



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

<https://t.me/riazisara>



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



همه‌هنگی کلاس خصوصی آنلاین ریاضی ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲

فصل ۱: محاسبات جبری

توان و ادیکال

۱. اگر $\left(\frac{1}{p}\right)^{-\frac{4}{3}} = A = \sqrt[5]{4^3 \sqrt{16}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{3}(2A)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

۰/۲۵ (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴)

۲. اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۸)

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳. حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16}^{-\frac{3}{4}}}$ کدام است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۶۰۳)

۱۶ $\sqrt{2}$ (۱) ۱۶ $\sqrt[3]{2}$ (۲) ۸ $\sqrt{2}$ (۳) ۸ $\sqrt[3]{2}$ (۴)

۴. حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{3\sqrt{27} \times 3^3}}{\sqrt[3]{3^3 \times 81}^{-\frac{3}{4}}}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۶۰۳)

۲۷ (۱) ۸۱ (۲) ۲۷ $\sqrt[3]{3}$ (۳) ۸۱ $\sqrt[3]{3}$ (۴)

کاربرد اتحادها در محاسبات ادیکالی

۵. فرض کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$. مقدار $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)

۴(۲ + $\sqrt{3}$) (۱) ۴(۲ - $\sqrt{3}$) (۲) ۱۶(۲ + $\sqrt{3}$) (۳) ۱۶(۲ - $\sqrt{3}$) (۴)

۶. فرض کنید $a = \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ ، مقدار $(a + \frac{1}{a} + \sqrt{2})^2 (a + \frac{1}{a} - \sqrt{2})^2$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

۹ (۱) ۱۶ (۲) ۲۵ (۳) ۴۹ (۴)

۷. اگر $\frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2$ باشد، حاصل $\left(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3+1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3+1}}\right)^{1401}$ چقدر است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

۲ (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

۸. حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1+\sqrt{7}}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

۱ (۱) $\sqrt[4]{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt[4]{2}$ (۴)

۹. حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10+2}})(\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}})$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

-۱ (۱) - $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴)

۱۰. اگر $\frac{1}{a+\frac{1}{a}} + \frac{1}{a-\frac{1}{a}} = 2a$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2+a+1} + \frac{1}{a^2-a+1}}$ چقدر است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۶۰۱)

-۱ (۱) ۱ (۲) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $-\sqrt[3]{2}$ (۴)

۱۱. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{88+18\sqrt{7}}-\sqrt{88-18\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی مجلد ۱۴۰۱)

(۱) $\sqrt{14}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{9\sqrt{14}}{7}$

گویا کردن در ادیکال ها

۱۲. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

(۱) $1+\sqrt{3}$ (۲) $-1+\sqrt{2}$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

۱۳. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}}+(2-\sqrt{3})^{-1}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

(۱) $1+2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) 1

۱۴. ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{y}$ است. $(\frac{1}{a}-3)$ چند برابر $(1+\sqrt{3})$ است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) $6-3\sqrt{3}$ (۲) 3 (۳) 6 (۴) $6+3\sqrt{3}$

۱۵. اگر $B = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}{\frac{8}{\sqrt{2}} + \sqrt{14}}$ باشد، حاصل $3B+1$ کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{7}$

تجزیه و ساده کردن عبارات های جبری

۱۶. اگر $\frac{3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}}{2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3}} = 52$ باشد، مقدار x کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

غیره

۱۷. بزرگترین عضو مجموعه $A = \left\{ m^3 + n^2 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{1}{2}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{1}{2}n} > \frac{1}{128} \right\}$ کدام است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) 12 (۲) 9 (۳) 5 (۴) 2

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۱۸. اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) 1 (۳) $\frac{a}{4}$ (۴) $\frac{a}{2}$

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۱۹. اگر $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-4} = 4$ باشد، حاصل عبارت $1 - \sqrt{x-a} + \sqrt{x-4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{a}{2}$ (۲) $\frac{a}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

