشه سفر بوده‌اید؟ برنامه‌ریزی داشته‌اید؟ چه توشه‌ای از پیش فرستاده‌اید؟ چه توشه‌ای از پس برای شما خواهد آمد؟ تا هنوز فرصت دارید اقدامی کنید!

تا که دستت می‌رسد کاری بکن
پیش از آن کز تو نیاید هیچ کار!

ایمان و عمل صالح، زاد و توشه راه است. نخست اینکه ایمان به زندگی جهت می‌دهد، معنا می‌بخشد، و مبنای عمل صالح است. علاوه بر این، «ایمان، گذرنامه اعتقادی برای ورود به دارالسرور است!» و باید آن را به همراه داشت! و دوم، اعمال صالح توشه‌ای است که از پیش فرستاده می‌شود و به مقصد می‌رسد. سوم، باقیات صالحات است که پس از سفر برایت توشه می‌فرستد. پس تا فرصت باقی است در این جهات تلاش و مجاهدت حداکثری کنید.

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی، آفرینش و عمر ما از بزرگ‌ترین نعمت‌ها و موهبت‌های پروردگار متعال به ماست. همچنین بر اساس همین نظام اعتقادات بر هر نعمتی، شُکری واجب است. در مفهوم «شُکر» این‌گونه آمده است: به کارگیری، بهره‌برداری و استفاده درست از نعمت‌ها مطابق با دستورات و احکام الهی. به بیان دیگر، بهره‌برداری و استفاده درست از نعمت‌ها مطابق با رضایت الهی. شُکر نعمت عمر، معیار و شاخصی اساسی برای شناخت و قضاوت، تفکر و تأمل، و درس آموزی از زندگی یک انسان فرهیخته است.

مسلم است که تجلیل و تکریم هر عزیز سفر کرده‌ای یک سنت حسن است و موجب تجلیل و تکریم خانواده او و تسلی دل بازماندگان می‌شود، اما هنگامی که یک انسان فرهیخته به سفر آخرت می‌رود مهم‌تر از این سنت حسن، پیش رو قرار دادن زندگی او، تفکر و تأمل در چگونه زیستن او و درس آموزی از آن است. پیر فرزانه سفر کرده‌ما.

«میرزای جلیل» آموزش ریاضی ایران است!
در این سخن سر سوزن مبالغه‌ای وجود ندارد!

این حال، در زندگی واقعی دچار حجاب غفلت می‌شویم و ممکن است زندگی مان موجب تعجب اهل یقین شود! از پیامبر اکرم(ص) نقل شده است که فرمودند: تعجب تمام

از کسی است که سرای حیات واقعی اخروی را تصدیق می‌کند، ولی همه سعی و کوشش او برای خانه [دار] غرور است [الدر المنثور]. تذکر و یادآوری می‌تواند مانع غفلت شود. رخداد مرگ وقتی با تفکر و تأمل همراه شود فرصتی برای تذکر و یادآوری و بیدارباش است.

همان‌گونه که اشاره رفت اکنون استادی فرزانه به سرای باقی سفر کرده است، حزن و اندوه مستولی شده و زبان خاموش گشته است! چنانچه پیرو صادق نبی مکرم اسلام(ص) باشیم باید بسیار حدیث نفس کنیم، در خود فرو رویم و به تأمل پیرزادیم؛ زیرا که پیامبر رحمت(ص) اسوة حسنة ماست و این عمل سیرۀ ایشان است. در حقیقت در چنین موقعی این عمل، شایسته‌ترین عمل است. حدیث نفس ما در این وضعیت می‌تواند دست کم شامل سه منظر مهمن باشد:

۱. یک منظر، تفکر و تأمل در براءة حقایق الهی سراسر نور همانند حقیقت زندگی در سرای فانی و حقیقت زندگی در سرای آخرت، نقش ایمان و عمل صالح در زندگی در حیات واقعی و سرای آخرت است. این کار موجب تذکر است و رهایی و نجات از خواب غفلت‌ها، سبب افزایش ایمان و یقین است. آنچه تاکنون طرح شد از جنس این منظر از حدیث نفس ماست!

۲. از آنجا که پیر سفر کرده ماستادی فرزانه بود، از منظر اقتصادی در خانواده‌ای غیرمرفه رشد کرده بود، با تلاش بی‌وقفه، سخت کوشی و استعداد خدادادی مراحل پیشرفت و تعالی را طی کرده بود و با مجاهده‌های بسیار به انسانی نافع و خدوم برای جامعه تبدیل شده بود، زندگی او درس‌ها و پندهای فراوان دارد، لذا منظر دوم حدیث نفس مادرس آموزی از زندگی سراسر مجاهدت ایشان است.

۳. منظر سوم، تفکر و تأمل در احوال خویشتن است. پیش روی خود قراردادن حقایق سراسر نور الهی و محاسبه نفس همراه با درس‌های پندآموز زندگی این مرد جلیل، و در پی آن اندیشیدن، تدبیر و برنامه‌ریزی برای ادامه زندگی است. سپس تلاش و مجاهدت بی‌وقفه برای سعادت اخروی و حیات جاویدان و ابدی در سرای آخرت است. این منظر از حدیث نفس به احوال هر فرد وابسته است و فقط در اختیار است. بنابراین، به طور کامل خارج از دسترسی این نوشته قرار دارد. اکنون، منظر دوم از حدیث نفس را با تمرکز و تأمل در زندگی استاد و درس آموزی از آن پیش می‌گیریم. پیش از آن لازم است برای درست و دقیق دیدن، مجموعه‌ای از حقایق بنیادی و سراسر نورانی الهی

هرگاه یکی از بندگان خدا به سرای آخرت و ابدی سفر می‌کند دست کم یک حقیقت نهیب زننده و بیدارگر به همراه دارد که غفلت‌ها مانع از توجه به آن می‌شود. این حقیقت بی کلام! این است: این سفر قطعی است! به بیان دقیق‌تر اینکه: این سفر برای همه فطعی است!

شایسته و زیبند است که برای نگاه به زندگی ایشان، که یکپارچه و به تمامی وقف تعلیم و تربیت رسمی کشور بود، و پندگیری از آن با استدلال ریاضی شروع کنیم! زیرا او از همین طریق با تربیت و رشد قدرت تفکر چندین نسل - حدود چهار دهه - از فرزندان این مژ و بوم مجاهدت کرده است! با توجه به اینکه شغل او، بلکه تمام زندگی او تعلیم و تربیت بود، شناخت جایگاه و منزلت تعلیم و تربیت در بین مشاغل بر اساس نظام ارزش‌های اسلامی، ما را در مسیر درست و دقیق دیدن، و تفکر و تأمل صحیح یاری می‌رساند. این موضوع فی‌نفسه یک معیار است.

شناخت جایگاه و منزلت تعلیم و تربیت در بین مشاغل، بر اساس نظام ارزش‌های اسلامی

مشاغل، در روزگار ما مشاغل فراوانی وجود دارد، از پژوهشکی، مهندسی، کشاورزی و صنعت و کارگری گرفته تا مشاغل مربوط به علم و فناوری، بازار و تجارت، و تعلیم و تربیت. در همه این مشاغل هرگاه کار و عمل قریب‌الله شد مقبول حق سبحانه و تعالی می‌شود. نیت الهی، تلاش و کار مجدانه و صادقانه شرط پذیرش است. در هر صورت خواه و ناخواه، هر کس در هر شغلی مشغول گردید زندگی او و گذران عمر او یا صرف کردن عمر او حول محور آن شغل خواهد بود. اکنون پرسش اساسی این است که آیا شغل‌های نسبت به هم برتری، فضیلت و شرافت ندارند؟ [اصد بنته با معیارهای الهی] یا همه نسبت به هم یکسان هستند؟ آیا طبیب جسمانی مهم‌تر است یا طبیب روحانی؟ آیا تغذیه روح شرافت دارد یا تغذیه جسم؟ آیا هدایت انسان مهم‌تر است یا مهندسی خودرو؟ آیا تربیت و پرورش انسان افضل است یا شهرسازی و تجارت؟ آیا رشد و تعالی و هدایت انسان با ارزش‌تر است یا تولید مواد غذایی و خورد و خوارک؟

از منظری دیگر به این پرسش اساسی توجه می‌کنیم. انبیای الهی و اولیا صلوات‌الله علیهم اجمعین همگی برای تمام عمر به تعلیم و تربیت بشر مطابق با برنامه الهی پرداختند. آیا می‌توان کاری مهم‌تر از این تصویر کرد که خداوند متعال پیامبران و اولیای خودش را به آن مأمور نکرده باشد؟ این موضوع از بدیهیات عقلی است که خداوند پیامبران و اولیا را به مهم‌ترین رسالت مأمور کرده باشد و همچنین از بدیهیات عقلی است که پیامبران و اولیای الهی به عالی‌ترین صورت از عمر خودشان بهره‌برداری و استفاده کرده باشند، و شکر نعمت عمر کرده باشند.

برای اتمام حجت و اثبات بحث، از منظر قرآن و حدیث به این موضوع می‌پردازیم. در باب فضیلت و شرافت علم و دانش، علماً و معلمان، و متعلمان و شاگردان، آیات نورانی بسیار در قرآن کریم و احادیث حکیمانه و حقیقت‌نگر

فراوانی از پیامبر اکرم (ص) و ائمه اطهار (ع) وجود دارد. در اینجا چند نمونه را بیان می‌کنیم تا هم پنجره‌ای به سوی حقایق بلند و سراسر نور الهی و معارف ناب و هدایت‌گر خاندان عصمت و طهارت صلوات‌الله علیهم اجمعین گشوده شود، و هم به بحث‌مان استحکام و اتفاق بخشیده شود.

خداؤند متعال در اولین سوره‌ای که بر آخرین پیامبرش حضرت محمد (ص) فرمی فرستاد امر می‌کند که:

«ای پیامبر، به نام پروردگارت خواندن را آغاز کن. پروردگارت که آدمی را از لخته خونی بیافرید. بخوان ای پیامبر، و پروردگار تو کریم‌ترین [کریمان] و ارجمندترین ارجمندان است. پروردگارت که به وسیله قلم به انسان تعلیم و آموزش داد. به انسان آنچه را نمی‌دانست تعلیم و آموزش داد.» [در دشأن و مقام معلم همین بس که خدا خود به انسان تعلیم می‌دهد!]

اقرأ أباً سَمْ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ، خَلَقَ الْإِنْسَانَ مِنْ عَلَقَ، إِنَّ رَبَّكَ الْأَكْرَمُ الَّذِي عَلَمَ بِالْأَقْلَمِ، عَلَمَ الْإِنْسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمْ. (سوره علق، آیات ۱ تا ۵)

تناسب و همبستگی در ترتیب این آیات الهی بسی جای تفکر و تأمل دارد و روشنگر حقایق رزفی است. آفرینش انسان در پایین‌ترین سطح حیات که همان لخته خون است و تکامل و تعالی آن بر اساس تعلیم و آموزش علم و دانش و رسیدن به انسانی عالم و آگاه که عالی‌ترین سطح حیات است. کتاب الهی نخست با سخن از نعمت آفرینش عالم و آدم آغاز می‌کند و بالا‌صله پس از آن تعلیم نعمت علم و دانش به انسان را قرار می‌دهد!

در علم اصول فقه، یک قاعدة اصولی وجود دارد که می‌گوید: «اگر حکمی مبتنی بر وصف و حالت خاص باشد، آن گاه این وصف و حالت، علت و دلیل آن حکم است.» بر اساس این اصل، چون در آیات سوره علق خداوند متعال از آن جهت به وصف «اکرمیت» توصیف شده است که علم و دانش را به انسان آموخت و ارزانی داشت. لذا اگر امتیاز و مزیت دیگری غیر از علم و دانش، معیار کرامت و فضیلت به شمار می‌رفت شایسته بود که صفت اکرمیت با همان مزیت قرین و همطراز می‌شد و آن مزیت به عنوان معیار کرامت نامحدود خداوند به شمار می‌رفت. به علاوه، کرامت الهی با تعبیر «الاکرم» بیان شده است که در صیغه «افعل تفضیل» است [ادر فارسی از نوع صفت عالی است، لذا نتیجه می‌شود عالی‌ترین نوع کرامت پروردگار نسبت به انسان علم و دانش است که والاترین مقام و منزلت انسان است. بنابراین، چنین ترتیبی علت اکرمیت خدا را برای ما روشن می‌کند که همان تعلیم علم و دانش به انسان است و نیز اشاره دارد که نعمت علم و دانش والاترین کرامت

و یا اهل علم و دانش را دوست بدار و از دستهٔ چهارم (دشمن اهل علم) میباشد که به سبب دشمنی با آن‌ها هلاک می‌شود. (اصول کافی؛ ترجمهٔ مصطفوی؛ ص ۴۱) سه حدیث نخست از پیامبر گرامی (ص) و حدیث چهارم از امام صادق (ع) است، که البته بینای از توضیح هستند.

برای رفع هرگونه شائبه و برداشت نادرست از مفهوم علم، لازم است بیان شود که در فرهنگ اسلام علم به مفهوم «علم نافع» موردنظر است که شامل تمام علوم و دانش‌های مفید و ضروری، از نظر اسلام، برای انسان و جامعه انسانی است [جادوگری و امثال آن خارج از شمول علم نافع قرار دارند]. رسول اکرم (ص) با بیان اینکه علم دارای دامنه‌ای بلند است، آدمی را به بهره‌گیری از بهترین و برترین علوم توصیه می‌کند و می‌فرماید: «العلم اکثر من ان يَحْصِي. فَخُذْ مِنْ كُلِّ شَيْءٍ احْسِنْهِ» (کنز الفوائد، ۲، ۳۱). [گسترهٔ علم افزون از آن است که به شمارش آید. پس از کل دانش‌ها، بهترین آن‌ها را فراگیرید.» به طور



اخض، علم توحید در قلب و مرکز گسترهٔ علم نافع واقع است و مهم‌تر و برتر از همه علوم دیگر است. در حال حاضر، در جامعه علمی از بدیهیات علمی و عینی است که رشد و توسعهٔ همه حوزه‌های علم و فناوری وابسته به علم ریاضی است و قریب به اتفاق پژوهش‌ها در همه حوزه‌های علم و فناوری، و حتی علوم انسانی متکی به علم ریاضی است. بنابراین، علم ریاضی از علوم مفید و ضروری برای زندگی انسان و جامعه انسانی، وزیر مجموعهٔ علم نافع است. افرون بر این، با توجه به ماهیت آموزش‌پذیری علم ریاضی از دوران نونهالی، بهخصوص ویژگی و ظرفیت منحصر به فرد علم ریاضی برای تربیت و رشد تفکر منطقی، تفکر انتزاعی و صوری، و قدرت استدلال، می‌توان از

الهی نسبت به بشر است. (برگرفته از کتاب آداب تعلیم و تعلم در اسلام شهید ثانی ترجمهٔ محمد باقر حجتی، ص ۳۶)

در مقام و منزلت علماء و دانشمندان، خداوند متعال در قرآن کریم به صراحة می‌فرماید:

قُلْ هُلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا يَتَدَكَّرُ أُولُوا الْأَلْبَابِ (سوره زمر، آیه ۹)
بگو: آیا آن‌هایی که می‌دانند با آن‌هایی که نمی‌دانند برابر و یکسان هستند؟ تنها اندیشمندان و خردمندان بند می‌پذیرند.

و برای این تفاوت عظیم بین داناییان و نادان‌ها و مقام رفیع داناییان در آیه زیر می‌فرماید:

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أَوْتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ حَبِيرٌ (سوره مجادله، آیه ۱۱)
خداؤند متعال به آنان که به حق ایمان آوردند و نیز به آنان که از علم و دانش بهره‌مند هستند [دارای علم و دانش هستند]، مقامی رفیع و بلند مرتبه عطا می‌کند، و خدا به آنچه می‌کنید آگاه است.

آری، ایمان و علم دو نعمتی هستند که مقام عظیمی به انسان می‌بخشنند. از آنجا که علم تأویل قرآن، اهداف و معانی نهایی، و اسرار قرآن فقط در اختیار خداوند متعال و راسخون در علم است و طبق روایات فراوان، راسخون در علم، پیامبر اکرم (ص) و امامان معصوم (ع) هستند و ایشان ترجمان حقيقی قرآن بوده و مصون از هر خطایی هستند، لذا سخنان ایشان به بهترین شکل و عالی‌ترین صورت حقایق را بیان می‌کند. از میان روایات بسیار حضرات معصومین (ع)، تنها چند نمونه ذکر می‌گردد تا شرافت و فضیلت علم و دانش، علماء و معلمان، و متعلمین و شاگردان زیباتر و کامل‌تر نمایان شود.

۱. فضیلت و برتری مقام عالم و دانشمند بر عابد و پارسا، مانند فضیلت و رجحان می‌پیامبر بر پایین ترین افراد جامعه است. زیرا خداوند و فرشتگان و اهل آسمان‌ها و زمین حتی مورچگان در لانه خود و ماهیان در دریا بر معلمی که مردم را به خیر و سعادت رهنمون می‌کند، درود می‌فرستد. (بحار الأنوار (ط بیروت)؛ ج ۲؛ ص ۲۴)

۲. فضیلت و برتری مقام عالم و دانشمند بر عابد و پارسا به اندازه هفتاد درجه است، درجاتی که در میان هر دو درجهٔ آن، چنان فاصلهٔ طولانی وجود دارد که هفتاد سال طول می‌کشد یک اسب راهوار آن را بیماید. (منیه المرید؛ ص ۱۰)

۳. عالم و دانشمند و متعلم و شاگرد در اجر و پاداش الهی شریک هستند، و خیر و سعادت (واقعی) در میان دیگر طبقات جامعه وجود ندارد. (منیه المرید؛ ص ۱۰۵)

۴. یا عالم و دانشمند باش، یا متعلم و شاگرد باش،

دیدگاهی بدیع و اصیل بر اساس اصولی از علم اصول فقه، به ویژه قاعدة «مقدمه واجب، واجب است.» و قاعدة «نقی سبیل»، وجود آموزش ریاضی در مدرسه را اثبات کرد! بر اساس این بحث روشن و دلایل متقن که استدلالی بی نقص را شکل می دهد، نه تنها شغل تعلیم و تربیت همطران بقیه مشاغل نیست، بلکه شرافت و فضیلت تعلیم و تربیت و شغل معلمی بر مشاغل دیگر مسلّم و قطعی، و حقیقتی انکارناپذیر است. در نتیجه هر کس در مشاغل حوزه تعلیم و تربیت در گستره علم نافع در جامعه اسلامی مشغول بوده یا مشغول است بهترین امکان و شرایط را برای عالی ترین بهره برداری و استفاده از نعمت عمر خود داشته یا دارد. چنانچه نیت الهی یا فرقہ الهی را، تلاش صادقانه و مجданه و با اخلاص را بر این صرف عمر حاکم کنیم با شغل انبیا و اولیاء عمر خویش را گذرانده ایم و این عالی ترین صورت و بهترین نوع، شکر نعمت عمر است!

اکنون نگاهی به زندگی مرد «جلیل» آموزش ریاضی ایران می اندازیم.

۱. ایشان پس از تحصیل مدرسه‌ای در بوشهر، وارد دانشسرای مقدماتی شیراز شده و پس از فارغ التحصیلی آموزگار شهر کازرون می شود. پس از چند سال آموزگاری با تلاش مجданه در رشته دبیری ریاضی در دانشسرای عالی در تهران پذیرفته شده و پس از پایان تحصیل و اخذ لیسانس دبیری ریاضی، بلافضله دبیر ریاضی شهر کازرون می شود. پس از چندین سال تدریس ریاضی به سازمان پژوهش دعوت می شود و حدود سه دهه و نیم محور کارشناسی ریاضی برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی و تربیت‌علمی بوده و تا هفته‌های پایانی عمر در مجله رشد آموزش ریاضی نقش آفرین بوده است. در مجموع حدود پنج دهه و نیم در جایگاه معلم ریاضی، کارشناس برنامه‌ریزی و تألیف و عضوهیئت تحریریه مجله رشد آموزش ریاضی به تلاش خالصانه و مجدانه در آموزش ریاضی کشور پرداخته است.

۲. عزیز سفر کرده مادر تمام طول زندگی به هیچ شغل و حرفة دیگری نپرداخت. همه زندگی او تعلیم و تربیت و آموزش ریاضی برای همه فرزندان کشور بود. در حالی که او خیلی زود به شهرت رسید و در اکثریت این سال‌ها مراکز غیردولتی آموزشی با پیشنهادات و پرداختهای فراتر از نظام رسمی خواهان او بودند، به همگی جواب رد داد و همه توان و تلاش خود و زندگی خود را وقف تعلیم و تربیت رسمی کرد. این روحیه و منش مردمان درستکار، خدوم و پاکیزه‌زیست است.

۳. این مرد با عزّت نفس از فعالیت‌های خصوصی و جانبی که درآمد و منافع مادی چشمگیر دارد اجتناب می کرد. کما اینکه برخی از هم‌قطاران او به سمت منافع

مادی رفتند. فراتر از این، فرهیختگی او چنان والا بود که ظواهر مادی دنیوی نتوانست او را بفریبد. زندگی او از نظر مادی و امکانات رفاهی بسیار معمولی و در حد متوسط زندگی معلمان ریاضی بود. او در موقعی با مشکلات مادی هم مواجه بود. زمانی که نیاز به عمل جراحی چشم داشت یا با بیمارهای دیگر درگیر بود، با عُسر و حرج مواجه می شد! این گونه نبود که زندگی مرفه‌ی داشته باشد و دغدغه‌های تأمین هزینه زندگی نداشته باشد. همانند فرهیختگان، معلمی ساده‌زیست بود.