فصل ۲: معادلات و حل مسئله

حل معادله درجه دوم و شرط وجود ریشه

۱. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله‌ی درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ ، دارای دو ریشه‌ی حقیقی است؟
 (۱) $-2 < m < 2/5$ (۲) $-2 < m < 3/5$ (۳) $-1 < m < 3/5$ (۴) $-1 < m < 2/5$ (سراسری ریاضی ۹۸)

۲. تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x} + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} = x + 2$ و $\sqrt{x} + \sqrt{-x^2 + 4x^2 + 25x - 100} = 0$ ، کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

۳. معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه‌ی مثبت است. بازه‌ی مقادیر m ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۹۹)
 (۱) $(-4, 0)$ (۲) $(-4, -2)$ (۳) $(-6, 0)$ (۴) $(-6, -4)$

۴. معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟ (سراسری تجربی دی ۱۶۰۱)
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم

۵. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP^2 - 3SP + 2S$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۰)
 (۱) $59 - 7\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) ۵۰ (۴) $59 + 7\sqrt{69}$

۶. معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)
 (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) $-\frac{5}{2}$

۷. فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند. مقدار $x_1 + x_2$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)
 (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۸. فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند. $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ ، ریشه‌های کدام معادله هستند؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)
 (۱) $125x^2 + 16x = 1$ (۲) $125x^2 = 16x + 1$ (۳) $125x^2 = 12x + 1$ (۴) $125x^2 + 12x = 1$

۹. فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 4x = 0$ باشند. ریشه‌های کدام معادله $x_1^3 + \frac{1}{x_1}$ و $x_2^3 + \frac{1}{x_2}$ است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)
 (۱) $4x^2 = 51x + 221$ (۲) $4x^2 + 51x = 221$ (۳) $4x^2 + 51x = 197$ (۴) $4x^2 = 51x + 197$

۱۰. α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\alpha < \beta < 0$ و $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$ باشد، مقدار a چقدر است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۱)
 (۱) ۱ (۲) $\frac{13}{4}$ (۳) $\frac{21}{5}$ (۴) ۲

۱۱. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار a ، به ترتیب سه عدد α ، a و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۲. اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 + kx - 9x - 2 = 0$ و $\alpha + \beta = 1$ ، $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟ (ریاضی خارج ۱۴۰۱)

(۱) $-\frac{27}{5}$ (۲) $-\frac{27}{5}$ (۳) -3 (۴) 3

۱۳. به ازای دو مقدار a ، یک ریشه معادله $3x^2 - ax + 4 = 0$ ، سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a ، کدام است؟

(۱) 8 (۲) 9 (۳) 16 (۴) 18 (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۱۴. اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) 2 (۲) 5 (۳) 9 (۴) 12 (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۱۵. α و β ریشه‌های معادله $2x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\beta < \alpha < 0$ و $\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$ باشد، مقدار a چقدر است؟

(۱) $\frac{33}{4}$ (۲) $\frac{11}{3}$ (۳) 3 (۴) 5 (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۱۶. معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیر مشترک کدام است؟

(۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 7 (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

۱۷. ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟

(۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) -1 (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

۱۸. اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $4\alpha^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

۱۹. ریشه‌های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو عدد فرد متوالی طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ دو عدد زوج متوالی است. اختلاف حاصل ضرب ریشه‌های دو معادله کدام است؟

(۱) 33 (۲) 21 (۳) 13 (۴) 9 (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

۲۰. اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگتر معادله است؟

(۱) 3 (۲) -3 (۳) 9 (۴) -9 (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

۲۱. برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $2x^2 + 7x + m = 0$ بزرگ‌تر از -3 است؟

(۱) 4 (۲) 3 (۳) 1 (۴) 0 (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۲۲. برای چند مقدار صحیح m ، هر دو ریشه معادله $-x^2 + 5x + m = 0$ کوچک‌تر از $\frac{9}{4}$ است؟