۴. این معلم فرهیخته و درستکار آموزش ریاضی ایران در اواخر دهه چهل شمسی، برای تحول در آموزش ریاضی که همزمان با نظام جامع آموزش متوجه در آغاز دهه پنجماه شمسی بود، به مدت دو سال در خارج از کشور مشغول مطالعه و تحصیل در دوره‌های آموزش تخصصی ریاضیات جدید، آموزش ریاضی جدید متوسطه و برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های جدید ریاضی، پیاده‌سازی و اجرای برنامه درسی جدید و آموزش معلمان ریاضی آموزش می شود. ریاضیات جدید حوزه جدیدی از ریاضیات است که تا پیش از آن در برنامه ریاضیات مدرسه وجود نداشته است و معلمان ریاضی کشور از آن اطلاعی نداشتند! در حوزه دانشگاه نیز تنها اساتیدی که تازه در غرب تحصیل کرده و به کشور بازگشته بودند بر این حوزه از ریاضیات تسلط داشتند. بنابراین، در بین معلمان ریاضی باتجربه کشور او از محدود افرادی بود که بر ریاضیات جدید مسلط بود! در واقع از منظر تخصص ریاضیات جدید در دهه پنجماه شمسی در جامعه آموزش ریاضی و معلمان ریاضی کشور یک شخصیت بسیار ارزشمند علمی بوده است! او این سوابق علمی بر جسته را به زبان نمی آورد! حتی برخی از همکاران او اطلاع دقیقی از آن نداشتند!

۵. میرزا جلیل آموزش ریاضی کشور برای حدود سه دهه و نیم ارزشمندترین کارشناس ریاضی کشور بود و در سه مقطع زمانی محوری ترین کارشناس در تحول و تغییر بنیادین برنامه درسی ریاضی و اصلاح و بازنگری برنامه درسی و کتاب‌های جدید تألیف بوده است. در اکثر این سال‌ها ایشان مسئولیت گروه ریاضی رانیز بر عهده داشته‌اند. از این منظر نیز ایشان در سازمان پژوهش منحصر به‌فرد و استثناء بودند. این سه مقطع عبارت اند از: الف. آغاز دهه پنجماه شمسی و دگرگونی اساسی برنامه درسی ریاضی دوره چهارساله دبیرستان و تالیف کتاب‌های کامل‌آجید. در این مقطع بخش اعظم محتوای ریاضی تغییر کرد. کتاب‌های ریاضی جدید در هر چهار سال دبیرستان همگی با موضوعات و محتوایی بدیع متولد شدند! محتوای هندسه تغییرات اساسی کرد. کتاب‌های جبر سال سوم ریاضی فیزیک و جبر و آنالیز سال چهارم

یا عالم و دانشمند باش، یا متعلم و شاگرد باش، و یا أهل علم و دانش را دوست بدار و از دسته چهارم (دشمن اهل علم) مباش که به سبب دشمنی با آن‌ها هلاک می‌شوی

فرد در آموزش‌های معلمان این مرد جلیل بی‌اعتنای به شهرت بود.

۷. محور دیگر مجاهدت‌های این مرد خدوم تعلیم و تربیت و آموزش ریاضی رسمی کشور، آموزش معلمان است. همچنان که اشاره رفت این مرد جلیل مؤثرترین و محور اصلی کار عظیم آموزش معلمان در هر سه مقطع تغییر برنامه درسی ریاضی در طی بیش از سه دهه بوده است. در طول این سه دهه و نیم او تنها کارشناسی بوده است که بر همه برنامه درسی ریاضی از پایه اول دبستان تا پایه دوازدهم در هر سه رشته علوم انسانی، علوم تجربی، و علوم ریاضی (ریاضی فیزیک) و همچنین برنامه آموزش ریاضی مراکز تربیت معلم مسلط بوده است. بنابراین در آموزش معلمان ابتدایی با آن حجم عظیم، آموزش معلمان ریاضی دوره راهنمایی و آموزش معلمان ریاضی دبیرستان نقش اساسی داشته است. طبق روال، دیگر مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی تا يك سال پس از تألیف کتاب، درآموزش‌های معلمان حضور کامل دارند، و پس از آن آموزش معلمان بر دوش کارشناسان است. مرد اصلی میدان بازآموزی‌ها و همایش‌های یک یا چند روزه معلمان ریاضی در استان‌ها و شهرستان‌های سراسر کشور در طول این سی و چند سال! اوست، که حجم آن خارج از شمارش است! در واقع، تعداد کثیری از معلمان ریاضی و بخش بزرگی از معلمان ابتدایی در کلاس‌های درس ایشان تلمذ کرده‌اند!

۸. این معلم فرزانه از آغاز تولد مجله رشد آموزش ریاضی که بیش از سه دهه از عمر آن می‌گذرد در هیئت تحریریه جایگاه ممتاز داشت. تجربه گران‌بها و بی‌بدیل او در آموزش ریاضی کشور، شناخت وسیع و میدانی از محیط اجرای برنامه درسی ریاضی و تسلط و شناخت عمیق از سنت‌ها و فرهنگ آموزشی معلمان ریاضی کشور، شناخت مشکلات گوناگون و عظیم تغییر برنامه درسی ریاضی و آموزش معلمان ریاضی موجب شده بود در نشر دانش ریاضی مناسب و دانش آموزش ریاضی و رشد و توسعه توانایی‌های حرفه‌ای معلمان ریاضی و جامعه آموزش ریاضی ایران نقش بر جسته‌ای داشته است که تا روزهای پایانی عمرش ادامه داشت.

۹. مرد جلیل بی‌سر و صدای آموزش ریاضی ایران همچنان که در مدرسه و دانشگاه ممتاز بود در کسوت معلم ریاضی و کارشناس برنامه‌ریزی و تألیف نیز ممتاز بود. تسلط مثال زدنی او بر دانش ریاضی، ریاضیات جدید، ریاضیات مدرس‌های و هنر معلمی همراه با شخصیت خودساخته، سختی کشیده، منظم، دقیق و با پشتکار، توانایی عالی در کلاس درس، در مباحثات کارشناسی

ریاضی فیزیک با محتوای متحول شده و رویکرد جدید شامل حسابان، حد، مشتق و پیوستگی با رویکرد اپسیلن - دلتا و انتگرال، برنامه‌ریزی و تولید شدندا در این دوران به دلیل تغییر بخش اعظم محتوای ریاضی کتاب‌های درسی، آموزش معلمان ریاضی بسیار چالش برانگیز و دشوار بود. کارکشته‌ها و باتجربه‌ها می‌دانند این کار چقدر پیچیده، سخت و دشوار است!

ب. در آغازین سال‌های پس از انقلاب شکوهمند اسلامی برنامه درسی دوره ابتدایی و راهنمایی هشت پایه تحصیلی به طور کامل متحول شد. علوم پدagogیک (علم و هنر یاددهی و یادگیری) به صورت وسیعی وارد آموزش ریاضی مدرسه‌ای شد و برنامه درسی ریاضی و کتاب‌های درسی ریاضی کاملاً دگرگون و جدید تألیف شد. این اولین بار بود که در فرایند برنامه‌ریزی و تألیف، سند راهنمای برنامه درسی، کتاب درسی و کتاب راهنمای معلم به صورت یکپارچه تولید شد و همه کتاب‌های تولید شده برای یک سال در تعدادی مدارس و کلاس منتخب، اجرای آزمایشی شده و با استفاده از نتایج آن بازسازی و اصلاح شدند. همچنین، معلمان دوره اجرای آزمایشی قبل از اجرا و هم‌زمان با اجرای آزمایشی برنامه جدید آموزش دیدند و پس از آن آموزش نمایندگان معلمان استان‌ها انجام شد. کاری بس عظیم!

پ. سومین مقطع به آغاز دهه هفتاد شمسی باز می‌گردد که همزمان با تغییر نظام آموزش متوسطه و نظام ترمی واحدی، برنامه درسی ریاضی به صورت کامل متحول گردید. نظام ترمی واحدی تغییرات مهمی در سنت‌های آموزشی معلمان ریاضی و فرهنگ آموزش ریاضی دبیرستانی به وجود آورد و طبیعی بود که با چالش‌های وسیع و غیرقابل پیش‌بینی مواجه شود. همچنین تلفیق دو درس کاملاً موضوع محور و تا حدودی نظریه محور در یک درس در سال اول دبیرستان با عادت‌ها و سنت‌های آموزشی معلمان ناسازگار بود و چالش‌های زیادی به دنبال داشت. مرد با تجربه و کار کشته آموزش ریاضی ما محور کنترل اوضاع و مدیریت این تغییرات و دگرگونی‌های بنیادی بود.

۶. برنامه‌ریزی و تألیف و اجرای برنامه جدید در هر یک از این سه مقطع مذکور بین پنج تا هشت سال طول کشیده است. تغییرات و تحول بنیادی در برنامه درسی ریاضی هم از نظر محتوای ریاضی و هم از نظر روش‌های یاددهی و یادگیری در هر سه مقطع مذکور، آموزش معلمان را بسیار چالش برانگیز و گسترشده کرده بود. بدین سبب آموزش معلمان، هم در طول تغییر برنامه و تألف کتاب‌های جدید ریاضی و هم پس از آن به کاری عظیم تبدیل شده بود. کانون و محور این کار عظیم و مؤثرترین

**تسلط مثال زدنی
او بر دانش ریاضی،
ریاضیات جدید،
ریاضیات مدرسه‌ای
و هنر معلمی همراه با
شخصیت خودساخته،
سختی کشیده، منظم،
دقیق و با پشتکار،
توانایی عالی در کلاس
درس، در مباحثات
کارشناسی و در
آموزش معلمان ریاضی
او را به یک معلم حکیم
و کارشناس خبره تبدیل کرده بود.**

شما هستم. هنوز حالت چهره‌اش سرد بودا من استاد ریاضی هستم، دخترم دیشب سؤالی از درس ریاضی پرسید که خیلی باعث تعجبم شد، او در درس‌هایش نیازی به کمک ما نداشته است، از نظر مدیر و معلمش فوق العاده است، دوست دارم مستقل بار بیاید، گفتم: از روی درس می‌توانی جواب را پیدا کنی، گفت: جواب این تمرین در درس نیست! کتاب ریاضیش را باز کرد و گفت تا اینجا خوانده‌ایم و ادامه داد، سؤال من درباره این تمرین است [با انگشت اشاره کرد، تمرین آخر]، من این تمرین را می‌فهمم، جمع است، من جمع را نوشتم ولی جواب را ... از روی کتاب تمرین را خواندم، به دفتر تمرین دخترم نگاه کردم، دیدم در جواب نوشته است:

$$94 + 6 = \text{این تمرین جمع است،} \quad 94 + 6 =$$

گفتم: آفرین دخترم، درست است، چرا جواب را ننوشتی؟ گفت: نمی‌دانم جواب چند است! گفتم: دخترم پس جمع را خوب یاد نگرفته‌ای! گفت: جمع را خوب بدم، و با انگشتانش یکی یکی به ۹۴ اضافه کرد؟ ۹۵. ۹۶. ۹۷. ۹۸. ۹۹. ۱۰۰ گفت: عدد بعدی ۱۰۰ می‌شود. تعجب کرد و گفت: صد یعنی چه؟ این عدد را نمی‌شناسم، نخوانده‌ایم! [بتدربیج کلام و لحن استاد ریاضی جوان، تندتو و طبلکارانه تر می‌شد] ولی استاد جلیلی با آرامش و با دقت گوش می‌داد و نکاتی را یادداشت می‌کرد. متوجه شدم، اگر درس نداده‌اند چرا تمرین وابسته به آن آمده است؟ کتاب را تا صفحه آن تمرین با دقت بررسی کردم، دوباره! کاملاً درست می‌گفت، تا عدد ۹۹ آموزش داده شده بودا مرتبه سوم درس‌های بعدی را بررسی کردم، با کمال تعجب معلوم شد که آموزش عدد ۱۰۰ و اعداد سه رقمی از درس بعدی شروع می‌شود. مگر می‌توان توقع داشت دانش آموز مسئله‌ای را حل کند که به مفاهیم جدید آموزش داده نشده نیاز دارد؟ آن هم دانش آموز اول دبستان! من استاد ریاضی هستم، کارم این است، می‌دانم چگونه باید ریاضی را آموزش داد! ما از دانشجویان دکتری می‌خواهیم که مسئله جدید و تا کنون حل نشده را حل کنند. حل مسئله جدید، کشف ریاضی، ابداع ریاضی کار استادی و دانشجویان دکتری است نه دانش آموز اول دبستان! خیلی ناراحت شدم! با این کارها به همه کودکان این مز و بوم ضرر می‌زنیم! ذهن آن‌ها را خراب می‌کنیم! بچه‌ها از ریاضی متنفر می‌شوند! من می‌خواهم فرزندم در دوران دبستان در حل کردن تمرین‌های درس ریاضی اش همواره موفق باشد، اگر شکست بخورد روحیه‌اش ضعیف می‌شود، اعتماد به نفس او رشد نمی‌کند و از بین می‌رود! البته فرقی نمی‌کند، بچه‌های دیگر هم همین طور! ... قطعاً کتاب اشکال دارد! ما که دیگر کتاب خوب ریاضی را از کتاب بد تمیز می‌دهیم!

و در آموزش معلمان ریاضی او را به یک معلم حکیم و کارشناس خبره تبدیل کرده بود. تسلط بر زبان انگلیسی و روحیه مطالعه‌بی‌وقفه و کسب تجربه‌های ناب و مختص آموزش ریاضی کشور طی سالیان متعددی او را به گنجینه‌های عظیم و بی‌بدیل در حوزه «آموزش ریاضی در عمل» تبدیل کرده بود و در بین معلمان ریاضی و جامعه آموزش ریاضی به جایگاه ممتاز و رفیعی رسانده بود، طوری که اکثر استادی دانشگاه هم او را «استاد» خطاب می‌کردند و در آموزش ریاضی نظر او را بر نظرات خود مقدم می‌شمردند!

۱۰. همان گونه که اشاره شد این استاد جلیل گنجینه‌های عظیم از دانش و تجربه‌های ناب و دستنیافتنی در گستره پهناور آموزش ریاضی کشومان بود. برای درک درست ارزش این تجربه‌های ناب، لازم است این دو حقیقت را در نظر بگیریم: «تجربه یک معلم حکیم و کارکشته و یک کارشناس عالم و خبره از چه درجه انتقام و کیفیت بالایی برخوردار است و چه تفاوت‌ها که با تجربه دیگر افراد ندارد! همچنین، ماهیت آموزش وابسته به فرهنگ و درجه‌تغییرهای با فرهنگ است و تجربه آموزشی در فرهنگ‌های دیگر نمی‌تواند معیار عمل در فرهنگی متمايز از آن‌ها باشد!» استاد بیری، مانند پدری دلسوز هم به طور صریح و هم به طور ضمنی، در موقع مناسب و به خصوص سر بزنگاه‌ها! صادقانه دانش و تجربه‌هایش را در اختیار کارشناسان و مؤلفان قرار می‌داد. در حقیقت آموزش می‌داد! و به معنای حقیقی کلمه، استاد کارشناسان گروه بود. موضوع غیرمعمول و تحسین‌برانگیز این بود که علاوه بر تجربه‌های موافق، تجربه‌های ناموفق و ناکارآمدی را که خود محورش بوده، مطرح می‌کرد و می‌گفت: تعمد دارم روی آن‌ها تأکید کنم، نباید اشتباهات ما را تکرار کنید! او تجربه‌های ناموفق را تجزیه و تحلیل می‌کرد و دلایل آن را تشریح می‌نمود! این ویژگی نایاب اشارتی به فرزانگی، اخلاص و از خود گذشتگی او دارد. آری، این گونه لطیف، با عمل و «بِغَيْرِ السِّتَّكُم» درس اخلاقی می‌داد! برای چشیدن طعم معجون معجزه‌گر و شفابخش درس‌های استاد، واجب است پای درس بنشینیم و جرعه‌ای از دریای دانش و تجربه‌های ناب او بنوشیم!

رفتار موقرنه‌ای داشت، به آرامی با پشت انگشتان دست به در نیم‌باز اتاق زد، سلام کرد، جواب سلام شنید، پرسید: آیا کتاب‌های ریاضی دبستان در اینجا برنامه‌ریزی و تولید می‌شود؟ مسئول گروه پاسخ داد، بله. گفت: من با مؤلفان و کارشناسان کتاب‌های ریاضی دبستان کار دارم. مسئول گروه: بفرمایید خدمت استاد جلیلی. استاد جلیلی از روی صندلی بلند شد و خوش‌آمد گفت، بفرمایید بنشینید! [با اشاره به صندلی کنار میزش]، من در خدمت

مسائل واقعی یا مسائل ریاضی پدید آمده و با اصل توازن و دیگر اصول و مفاهیم اثبات می‌شود! آری، برای آموزش هر مفهوم جدید باید کنجکاوی دانش آموز را برانگیخت، باید برای دانش آموز سؤال ایجاد شود، باید برای یادگیری احساس نیاز کند مثل احساس تشنگی! اگر کسی تشننه نباشد آب نمی‌خواهد.

در این حوزه از علم آموزش بر اساس پژوهش‌ها، راهکارهایی برای ایجاد انگیزه یادگیری در کودکان دیستانی پیشنهاد شده است. یکی از این راهکارها طراحی تمرین یا مسئله‌ای در اواخر تمرینات و مسائل درس قبلی است، طوری که با همان درس نتوان به حل کامل آن دست یافتن! و حل کامل آن نیازمند مفاهیم جدید درس بعدی است! از این راهکار ایجاد انگیزه در طراحی کتاب‌های ریاضی دیستان بارها استفاده شده است. البته یک راهکار مرسوم و قدیمی این است که در مقدمه درس جدید ایجاد انگیزه صورت گیرد. ما از این راهکار ایجاد انگیزه هم استفاده کردایم. همچنین راهکارهای دیگری برای ایجاد انگیزه وجود دارد. لازم به توضیح است که ظرفات‌ها و تفاوت‌های مهمی بین این دو راهکار وجود دارد! در راهکار قدیمی دانش آموز با سؤال به کلاس نمی‌آید، ایجاد انگیزه به وسیله معلم و کتاب در کلاس و در آغاز درس انجام می‌شود. از نظر زمانی فاصله‌ای با ارائه مفهوم جدید نیست و ممکن است ایجاد انگیزه واقعی و مؤثری شکل نگیرد، در صورتی که در راهکار جدید معلم حضور ندارد، کلاس درس و همشابک‌های نیستند، دانش آموز هدفش حل کردن تمرین‌های درس گذشته است، نگاهش به درس جدید نیست، در تنهایی با مشکل مواجه می‌شود، تلاش می‌کند آن را حل کند، سؤال به طور طبیعی و مستقل از دیگران برایش پیش می‌آید، زمان دارد، روی آن فکر می‌کند، و با سؤال به کلاس می‌آید. کدام راهکار قوی‌تر و مؤثرتر است؟ البته روش قدیم حذف نمی‌شود و وجود خواهد داشت. در واقع نقشه کتاب برای ایجاد انگیزه مضرع است. در این روش، هدف کشف یا ابداع مفهوم جدید نیست. اما در عملکرد دختر شما، هدف اصلی و بیشتر از آن محقق شده است! او مسئله را کامل و دقیق فهمیده است، اینکه مسئله، مسئله جمع است، عمل جمع و اعداد جمع را درست به صورت ریاضی نوشته است، برای به دست آوردن حاصل جمع با مشکل مواجه می‌شود، سؤال جدی برایش پیش می‌آید. حل مسئله تا همینجا بوده است! این عالی ترین عملکرد است! آیا آقای دکتر ایهامی یا سؤالی دارند؟ اگر خسته شده‌اند، دیگر ادامه ندهیم؟ بحث شما بسیار زیبا است، مرا شگفتزده کرده است! سراپا گوش هستم تا بیش تر از استاد استفاده کنم! خواهش می‌کنم ادامه دهید!

در این اثنا استاد جلیلی گفتند: آقای دکتر، اگر اجازه بفرمایید پس از صرف یک چای، موضوع را با هم برسی می‌کنیم. سفارش چای قندپهلو دادند! و با لحنی مهربانانه گفتند: از دقت نظر شما تشکر می‌کنم، نگرانی و دغدغه‌های شما نشان از شخصیت فرهیخته، مسئولیت‌پذیر و متعهد شما نسبت به آینده کشور دارد و شایسته تحسین و تقدير است. چند سؤالی درباره سوابق تحصیلی و پژوهشی و تدریس ایشان پرسیدند. معلوم شد خارج از کشور در رشته جبر تحصیل کرده‌اند و تازه در دانشگاه مشغول شده‌اند. سپس گفتند: دخترتان فرزند اول است و حتماً خیلی دوستش دارید؟ با خنده پاسخ دادند درست حسنه زدید! استاد جلیلی گفتند: اگر اجازه بفرمایید در حالی که شما چای را صرف می‌کنید، من ببررسی را شروع کنم. اذر طول این گفت و گو ما - سه کارشناس دیگر گروه - ساخت و با دقت گوش می‌دادیم، هیچ‌یک از ما در ابتدایی کار نکرده بودیم و از پاسخ استاد اطلاعی نداشتیم. گویی ما هم بعضی از همان سؤال‌ها را داشتیم! این حالت بتدریج در استاد ریاضی اثر گذاشته بود و شاید کمی تعجب هم کرده بود.

شما مطالب مهمی را مطرح نمودید. به زبان ریاضی، گزاره‌های تأثیرگذار و تعیین‌کننده‌ای را مینما قرار دادید، ابتدا مسئله اصلی را برسی می‌کنیم. یکی از موضوعات اساسی در آموزش «انگیزه» است، انگیزه برای یادگیری. تشننه می‌شویم، به سمت آب می‌رویم. گرسنه می‌شویم، تلاش می‌کنیم به غذا برسیم. تشنگی و گرسنگی انگیزه‌های غریزی [و درونی] برای اقدام و تلاش ما در رسیدن به آب و غذا هستند. برای یادگیری چطور؟ آیا نیرویی وجود دارد که ما را برای یادگیری برانگیزاند؟ در علم آموزش یک اصل آموزشی وجود دارد [مثلاً] مانند اصل توازن در هندسه! [که می‌گوید: «برای یادگیری انگیزه لازم است.»] در اقدام و تلاش برای رسیدن به آب یا غذا انگیزه غریزی ناشی از تشنگی و گرسنگی وجود دارد، برای یادگیری چه انگیزه یا انگیزه‌هایی وجود دارد؟ آیا انگیزه در کودک، نوجوان یا جوان، و در بزرگسال یکسان است یا متفاوت؟ آیا انگیزه یادگیری مانند تشنگی و گرسنگی غریزی و غیر ارادی است؟ و سؤال‌های دیگر از این دست، همگی مربوط به حوزه علوم آموزشی است و به طور خاص مربوط به موضوع پژوهشی «انگیزش» است. یافته‌های پژوهشی این حوزه می‌گوید: «برای یادگیری باید انگیزه ایجاد کرد.» این گزاره بر اساس آن اصل آموزشی و شواهد پژوهشی و مشکلات آموزشی فرضیه‌سازی شده و به وسیله همان اصل و پژوهش‌های علمی بعدی در حوزه علوم آموزشی استوار و اثبات شده است [مثلاً] مانند قضیه تالس در هندسه که بر اساس

برای آموزش هر مفهوم جدید باید کنجکاوی دانش آموز را برانگیخت، باید برای دانش آموز سؤال ایجاد شود، باید برای ایجاد احساس یادگیری احساس نیاز کند مثل احساس تشنگی! اگر کسی تشننه نباشد آب نمی‌خواهد

دومین موضوع اساسی و جهت دهندهای که مطرح نمودید و من یادداشت کرده‌ام این گزاره است که فرمودید: «من استاد ریاضی هستم، کارم این است، می‌دانم چگونه باید ریاضی را درس داد، کتاب خوب ریاضی را می‌شناسم»

اجازه دهید با دقت ریاضی و ریاضی گونه این سخن را مورد مدققه قرار دهیم. جمله اول سخن شما کاملاً دقیق و درست است، کارتان هم به طور دقیق تدریس ریاضی در دانشگاه و پژوهش در رشته جبر است. اما جمله سوم و چهارم محل بحث است و نیاز به بررسی دارد. با مثال‌های ساده و عمومی شروع کنیم. اگر بک ریاضی دان یا یک دکتر ریاضی آدم بداخلانی باشد، استاد خوبی خواهد بود؟ ریاضیات را خوب تدریس می‌کند؟ اگر این ریاضی دان یا دکتر ریاضی از تدریس خوشنی نماید، تدریس خوب خواهد بود؟ تصدیق می‌فرمایید که خوش‌اخلاقی و دوست‌داشتن کار تدریس، لازمه خوب تدریس کردن است. [آفای دکتر] کاملاً قبول دارم، افزون بر این اگر استاد دانشجویانش را دوست داشته باشد، رابطه عاطفی با دانشجویان داشته باشد، تدریس او مؤثر نمی‌شود؟ البته، فقدان این خصوصیات مانع پژوهشگر خلاق بودن نیست. به ویژگی‌های تخصصی تر می‌رویم. ابتدا مثالی از حرفه‌ای دیگر، همه فوتbalیست‌های مشهور به مرbi‌گری علاقه ندارند، آن‌ها یکی که به مرbi‌گری علاقه دارند باید دوره‌های مرbi‌گری متعددی را با موفقیت بگذرانند، یعنی علم مرbi‌گری با هنر فوتbal فرق دارد! همچنین همه کسانی که این دوره‌ها را با موفقیت می‌گذرانند مرbiان موفقی نمی‌شوند، باید بر اساس علم مرbi‌گری تجربه‌دها بیندوزند! تا علم خود را به هنر مرbi‌گری تبدیل کنند! به حرفة خودمان باز می‌گردیم. تقریباً در تمام نظام‌های تعلیم و تربیت دنیا دانشگاه‌های مخصوص تربیت‌علم، مراکز تربیت‌علم، رشته دبیری و یا دوره‌هایی معینی برای تربیت‌علم وجود داشته و دارد که بخش مهمی از برنامه درسی آن مختص علوم پdagوژیک اعلم و هنر یاددهی و یادگیری است. حتی کلاس‌های کاروزی دارند. در همین بحث نخست‌متا، اگر معلم اطلاعی از موضوع انگیزش و راهکارهای ایجاد انگیزه و اهمیت آن نداشته باشد، چه اتفاقی می‌افتد؟ آیا کارش را درست انجام می‌دهد؟ روش است که برای شغل معلمی، دانش تخصصی مانند ریاضی، فیزیک، شیمی کافی نیست، بلکه علوم آموزشی [علم پdagوژی] نیاز است. معلم ریاضی علاوه بر اینکه باید بر علم ریاضی مسلط باشد، باید بر علم پdagوژی هم مسلط باشد. ضمناً باید عرض کنم دانش ریاضی معلم ریاضی مطابق ریاضیات استانداردی که در دانشگاه‌ها تدریس می‌شود نقش‌هایی دارد! مهم‌تر از این

تبديل این دانش‌ها به هنر معلمی به تلاش وافر، مستقل و مضاعفی نیاز دارد که فقط از طریق تجربه هوشمندانه و عالمانه حاصل می‌گردد. البته این‌ها حداقل‌های لازم برای معلمی است! حتی از نظر دانش‌های ضروری برای معلم ریاضی، غیر از علم ریاضی و علم پdagوژی دانش‌های دیگری مورد نیاز است! صد البته تعلیم و هدایت یک سالک طریق و استاد حکیم کارستان می‌کند.

جمله چهارم را زیر تیغ دقت ریاضی و نقد ریاضی گونه می‌بریم! کتاب ریاضی خوب، چگونه کتابی است؟ چه ویژگی‌ها و ساختاری دارد؟ کتاب ریاضی خوب دانشگاهی یا کتاب ریاضی خوب مدرسه‌؟ آیا کتاب ریاضی خوب دانشگاهی مانند کتاب ریاضی خوب مدرسه است؟ کتاب ریاضی خوب دانشگاهی چه ویژگی‌ها و چه ساختاری دارد؟ به کاربرد ریاضی بپردازد یا نه؟ نظریه محور باشد یا مسئله-محور؟ مستقیماً به ارائه ایده‌های اصلی بپردازد یا ایده‌های فرعی را هم طرح کند؟ یا ایده‌های فرعی را به بخش مسائل ببرد؟ ساختار «تعريف- قضیه- اثبات» را محور قرار دهد یا ساختارهای مانند «مثال- تعريف»، «تعريف- مثال»، «مثال- قضیه- اثبات»، «قضیه- اثبات- مثال» و یا ترکیب‌های دیگری از این دست را؟ فرایند ارائه مفهوم از کل به جزء باشد یا از جزء به کل؟ در سازماندهی محتوا از رویکرد تاریخی استفاده شود یا از رویکرد دقیق شده و آرایش شده و نظریه محور کنونی؟ آیا فرایند انگیزه‌ها، سرچشمدها، پیدایش و تطور و تکامل ایده‌های ریاضی محور قرار گیرد؟ به فرایندهای کشف و ابداع ریاضی توجه شود یا تمرکز بر مفاهیم و اندیشه‌های نهایی شده باشد؟ ملاحظه می‌فرمایید که با چه پرسش‌هایی رویه رو هستیم! پرسش‌ها در این زمینه بسیارند! اگر تفاوت‌های عظیم شناختی، روانی و عاطفی دانشجو و دانش‌آموز را در نظر بگیریم، آن‌گاه با سؤالات روان‌شناسانه دیگری در مورد کتاب ریاضی مدرسه نیز مواجه می‌شویم. حقیقت این است که برای طراحی و تأليف یک کتاب ریاضی خوب مدرسه به شدت به علم پdagوژی نیاز هست! موضوع بسیار حیاتی و تعیین‌کننده در طراحی و تأليف یک کتاب خوب ریاضی علاوه بر ریاضی به شناخت ماهیت مفاهیم ریاضی، معرفت‌شناسی ریاضی، گونه‌های تفکر ریاضی، مهارت‌ها و فرایندهای تفکر ریاضی احتیاج مبرم است! اغلب این مباحث به حوزه فلسفه ریاضی تعلق دارند. بنابراین پای فلسفه ریاضی به میان کشیده می‌شود! آقای دکتر اگر خسته شده‌اند، ادامه بحث و گفت‌و‌گو را به زمانی دیگر واگذاریم؟ نه، نه استاد، واقعاً بحث شما به جان من می‌نشیند! اگر اجازه بفرمایید، پیش از ادامه بحث، سؤالی طرح کنم. [استاد جلیلی] خواهش می‌کنم، طرح بفرمایید. شما پیش از این فرمودید که

که ما هم روش پیاده شده پیاژه را از یک سری از منابع اقتباس کنیم. در روش پیاژه، مفهوم عدد به مفهوم عدد اصلی [کاردینال نامبر!] مجموعه‌ها است و برای آموزش اعداد از نظریه مجموعه‌ها و تپولوژی استفاده می‌شود. در این روش، منظر ترتیبی اعداد محور آموزش نیست! پیاژه به کمک یک ریاضی دان، که ظاهراً منطق دان هم بوده، این روش آموزش عدد را ابداع کرده است. ترکیب یک روان‌شناس آموزشی و یک ریاضیدان! اما موضوع به اینجا ختم نمی‌شود! و سیار پیچیده‌تر از این حرف‌هاست! وقتی به آموزش کسر می‌رسیم روش پیاژه کار نمی‌کند! به آموزش اعداد حقیقی گنج می‌رسیم، چه کار کنیم؟ سوالات اساسی متعددی در اینجا پیش می‌آید، از جمله اینکه آیا روش و رویکرد آموزش اعداد به آموزش کسر، عدد اعشاری، عدد گنج، و به طور کلی اعداد حقیقی تعمیم‌پذیر باشد بهتر است یا نه؟ و سؤال عمیق‌تر اینکه آیا مفهوم عدد برای همه اعداد حقیقی یکسان است؟ آیا دانش آموز باشد درک یکپارچه‌ای از همه اعداد کسب کند؟ آیا روش پیاژه برای آموزش عدد بهترین روش است؟ در ریاضیات دوره کارشناسی مباحثی درباره ماهیت مفاهیم ریاضی، انواع تفکر ریاضی، مهارت‌ها و فرایندهای تفکر ریاضی، روش‌های کشف و ابداع ریاضی یا مطرح نمی‌شود یا محور قرار نمی‌گیرد. در حال حاضر این پرسش‌ها به «علم آموزش ریاضی» تعلق دارند. [حوزة علمی آموزش ریاضی، یک نظام علمی دانشگاهی مستقل از علم ریاضی است، که براساس روان‌شناسی یاددهی - یادگیری، برنامه درسی، ریاضیات، تاریخ ریاضی و فلسفه ریاضی شکل گرفته، و با حوزه فرهنگ و جامعه شناسی، سیاست و اقتصاد درگیر است! موضوع حوزه علمی آموزش ریاضی، یاددهی و یادگیری ریاضی است و هر آنچه که به آن مربوط است، البته در تمام مقاطع و سطوح تحصیلی.] یکی دیگر از گزاره‌های مهم شما باقی مانده است، اما ما دیگر توان شما جوان‌ها را نداریم، اگر آقای دکتر موافق باشند بحث را به زمانی دیگر واگذاریم. استاد، من آنقدر مجدوب بحث شدم که رعایت حال شما را نکردم، واقعاً پوزش می‌طلبم، امروز مرا شگفت‌زده کردید! تشکر و خدا حافظی. استاد تا بیرون از اتفاق آقای دکتر را بدرقه کردنند؟

هفت‌مای بعد و روزی دیگر، آقای دکتر با رفتار بسیار مؤدبانه‌تر و با سلامی گرم به گروه ریاضی آمدند. برای عرض تشکر و دستبوسی استاد آمده‌اند! از آن روز تا کنون با بحث‌های شما در گیر هستم! شما مرا از خواب بیدار کردید! در حقیقت، من تصوّرات بسیار نادرستی داشتم، به حوزه‌های علمی مربوط به آموزش بی‌توجه بودم! متوجه شدم بدون اطلاع از حوزه‌های تخصصی علوم آموزشی و

دانش ریاضی که به صورت کلاسیک در دانشگاه تدریس می‌شود نقص‌هایی دارد، تصور کردم از نظر حجم مباحث و نوع موضوعات کمبود وجود دارد ولی با توضیحات شما به اشتباه تصور خودم پی‌بردم، اگر امکان دارد مثالی بنماید. توجه و دقت شما عالی است! آنچه شما می‌خواهید، واقعاً در این گروه اتفاق افتاده است و بیشتر از مثال است و بسیار درس آموز است. این کتاب‌های ریاضی دوره ابتدایی در نخستین سال‌های پس از انقلاب اسلامی برنامه‌ریزی و تألیف شد که مصادف با انقلاب فرهنگی و تعطیلی دانشگاه‌ها بود. فرصتی عالی برای گروه ریاضی تا شواری بزرگ از اساتید ریاضی و معلمان با تجربه و کارشناسان تشکیل دهد. همواره در سطح بین‌المللی، آموزش ریاضی در سال اول دیستان با آموزش عدد شروع می‌شود و سپس عمل جمع به میان می‌آید، بنابراین اولین بحث ما در شورای ریاضی موضوع آموزش عدد بود. تصور اولیه اساتید این بود که کار ساده است! خیلی زود معلوم شد که کار ساده نیست! به تدریج اختلاف نظر درباره مفهوم عدد نمایان شد! اساتید جبر، اگر چه مثال‌هایی ملموس و عینی می‌زنند، اما خیلی زود به سمت تلقی انتزاعی و صوری از عدد می‌رفتند، جمع را یک عمل دوتایی روی یک مجموعه ناتهی تفسیر می‌کردند و ادامه آموزش را به سوی ساختار جبری اعداد می‌کشانند! در واقع از ساختارهای جبری مانند گروه، نیم گروه و حلقه تأثیر گرفته بودند. اساتید هندسه نیز پس از چند مثال ملموس و عینی به سمت مثال‌هایی می‌رفتند که با طول و فاصله درگیر بود! می‌توان حدس زد که آن‌ها تصویری هندسی از عدد را محور قرار می‌دادند. آنالیزدان‌ها به طریقی دیگر. البته هر چه بحث‌ها به موضوعات بالاتر برسد، تفاوت دیدگاه‌ها آشکارتر می‌شود و مستقیماً روی گزینش محتوا و سازماندهی محتوا تأثیر می‌گذارد. برای نمونه وقتی به آموزش اعداد گنج می‌رسیم، آنالیزدان روی بسط اعشاری، تقریب‌های اعشاری اعداد گنج مانند «عدد پی» و «رادیکال دو» تأکید می‌کند و بسطهای اعشاری تکرار ناپذیر را محور آموزش اعداد گنج قرار می‌دهد، هندسه‌دان با مثلث قائم‌الزاویه‌ای شروع می‌کند که اضلاع زاویه قائمه آن طول واحد دارد، جبردان با ساده‌ترین معادله درجه دوم، یعنی «ایکس به توان دو مساوی دو»، آغاز می‌کند. خلاصه کار بالا گرفت و بحث به حوزه فلسفه کشید، واقعاً عدد چیست؟!

سرتان را درد نیاورم، بحث‌ها طولانی و واگرا شد! تصمیم گرفته شد کتابهای ریاضی مدرسه چند کشور پیشرفت‌به بررسی شود، در شورا ارائه گردد، و بر اساس آن تصمیم‌گیری شود. اکثر منابع غربی از نظریه پیاژه و رویکرد او در آموزش عدد استفاده کرده بودند. تصمیم بر این شد

نیست؟ مخفی نماند آنچه در اینجا بیان گردید گرینشی چند از مباحث متعدد مطرح شده در طی دو جلسه دو و نیم ساعته است. واژگان تخصصی و ادبیات این روایت پُر از درس و پند و اندرز، بر اساس واژگان تخصصی و ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی به روز رسانی شده و با حفظ امانت اندیشه‌های اصلی، بعضی شرح و بسطها و مثال‌ها افروده شده، و برخی از مضامین اشاره‌ای با ذکر منبع به صورت کامل بیان شده است.

البته درس‌های استاد سیار وسیع‌تر از درس‌های کارشناسی و آموزش ریاضی بود. مجموعه‌ای بزرگ از حکایات عبرت‌آموز اخلاقی و لطایف پندآموز با طعم عرفانی در گنجینه داشت که استادانه آن‌ها را درس‌ها و تجربه‌هایش تلفیق می‌کرد و تأثیر درس‌هایش را دوچندان می‌نمود. افزون بر این، ایشان درس‌هایی اخلاقی و تربیتی مستقل و تلفیق نشده با موضوع ریاضی هم در موقعیت‌های مناسب مطرح می‌نمودند. یک روز، یکی از معلمین میان‌سال که در کلاس‌های بازآموزی استاد تلمذ کرد بود به گروه آمد و سیار اظهار ارادت کرد. در بین کلمات اولیه‌ای که خطاب به استاد بیان کرد از واژه «چاکریم» هم استفاده کرد. استاد به آرامی گفتند: از واژه چاکریم استفاده نفرمایید، از واژه «شاکریم» استفاده بفرمایید! پس از برداشتن ایشان، چند دقیقه‌ای در باب این دو واژه مسلط بود، تفاوت عظیم آن‌ها را در فرهنگ اسلامی تشریح کرد نه مثل یک استاد ادبیات، مانند یک استاد اخلاق!

۱۱. فرهنگ و اخلاق کاری این استاد آموزش کارشناسان در آموزش ریاضی، سراسر درس آموز و الگوست. پیش از این نمونه‌هایی از آن گذشت، در اینجا جلوه‌های دیگری از فرهنگ و اخلاق کاری این معلم شریف کم‌گوی و گزیده‌گوی را بیان می‌کنیم. به تناب اظهار می‌داشت، و مکرر یادآوری می‌کرد، که ما - کارشناسان گروه ریاضی - برای یک مدرسه برنامه و محتوای آموزش ریاضی تهیه نمی‌کنیم، برای یک منطقه یا یک شهر برنامه‌ریزی و تأثیف نمی‌کنیم، ما برای آموزش ریاضی همه فرزندان این مرز و بوم برنامه‌ریزی و تالیف می‌کنیم، مسئولیت بسیار خطربری بر عهده داریم! علم و فناوری با آهنگی غیر معمول و سرعتی شتابان در حال رشد و تحول است، باید با مطالعه و تحقیق مضاعف خود را به روز نگه داریم، کارشناس گروه ریاضی باید همزمان از آخرين یافته‌های پژوهشی در سطح بین‌المللی و از آخرين وضعیت، مشکلات و مسائل مدرسه و کلاس‌های درس، معلمان، دانش آموزان و فرهنگ آموزشی جاری در سراسر کشور آگاه باشد، اگر بین

علم آموزش ریاضی نظر می‌دهم، اظهار نظر علمی می‌کنم، قضاویت می‌کنم، حکم صادر می‌کنم، تجربه‌ای هم در آموزش مدرسه‌ای ندارم! با این حال، فکر می‌کنم نظرم کاملاً درست است و دیگران درک نمی‌کنند! فهمیدم مانند کبک سرم را زیر برف کرده‌ام، هیچ جا را نمی‌بینم! بحث شما سراسر درس آموز و عبرت آموز بود. وقتی دوران تحصیل در دانشگاه را ز نظر می‌گذراندم، به یادم آمد که یکی از اساتید برای هر هفته مسائلی به عنوان تکلیف منزل می‌داد که بعضی از آن‌ها به طور کامل با مقاومیم درس حل نمی‌شد و زمینه‌ساز درس بعدی بودا دقیقاً مشابه روش شما! افزون بر این، بحث شما درس‌های بسیار برای من داشت. نگاه من به آموزش، به تدریس ریاضی، و به کتاب ریاضی را زیر و رو کردا! دگرگون و متحول ساخت! خوب که فکر کردم دیدم در علم ریاضی هم، من فقط در یک شاخه باریک از رشته جبر تخصص دارم و در همایش‌های علمی ریاضی از پژوهش‌های دیگر شاخه‌های ریاضی چیزی متوجه نمی‌شوم، پس چرا در حوزه‌های تخصصی علوم آموزشی اظهار نظر عالمانه می‌کنم؟ به یاد این سخنان حکیمانه [از معارف دین] افتادم: «در آنچه که علم نداری مجادله نکن!» [آیه ۶۶ سوره آل عمران]، «جهل ریشه تمام بدیختی‌ها و فسادهای انسان است» و «جهل اصل و اساس هر بدی است». [امیرالمؤمنین علی (ع)]، که من به آن‌ها توجه نمی‌کردم! بیشتر از این، متوجه شدم در خانه و در حضور بزرگ‌ترها در برخی موضوعات و مسائل، بدون مطالعه و تجربه‌ای نظراتی می‌دهم و معمولاً آن‌ها سکوت می‌کنند! اکنون می‌فهمم که سکوت آن‌ها به معنای درستی نظرات من نیست، بلکه صرفاً احترام مرا حفظ می‌کنند واقعاً اخلاق علمی من اشکالات اساسی دارد! شما فقط درس علمی ندادید، درس خودشناسی به من دادید! استاد جلیلی حرف ایشان را قطع کردند و گفتند: این سخنان نشانه سلامت نفس شماست، از صفاتی باطن شماست! من انجام وظیفه کردم؛ معمولاً این دلایل و توضیحات را برای معلمان و هر مراجعه کننده‌ای که همین سوالات شما را پرسید، بیان می‌کنیم. البته چون شما استاد ریاضی هستید، بحث را دقیق‌تر و ریاضی‌گونه مطرح کردیم. قطعاً شما در یک خانواده فرنانه و فرهیخته با فرهنگ غنی دینی رشد کرده‌اید که این قدر سلیمان‌نفس هستید. خلاصه اینکه همه خوبی از خودتان است! در این جلسه هم بحث‌های جانانه‌ای مطرح شد که مقاله‌ای مستقل می‌طلبد! آقای دکتر با تشکر مجدد، خدا حافظی کردند و استاد جلیلی تا درب آسانسور أحدود بیست گامی بیرون از اتاق ایشان را بدرقه نمودند! قابل توجه است که سن استاد بیش از دو برابر سن آقای دکتر بودا آیا این فرهنگ و اخلاق و آداب معلمی استاد الگو

کارشناس گروه ریاضی باید همزمان از آخرین یافته‌های پژوهشی در سطح بین‌المللی و از آخرين وضعیت، مشکلات و مسائل مدرسه و کلاس‌های درس، معلمان، دانش آموزان و فرهنگ آموزشی جاری در سراسر کشور آگاه باشد، اگر بین

او بهترین کشت و زرع را نجات نداد؟ آیا این زندگی، مرتبه‌ای از حیات طیبه نیست؟ توجه داریم که نمونه کامل و مصدق تام و تمام حیات طیبه، زندگی پیامبر گرامی (ص) و ائمه اطهار (ع) است. در حیات طیبه، زندگی مادی دنیا فقط در حد ضرورت (با قناعت یعنی راضی بودن به تقسیم روزی الهی) و در محدوده حلال الهی است. آیا مجاهدات بی‌وقفه و تمام عمر ایشان مصدق‌های عمل صالح نیست؟ می‌توان حدس زد چه زاد و توشه عظیمی از پیش فرستاده است! ممکن است جوان‌ترها خوب متوجه نشوند؛ اما کهن‌سالان و سر و رو سفید‌کردگان خوب درک می‌کنند، غبطه می‌خورند و تحسین می‌کنند چنین زندگی و زیستنی را!