(۱) 1 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 5 (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

۲۳. اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2}\right]$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 4 (سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۲۴. سهمی $y = -mx^2 + mx + 1$ و خط $y = -m - x$ یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند. حدود m شامل چند مقدار صحیح است؟

(۱) 3 (۲) 2 (۳) 1 (۴) 0 (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

معادلات کسری

- ۲۵.** معادله $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$ دارای چند جواب است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴ صفر
- ۲۶.** مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۲)
- (۱) ۱ (۲) ۱/۷۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۲۵
- ۲۷.** مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۲)
- (۱) ۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵
- ۲۸.** معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^2 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$ دارای چند جواب مثبت است؟ (سراسری ریاضی دی ۱۶۰۱)
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

معادلات رادیکالی

- ۲۹.** اگر $2 = 2 + \sqrt{2a^2 + 4a} + 3a$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)
- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳/۵ (۴) ۴/۵
- ۳۰.** اگر $1 = 1 + \sqrt{3a + 16} + 2a + 9$ باشد، عدد $4a + 9$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱
- ۳۱.** معادله $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1} + 3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3 - \sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ چند ریشه مثبت دارد؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۲.** معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x} + 2} - \frac{1}{2 - \sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۳۳.** به ازای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟ (سراسری ریاضی اربعه‌شصت ۱۶۰۳)
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

حل معادلات به کمک رسم

- ۳۴.** فاصله نقطه تلاقی منحنی‌های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدأ مختصات، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)
- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{15}$

حل مسئله

- ۳۵.** بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟ (سراسری ریاضی ۹۸)
- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶
- ۳۶.** اندازه اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)
- (۱) ۶۰ (۲) ۵۶ (۳) ۴۵ (۴) ۳۹
- ۳۷.** طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از ۱/۵ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)
- (۱) ۵۲ (۲) ۵۶ (۳) ۶۰ (۴) ۶۴

۳۸. سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله‌ی ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است.

(سراسری تجربی ۹۸)

اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه چند متر در دقیقه است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

۳۹. پرنده‌ای فاصله‌ی یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام چند کیلومتر در ساعت است؟

- ۱۲ (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۵ (۴)

۴۰. مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آنگاه حاصل ضرب پول‌های باقیمانده آن‌ها

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه‌ی اکرم، کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۵ (۲) ۸۵ (۳) ۹۱ (۴)

۴۱. نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

- ۰/۳ + $\sqrt{5}$ (۱) ۰/۲(۱ + $\sqrt{5}$) (۲) ۰/۶ + ۰/۲ $\sqrt{5}$ (۳) ۰/۴(۱ + $\sqrt{5}$) (۴)

۴۲. از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- ۱ + $\sqrt{5}$ (۱) $\frac{۳ + \sqrt{5}}{۲}$ (۲) $\frac{۲}{۱ + \sqrt{5}}$ (۳) $\frac{۲}{۳ + \sqrt{5}}$ (۴)

فصل ۳: نمودار توابع درجه دوم

ویژگی‌های نمودار تابع درجه دوم

۱. به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله‌ی $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟
 (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$ (۳) $2 < m < 4$ (۴) $2 < m < 6$ (سراسری ریاضی خارج ۹۸)

۲. کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟
 (۱) $x = 2$ (۲) $x = 2/5$ (۳) $x = 3$ (۴) $x = 3/5$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۳. نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟
 (۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{5}{18}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۴. به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3+2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟
 (۱) هیچ مقدار a (۲) تمام مقادیر a (۳) ۱ (۴) ۲ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۵. رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس، مقدار $b - a$ چقدر است؟
 (۱) -6 (۲) 6 (۳) -18 (۴) 18 (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۶. سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(6, 1)$ ، محور تقارن خود را در $(2, -7)$ قطع می‌کند. این سهمی از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟
 (۱) $(-2, 3)$ (۲) $(4, -1)$ (۳) $(4, -3)$ (۴) $(-2, 1)$ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۷. محور تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟
 (۱) -8 (۲) -4 (۳) 8 (۴) 4 (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۸. صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟
 (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

۹. صفرهای تابع $y = mx^2 - 4x - (m+4)$ و نقطه تقاطع آن با محور y ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف m کدام است؟
 (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{9}{2}$ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

۱۰. اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25\alpha x^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه قرار دارد؟
 (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم (سراسری تجربی اریبخت ۱۴۰۳)

۱۱. در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{4}$ است؟
 (۱) ۳ (۲) هیچ مقدار a (۳) ۲ (۴) ۱ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۱۲. در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، کمترین مقدار سهمی $y = ax^2 + 3x + a$ برابر $\frac{7}{8}$ است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار a (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۱۳. اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = -5x^2 + ax - 8$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-\infty, 2/5]$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- ۱۴/۷۵ (۱) ۱۴/۲۵ (۲) ۲۳/۲۵ (۳) ۲۴/۷۵ (۴)

۱۴. اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = ax^2 + 7x - 1$ در آن اکیداً صعودی است، بازه $(-7, +\infty)$ باشد، عرض رأس سهمی کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

- ۳/۴۵ (۱) -۴/۵۵ (۲) -۵/۲۵ (۳) -۶/۳۵ (۴)

نوشتن معادله تابع درجه دوم

۱۵. فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- (-1, 3) (۱) (-1, 4) (۲) (2, 9) (۳) (2, 15) (۴)

۱۶. فرض کنید رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه‌ی $(3, 1)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

(سراسری تجربی خارج کشور ۹۹)

- (5, -7) (۱) (5, -9) (۲) (2, 5) (۳) (1, 5) (۴)

۱۷. سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه‌ی $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -1 را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله راس سهمی از نقطه M ، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- ۲ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۸. سهمی گذرا از نقاط $(1, a)$ و $(-2, a)$ بر خط $y + 3 = 0$ مماس بوده و از هر چهار ناحیه مختصات می‌گذرد. اگر فاصله نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات 2 واحد باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- ۲۰ (۱) -۲۰ (۲) -۶ (۳) ۶ (۴)

۱۹. رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

- ۲ (۱) ۶ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴)

۲۰. نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر 1 است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- $-\frac{1}{3}$ (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

۲۱. نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر این سهمی، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- ۴ (۱) ۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

۲۲. نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴)

فصل ۴: نامساوی، تعیین علامت، نامعادله

حل نامعادله

۱. فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} > 0$ ، به ازای $x > \frac{3}{2}$ ، بازه $(2, 4)$ باشد. مقدار m ، کدام است؟
(سراسری ریاضی ۱۴۰۰، با تصحیح)

(۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۲. فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(2x - 3)}{x - 3\sqrt{x} + 2} \geq 0$ ، فقط یک بازه باشد. مقدار m ، کدام است؟
(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{7}{3}$

۳. مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x - 3}{x + 1} < 3$ به کدام صورت است؟
(سراسری تجربی ۹۸)

(۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

۴. مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x - 8}{x^2 - x - 2} > \frac{x}{x - 2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟
(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

(۱) $(-4, 2) \cup (2, 1)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

۵. مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x + 1}{2x - 1} < 3$ ، کدام است؟
(سراسری تجربی ۹۹)

(۱) $(0/6, 1/5)$ (۲) $(0/8, 1/2)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(0/8, 2)$

۶. مجموعه جواب نامعادله $-1 < \frac{2x - 1}{x + 1} < 3$ ، کدام است؟
(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

(۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(4, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, -1]$

۷. در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = (x - 1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^4$ است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$
(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

۸. نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می‌شود؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۹. در بازه (a, b) ، نمودار $y = (x - 2)^2$ بالاتر از نمودار $y = x^4$ قرار دارد. مقدار $b - a$ ، کدام است؟
(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰. به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع $y = -\frac{1}{3 - x}$ ، نمودار این تابع بالای $y = -4$ و پایین $y = 0$ قرار دارد؟
(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱. بازه $(0, \frac{1}{4})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{4}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c ، کدام است؟
(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