این شاهکار اول میرزا جلیل ماست! توشه عظیمی که پیش از سفر فرستاده است! و ایمان عمیقی که به همراه داشت! و حتی یکبار هم دیده نشد که به آن تظاهر کند! شاهکار دوم، زاد و توشه بسیار عظیم‌تر، وسیع‌تر و بی‌پایان مربوط به «باقیات صالحات» اوست که پس از سفر به طور مستمر و همیشگی برایش خواهد رفت!

باز هم از حساب و استدلال ریاضی کمک می‌گیریم تا تصویری و تخمینی از توشه باقیات صالحات ایشان به دست آوریم! دو نسل فارغ‌التحصیلان دبیرستانی قبل از انقلاب - سال ۵۶ و ۵۷ - همگی براساس ریاضیات دبیرستانی آموختند که مرد جلیل ما نقش محوری و اصلی در برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های ریاضی، آموخت معلمان ریاضی و اجرای برنامه آموخت ریاضی جدید آن زمان داشته است. همه فارغ‌التحصیلان دبیرستانی این دو سال نیروی جوان بعد از انقلاب بوده‌اند. دانشگاه‌ها، مراکز کار و تولید، بخش‌های دولتی و خصوصی، بخش‌های صنعتی و علمی همگی بهره‌مند از این فارغ‌التحصیلان شده‌اند. آن‌هایی که به مراکز تربیت‌علم رفتند یا به دانشگاه رفتند و معلم شدند، اکنون اغلب آن‌ها بازنشسته شده‌اند!

پس از انقلاب، برنامه آموخت ریاضی جدید در دوره ابتدایی و راهنمایی با محوریت و سکان‌داری میرزا جلیل آموخت ریاضی برنامه‌ریزی و تولید شد و به اجرا در آمد. تا دهه هفتاد شمسی همه دانش‌آموخت از پایه اول تا پایه دوازدهم بر اساس برنامه آموخت ریاضی رشد کردد و تربیت شدند که سهم اصلی در تولید آن‌ها از آن ایشان است. در دهه هفتاد شمسی که برنامه آموخت متوسطه تغییر کرد باز هم نقش و سهم ایشان برجسته است، به خصوص برنامه آموخت ریاضی دو سال اول دبیرستان در این دوره نیز کاملاً با محوریت ایشان به وجود آمد. تا اواخر دهه هشتاد شمسی بخش اعظم

ما و این دو حیطه فاصله بیفتند، دیگر ما کارشناس نیستیم کارشناس هستیم! بنابراین کار ما، کاری تمام وقت است، بلکه تمام زندگی ما باید وقف این کار باشد! باید یک اتفاق کار هم در منزل داشته باشیم تا در آن به مطالعه و تحقیق در حوزه تخصصی کارمان بپردازیم. حتی وقتی زمان تنگ است و کارها انبوه و متراکم، باید پس از پایان ساعت کار پوشۀ کارهای در دست اقدام را به خانه ببریم و آنجا انجام دهیم. اسلام ما این گونه بوده‌اند! آری، او به حق این گونه بود، چشم‌داشتی نداشت، منتظر تشرک نبود، بلکه آن را وظیفه می‌دانست!

۱۲. شخصیت وارسته، متعهد و مقید به احکام دینی این معلم فرزانه و حکیم موجب شده بود که نگاه او به تعلیم و تربیت و آموزش ریاضی رنگ قداست بگیرد. او هر روز صبح کارش را با گشودن قرآن مجید و قرائت آیاتی از کلام الهی و توجه به ترجمة آن شروع می‌کرد و به همه همکاران خود توصیه می‌کرد چنین کنند، مقید به شرکت در نماز جماعت سازمان پژوهش و نماز جماعت مسجد محل خویش بود. بارها اتفاق افتاده بود که در طول هفته یا تعطیلات پایان هفته در کوچه، خیابان یا بوستان محله بارفتارها یا گفتارهای ناهنجار و غیر اخلاقی برخورد کرده بود و ناراحت شده بود و در اولین روز کاری آن‌ها را طرح می‌کرد و با ناراحتی می‌گفت: «به تعلیم و تربیت باز می‌گردد، ما هم مسئول هستیم! باید به این موضوع اندیشید. معلم ریاضی هم باید به تربیت اخلاقی و رفتار و گفتار مؤدبانه دانش‌آموخت توجه کند! اغلب اوقات معلم ریاضی اثرگذارتر است». و این جلوه‌ای است از نظام اعتقادات و ایمان او که حاکم بر زندگی اش بودا

۱۳. این مرد اهل فضل و ادب، هر تلاشی در حوزه تعلیم و تربیت و آموزش ریاضی را ماجاهدت تلقی می‌کرد، همه ماجاهدت‌ها در این حوزه را مقدس و الهی می‌دانست، معتقد بود تعلیم و تربیت و معلمی شریفترین کار در این عالم است و بارها می‌گفت: «اگر اخلاق باشد قطعاً خداوند متعال می‌پذیرد و رستگاری حاصل آن است، زرق و برق دنیا و چرب و شیرین دنیا فریبند است، شهرت‌های ظاهری دنیا پوج و توحالی است، موجب غرور و غفلت است! بارها و بارها و به تواتر دعایش این بود:

خدایا، چنان کن سرانجام کار
تو خشنود باشی و ما رستگار

این نیز نمودی دیگر از ایمان و بنیان‌های اعتقادی اوست!

اکنون با این نگاه کلان به زندگی ایشان آیانمی‌توان گفت که نعمت عمر را به بهترین شکل شکر کرد؟! عمر خویش را در شریفترین، مهمترین و عالی‌ترین شغل‌ها صرف کرد؟ اگر دنیا مزرعاً آخرت است، آیا

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی
ما هر معلم، خواه به طور مستقیم و خواه به طور غیر مستقیم از طریق کتاب‌هایش، از ثواب و یاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردانش بهره‌مند و برخوردار است

می‌کند، و در حسابرسی الهی محاسبه شده و محفوظ خواهد بود. (هر دو حدیث از ترجمه و شرح اصول کافی آیت‌الله مصطفوی، صفحه ۴۲ و ۴۳ اخذ شده است).

اگر نمی‌توان تصور کرد و تخمين زد که اجر و پاداش باقیات صالحات بزرگمرد آموزش ریاضی چقدر است؟ آیا اجر و پاداش او پایانی دارد؟ فقط می‌توان گفت که هر روز بیشتر و بیشتر می‌شود، لینقطع ادامه دارد تا روز حشر! و، که چه زیبا زیستنی است این زیستن! جای غبطه خوردن ندارد؟ نباید از آن درس گرفت؟ آیا حدیث شریف: «مَدَادُ الْعَلَمَاءِ أَفْضَلُ مِنْ دَمَاءِ الشَّهِيدَاءِ» اینجا مصدق پیدا نمی‌کند؟ راستی! آیا جمله «میرزای جلیل آموزش ریاضی ایران سفر کرد» توصیف دقیق است؟ آیا توصیف دقیق این نیست که: «میرزای جلیل آموزش ریاضی ایران به سرای رستگاران سفر کرد؟» آری، «میرزای جلیل آموزش ریاضی ما زیبا و پاکیزه زیست و رستگار شد.» ان شاء‌الله.

برایش هدیه‌ای! صلواتی، حمد و سوره‌ای ...

... و اینکه هنگام درنگ است! هنگام تفکر و تأمل در احوال خویشتن است. لحظاتی، دقایقی یا که ساعتی! در حقیقت اینجا سرآغاز منظر سوّم از حدیث نفس است! **والاعاقبة للمتقيين والحمد لله رب العالمين و صلى الله على محمد و آل محمد الطاهرين**

* حقیر هم این دین عظیم را به گردن دارد و هم این افتخار عظیم را دارد که با برنامه آموزش ریاضی و کتابهای ریاضی برنامه‌ریزی و تأثیف شده با محوریت و سکان داری این استاد فرزانه در دهه پنجاه شمسی رشد و نمو کرده، به ریاضی آن چنان علاقمند شده که در دانشگاه شریف در رشته ریاضی تحصیل نموده، معلم ریاضی شده و همان برنامه آموزش ریاضی و همان کتابهای درسی ریاضی را بشور و اشتیاق تدریس کرده، وسپس همزمان با تحصیل در رشته ریاضی در مقطع بعدی در همان دانشگاه، به گروه ریاضی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی دعوت شده وحدود یک دهه در یک اتفاق، در محضر استاد تلمذ کرده است! صد البته این نوشته از سخن درس استاد پس دادن است.

* الجهل فساد كل امر، الجهل اصل كل شر.
امیر المؤمنین علی (ع)

برنامه آموزش ریاضی کشور متمکی به مجاهدت‌های ایشان است. در طی این سالیان دراز! همه آن‌ها بی‌کشانند و به همه بخش‌های جامعه- دانشگاه، صنعت، کار و کسب، کشاورزی، علم و فناوری و پژوهش، مهندسی و پزشکی- رفتند، آن‌ها بی‌که معلم و استاد شدند و شاگردان آن‌ها، و نسل‌های بعدی، همگی از برکات مجاهدت‌های این بزرگمرد عبور کرده از حجاب تعریف‌ها و تمجیدها، بهره‌مند شده‌اند.

بر اساس نظام اعتقادات اسلامی ما هر معلم، خواه به طور مستقیم و خواه به طور غیر مستقیم از طریق کتاب‌هایش، از ثواب و پاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردانش بهره‌مند و برخوردار است. در واقع و به طور کلی، معلم و شاگرد در اجر و پاداش شریک هستند و معلم اجر و پاداشی مثل ثواب و پاداش شاگردانش دارد و بدون آنکه از و پاداش شاگردانش کم شود. به علاوه، معلم از اجر و پاداش اعمال نیک و کارهای خیر شاگردان شاگردانش هم بهره‌مند و برخوردار است و این سلسله تا پی‌نهایت ادامه می‌یابد و گویی باشد نمایی [تابع توانا] تا سلسله شاگردان و شاگردان شاگردان ادامه دارد آن معلم اجر و ثواب دریافت می‌کند. در حقیقت، هر نوع هدایت و تعلیم و تربیت صحیح با معیار اسلامی این گونه است. گویی این مجاهدت‌ها در طول زمان و توالی نسل‌ها استمرار می‌یابد، و رو به پی‌نهایت دارد!

همان گونه که قبلًا بیان شد، در باب فضل علم، و ثواب عالم (و معلم) و متعلم احادیث معتبر فراوان وجود دارد. در اینجا دو نمونه از کتاب شریف و معتبر اصول کافی را به عنوان حجت و برای استحکام بحث و اتفاق نتیجه‌گیری اخیر می‌آوریم:

۱. ابو بصیر گوید شنیدم امام صادق علیه السلام می‌فرمود: کسی که به دیگری مطلب خیری بیاموزد، برای او اجر و ثوابی است مثل اجر و پاداش کسی که به آن عمل کند. عرض کردم: اگر باز به دیگری آموزد همین اجر و ثواب برای او هست؟ فرمود: اگر به همه مردم بیاموزد همان اجر و ثواب برای او جاریست، گفتم: اگرچه معلم بمیرد؟ فرمود: اگرچه بمیرد.

۲. امام باقر علیه السلام می‌فرمود: هر که به مردم دری از هدایت آموزد مثل پاداش ایشان را دارد بدون اینکه از پاداش آن‌ها چیزی کم شود، و کسی که به مردم دری از گمراهی آموزد مثل گناه ایشان دارد بدون اینکه از گناه آن‌ها چیزی کم شود.

دقت در حدیث نخست این نکته لطیف و مهم را نمایان می‌سازد که اجر و پاداش معلم منوط به عمل کردن و عامل بودن شاگردان نشده است! بلکه اجر و پاداش معلم برابر اجر و پاداش کسی است که عمل



آموزش‌گردن!

کتاب‌شام!

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محمدامین پایندان

دانشجوی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر
کرمان و دبیر ریاضی شهرستان جیرفت

من برای اولین بار جهت تدریس به منطقه‌ای روستایی در پنجاه کیلومتری شهرستان جیرفت فرستاده شدم (۱۳۹۷/۷/۸)، سال اول تدریس بود، به ایستگاه خط رفتم و منتظر ماندم که راننده مسافرانش را تکمیل کند، راننده اسم روستاهای متفاوت را صدا می‌زد، کریم‌آباد، اسماعیلیه، دهنو... با خود گفتم چقدر روستا در مسیر است، بالاخره سوار شدم ماشین راه افتاد، بغل دستی ام خیلی چاق بود اما گفتم اشکالی ندارد میانه‌های راه احساس تنگی و خفگی می‌کردم. خودم را به بهانه سؤال از راننده که کی می‌رسیم مقداری به جلوی صندلی کشیدم تا نفسی تازه کنم، تا اینکه راننده پس از طی مسافتی حدود ۴۵ کیلومتر من را سر یک دو راهی پیاده کرد و گفت: پنج کیلومتر جاده خاکی رو بایست پیاده بروی تا به روستای محل کارت برسی. به ناچار پیاده شدم. از یک طرف احساس راحتی کردم چون تحت فشار مسافران بغل دستی ام نبودم و از طرف دیگر کلی راه رو می‌بایستی پیاده بروم با خود گفتم این جور مناطق دور افتاده هم داریم! یعنی هر روز بایستی این پنج کیلومتر رو پیاده سر کار بروم؟ خلاصه مقداری سر جاده منتظر ماندم اما خبری از وسیله نقلیه‌ای نشد. خورشید هم خودش را بالا کشیده بود و خودنمایی می‌کرد تا اینکه یک کیلومتری را پیاده

اشاره
به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند

و با پویایی به غنی تر کردن آن‌ها بپردازند. در ضمن، گاهی هم به جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

دختر کلاس وجود داشت و احساس می‌کرد، هم وقت کلاس گرفته می‌شود و هم اینکه یک زحمت پوشیدن چادر و جابه‌جایی از پشت ردیف و نیمکت پسرها و عبور از میان همکلاسی‌هایشان برایشان سخت است. این موضوع مرا در فک فرو برد که چکار کنم که این مشکل رفع شود؟ بی‌آنکه نظری از دانش‌آموزان بخواهم این جور تشخیص دادم به جای آنکه آن‌ها به پیش من بیایند من خود بین دانش‌آموزان بروم و تکالیف آن‌ها را بررسی کنم و در موقع انجام کار در کلاس‌ها این رفتار را نیز انجام می‌دادم و برای خود دلیل معقول و منطقی داشتم اینکه هم وقت کلاس گرفته نمی‌شود و هم نظارت بر آن‌ها و هم کمک جهت رفع بدفهمی و اشکالات دانش‌آموزان باشم، خلاصه این موضوع ادامه داشت تا اینکه در هفته چهارم سال تحصیلی، مدیر مدرسه من را خواست و گفت دانش‌آموزان دختر از شما گله و شکایت دارند گفتم موضوع چیست؟ نکند شوخي می‌کنيد يا شاید از خوبی معلم ریاضی شان گفته‌اند و يا می‌خواهید تشویق کنید من را؟ بهم گفت شما خوبید، اما موضوع جدی‌تر این حرف‌هاست، مدیر گفت دخترها می‌گویند معلم ریاضی همش می‌آید بالای سر ما و بین نیمکتها می‌ایستد و يا گاهی رفت‌وآمد می‌کند و ما (دانش‌آموزان دختر) از این موضوع ناراحتیم و چنین رفتاری را نمی‌پسندیم، من با شنیدن این موضوع به کلی شکه شدم و بهم ریختم، اصلاً باورم نمی‌شد که کار دلسوزانه من را این‌گونه تعبیر کنند، چون من کارم را با عشق پیش گرفته بودم و به خود گفتم درسته این بچه‌ها از امکانات رفاهی دورند اما از معلم خوب که دور نیستند و این حداقل کاری بود که می‌توانستم برایشان کنم، و بعد دانستم توضیح و توجیه کار من اگرچه برای مدیر قابل فهم بود ولی برای دانش‌آموزان دختر درک نبود، درواقع احساس می‌کنم این برمی‌گشت به فرهنگ و قومیت آن منطقه؛ و در آنجا به این ضربالمثل معروف پی بردم:

آمدم ثواب کنم، کباب شدم!

در نهایت این موضوع باعث شد من به یک مدرسه پسرانه و از قضا نزدیکتر که در مسیر اصلی جاده هم بود بروم و تدریس را در آنجا ادامه دادم.

رفتم، یک ماشین از دور داشت می‌آمد به طوری که به‌دبیال خودش گردوغبار زیادی ایجاد کرده بود. من هم از خدا خواسته و دست تکان دادم، ایستاد و سوار شدم؛ خوشبختانه به روستای محل کارم رفت. مرا به نزدیکی مدرسه رساند، قدمنزان با انرژی زیادی به طرف مدرسه رفتم انگار زنگ کلاس تازه خورده بود و بچه‌ها به سر کلاس رفته بودند مدرسه کوچک و کم جمعیتی بود وارد دفتر مدرسه شدم مدیر و یکی از معلمان داخل دفتر بودند گفتم سلام، بعد از کمی مکث مدیر نگاهی کرد و به سلام خشک و خالی کرد و به کارش پشت میز ادامه داد خودم را کمی جمع‌وجور کردم و گفتم من معلم ریاضی اینجا هستم و این هم ابلاغم، معلم و مدیر مقداری جا خوردن و مرا حسابی تحويل گرفتند و خوشامدگویی کردند آخه چهره بچگانه‌ای داشتم و گاهی وقت‌ها با دانش‌آموز من را اشتباه می‌گرفتند؛ بعد از معرفی خود به مدیر که از بومیان همان روستا بود، به سر کلاس درس ریاضی رفتم، در آنجا مدرسه من، خاص دوره راهنمایی با دانش‌آموزان مختلط بود. احساس کردم با وجود این شرایط کار برایم مقداری سخت است، چرا که جدا از دوری راه و بد مسیر بودن، به زبان محلی و فرهنگ آن منطقه آشنایی کافی نداشتمن، با این حال من کارم را با اشتیاق شروع کردم و سعی کردم با بچه‌ها آن جور که شایسته است تعامل و تدریس کنم، طی هفته‌های بعد متوجه شدم بعضی از دانش‌آموزان دختر نامزد دارند و یا عقد کرده‌اند، این موضوع برایم تعجب‌انگیز بود، اما بعد دانستم در این منطقه ازدواج در سنین ۱۴ الی ۱۵ سال برای دختر خانم‌ها امری معمولی و رایج هست، با این حال طبق برنامه، تدریس را با شور و اشتیاق فارغ از هر مسئله‌ای جانبی، پیش بردم و تمرین و تکالیف کلاسی به آن‌ها دادم و جلسات بعدی دانش‌آموزان را برای سؤال و نشان دادن تکالیف به پای تخته می‌آوردم و اشکالات و ایرادات آن‌ها را رفع می‌نمودم، همه‌چیز خوب پیش می‌رفت و بر وفق مراد بود، تا اینکه نوبت به دانش‌آموزان دختر کلاس رسید دیدم چقدر با زحمت و تلاش از میان همکلاسی‌های خود عبور و چادر خود را درست کرده تا بیاد پهلوی تخته و تکالیف درسی خود را نشان دهد، این موضوع برای اکثر دانش‌آموزان

رد پای ریاضیات در موسیقی

جمشید سعیدیان

استادیار دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه خوارزمی

مهند شبرنگ مریدانی

دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه خوارزمی

و فرهنگی استفاده می‌شود. برای بسیاری از مردم که با ریاضیات سروکاری ندارند، فرمول‌ها و قوانین ریاضی، ممکن است خشک و پیچیده به نظر آیند و گاهی هم برای آن‌ها، به عنوان رمز و رازی که در دنیا اعداد، نشانه‌ها و علائم عجیب و غریب وجود دارد، مطرح می‌شود. بسیاری از افراد بر این باورند که ریاضیات یک علم عقلانی است و حداکثر توانایی آن، مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی است. حال آنکه اگر به مسائل و رخدادهای اجتماعی نگاهی بیندازیم، در می‌باییم که مثلاً توزیع پدیده‌های تصادفی اجتماعی غالباً از رفتار توزیع نرمال «گاووس»^۱ پیروی می‌کند، بنابراین نمی‌توان به این صراحت، از ریاضیات به عنوان یک علم صرفاً نظری و محض، نام برد. اما اگر ریاضیات با عقل انسان در ارتباط است، در مقابل موسیقی را می‌توان از مهم‌ترین هنرها بیان کرد که به سادگی، روح آدمی را تحت تأثیر خود قرار می‌دهد و در جوامع مختلف، تا حد زیادی، با زندگی مردم عجین شده است.

جالب این است که از نظر بسیاری، ریاضیات که علمی عقلی تصور می‌شود، باموسیقی که بیشتر احساسی است، مشابهت‌ها و همگرایی‌های بسیاری دارند. در این مقاله، ابتدا نشان خواهیم داد که ریاضیات و موسیقی، دو

چکیده
هنر در طول تاریخ، وسیله‌ای برای سازگاری، خلاقیت، ابراز عشق، دوستی و آرامش مردم بوده است. در میان هنرها، موسیقی به دلیل داشتن انرژی، تحرک و جاذبهٔ ذاتی، بسیار نافذ بوده و به طرز فوق العاده‌ای بشر را به خود مشغول کرده است. در ذهنیت بسیاری از افراد، دنیای ریاضی در تقابل با ویژگی‌های بی‌نظیر موسیقی است. لیکن این تفکر برخلاف آن است که در واقعیت رخ می‌دهد. همان‌طور که همیلتون (ریاضی‌دان ایرلندی) بیان نموده، «هنر و ریاضی مانند یکدیگرند زیرا در هر دو تقارن، تناظر و تطابق وجود دارد.»
هدف این مقاله، آشکار نمودن رد پای ریاضی در موسیقی است.

کلیدواژه‌ها: ریاضی، هنر، موسیقی، ریاضیات در موسیقی

مقدمه

ریاضیات و موسیقی، هر یک به نوبهٔ خود از ابتدای خلقت در مسیر تکامل تمدن بشری، نقش مؤثری داشته‌اند. ریاضیات به‌طور مستقیم، با پیشرفت شاخه‌های مختلف علوم تجربی، نظری، مهندسی و غیره، در ارتباط بوده و موسیقی علاوه بر تأثیر مستقیم بر سایر هنرها، همه‌روزه در حال تعامل با انسان در تمام نقاط جهان است، به گونه‌ای که از آن، حتی به عنوان ابزاری برای جهت دادن به پدیده‌های اجتماعی، سیاسی

دسته اول: ساختار ریاضی و موسیقی، هر دو ساختارمند و قائم به نظم هستند. ساختار ریاضی بر پایه اصول موضوعی قضایا و گزارهای دقیق استوار است و موسیقی نیز، دارای نظم غیرقابل عدولی در ساختار و نت‌هast است، به گونه‌ای که هر تغییری هرچند جزوی، بر موزون بودن موسیقی، تأثیر بهسزایی دارد. به عنوان مثال، آوردن مطالب اضافه در یک تعریف ریاضی، باعث ایجاد مشکل در اثبات قضایای مرتبط می‌شود، یعنی تعریف باید جامع و مانع باشد. همچنان که در موسیقی نیز، هر نت نایه‌جا، نظم آهنگ را تغییر می‌دهد. به علاوه، ویژگی سازگاری، هم در ریاضی و هم در موسیقی، جایگاه ویژه‌ای دارد و از ارکان زیبایی و نظم است که هر دو حوزه، از آن برخوردارند.

دسته دوم: شواهد تاریخی گواه بعدی این است که بسیاری از ریاضی‌دانان بمنوعی در گرایشی از موسیقی با علاقه کار کرده‌اند. به گونه‌ای که امثال فیثاغورث و فارابی را نه تنها ریاضی‌دان بلکه موسیقی‌دان نیز می‌توان برشمرد. در این زمرة، می‌توان از ارسسطو، تالس، ابوعلی سینا، لایب نیتر، انسیستین و بقیه نام برداش. ارسسطو موسیقی را یکی از شاخه‌های ریاضی می‌دانسته و فیلسوفان اسلامی نیز این نظر را پذیرفته‌اند، مانند ابن سینا که در بخش ریاضی کتاب شفا، از موسیقی نام برده و بر این باور بوده است که موسیقی، علمی است ریاضی که در آن، از چگونگی نعمه‌ها از نظر ملایمت و سازگاری و چگونگی زمان‌های بین نعمه‌ها، بحث می‌شود. ابونصر فارابی هم بر این عقیده بوده است که موسیقی، علم شناسایی الحان است و شامل دو بخش موسیقی عملی و موسیقی نظری است.

دسته سوم: مشابهت هنری اما شاید شگفت‌انگیزترین شاهد موجود در زمینه تشابه موسیقی و ریاضیات، در تأثیر یادگیری این دو «هنر» در کنار هم، نهفته باشد. نتایج پژوهشی نشان می‌دهد کوکانی که پیانو می‌نوازند، در جورچینی، بازی سطرنج و استنتاج ریاضی، از مهارت‌های استدلای بالاتری برخوردارند (موتلوك، ۱۹۹۷). از این گذشته، مشاهده شد که توسط هنل (۱۹۹۶) انجام پذیرفت، مشاهده شد که درصد دانشجویان ریاضی که در دوره کارشناسی، درس موسیقی گرفته‌اند، یازده درصد بیشتر از مقدار میانگین برای همه دانشجویان است. محقق دیگری به نام راشر (۱۹۹۷) نشان داد که آموزش موسیقی در سنین خردسالی، می‌تواند در رشد سلول‌های عصبی که برای درک پیچیدگی‌های ریاضی و مفاهیم علمی لازم است، مؤثر باشد. در همین راستا، گاردنیر (۲۰۰۰) دریافت که آموزش‌های ابتدایی در موسیقی و هنرها، می‌تواند



پدیده دور از هم نیستند. در واقع، موسیقی برخاسته از طبیعت و ریاضیات و زبان طبیعت است و نگاه دقیق‌تر به ماهیت این دو، وجود ارتباطی منطقی بین اجزای این دو پدیده را نشان خواهد داد. هدف این مقاله، ارائه توصیفی کلی از روابط پیچیده بین این دو موضوع نیست و قصد نداریم از جزئیات ارتباطی بین شاخه‌های مختلف ریاضی مثل جبر خطی یا آنالیز هارمونیک با موسیقی، صحبت کنیم، بلکه هدف اصلی، نشان دادن بعضی از ارتباط‌های زیبا بین موسیقی و ریاضی است. ارتباطی که ای بسا علاقه‌مندی موسیقی‌دانان به ریاضیات و عشق ریاضی‌دانان به موسیقی در تاروپود آن نهفته باشد.

انگیزه‌های بررسی ارتباط ریاضیات و موسیقی

از بین هنرها، این مهم که ریاضیات و موسیقی بهطور باطنی در ارتباط با هم هستند و بر یکدیگر تأثیر دارند، موضوعی پذیرفته شده است. حال اینکه چگونگی این ارتباط و تبیین میزان تأثیر ابعاد متفاوت این دو پدیده بر روی هم، تا حد زیادی مغفول مانده است. این مقاله و مطالعات مشابه می‌توانند مقدمه‌ای برای کشف و تبیین دقیق‌تر ارتباط و تعامل بین ریاضیات و موسیقی باشد، اما نویسنده‌گان این مقاله، براساس مشاهدات تجربی و نظری خود، تعامل بین ریاضی و موسیقی را بهطور غیررسمی، به سه رده یا عنوان دسته‌بندی نمودند:

مربوط می شد، می پرداخت. بنابراین همان گونه که از این تقسیم‌بندی بر می آید جایگاه موسیقی هم‌ردیف سایر شاخه‌های علم ریاضی بوده است. اما در یک کلام شاید بتوان علم موسیقی‌ای را که یونانیان باستان آن را تعریف کرده‌اند، علم بررسی روابط بین صدای‌های خوشایند و ناخوشایند^۵ نامید. تالس از بزرگترین متغیران یونان باستان است و بسیاری از دانشمندان او را پدر علم و بعضی از موسیقی‌دانان پدر موسیقی می‌دانند. شاید تعریف اواز موسیقی بعد از گذشت بیست و شش قرن، هنوز یکی از زیباترین تعریف‌ها باشد:

«موسیقی، هارمونی ای از تضادها، جمعی از اضداد و آشتی عناصر متضاد است... موسیقی اساس یکپارچگی وجود در طبیعت و بهترین حکمران در عرصه گیتی است. موسیقی جهان هستی را ملبس به هارمونی و قانون‌گرایی می‌کند و روش خردمندانه‌ای برای زندگی ارائه می‌دهد. موسیقی یگانگی و وحدت را به ارمغان می‌آورد.»

نت و تم. روزی فیثاغورث^۶ جوان از کنار مغازه آهنگری می‌گذشت که ناگهان صدایی با فواصل منظم که از طرف سندان می‌آمد توجه او را جلب کرد. فیثاغورث متوجه شد که وزن چکشی که آهنگر از آن استفاده می‌کند، در صدا مؤثر است. ممکن است او نخستین کسی باشد که تطبیق آکوستیک تارهایی با طول‌های متناسب را توضیح داده باشد. هنگامی که تارهایی با کشیدگی یکسان طول‌های متناسب را (بدون توجه به جنس آن: فولاد، ریسمان...) به ارتعاش در می‌آوریم، صدای‌هایی با فرکانس یکسان تولید می‌کند. به عنوان مثال، زهی با طول ۶۰ سانتی‌متر X مرتبه در هر ثانیه لرزش خواهد کرد، آن گاه زهی با طول ۳۰ سانتی‌متر، ۲X مرتبه (یعنی دو برابر) لرزش خواهد کرد. به علاوه این دو فرکانس اکتاو کاملی را خلق می‌کند.

اهمیت عدد ۱۲. مغز با استفاده از ریاضیات، دستور زبان موسیقی را دیگته می‌کند.

قارن یکی از مباحثت هندسه است. با این وجود می‌توان آن را در کار بسیاری از موسیقی‌دانان یافت. آثار باخ^۷ شاید مشهورترین نمونه قارن در موسیقی باشد. دقت و توجه زیاد به قوانین هارمونی، وضوح ریتم و عبارت‌نویسی در آثار باخ، آن‌ها برای شنوندگان، به آثاری مملو از ریاضی همراه با چاشنی احسان تبدیل کرده است. قطعات موسیقی که باخ در سال ۱۷۴۷ نوشت، یکی از بارزترین این نمونه‌هاست. فیثاغورث گام‌های دیگری نیز برداشت. او می‌دانست که کوچک‌ترین عددی که بیشترین خاصیت تقسیم شدن

بر روی نمرات ریاضیات کودکان مؤثر باشد و آنان را در کسب مهارت‌هایی در ریاضی و زبان، انعطاف‌پذیر سازد. حال که انگیزه‌های لازم را برای این ارتباط مرور نمودیم، در ادامه هر کدام از این مشاهدات را بهطور دقیق‌تر تبیین می‌نماییم. برای این منظور، ابتدا رابطه ساختاری ریاضیات و موسیقی را از سه چشم‌انداز متفاوت بررسی می‌کنیم.

چشم‌انداز اول: شرح ایده‌هایی است درباره هم‌آهنگی (هارمونی)، پرده و نحوه کوک کردن ساز که یونانی‌های باستان نخستین بار بیان کردند و همچنین، چگونگی کشف ارتباط ریاضیات و موسیقی توسط فیثاغورث است. **چشم‌انداز دوم**، نمونه‌هایی از الگوهای ریاضی در آهنگ‌سازی را نشان می‌دهد. در نهایت، آخرین چشم‌انداز نگاهی به ویژگی‌های هنری ریاضیات^۸ دارد. در تبیین مشاهده دوم نگاهی کوتاه به زندگی سه دانشمند و ریاضی‌دان برجسته تاریخ (یعنی فارابی، آنیشتین و ابوعلی‌سینا) خواهیم داشت. در پایان، شاهد سوم را که به نوبه‌ای ملموس‌ترین شاهد است، و به بررسی امتیاز بادگیری موسیقی در زندگی افراد می‌پردازد، بیان می‌کنیم.

ارتباط ساختاری

چشم‌انداز اول: آهنگ و تنظیم، استنباط فیثاغورثی از موسیقی

در یونان باستان، موسیقی و حساب و هندسه در کنار نجوم، تشکیل علوم چهار گانه را می‌دادند و در واقع یونانیان قدیم به این چهار شاخه از علم، به دید واحد ریاضیات نگاه می‌کردند. در آن دوران از تمدن بشتری، موسیقی به عنوان علمی مطرح بود که توسط آن، روابط و نسبت‌های ریاضی به عمل تحریبه می‌شد و به موسیقی در مدارس، به اندازه حساب، هندسه و نجوم بها داده می‌شد. دانش‌آموزان مجبور بودند در موسیقی نیز به اندازه سه علم دیگر، معلومات کسب نمایند. در تقسیم‌بندی علوم در یونان قدیم، از ریاضی به عنوان علم مطالعهٔ تغییرناپذیرها یاد می‌کردند. آن‌ها این مقوله علمی را به دو دستهٔ بزرگ‌تر یعنی علوم مربوط به مقادیر گسسته^۹ و علوم مربوط به مقادیر پیوسته^{۱۰} تقسیم‌بندی کرده بودند که مقادیر گسسته، شامل دو علم از علوم چهار گانه یعنی حساب و موسیقی بود. آن‌ها مقوله‌های مربوط به حساب را معادل بررسی مقادیر قابل شمارش و گسستهٔ مستقل و موسیقی را بررسی مقادیر گسسته‌ای که با یکدیگر در تناسب و ارتباط هستند، می‌دانستند. در مقابل علوم مقادیر گسسته، علوم مقادیر پیوسته بوجود داشت که شامل هندسه و نجوم بود. هندسه به بررسی سکون و نجوم به بررسی هر آنچه به حرکت

I-II-III-IV-V-VI-VII

استفاده از این اعداد، روش خوبی است زیرا می‌تواند مازور یا مینور بودن آکورد را نشان دهد. در واقع، مهم است که بدانیم کدام آکورد مرتبط به کدام کلید است. آهنگ‌سازان، اغلب آهنگ‌ها را با استفاده از اعداد می‌نویسند. اگر دامنه صدای خواننده را ندانند، از کلید مناسبی در استودیو استفاده می‌کنند. در این هنگام است که نوازنده، اعداد را تبدیل به آکورد می‌کند. نشویل^{۱۱} در این نوع نت‌نویسی مشهور است.

البته کسرهای میزان و ضرب (سرعت) هم، با ریاضیات مرتبط هستند. تجزیه و تحلیل موسیقی نشان می‌دهد که اعداد در آن، نقش برجسته‌ای دارند و هنگامی که اعداد رابه موسیقی تبدیل می‌کنیم، دلنشیں و گوش‌نواز می‌شود. مردم خیلی زود دریافتند که نواختن همزمان هر دو نتی همواره خوش‌آیند (هم‌ساز) نیست. علاوه بر این، یونانیان باستان کشف کردند که نتی با سامد (فرکانس) مشخص را فقط با نت‌هایی می‌توان ترکیب کرد که بسامدشان مضرب صحیحی از سامد آن نت باشد. هم‌چنان، برسی آواهای مختلف نشان داد که هنگام نواختن نت پایه، مضرب‌های صحیح بسامد پایه، همیشه باشدتی ضعیفتر، نت پایه را همراهی می‌کنند.

چشم‌انداز دوم: موسیقی ریاضیاتی؛ عددهای فیبوناچی و نسبت طلایی در ترکیبات موسیقی‌ای.

راشر (۱۹۹۷) نشان داد که آموزش موسیقی در سنین خردسالی، می‌تواند در رشد سلوول‌های عصبی که برای درک پیچیدگی‌های ریاضی و مفاهیم علمی لازم است، مؤثر باشد

مسائل مربوط به تعریف پرده و کوکساز، یکی از جنبه‌های ورود اندیشه‌های ریاضی به دنیای موسیقی است. اما دست‌کم در تعبیر نوین، موسیقی را فقط نت و هارمونی نمی‌سازد. جنبه مهم‌تر، تغییرات زمانی نت‌هast است یعنی آنچه به ضرب آهنگ (ریتم) و نغمه (ملودی) مربوط می‌شود. البته تنها نمادگذاری موسیقی نیست که همه جنبه‌هایش را ریاضیات رابطه دارد، بلکه در برخی قطعات موسیقی، می‌توان تأثیرات حساب و هندسه را هم دید. یکی از جنبه‌های بسیار جالب مفاهیم ریاضی که در ساخت قطعات موسیقی ظاهر می‌شود، عددهای فیبوناچی و نسبت طلایی است.

اما مهم‌ترین ویژگی این عدها این است که دنیاله کسرهای فیبوناچی (یعنی نسبت هر عدد فیبوناچی به نزدیک‌ترین عدد کوچک‌تر از آن، به سمت حدی ثابت $1/\sqrt{5} \approx 0.61803398$) میل می‌کند که به نسبت طلایی، تناسب طلایی، یا مقطع طلایی معروف است. تعبیر هندسی نسبت طلایی شناخته‌تر است: تقسیم خط به دو قسمت نابرابر هنگامی به نسبت طلایی است که نسبت طول خط به طول بخش بزرگ‌تر نابرابر با نسبت طول بخش بزرگ‌تر به بخش کوچک‌تر باشد.

را دارد، ۱۲ است. پس عدد ۱۲ مناسب‌ترین عدد در موسیقی است. پس از گذشت هزار سال، موسیقی‌دانان هنوز این ایده را تصدیق می‌کنند. اوایل قرن بیستم، آرنولد شوئنبرگ^{۱۲} روش جدیدی برای آهنگ‌سازی ارائه کرد. در این روش، هیچ‌کدام از فاصله‌ها لحظه نشده بود، در حالی که به همه آن‌ها توجه شده بود. او این روش را «دوازده پرده‌ای» نامید که در آن، همه فاصله‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شوند و همه نت‌ها، اهمیت یکسانی دارند.

ملودی. آماده‌سازی یک ملودی در یکی از آلات موسیقی و انگشت‌گذاری صحیح در ترتیب نت‌ها، در واقع نوعی مسئله ریاضی است. این همان مفهوم سازگاری موجود در هر دو «هنر» است. استفاده از آلات موسیقی مختلف برای نواختن ملودی مشابه ساختارهای ریاضی است. حتی استفاده از کلیدهای متفاوت در نواختن ملودی مشابه نیز، با تفکر ریاضی مرتبط است. موسیقی‌دان خوب، اغلب می‌تواند به آهنگی گوش دهد و بدون اینکه آن را قبل از تمرین کرده باشد یا ترتیب نت‌ها را بداند، آن آهنگ را بنوازد؛ زیرا او ترتیب و شکل‌های آشنا را تشخیص می‌دهد. این نوع نظر، بسیار شبیه به کسی است که ریاضیات می‌خواند.

نظام‌های شمارشی در موسیقی: دو نظام شمارشی در موسیقی وجود دارد که یکی در گام و دیگری در کلید است. ابتدا به این نظام در گام می‌پردازم. هفت نت در گام وجود دارد. ترتیب فاصله‌ها با فاصله بین این هفت نت است که یک قطعه موسیقی را، بی‌همتا می‌کند. فرمول گام‌ها به صورت پرده، پرده، نیم‌پرده، پرده، پرده، نیم‌پرده (روش دوازده‌پرده‌ای) است. بنابراین، اولین بخورد با موسیقی، فهمیدن دوازده نت گام نیم‌پرده است. اگر در گام شش نت وجود داشت، می‌توانستیم آن‌ها را به صورت فاصله مساوی یک پرده از یکدیگر در نظر بگیریم، اما هفت نت وجود دارد. بنابراین احتیاج به دو نیم پرده است. این هفت نت را کسی از زمان‌های قدیم انتخاب نکرده است. آن‌ها را موسیقی یا دقیق‌تر بگوییم، کسر انتخاب کرده است. آکوردها از ترکیب نت‌های مختلف گام استفاده می‌شود. ساده‌ترین آکورد، آکورد سه‌تائی^{۱۳} است که در آن، از سه نت گام استفاده می‌شود. می‌توان از نت‌های دیگر گام، برای بزرگ‌تر شدن آکورد استفاده کرد. نظام شمارشی دیگر، در کلید است. هر یک از هفت نت گام می‌تواند به عنوان شروع‌کننده یک آکورد حساب شود و اغلب به صورت اعداد یونانی نوشته می‌شوند. ممکن است به صورت زیر نیز دیده شوند:

۲. مانند هنر، باید بتوان دوران‌هایی هم چون دوران رنسانس، باروک، کلاسیک و رومانتیک در موسیقی را، در ریاضیات نیز پیدا کرد.

۳. این دوران‌ها، تطبیق خوب با دوران‌های موسیقی و بسیاری ویژگی‌های مشترک دارند، اما با دوران‌های مختلف نقاشی و ادبیات تفاوت عمده دارند.

با بررسی مفاهیم دوگانی (باروک)، جهان‌شمولی (کلاسیک) و جاودانگی (رومانتیک)، تشابهات زیادی بین سیر تکامل ریاضیات و موسیقی، دیده می‌شود.

ریاضی‌دانان و موسیقی

ابونصر فارابی. ابونصر محمدبن محمد بن فارابی (۲۵۹-۲۶۰ یا ۲۵۲ هجری قمری) فیلسوف، ریاضی‌دان و موسیقی‌دان بزرگ ایرانی و سر سلسله حکماء اسلامی است که با بررسی آثار حکما و فلاسفه یونان، به‌ویژه ارسطو، اسرار آن‌ها را کشف کرد و مشکلات کتاب‌های آن‌ها را توضیح داد؛ نوافص کار آنان را دریافت و شرح‌هایی بر آثار ارسطو نوشت و بدین سبب به وی لقب معلم ثانی را دادند. فارابی از بزرگ‌ترین نویسنده‌گان کتاب‌های موسیقی است. فارابی علاوه‌بر شرح و توضیح آثار حکماء یونان، خود نیز آثار مهمی به وجود آورد و کتاب‌ها و رساله‌های متعددی در حکمت، فلسفه، منطق، نجوم و موسیقی نوشت. مجموعاً ۱۲۰ جلد کتاب و رساله را به او نسبت می‌دهند. از جمله کتاب‌های او در موسیقی عبارت‌انداز:

۱. المدخل الی صناعة الموسيقي
۲. كلام في الموسيقيا و احصاء الاباع
۳. في النقرة مضافة الى الاباع
۴. الحصاء العلوم
۵. الموسيقي الكبير
۶. رساله‌ای موسوم به مقالات

در کتاب احصاء‌العلوم و در فصل مربوط به موسیقی، رئوس مطالب مربوط به موسیقی نظری و موسیقی عملی و برنامه‌ای را که برای اندیشمندان و پژوهشگران این علم ضروری است، بیان می‌دارد و درباره طرز تأليف الحان و تعیین نسبت بین وزن نغمه‌ها، بحث می‌کند. از تأليفات و تصنيع الحان موسیقی و تلفیق آن با کلام منظوم گفت‌وگو می‌کند و اینکه آن را چگونه باید به کار برد تا تأثیر الحان موسیقی، بیشتر گردد و منظور حاصل شود. مهم‌ترین و مفصل‌ترین کتاب فارابی و بزرگ‌ترین اثری که تاکنون در موسیقی مشرق زمین نوشته شده، **موسیقی‌الکبیر** است که در دو جلد تهیه شده است؛ جلد اول که مفصل‌تر بوده اکنون در دست است و جلد دوم آن که کوتاه‌تر بوده، از بین رفته است. فارابی در این کتاب، درباره اصول فیزیکی صوت و دیگر مطالب مربوط

چون نسبت طلایی، زیبا، پویا و متعادل انگاشته می‌شود، در هنر به ویژه در نقاشی و عکاسی، کاربردهای گوناگون پیدا کرده است. اغلب عناصر مهم تصویر، درازا یا پهنای تصویر را به نسبت طلایی تقسیم می‌کنند اما این تقسیم‌بندی، همیشه آگاهانه نیست، بلکه از درک زیبایی و حس هماهنگی سرچشمه می‌گیرد. بررسی‌های گوناگون نشان داده‌اند که همین مفهوم، در ساخت قطعات موسیقی نیز بسیار معمول است. نسبت طلایی به صورت کسرهای فیبوناچی، یا برای تغییر ضرب آهنگ و یا گستراندن مولودی به کار برد می‌شود. نمونه‌های کاربرد آگاهانه این نسبت را در «سیستم آهنگ‌سازی شلینگر»^{۱۲} می‌توان دید.

شاید آن قدر مهم نباشد که بدانیم افراد در کاربرد یا ادراک نسبت طلایی آگاهند یا ناگاه، این نکته مهم است که زیبایی و هماهنگی را می‌توان دست کم از این جنبه با ابزار ریاضی بیان کرد. رابطه بخش‌بندی قطعه موسیقی با کسرهای فیبوناچی و رابطه نسبت عددی‌های صحیح به فاصله فیثاغورثی موسیقی، نمونه‌هایی از این واقعیت هستند که گاهی هماهنگی را نیز می‌توان با اعداد (حتی عددی‌های صحیح) توصیف کرد و این هماهنگی، جنبه‌ای ریاضی دارد و شاید از این راه بتوان این ایده را مطرح کرد که «زیبایی، در ذات ریاضیات نهفته است».

چشم‌انداز سوم: ریاضیات موسیقی‌ای؛ جلوه‌های یک جنبه هنری از ریاضیات

با توجه به ذات هنری ریاضیات، گرایش ریاضی‌دانان به موسیقی را نمی‌توان تنها به جنبه‌ها و الگوهای ریاضیاتی در آوا، هارمونی و ساخت قطعه‌های موسیقی نسبت داد. ریاضی‌دان بودن به معنای کشف اعداد در هر مکانی و تنها مرتبط ساختن مسائل با مفاهیم ضمیمی ریاضیات نیست. بنابراین، برای یافتن ارتباط اصولی بین ریاضی و موسیقی، باید تراز دیگری را جست‌وجو کرد.

همان‌طور که موسیقی‌دان‌ها گاهی ملودی منحصر به‌فرد و ظرفی ارائه می‌دهند یا هارمونی فوق‌العاده‌ای را به کار می‌برند، ریاضی‌دان‌ها نیز در جست‌وجوی اثبات‌های ظریف و ساده هستند. علاوه‌بر این، احساساتی که در یافتن پاسخ برای یک مسئله ریاضی بروز می‌کنند، شبیه به احساساتی است که هنگام اجرای قطعه‌ای موسیقی‌ای ابراز می‌شود. مهم‌ترین جنبه‌ای که در هر دو زمینه وجود دارد، خلاقیت است. شواهد جالب برای این ایده را هنل (۱۹۹۷) ارائه می‌دهد که براساس سه ادعای زیر تاریخ موسیقی را با تاریخ ریاضیات مقایسه کرده است.

۱. ریاضیات بسیاری از ویژگی‌های یک هنر را دارد.



**جزیه‌وتحلیل
موسیقی‌نشان می‌دهد
که اعداد در آن، نقش
برجسته‌ای دارند و
هنگامی که اعداد را
به موسیقی تبدیل
می‌کنیم، دلنشیں و
گوش‌نواز می‌شود**

پژوهش‌هایی که به تازگی درباره موسیقی، یادگیری و نقش آن در موفقیت تحصیلی دانش آموزان انجام شده، نشانگر آن است که یادگیری موسیقی دانش آموزان را یاری می‌کند تا بیاموزند چگونه می‌توانند بدون روی اوردن به خشونت و رفتارهای ناهنجار، خود را با محیط مدرسه و شرایط آن هماهنگ سازند

موفقیت در جامعه. موسیقی بخشی از ساختار جامعه است و این مهم‌ترین دلیل لزوم، یادگیری موسیقی توسط همه کودکان است. همه افراد در همه جوامع و فرهنگ‌ها به ارزش واقعی موسیقی پی برده‌اند، در حقیقت همه فرهنگ‌های بشری، از موسیقی بهره می‌گیرند تا ارزش‌ها و باورهای خود را بیان دارند. هم‌چنین، نباید اهمیت موسیقی و نقش موسیقی را در اقتصاد هر کشور نادیده گرفت. ارزش موسیقی و اهمیت آن، در شکل بخشیدن به شخصیت و توانایی‌های تک تک افراد جامعه نیز اثبات شده است.

موفقیت در مدرسه. می‌توان پیش‌بینی کرد که موفقیت در جامعه، پیامد موفقیت در دوران تحصیل در مدرسه است. هر هنرآموز موسیقی یا والدین کودکانی که به یادگیری موسیقی می‌پردازند، می‌توانند درباره یادگیری موسیقی بر دانش آموزان و میزان موفقیت آن‌ها در تحصیل، نکاتی را یادآوری کنند. مهارت‌هایی که یادگیری موسیقی موجب تقویت آن‌ها می‌شود عبارت‌اند از خواندن، برقراری ارتباط و شناختی که این سه دسته مهارت، در همه بخش‌های برنامه تحصیلی مؤثرند و نقش مهمی ایفا می‌کنند. علاوه بر این، پژوهش‌هایی که به تازگی درباره موسیقی، یادگیری و نقش آن در موفقیت تحصیلی دانش آموزان انجام شده، نشانگر آن است که یادگیری موسیقی دانش آموزان را یاری می‌کند تا بیاموزند چگونه می‌توانند بدون روی اوردن به خشونت و رفتارهای ناهنجار، خود را با محیط مدرسه و شرایط آن هماهنگ سازند.^{۱۲}

تقویت هوش. داده‌های حاصل از مطالعات انجام یافته درباره هوش کودکان، که تعداد این مطالعات نیز روزی‌روز افزایش می‌باشد، نشانگر این حقیقت است که موسیقی و نیز آموزش آن به کودکان، آنان را باهوش‌تر می‌کند. آنچه تازه و بهویژه جالب به نظر می‌رسد این است که ترکیب پژوهش‌های انجام یافته در حوزه علوم رفتاری و تحقیقاتی که در حوزه علوم مغز و اعصاب انجام یافته، نشانگر آن است که چگونه آموزش و یادگیری موسیقی می‌تواند به صورت فعل، موجب گسترش فعالیت‌های مغزی شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، مسئله ارتباط ریاضی و موسیقی از سه دیدگاه مختلف، تبیین شد. در دیدگاه اول، سعی بر این بود که از سه چشم‌انداز مختلف، به این ارتباط پرداخته شود. چشم‌انداز اول، در ک خاص موسیقی توسط

به آن تحقیقاتی دارد. فارابی نه تنها یکی از بزرگ‌ترین دانشمندان علم نظری موسیقی بود، بلکه در عمل موسیقی نیز استادی به نام و زبردست و نوازنده‌ای توانا و ماهر بود و معروف است که در نواختن قانون، مهارت داشته است.

فارابی در کتاب *الموسیقی الكبير*، پس از تعریف موسیقی، راجع به موسیقی‌شناسی بحث می‌کند و از تأثیر آن در روح از دید روان‌شناسی و تصویری که از شنیدن الحان در ذهن حاصل می‌شود، گفت و گو می‌نماید و صداشناسی و موسیقی عملی و نظری را باهم بررسی می‌کند. او آهنگ‌ها را از حیث ایقاع، به دو بخش متصل و غیرمتصل تقسیم می‌کند و ضرب متصل یا دو ضرب و ضرب غیرمتصل را که ضرب مخلوط و پیچیده نامیده شده است، توضیح می‌دهد. هم‌چنین، به توضیح و توصیف بعضی از سازهای زمان خود و پیش از اسلام پرداخته و چون عود را کامل‌ترین سازها می‌دانسته، تختست آن را برگزیده و بر روی آن بحث کرده است.

ابن سینا. حسین ابن سینا ابن عبدالله معروف به ابن سینا دانشمند، فیلسوف و پژوهشگر بزرگ ایرانی قرن چهار و پنجم هجری قمری، از بزرگان و علمای موسیقی دان زمان خود بوده است. او مباحث اصلی موسیقی را بناهایت دقت تشریح نموده و در این مباحث پیرو فارابی است، عقاید اور انتشاریح می‌کند و در سیارات موارد دارای ابداعات و ابتکار است. ابن سینا در تأثیفات موسیقی خود در جستارهای گوناگون وارد شده و آن‌ها را مختصراً مفید و با دلایل منطقی بیان کرده که نه تنها به اصول فیزیکی و ریاضی تکیه می‌کند، بلکه دامنه بحث را به فلسفه و علم النفس نیز می‌کشاند.

ابن سینا سه کتاب موسیقی - دو تا به زبان عربی و یکی به زبان فارسی دری - دارد که از همه مبسوط‌تر و مهم‌تر، بیست‌هزار کلمه از فصل دوازدهم از بخش ریاضی کتاب *الشفا* و بعدی سه هزار کلمه در کتاب النجات است که خلاصه‌ای از همان کتاب شفاست و سومی به فارسی، در کتاب دانش‌نامه که خلاصه‌ای از کتاب النجات است، قرار دارد.

امتیازات یادگیری موسیقی

هنگامی که مزایای آموزش موسیقی بر همگان آشکار گردد، دست‌اندرکاران امر آموزش و برنامه‌ریزان امور تحصیلی، موظف خواهند شد در همه سطوح، از آموزش موسیقی به هنرآموزان مجرب، حمایت جدی به عمل آورند. بدین ترتیب، هر دانش آموز از مزایای آموزش هنر به صورت کلی و نیز آموزش موسیقی به صورت ویژه، بهره‌مند خواهد گردید.

10. Triad

11. Nashville

۱۲. حقایق بی‌شماری نیز درباره ارتباط یادگیری موسیقی با موفقیت دانش‌آموزان در مدرسه وجود دارد که در زیر به چند مورد اشاره می‌شود.

منابع

1. Beer. M, How do mathematics and music relate to each other? *Mathematical Spectrum*, 41, 36- 42.
2. Maeroff. G, (1983), What Students Need to Know and be Able to Do, *Academic preparation for College*, New York.
3. Catterall. J, Chapleau. R, and Iwanaga. J, (1999), Involvement in the Arts and Human Development: General Involvement and Intensive involvement in Music and Theater Arts, *The Imagination Project at UCLA Graduate School of Education and Information Studies*.
4. Droscher. E, Profile of SAT Program Test Takers, princeton, NJ: The College Entrance Examination Board, 2001.
5. Hammann. D. L, and Walker. L. M, (1993), the Case for music in the School, *Music teacher as role models for African American students Journal*, 41.
6. Hammill. T, Garland, kahn, and Stenstedt, (1995), *Math and Music: Harmonious Connections*.
7. Rauscher. F, (1997), Music training causes long - term enhancement of pre - school children's spatial - temporal reasoning.
8. Gardiner. M, (2000), Music, learning and Behavior: A Case for Mental Stertching, *journal for learning through music*.
9. Graziano. A, Peterson. M, And Gordon shaw, (1997) Enhanced learning of proportional math through music traning, *Neurological*.
10. Green. M, (2000), Recording Academy President and CEO at 42 nd Annual Grammy Awards.
11. Henle. J, (1996), Classical mathematics, *The American Mathematical Monthly*, 103 (1), 18- 29.
12. Leibniz. G, music.
13. Miller. A, (2006), "A Genius Finds Inspiration in the Music of Another", *The New York Times*.
14. Motluk. A, (1997), Can Mozart make maths add up? *New Scientist* 153, 17.
15. National Center for Education Statistics, *First Follow - up*, Washington DC, 1990.
16. Sergent. J, Zuck. E, Tenial. S, and MacDonall. B, (1992), Distributed neural vetwork underlying musical sight reading and keyboard performance. *Science*, 257, 106 - 109.
۱۷. رضا داوری, (۱۳۸۹), فارابی فیلسفه فرهنگ, انتشارات سخن
۱۸. حسن مشحون, (۱۳۸۸), تاریخ موسیقی ایران, انتشارات نشر نو

یونانیان باستان را نشان داد که به مlodی و حرکت کمتر از پرده، تنظیم و هارمونی استاتیک اهمیت می‌دهد. در چشم‌انداز دوم، مفهوم تقسیم طلایی در ارتباط با نسبت‌های عددی و پیدایش آن‌ها در ترکیبات متعدد مطرح شد. با این حال احساسی ترین نگاه چشم‌انداز سوم بود که در آن روابط، با در نظر گرفتن جنبه هنری، طرز تفکر ریاضیاتی مشخص شدند.

در ادامه، در خصوص ارتباط ناشناخته ذات موسیقی‌ای ریاضی و الهاماتی که اندیشمندان و علم دوستان از هنر و موسیقی گرفته‌اند به اختصار اشاره شد. در پایان، نقش غیرقابل انکار موسیقی در آموزش مورد تأکید قرار گرفت.

البته این موارد، تنها نمونه‌هایی از بررسی چنین ارتباطی هستند و می‌توان مقایسه‌های دیگری نیز انجام داد. با این حال، این سه ارتباط شاید بیشترین مفاهیم و ایده‌های مطرح شده را رائه دهد. هر رابطه‌ای بین ریاضی و موسیقی وجود داشته باشد، مشخص است که هردوی آن‌ها همچنان، جزو رشته‌های دشوار و بهتر است یکی بر دیگری تحمیل نشود. تلاش برای توضیح تمام شکل‌های موسیقی توسط ریاضیات، اشتباه است. از طرف دیگر، مطالعه ریاضیات از لحاظ موسیقی‌شناسی هم بی‌فائیده است ولی جا دارد که این روابط در آموزش ریاضی مطرح شود.

مهم است که به افراد نشان دهیم ریاضیات از یک جنبه بیشتر هنر است تا یک علم. شاید با این عمل، مفهوم رایج آن تغییر کند و افراد ماهیت و جهان‌شمولی آن را بهتر درک کنند.

تشکر و قدردانی

سپاس‌گزاریم از آقایان دکتر اسماعیل بابلیان و دکتر عین‌الله پاشا که با راهنمایی و نظرات ارزنده خود، مشوق ما بودند و ویراستاری ایشان بر غنای متن افزوده است.

پی‌نوشت‌ها

1. Gauss
۲. لازم به توضیح است که اکثر مطالب این بخش، برگرفته از بیر (۲۰۰۸) و ماروف (۱۹۸۳) است.
3. discrete
4. continous
5. consonance و dissonance
۶. ریاضی‌دان معروف و از شاگردان تالس
7. Bach
8. Shoenberg
۹. هرگاه بیش از دو نت با هم در یک زمان به صدا در آیند تشکیل آکورد می‌دهند.





کاغذ و قاتا!

زهرا افشاریور

دبیر ریاضی متوسطه اول تهران و کارشناس ارشد
آموزش ریاضی



برای معرفی مستطیل ابتدا، یک جسم (حجم) معرفی می‌شود. سپس در مراحل بعدی، طبق جدول زیر پیش می‌رویم.

تجربه تدریس نویسنده نشان می‌دهد که این شیوه معرفی مفاهیم، ضمن اینکه به صورت عملی قابل تدریس است، دانش آموزان نسبت به آن، علاقه‌مندی نشان می‌دهند. همچنین، چون درک مفاهیم کلی از اجزاء آن ساده‌تر است، تدریس آن را حتی می‌توان قبل از دبستان، یعنی از دوره آمادگی، آغاز کرد.

مشاهدات نویسنده نشان می‌دهد که در غیاب ملموس نمودن مفاهیم ابتدائی هندسه برای دانش آموزان، آن‌ها حتی برای تشخیص مفاهیم اولیه اشکال هندسی نیز دچار مشکل می‌شوند. من با توجه به حضور دانش آموزان پایه هفتدم در کلاس، متوجه این ضعف آنان شدم و دریافتتم که اگر دانش آموز بتواند با حضور معلم در کلاس، دست‌سازه‌ای از اشکال هندسی درست کند، شکل‌گیری درست مفاهیم اولیه در ذهنش بهتر صورت می‌گیرد. این کار کمک می‌کند که حتی مطالب سخت‌تر از جمله «سطح جانبی» یا «سطح کل» را که اغلب درک این دو سطح، برای دانش آموز مشکل‌ساز است، به راحتی درک کرده و مسائل مربوط به این دو مطلب را حل کند. حال آنکه اگر تدریس هندسه، فقط تکیه بر دو بعدی بودن روی تخته باشد،

چکیده

هندسه بخشی از ریاضی است و دارای مفاهیمی مجرد و ذهنی است. درک مفهومی مانند نقطه، برای یادگیرندگان کم‌تجربه دوره ابتدایی، سخت است، زیرا جزو «تعریف نشده‌ها» است.

توصیف ۱: نقطه عبارت است از چیزی که شامل هیچ جزئی نیست. به عبارت دیگر، نقطه عبارت است از آن‌چه که هیچ جزئی ندارد. آیا چیزی که هیچ جزئی ندارد، می‌تواند قابل تعریف و قابل فهم باشد و به خصوص، مبنای تدریس هندسه قرار گیرد؟

توصیف ۲: دو انتهای یک خط، نقطه است. بنابراین توصیف آیا نباید ابتدا خط تعریف شود؟

توصیف ۳: به محل برخورد دو خط، نقطه می‌گویند. قبل از این توصیف، لازم است یادگیرندگان با خط و حالت‌های آن در صفحه، آشنا شده باشند.

توصیف ۴: خط عبارت است از درازای بدون پهنا. اما سؤال این است که به چه معناست؟ آیا می‌توان پیش از تعریف خط از نقطه صحبت کرد؟

در دوره ابتدایی، مفاهیم هندسه بایستی برای دانش آموزان، ساده و در عین حال روشن و دور از ابهام باشند و تا حد امکان، تعداد آن محدود باشند. هدف از تدریس ریاضی در دوره عمومی و بهویژه در دوره ابتدایی، پرورش تفکر، کسب توانایی درست آندیشیدن، به کارگیری صحیح دانش و معلومات در حل مسائل روزانه و پرورش ذهن‌های خلاق و مبتکر است، نه محدود نمودن آن‌ها به حفظ تعریف‌ها و قضیه‌های خشک ریاضی. هندسه نیز به عنوان بخشی از ریاضی، می‌تواند سهم بهسزایی در تحقق این هدف‌های ارزنده داشته باشد.

کلیدواژه‌ها: هندسه، کاغذ و تا

	مرحله دوم: رویه‌ها
	مرحله سوم: لبه‌ها (یال‌ها = خط‌ها)
	مرحله آخر: نقطه‌ها

بودند. حتی دانشآموزی برای نشان دادن شکل هرم و استوانه با هم یا مخروط و استوانه با هم، دو طرف مداد خود را تراشیده بود. در واقع، این روش توانسته بود دانشآموزان را در تشخیص اشکال ترکیبی، توانمند سازد.

هرچند در آغاز کار، حفظ نظم و کنترل کلاس همراه با آموزش از این طریق کمی سخت بود، اما دانشآموزان به دلیل آشنایی با هنر اوریگامی، از این روش تدریس بسیار استقبال کردند و در نهایت، نتایج مشتبی در آزمون پایان فصل گرفته شد. بنابراین، بر آن شدم که این تجربه را در اختیار همکاران ریاضی خود قرار دهم تا با داشتن چند وسیله ساده و ارزان قیمت یا حتی بازیافتی و البته با حوصله زیاد، آموزش با کیفیتی ارائه دهیم.

کاغذ و تا (هنری برای معلم)

با تا کردن کاغذ به صورت‌های مختلف و ایجاد طرح‌های دلخواه، شکل‌های مختلف هندسی به دست می‌آید که می‌توان از آن‌ها، به منظور تدریس مفاهیم مختلف هندسی استفاده نمود. بهتر است تا کردن کاغذ را به عنوان هنری برای معلم و دانشآموز دانست که به وسیله آن، طرحی یا شکلی را که در نظر دارند، با تا کردن کاغذ، به صفحه کاغذ منتقل کنند و بدین وسیله، موجبات درک عمیق‌تر مفاهیم هندسی توسعه دانشآموزان را، فراهم نمایند.

استفاده از کاغذ به منظور تدریس هندسه، از پایه سوم در برخی از موارد ساده‌تر، از پایه دوم شروع می‌شود. شروع تدریس با وسایل کمک آموزشی و به شیوه‌ای فعال، بهویژه استفاده از کاغذ در تدریس هندسه، مهم و بالارزش است. البته شروع تدریس به صورت فعل، مشکل است، ولی پس از مدتی تجربه‌اندوزی و برنامه‌ریزی، این کار، بهتر جواب می‌دهد.

تجربه تدریس نویسنده نشان می‌دهد که بعضی از قواعدی که در تا کردن کاغذ باقی‌ستی مورد توجه قرار گیرید، به قرار زیرند:

۱. این فعالیت‌ها باقی‌ستی با دقت، ظرافت و حوصله انجام شود.

۲. صفحه کاغذ، باید صاف و مقاوم باشد تا زود پاره نشود.

۳. تاها، باقی‌ستی صاف و به وسیله ناخن فشرده شوند.

۴. رنگ، جنس و مقاومت کاغذ، باقی‌ستی متناسب با مورد انتخاب شده باشد.

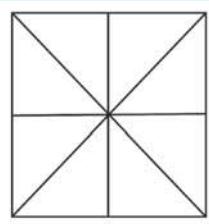
مدتها طول می‌کشید که یک دانشآموز، بتواند به درک این مفاهیم برسد. اما با در دست داشتن چند وسیله ساده و کمی حوصله و دقت، می‌توان این فصل از کتاب درسی را برای دانشآموزان تدریس کرد. زمانی که با همکاران هم رشته خود در خصوص تدریس این مبحث (حجم) صحبت می‌شود، به اتفاق می‌گفتند که «فرض تدریس خود را بر این مبنای گذاریم که دانشآموز پایه هفتم، به مفاهیم اولیه کاملاً مسلط و آگاه است. به همین جهت به توضیح کوتاه لفظی درباره مفاهیم اولیه اکتفا می‌کنیم و فرمول سطح جانبی و کلی را بیان کرده و منتظر حل مسائل توسط دانشآموزان می‌شویم.» حال آنکه واقعیت غیر از این است و به وضوح دیده می‌شود که دانشآموزان متوسط و ضعیف، اطلاع درستی از مطالب اولیه نداشته و کاملاً با توضیح معلم، سردرگم می‌شوند.

با توجه به تحقیقی که توسط اینجانب در دانشگاه شهید بهشتی صورت پذیرفت، این نتیجه حاصل شد که برای تدریس این مبحث، زمان زیادی باید صرف شود تا دانشآموز پایه هفتم، با سردرگمی به پایه بعدی نرود. به همین دلیل با مطالعه بر روی این مبحث، متوجه شدم که دست‌سازه برای دانشآموز، یکی از بهترین روش‌ها برای ارتقای یادگیری وی است. هرچند این کار بسیار سخت و زمان بر باشد، اما باعث می‌شود که حتی دانشآموز ضعیف کلاس نیز، با حوصله و علاقه بیشتری، علاقه‌مند به یادگیری این مبحث شود. در این روش تدریس، دانشآموز در گیر موضوع شده و نقشی فعال دارد، اما برای شروع این کار، صبوری لازمه جذابیت کلاس خواهد بود.

زمانی که موضوع دست‌سازه را برای همکاران خود مطرح کردم، آن‌ها به دلیل ترس از شکست تدریس و نیز به بهانه شلوغ بون کلاس‌ها یا کم‌حوصلگی خودشان، و از همه مهم‌تر، ترس از رها کردن روش تدریس سنتی خود، از دانشآموزان خواسته بودند که اشکال را درست کرده و به کلاس درس بیاورند، سپس مفاهیم اولیه را روی این شکل‌ها بیان کرده بودند و البته، به این امر، نمره‌ای نیز اختصاص داده بودند. به همین جهت اغلب دانشآموزان، اشکال ساخته شده توسط والدین با اشخاص دیگر را به کلاس می‌آورند و اینکه کدام قسمت از شکل ساخته شده مربوط به مفاهیم اصلی است را، حفظ کرده بودند.

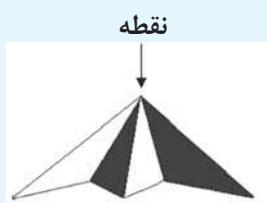
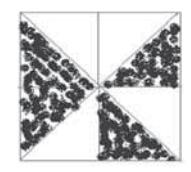
اما من با روش تا کردن کاغذ سرکلاس و تهیه اشکال هندسی توسط خود دانشآموزان در حضور معلم و دوستان خود، توانستم که به شکل‌گیری این مفهوم در ذهن دانشآموزان کمک کنم. به علاوه، دید آن‌ها نسبت به اطرافشان بازتر شد، زیرا بعد از ساخت اشکال و معرفی سطوح مختلف شکل توسط خودشان، از آن‌ها خواسته شد که هر جا شبیه این اشکال را در منزل یا مدرسه دیدند، معرفی کنند و در صورت امکان، به کلاس بیاورند و به هم کلاسی‌های خود، نشان دهند. این روش به قدری برای دانشآموزان پایه هفتم جذاب بود که حتی بعد از چندین جلسه که از تدریس مبحث حجم گذشته بود، هنوز، لوازمی را که با آن‌ها اشکال هندسی ساخته بودند برای دوستان خود می‌آورند و نشان می‌دادند؛ وسایلی مانند جعبه دستمال کاغذی و سرپیشه عطر که هر کدام شبیه مکعب مستطیل، مکعب مربع یا هرم، کره و نظایر آن

- صفحه کاغذ را مجدداً باز کنید و خط تا را با مداد، پر رنگ کنید.



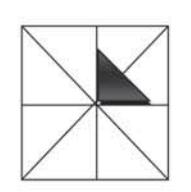
خطوط موازی

خطوط متقطع



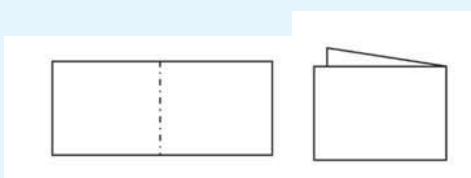
محل برخورد خطها

خطوط عمود برهم



تائید بر خطوط موازی

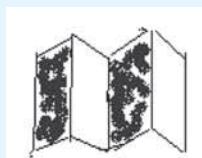
یک ورق کاغذ دیگر آماده کنید و آن را از درازا و درست از وسط، تا کنید



- مجدداً همان ضلع را از وسط تا کنید.



- صفحه کاغذ را کاملاً باز کنید.



- با نوک انگشت، محل تاها را فشار دهید تا خط
بیفتدند.

- کاغذ را مجدداً تا کنید و خطوط موازی دیگری
به دست آورید.

منابع
مبینی، محدثقی. (۱۳۶۹) روش تدریس هندسه، ناشر، صص.
۳۵۸-۳۴۲

۵. برای سهولت کار و نتیجه‌گیری از فعالیت‌ها، بهتر است قطع کاغذ مستطیل و به ابعاد (۱۲×۲۴) باشد.

۶. در زمان تدریس، تمام دانش‌آموزان یا هر گروه از آن‌ها، وسایل کار را در اختیار داشته باشند.

۷. دستورها و توضیحات معلم، باید ساده و روان باشد تا دانش‌آموزان، از عهده فهم و اجرای آن برآیند و بتوانند به پرسش‌ها پاسخ دهند.

با هنر تا کردن کاغذ، می‌توان موارد زیر را تدریس کرد:

۱. معرفی خط - خط‌های متقطع و موازی - نقطه

۲. تهیه شکل‌های مختلف هندسی

۳. طرز ساختن مکعب

۴. استفاده از الگو برای ساختن برخی از حجم‌ها

۵. تدریس کسر و برخی از مفاهیم آن با تا کردن کاغذ

۶. قرینه‌سازی (تقارن)

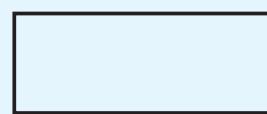
۷. ساختن برخی از اسباب‌بازی‌ها مانند پرنده و قورباغه.

برای مثال، یک نمونه از روش تدریس خود را در اینجا ذکر می‌کنم که با دانش‌آموزان، در کلاس هندسه انجام دادیم و نتیجه خیلی خوبی داشت.

معرفی خط - خط‌های موازی و متقطع - نقطه

فعالیت‌های یادگیری:

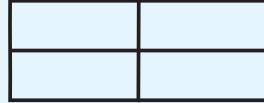
(کنترل وسیله)



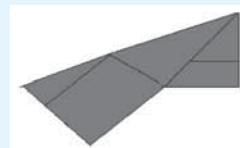
- ورقه‌ای کاغذ را آماده کنید و آن را با دفت
یکبار از طول و یکبار از عرض تا کنید.



- ورق کاغذ را باز کنید و خطها را با خط‌کش و
مداد، پررنگ کنید.



- این بار کاغذ را از رأس (گوش‌ها)، تا کنید.





هزاران سؤال

شنبه آن

فاطمه فرجیان بور



به حل کردن سؤالی در ارتباط با آن مفهوم و خودش بدون اینکه از دانشآموزان کمک بگیرد، آن سؤال را حل می‌کرد و توضیح می‌داد و با صدای بلند اعلام می‌کرد که «آیا یاد گرفتید؟» من همیشه این سؤال را در ذهن داشتم و زیر لب زمزمه می‌کردم که «یاد گرفتن یعنی چی؟» و تصوری که از یاد گرفتن داشتم این بود که وقتی توانستم سؤالی مشابه سؤالی را که معلم پای تخته توضیح داده بود حل کنم، یعنی من یاد گرفته‌ام. وقتی توانستم تعریف‌های مفاهیم را از حفظ بگویم، یعنی یاد گرفته‌ام. در آن موقعیت، یکی از ضعف‌های بزرگی که دانشآموزان داشتند، این بود که در یک موقعیت ناشناخته نمی‌توانستند چه کار باید کنند و سردرگرم و پریشان و درمانده، فقط نظاره‌گر آن موقعیت بودند. چون بلد نبودند چطور از دانش خود در این موقعیت استفاده کنند و انگار که تمام آن دانش، فقط پاسخ‌گویی موقعیتی بود که معلم آن را قبل از کلاس ترسیم کرده بود. در چنین آموزشی، من به عنوان دانشآموز کلاس به حساب آورده نمی‌شدم و فکر و تفکر من به عنوان دانشآموز آن کلاس، جایگاهی در آن نداشت. من فقط گیرنده اطلاعاتی بودم که از طرف معلم بیان می‌شد. ارزشیابی که توسط معلم صورت می‌گرفت، بعد از یادگیری رخ می‌داد و مفاهیمی که سر کلاس آن‌ها را همراه معلم تکرار کردیم و هزاران سؤال شنبه آن سؤالی که معلم سر کلاس حل کرده بود دیده بودیم و گروهی به جواب آن رسیده بودیم، ولی باز آن سؤال‌ها در ارزشیابی مطرح می‌شد که «به یادگیری در حد تسلط برسیم». الان بعد از سال‌ها که از دوران تحصیل در مدرسه‌ام می‌گذرد، تأثیرات این آموزش را بر زندگی خود احساس می‌کنم اینکه باز هم در موقعیت‌های ناشناخته، اعتماد به نفس خود را از دست می‌دهم و قادر به حل کردن مسئله‌ها در این موقعیت‌ها نیستم.

من به عنوان یک دانشآموز نظاره‌گر آموزشی هستم که حاکم بر کلاس درس است و این آموزش، نشأت گرفته از روان‌شناسی یادگیری رفتاری است. کلاس درسی که من در آموزش دیدهام، خلاقیت و تفکر در آن جایگاهی نداشت و من به عنوان دانشآموز، گیرنده دانشی بودم که از طرف معلم بیان می‌شد و دانش به من منتقل می‌شد! در این کلاس درس، معلم به عنوان «دانای کل» که همیشه بیشتر از ما بد هست و همه سؤالات را می‌تواند حل کند، مطرح بوده است و هنگامی که سؤالی در کلاس مطرح می‌شد، در واقع این سؤال در قالب فعالیت بیان می‌شد. این فعالیتی که از سوی معلم طرح شده بود با هیچ کدام از تجربه‌های دانشآموزان کلاس همچنانی نداشت و هم کلاسی‌های من، هیچ حسی نسبت به آن فعالیت نداشتند و نمی‌توانستند با آن رابطه برقرار کنند. در چنین وضعیتی فکر کردن و بیان نظر در ارتباط با آن فعالیت چه معنی می‌توانست داشته باشد؟ در آن جمع دانشآموزان، چند تابی می‌توانستند نظری در ارتباط با این سؤال بیان کنند، به خاطر این بود که قبلاً این سؤال را در کتاب‌های کمکدرسی دیده بودند و کمتر کسی پیدا می‌شد که می‌توانست فکر کند و تحلیل کند. ما به عنوان دانشآموز آن کلاس وقتی قرار بود معلم مفهومی را درس بدهد همه ساكت می‌شدند و شروع می‌کردند به جزوی نوشتن و تمام دانشآموزان سعی می‌کردند با بغل دستی حرف نزنند، چون که اگر حرف می‌زدند، ممکن بود جمله‌ای را معلم بگوید و ما فرست نکنیم آن را کپی کنیم. بیان مفاهیم معمولاً با یک تعریف آغاز می‌شد و چند تا ویژگی، که ما آن‌ها را حفظ می‌کردیم تا توانیم جلسه بعد، آن مفاهیم را برای معلم بازگو کنیم. هر کس می‌توانست آن تعریف را از حفظ بگوید، یعنی یادگیری رخ داده بود و معلم با خیال راحت شروع می‌کرد



افسانه مرادعلیزاده

کارشناسی ارشد آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان و
مدرس خانه ریاضیات کرمان

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

منتخبان دریافت جوایز

فیلیکس کلاین و هانس فروتنال

۱۵۰ سال

این حوزه و همچینی به احترام اینکه کلاین اولین رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال‌های تا ۱۹۰۸ تا ۱۹۲۰ بود دایر شد. جایزه هانس فروتنال به پاس انبوهی از پژوهش‌های مربوط به حوزه آموزش ریاضی و اینکه وی هشتادمین رئیس این کمیسیون در سال‌های ۱۹۶۷ تا ۱۹۷۰ بود، تعیین شد. هر یک از این جوایز، شامل یک مдал و یک گواهینامه است که در کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی، به فرد مورد نظر، اعطای می‌شود. همچنین، از برنده‌گان این جوایز در خواست می‌شود تا یک سخنرانی ویژه در کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی ارائه هند. اعضای کمیته جوایز^۱ (AC) متشكل از شش نفر است که توسط رئیس کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی و طی مشورت با کمیته اجرایی و پژوهشگران دیگر در این حوزه منصوب می‌شوند.

کلیدوازه‌ها: فیلیکس کلاین، هانس فروتنال،
کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی

دریافت کنندگان مدارهای فیلیکس کلاین و هانس فروتنال در بین سال‌های ۲۰۱۵ تا ۲۰۰۳ بدین شرح است.

سال	فیلیکس کلاین	هانس فروتنال
۲۰۰۳	گای بوراسا ^{۱۰}	سیلیا هویلز ^{۱۱}
۲۰۰۵	پاول کاب ^{۱۲}	اوپیراتان دی آمبروسیو ^{۱۳}
۲۰۰۷	جرمی کیل پاتریک ^{۱۴}	آنا اسفاراد ^{۱۵}
۲۰۰۹	گیلا لدر ^{۱۶}	ایوز چیوالارد ^{۱۷}
۲۰۱۱	آن اچ شونفیلد ^{۱۸}	لویس رادفورد ^{۱۹}
۲۰۱۳	میشل آرتیگ ^{۲۰}	فردریک لوونگ ^{۲۱}

اشاره

اتحادیه بین‌المللی ریاضی^۱ (IMU) یک سازمان علمی غیردولتی و غیرانتفاعی بین‌المللی است که با هدف اصلی ترویج همکاری‌های بین‌المللی در ریاضیات، فعالیت می‌کند. زیر هدفهای این اتحادیه، شامل موارد زیر است:

الف. گسترش همکاری‌های بین‌المللی در ریاضی؛
ب. حمایت و کمک به کنگره بین‌المللی ریاضی و سایر فعالیت‌ها و کنفرانس‌های علمی؛

پ. تشویق و حمایت از دیگر فعالیت‌های مطرح شده بین‌المللی ریاضی که به احتمال زیاد، به توسعه علوم ریاضی در هر یک از جنبه‌های محض^۲، کاربردی^۳ و آموزشی، کمک شود.

کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی^۴ (ICMI) در برگزاری چهارمین کنگره بین‌المللی ریاضیدانان^۵ (ICM) در ۱۹۰۸ در رم، آغاز به کار کرد و برای حمایت گستردگی از منافع ریاضی‌دانان، در آموزش مدرسه‌ای هم فعالیت می‌کند. پس از وقفه در فعالیت‌ها در نزدیکی جنگ جهانی دوم، مجدداً کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال ۱۹۵۲ بازگشای شد و زمانی که جامعه بین‌المللی ریاضیات در حال تجدید سازماندهی بود، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی به کمیسیونی از اتحادیه بین‌المللی ریاضیات، تبدیل شد و در ادامه فعالیت‌های خود، در مجمع عمومی و در جریان نشست‌ها، کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی^۶ (ICME) که هر چهار سال یکبار برگزار می‌شود، ایجاد شد.

در ادامه فعالیت‌ها، کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی در سال ۲۰۰۰، برای به رسمیت شناختن دستاوردهای بر جاسته در تحقیقات آموزش ریاضی، تصمیم گرفت دو جایزه فیلیکس کلاین^۷ و هانس فروتنال^۸ را تأسیس کند. جایزه فیلیکس کلاین^۹ کلاین، به پاس گرامی داشتن فعالیت‌های مستمر و دستاوردهای بر جاسته ایشان در

بیشاب از سال ۱۹۷۰، در مجله مطالعات آموزشی در ریاضی^{۲۷} در کنار هانس فروتنال، به عنوان سردبیر دوم فعالیت خود را آغاز کرد. اولین فعالیت او به عنوان سردبیری در سال ۱۹۷۹، با دهمین جلد از این مجله شروع و آخرين آن با جلد ۲۰ از این مجله در سال ۱۹۸۹، به پایان رسید. پس از تأسیس شرکت انتشاراتی کلور کتابخانه و پخش آموزش ریاضی آن به عنوان سردبیر این سری انتخاب شد. او سال‌ها در تولید دانشنامه‌های مختلف آموزش ریاضی، نقش بر جسته‌های هم به عنوان نویسنده و هم سرویراستار ایفا نموده است.

آلن بیشاب در سال ۱۹۶۱، مدرک کارشناسی خود را در رشته ریاضیات و علوم از دانشگاه ساوت همپتون، اخذ نمود و به دنبال آن در سال ۱۹۶۲ در دانشگاه لافبورو، گواهی علمی خود را دریافت کرد. او مدرک کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه هاروارد در رشته تعلیم و تربیت در سال ۱۹۶۴ نمود و پس از بازگشت به بریتانیا، درجه دکتری خود را در سال ۱۹۶۹ از دانشگاه هال دریافت کرد. او سال‌های زیادی را در پخش آموزش دانشگاه کمبریج گذراند و ۲۳ سال در بریتانیا فعالیت علمی کرد. سپس در سال ۱۹۹۲، به دانشگاه موناش در استرالیا تغییر مکان داد و در آنجا، به عنوان استاد تمام آموزش ریاضی، فعالیت‌های خود را ادامه داد. او ۵ سال به عنوان مدیر گروه ریاضی دانشکده علوم و تکنولوژی آموزشی فعالیت نمود. در ۲۰۰۲ به عنوان استاد بازنشسته موناش کار خود را به پایان رساند.

آلن بیشاب دارای سابقه طولانی در مشاوره علمی و مشوق معلمان ریاضی در انجام و استفاده از پژوهش در فعالیت‌های تدریس است. در اوایل سال ۱۹۷۰، از طریق انجمن معلمان ریاضی انگلستان (ATM)، کار خود را آغاز کرد و به صورت تمام وقت برنامه آموزش ریاضی را در کمبریج اجرا و بر تعداد زیادی از دانشجویان دکتری در بریتانیا و حتی خارج از بریتانیا، نظرت داشت.

آلن بیشاب به مدت طولانی، به عنوان رئیس حامیان آموزش ریاضی در سرتاسر جهان، سخنران در کنفرانس‌ها و کارگاه‌ها، اجرای پروژه‌های تحقیقاتی و توسعه آن‌ها، و تأمین اجرای پروژه‌های تحقیقاتی و توسعه آن‌ها، ارائه خدمت به عنوان مشاور، اجرای پروژه ارزیابی و نقش‌های متعدد و متنوع دیگر ایفای نقش کرد. بیان این نکته قابل تأمل است که تعداد کمی از محققان هستند که می‌توانند مشخص کنند کدام پژوهش و کدام شیوه، می‌تواند آموزش ریاضی را بهبود بخشد و بین راهکارهای اصیل و غیراصیل، تمایز قائل شوند که بیشاب، یکی از این‌هاست.

در طول سال‌های اقامت در کمبریج، در انجمن معلمان ریاضی و در جامعه بریتانیا برای پژوهش راجع به چگونگی یادگیری ریاضی، فعال بود. او به عنوان رئیس، عضو شورای انجمن ریاضی، عضو مؤسس انجمن تحقیقات آموزشی بریتانیا، عضو انجمن سلطنتی کمیته آموزش ریاضیات و نماینده ملی انگلستان در کمیسیون

لازم به ذکر است که در مورد جوایز فیلیکس کلاین و هانس فروتنال توضیحاتی در مورد این جوایز در مجلات رشد آموزش ریاضی شماره ۹۳، ۸۰ و ۱۱۷، ۱۱۰ را ارائه شده است (به منابع مراجعه کنید).

دریافت کنندگان مدارک ایجاد کلاین و هانس فروتنال برای سال ۱۵، افراد زیر هستند که در سیزدهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی که از ۳۱ تا ۳۱ جولای در شهر هامبورگ آلمان برگزار می‌شود، به آنها اهدا خواهد شد.

● آلن بیشاب^{۲۸}، از دانشگاه موناش استرالیا^{۲۹} برنده جایزه مدارک فیلیکس کلاین برای کسب دستاوردهای مهم و بر جسته و مداوم در طول زندگی.

● جیل آدلر^{۳۰}، دانشگاه ویتا و ترزرند زوهانسبرگ^{۳۱}، آفریقای جنوبی، برنده مدارک هانس فروتنال برای انجام طرح‌ها و برنامه‌های بزرگ پژوهشی.

جوایز فیلیکس کلاین

کمیته جوایز ICMI، با افتخار اعلام می‌کند که مدارک فیلیکس کلاین برای سال ۱۵، به آلن بیشاب، از دانشگاه موناش استرالیا^{۳۲} اعطام شود.

آلن بیشاب، استاد بازنشسته دانشگاه موناش استرالیاست که به پاس چهل و پنج سال دستاوردهای خود را در تحقیقات آموزش ریاضی و رشد و توسعه علمی، برنده جایزه فیلیکس کلاین در سال ۲۰۱۵ شده است.



آلن بیشاب، استاد بازنشسته دانشگاه موناش استرالیاست که به پاس چهل و پنج سال دستاوردهای خود را در تحقیقات آموزش ریاضی و رشد و توسعه علمی، برنده جایزه فیلیکس کلاین در سال ۲۰۱۵ شده است. او لین پژوهش‌های ایشان مربوط به حوزه توانایی و تجسم فضایی دانش آموزان است که طی یک دوره مطالعاتی در سال ۱۹۷۷، در پایان‌گینی (گینه نو) صورت پذیرفت و موضوع فرهنگ و آموزش ریاضی را با دقیقی بالا، مورد مطالعه قرار داد. بحث اصلی بیشاب این بود که فرهنگ پروری، با تحمیل یک فرهنگ بر دانش آموزان، متفاوت است. کتاب بعدی او در همین زمینه در سال ۱۹۸۸ منتشر شد که در آن، مفهوم ریاضی به عنوان یک محصول فرهنگی و ارزش‌های فرهنگی به تفصیل بیان شده است. تکامل تدریجی این مفهوم، در کنگره‌های بین‌المللی آموزش ریاضی توسعه یافت. آلن بیشاب از ابعاد سیاسی، فرهنگی و اجتماعی، ریاضی را ابزاری جهت توسعه و پیشرفت اجتماعی و فردی می‌داند.

تلاش‌هایی برای ایجاد امید، پایداری و افزایش روحیه‌های پژوهشگرانه در حوزه پژوهش آموزش ریاضی در آفریقای جنوبی باعث شد که جیل آدلر، کاندیدای دریافت مdal هانس فروتنال در سال ۲۰۱۵ شود

تحقیقات آدلر از کلاس‌های درس چند زبانه در طول یک دوره در آفریقای جنوبی، نشان‌دهنده کمک به کاهش تنش‌ها و مشکلات در آموزش و یادگیری ریاضی در کلاس‌های درسی است که در آن، زبان آموزش و تدریس، با زبان معلمان و دانش آموزان متفاوت است. او در کتاب خود که در سال ۲۰۰۱ برای تدریس ریاضی در کلاس‌های درسی چند زبانه نوشت، بنیان‌های نظری قوی را که سبب پیشبرد در ک و فهم رابطه بین زبان و ریاضیات در کلاس درس می‌شود، نشان داد. از سال ۱۹۹۶ به بعد، آدلر چند پروژه در مقیاس بزرگ، در زمینه توسعه حرفاهای معلمان اجرا کرد که یکی از جدیدترین آن‌ها، در سال ۲۰۰۹ است که با هدف توسعه بیشتر تدریس ریاضی در سطح متوسطه، اجرا شده است.

پیشرفت تحقیقات و توسعه پژوهش‌های مرتبط با تلاش‌های بی‌شمار آدلر برای بهبود تدریس ریاضی در دوران آپارتايد در آفریقای جنوبی، منجر به اهدای چندین جایزه ملی و بین‌المللی به وی شده است.

تلاش‌هایی برای ایجاد امید، پایداری و افزایش روحیه‌های پژوهشگرانه در حوزه پژوهش آموزش ریاضی در آفریقای جنوبی باعث شد که جیل آدلر، کاندیدای دریافت مدال هانس فروتنال در سال ۲۰۱۵ شود.

جیل آدلر، در ژوهانسburG متولد شد، کارشناسی خود را در رشته ریاضی و روان‌شناسی در سال ۱۹۷۲ از دانشگاه ویتاوتزرند دریافت نمود و به مدت سه سال در مدرسه به اصلاح رنگین پوستان در کیپ تاون، به تدریس ریاضیات دوره متوسطه پرداخت که از آن، به عنوان تجربه‌ای که سبب تقویت هرچه بیشتر نگرانی‌ها در مورد نابرابری‌های آموزشی در بین رنگین‌پوستان می‌شود، یاد می‌کند. در ادامه، همین نگرانی منجر به شکل‌گیری روند آموزشی، پژوهشی و کاری آدلر شد. در این بازه زمانی، ده سال صرف یادگیری ریاضیات خارج از مدرسه برای بزرگسالان و جوانان در رژیم آپارتايد آفریقای جنوبی شد.

در سال ۱۹۸۵، او درجه کارشناسی ارشد خود را از دانشگاه ویتاوتزرند اخذ کرد. چهار سال بعد، به عنوان مدرس در همان دانشگاه، شروع به تدریس کرد. اندکی بعد از شروع پژوهش دوره دکتری، در سال ۱۹۹۶ در دانشگاه ویتاوتزرند، بارسلهای تحت عنوان «دانش معلمان متوسطه از پویایی آموزش و یادگیری ریاضی در کلاس‌های درس چند زبانه»، فارغ‌التحصیل شد. در سال ۲۰۰۲، استاد تمام آموزش ریاضی شد و در سال ۲۰۰۹، جایزه معتبر آموزش ریاضی را در آفریقای جنوبی، دریافت کرد و از سال ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۴،

بین‌المللی تدریس ریاضی، مشاور سازمان‌های دولتی و سیاست‌های مربوط به آموزش ریاضیات، حضوری فعال داشته است. بیش از پنج سال در پژوهش‌های مربوط به مؤلفه اصلی آموزش ریاضی برای معلمان ریاضی به عنوان همکار و مدیر پژوهه، همکاری کرد. همچنین در گروه‌های تحقیقاتی بین‌المللی و گروه بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی، از ایشان به عنوان عضو فعال دعوت به عمل می‌آمد. در طول سال‌ها در استرالیا، او در بسیاری از کمیسیون‌ها، کمیته‌ها، هیئت‌ها و میزگردها حضور داشته است. همکاری در پژوهه موزامبیک، انتساب کمیته دانشگاه‌های کشورهای مشترک‌المنافع، شورای استرالیا برای پژوهش‌های آموزشی، نمونه‌هایی از فعالیت‌های او به شمار می‌آیند.

آلن بیش از ۱۵ سال رکورددار یک عمر دستاورد در تحقیقات آموزش ریاضی دانست. این رکوردها در کتاب اشپرینگر در سال ۲۰۰۸، به وسیله همکاران و دانشجویان بیش از ۱۵۰۰۰ کشورهای تلاش‌ها و خدمات‌های زیاد وی منتشر شده است و به بعضی مسائل مهم در آموزش ریاضی شامل کمک‌ها و همکاری‌های اصلی آلن بیش از ۱۵ سال پرداخته است. از این‌رو از آلن بیش از ۱۵ سال بیش از ۱۵ سال، به عنوان یک دانشمند عالی و محققی که حوزه آموزش ریاضی را نه تنها در طول عمر خود، بلکه بیش از آن و نه تنها در انگلستان و استرالیا (کشورهایی که او آن‌ها را خانه می‌نامد)، بلکه در سطح بین‌المللی، شکل داده است.

جایزه هانس فروتنال

جایزه هانس فروتنال در سال ۲۰۱۵، به جیل آدلر، استاد دانشگاه ویتاوتزرند شهر ژوهانسburG آفریقای جنوبی، اعطا می‌شود.



برنامه تحقیقاتی آدلر را می‌توان در بهبود آموزش و یادگیری ریاضی در آفریقای جنوبی - از سال ۱۹۹۰ تا حال، دانست. انجام پژوهش‌های اجتماعی و فرهنگی در مورد تدریس ریاضیات در کلاس‌های درسی چند زبانه از طریق توجه بر مسائل مربوط به دانش ریاضی برای تدریس و توسعه حرفاهای معلمان ریاضی، از جمله کارهای ارزشمند وی در حوزه آموزش ریاضی است.

6. International Congresses on Mathematical Education: ICME
 7. Felix Klein
 8. Hans Freudenthal
 9. Awards Committee
 10. Guy Brousseau
 11. Celia Hoyles
 12. Ubiratan D'Ambrosio
 13. Paul Cobb
 14. Jeremy Kilpatrick
 15. Anna Sfard
 16. Gilah Leder
 17. Yves Chevallard
 18. Alan H. Schoenfeld
 19. Luis Radford
 20. Michèle Artigue
 21. Frederick koon shing Leung
 22. Alan J. Bishop
 23. Monash Australia
 24. Jill Adler
 25. Witwatersrand Johannesburg
 26. Mathematical Enculturation
 27. Educational Studies in Mathematics

منابع

۱. ریفع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۱). گزارش: دوازدهمین کنگره بین المللی آموزش ریاضی. رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۱۰. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش، صص ۵۶-۵۹.
 ۲. رضائی، مانی. (۱۳۸۷). مدار هائس فروندتال و مدار فیلیکس کلابین در سال ۲۰۰۷. رشد آموزش ریاضی. شماره ۹۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش، ص ۶۱.
 ۳. گویا، زهرا. (۱۳۸۴). دهمین کنگره بین المللی آموزش ریاضی. رشد آموزش ریاضی. شماره ۸۰. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
 ۴. نیکورز، بهناء. (۱۳۹۱). مدار آوران حوزه ریاضی. رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۱۰. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۵۶-۸۹.
 ۵. مرادعلیزاده، افسانه. (۱۳۹۱). بندگان جایزه های ICMI در سال ۲۰۱۳. رشد آموزش ریاضی. شماره ۱۱۷. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش. صص ۶۰-۶۲.

به صورت پاره وقت به عنوان استاد آموزش ریاضی دانشگاه کینگز در لندن، به فعالیت پرداخت.

جیل آدلر، یکی از اولین و در حال حاضر یکی از دو پژوهشگر آموزشی آفریقای جنوبی است که از بنیاد تحقیقات ملی آفریقای جنوبی، نشان A به وی اعطای شده است. این نشان به محققانی که به صراحت، به عنوان محققان پیشگام بین المللی در حوزه مربوطه برای انجام تحقیقات با کیفیت بالا و تأثیرات یافته های آن پژوهش ها بر بهبود جامعه آموزشی به رسمیت شناخته می شوند، انتخاب شد.

کمکهای جیل آدلر باعث توسعه پژوهش‌های صورت گرفته در این حوزه شده و ریاست وی بر انجمن‌های حرفه‌ای ملی و بین‌المللی، باعث شهرت هر چه بیشتر آدلر شد، به عنوان مثال، بین سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۹، آدلر معاون کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی بود، در طول این مدت مسئول راهاندازی اولین کنفرانس منطقه‌ای در آفریقای جنوبی شد و در نهایت، کمک قابل توجهی به مشارکت کشورهای آفریقایی در این کمیسیون کرده و یکی از فعالان توسعه پژوهش آموزش ریاضی در منطقه بوده است. بین سال‌های ۱۹۹۴ و ۱۹۹۸، آدلر عضو منتخب کمیته بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی و رئیس این گروه در سال ۱۹۹۸ شد. علاوه بر نقش کلیدی او در ریاست چند کمیته ملی، آدلر عضو آکادمی علمی آفریقای جنوبی است.

یکی از نشانه‌های جایگاه استثنایی او در کمیته‌های بین‌المللی، تعداد دعوتنامه‌هایی است که به او، برای رائی سخنرانی به عنوان سخنران اصلی ارسال شده است که یکی از آن‌ها، کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانان در سال ۲۰۱۵ هند است.

در سال ۲۰۰۴، در دهمین کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی در دانمارک او به عنوان رئیس تیم بررسی پژوهش‌های بین‌المللی در حوزه آموزش معلمان ریاضی دعوت به همکاری شد و در نهایت، می‌توان به این نکته نیز اشاره کرد که از ورود او به دانشگاه از سال ۱۹۸۹ جیل آدلر بیش از ۱۲۵ مقاله به چاپ رسانده که همه این‌ها، نشان‌دهنده کیفیت بالای نتایج علمی تحقیقات وی و تمرکز اصلی او بر اجرای فعالیت‌های پژوهشی است.

نوهات

1. International Mathematical Union: IMU
 2. Pure
 3. Applied
 4. International Commission on Mathematical Instruction: ICMI
 5. International Congress of Mathematicians: ICM

نامه‌های رسیده



با مجله‌های رشد آشنا شوید

مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماهنامه و نه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- **رشد کودک** برای دانش آموزان پیش‌دبستانی و پایه اول دوره آموزش ابتدایی
- **رشد شوآژون** برای دانش آموزان پایه‌های دوم و سوم دوره آموزش ابتدایی
- **رشد دانش آموز** برای دانش آموزان پایه‌های چهارم، پنجم و ششم دوره آموزش ابتدایی

مجله‌های دانش آموزی

به صورت ماهنامه و هشت شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- **رشد و جوان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول
- **رشد امتحان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه اول
- **رشد کودک** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم
- **رشد پرگان** برای دانش آموزان دوره آموزش متوسطه دوم

مجله‌های بزرگسال عمومی

(به صورت ماهنامه و هشت شماره در هر سال تحصیلی منتشر می‌شود):

- رشد آموزش ابتدایی ▪ رشد تکنولوژی آموزشی
- رشد مدرسه فردا ▪ رشد معلم

مجله‌های بزرگسال تخصصی:

به صورت فصلنامه و سه شماره در سال تحصیلی منتشر می‌شود:

- رشد آموزش قرآن و معارف اسلامی ▪ رشد آموزش زبان و ادب فارسی
- رشد آموزش هنر ▪ رشد آموزش مشاور مدرسه ▪ رشد آموزش تربیت بدنی
- رشد آموزش علوم اجتماعی ▪ رشد آموزش تاریخ ▪ رشد آموزش جغرافیا
- رشد آموزش زبان‌های خارجی ▪ رشد آموزش ریاضی ▪ رشد آموزش فیزیک
- رشد آموزش شیمی ▪ رشد آموزش زیست‌شناسی ▪ رشد مدیریت مدرسه
- رشد آموزش فنی و حرفه‌ای و کارداشی ▪ رشد آموزش پیش‌دبستانی

مجله‌های رشد عمومی و تخصصی، برای معلمان، مدیران، مریبان، مشاوران و کارکنان اجرایی مدارس، دانشجویان دانشگاه فرهنگیان و کارشناسان گروههای آموزشی و... تهیه و منتشر می‌شود.

- نشانی: تهران، خیابان ایرانشهر شمالی، ساختمان شماره ۴
- آموزش و پرورش، پلاک ۲۶۶
- تلفن و نامبر: ۰۲۱ - ۸۸۳۰ ۱۴۷۸
- وبگاه: www.roshdmag.ir

مجله رشد آموزش ریاضی با دریافت مقامات، روایت معلمان، دیدگاهها، نقد و بررسی کتاب از سوی خوانندگان گرامی، پریارتر خواهد شد. تا پایان دی ۱۳۹۴ نامه‌ها و مطالب دوستان زیر، به دست ما رسیده است. ضمن تشكر از همگی آن‌ها، منتظر دریافت نامه‌های شما هستیم!

تعداد ۲۲ مقاله، توسط معلمان محترم ریاضی، در رابطه با نقد و بررسی کتاب‌های درسی ریاضی تازه تأثیف به دفتر مجله رشد آموزش ریاضی ارسال شده. با توجه به این که مخاطبان اصلی این نقد و بررسی‌ها، مؤلفان و برنامه‌ریزان محترم هستند، بنابر تضمیم سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، تمام مقاله‌ها به گروه ریاضی دفتر تحقیق و توسعه آموزش ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تأثیف کتاب‌های درسی ارسال شد تا ز نظرات ارزنده معلمان در دوباره‌نگری، بازسازی و تأثیف کتاب‌های درسی، استفاده شود. اسامی این همکاران به ترتیب زیر است:

- ◆ عزيزه احمدی، از زنجان؛
- ◆ سیمین افزان، از تهران؛
- ◆ راهله جانی ایرندگان، از زاهدان؛
- ◆ سیدعلی حسینی ساجدی، از مشهد؛
- ◆ فرشته خادمی، از مشهد؛
- ◆ علی اکبر خسروی، از تهران؛
- ◆ نیر ساری خانی، از تهران؛
- ◆ مریم شاه‌محمدی، از تهران؛
- ◆ پروین صمدی، از تهران؛
- ◆ فریده طاهری، از تهران؛
- ◆ سید محمد مهدی علوی، از قیر و کازرون؛
- ◆ غلامرضا غیبی، از اهواز؛
- ◆ محمدعلی فرجی، از گراش استان فارس؛
- ◆ مراد کریمی شهراروندی، از شهرکرد؛
- ◆ فریده کمالی محمدزاده، از تهران؛
- ◆ حسین محمدیان، از سردشت؛
- ◆ حمید مسگرانی، از تهران؛
- ◆ مریم میریونسی، از تهران؛
- ◆ مرضیه نظری‌نیا، از تهران؛
- ◆ مهدی نورانی، از کرمان؛
- ◆ حامد یزدان‌نجالت، از امل؛
- ◆ سمیه یونسی خانقاہی، از بابل.

2. Editors' note:

by: Z. Gooya

4. Categorizing “Examples” for Teaching Mathematics Concepts

by A. Vashghani Farahani

11. A Review of Creativity with Emphasis on Mathematics

by: N. Yaftian

17. The Role of Secondary Mathematics Textbooks in “Konkour”

by A. Khassehkhan & Sh. Doosttalab Dilmaghani

23. Three Key Concepts in Elementary Math

Trans. by: M. H. Ghasemi

32. In The Memory of “Mirza Jalili”

by J. Hajibabaie

46. Theachers' Narrative

by: M. A. Payandan

48. Trace of Mathematics in Music

by: J. Saeedian & M. Shabrang Moridani

55. Paper Folding: An Art for Math Teacher

by Z. Afsharpour

58. Viewpoint

by F. Farajianpour

59. F. Klein & H. Freudenthal's Awardeese in 2015

by A. Moradalizadehi

63. Letters

Managing Editor: Mohammad Naseri

Editor: Zahra Gooya

Executive Director: Pari Hajikhani

Editorial Board:

Sayyed Hasan Alalomhodaei, Hamidreza Amiri,
Esmail Babolian, Mohammad Reza Fadaie, Soheila
Gholamazad, Mehdi Radjabalipour, Mani Rezaie,
Shiva Zamani, Bijan Zangeneh.

Graphic Designer: Mehdi Karimkhani

www.roshdmag.ir

e-mail: riyazi@roshdmag.ir

P. O. Box: Tehran 15875 - 6585



اقتصاد مقاومتی؛ اقدام و عمل

رشد

نحوه اشتراک:

پس از واریز مبلغ اشتراک به شماره حساب ۳۹۶۲۰۰۰ بانک تجارت،

شعبه سهراب آزمایش کد ۳۹۵ در وجه شرکت افست، به دو روش زیر،

مشترک مجله شوید:

۱. مراجعه به وبگاه مجلات رشد به نشانی: www.roshdmag.ir و تکمیل برگه

اشتراک به همراه ثبت مشخصات فیش واریزی:

۲. ارسال اصل فیش بانکی به همراه برگ تکمیل شده اشتراک با پست سفارشی

یا از طریق دورنگار به شماره ۰۶۵۷۷۳۳۶۵۷۷. لطفاً کمی فیش را نزد خود نگه دارید.

◆ عنوان مجلات در خواستی:

◆ نام و نام خانوادگی:

◆ تاریخ تولد: میزان تحصیلات:

◆ تلفن:

◆ نشانی کامل پستی: شهرستان:

استان: خیابان:

پلاک:

شماره پستی:

شماره فیش بانکی:

مبلغ پرداختی:

◆ اگر قبلاً مشترک مجله رشد بوده اید، شماره اشتراک خود را بتویسید:

امضا:

• نشانی: تهران، صندوق پستی امور مشترکین: ۱۱۱۵۵/۴۹۷۹

• تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۷۷۳۳۶۶۵۶

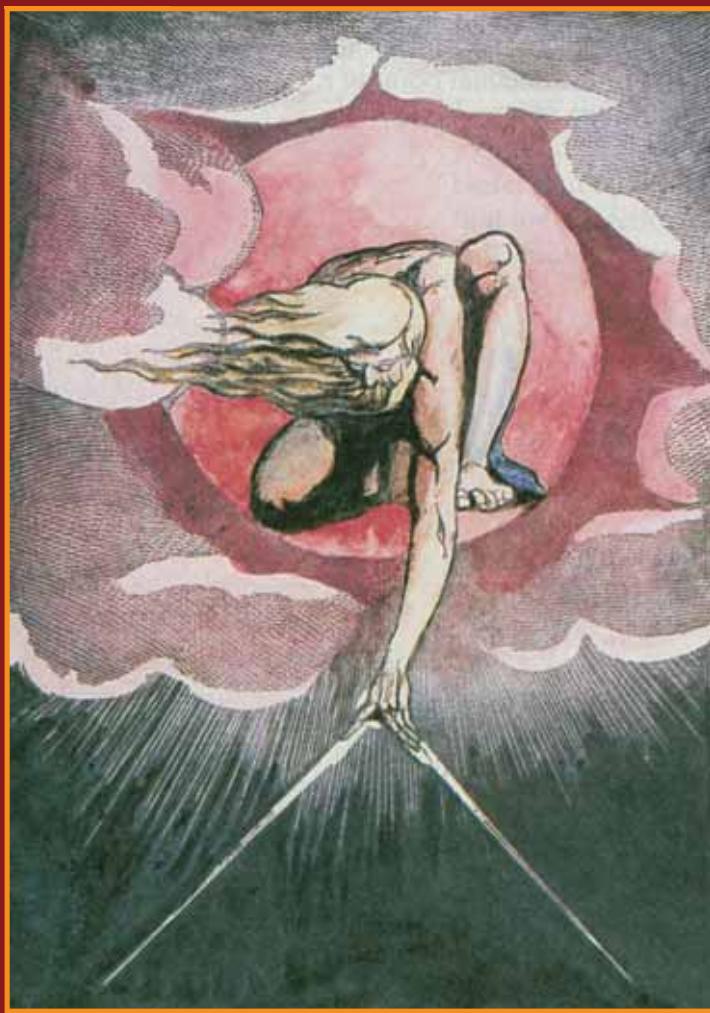
Email: Eshterak@roshdmag.ir •

◆ هزینه اشتراک سالانه مجلات عمومی رشد (هشت شماره): ۳۵۰,۰۰۰ ریال

◆ هزینه اشتراک سالانه مجلات تخصصی رشد (سه شماره): ۲۰۰,۰۰۰ ریال

انسان همیشه در قلاشی برای آنکه از گیری بینها پیش بوده است

خالق اثر: ویلیام بلیک
۱۷۹۴



۲۵ آذر روز پژوهش

حضرت علی (ع)

کنجالیان هر ظرفی سا آنجه در آن بیند. نگ من شود به
جز ظرف داشش که [هر چه در آن بیند] گسترش می‌یابد





www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)