۱۲. بازه $(-\frac{5}{4}, 0)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار $y = -2x^2 - \frac{3}{2}x + c$ بالای نمودار $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

فصل ۵: توابع قدر مطلق و جزء صحیح

رسم نمودارهای قدر مطلق

۱. مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ و $y = \frac{1}{2}x + 2$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲. نمودارهای دو تابع $y = |x - 2| + |x + 1|$ و $y = x + 7$ ، در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۹۹)

۸√۲ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۰√۲ (۴)

۳. در بازه (a, b)، نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیشترین مقدار $b - a$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴. نمودارهای دو تابع $y = |x + 2| + |x - 1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)

۲√۱۰ (۱) ۴√۵ (۲) ۲√۲ (۳) ۴√۳ (۴)

معادلات قدر مطلق

۵. مجموع جواب‌های معادله‌ی $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

نامعادلات قدر مطلق

۶. در بازه (a, b) عبارت $14x^2 + 73x + 14$ منفی و عبارت $| \frac{x-1}{2} - 1 |$ بزرگ‌تر از سه است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۶۰۱)

۵ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶۷ (۴)

۷. مجموعه جواب نامعادله $x + |2x - 1| < 3$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۸. دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \log_4(|x^2 - 2| - x)$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

(۱) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
 (۳) $[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

معادلات و نامعادلات جزء صحیح

۹. اگر $\frac{4 - 2x}{3x + 1} \geq 0$ باشد، مجموعه مقادیر $[3x]$ چند عضو دارد؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

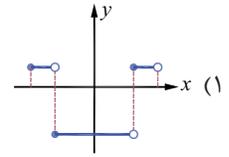
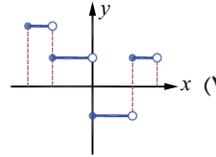
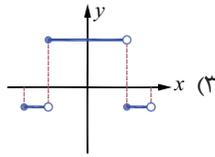
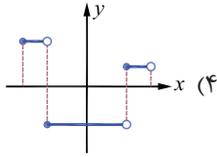
۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۰. اگر $0 < \frac{1 - 3x}{x + 1} < -2$ باشد، مجموعه مقادیر $[\frac{x}{2}]$ چند عضو دارد؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱. نمودار تابع $y = 2||3x|| - 1$ به ازای $-\frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)



فصل ۶: توابع نمایی و لگاریتم

ویژگی‌های لگاریتم

(سراسری تجربی ۹۹)

۱. اگر $\log_4^3 = 0,8$ باشد، مقدار \log_4^6 ، کدام است؟

(۱) $\frac{13}{18}$ (۲) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{7}{9}$

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

۲. اگر $\log_4^5 = \frac{5}{8}$ باشد، آن‌گاه \log_{18}^8 ، کدام است؟

(۱) $\frac{15}{22}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{8}{11}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(سراسری تجربی ۱۶۰۱)

۳. اگر $\log_8^m = m$ باشد، حاصل \log_4^{12} کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}(m+1)$ (۲) $\frac{3m+1}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}(m-1)$ (۴) $\frac{3m-1}{4}$

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

۴. اگر $\log_4^3 = a$ و $\log_4^b = \frac{2}{3}(1+a)$ باشد، مقدار $\log(3b-8)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

(سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)

۵. اگر $\log_4^5 = a$ و $\log_9^b = 1+a$ باشد، مقدار $\log_{15}^{\sqrt{b}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{2}{5}$

(سراسری تجربی دی ۱۶۰۱)

۶. مقدار $\log_n^m = a$ و مقدار $\log_{mn}^{m^2n} = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

معادلات نمایی و لگاریتمی

۷. نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند.

(سراسری ریاضی ۹۸)

$f(3)$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۸. نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی تلاقی

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

تابع f با محور y ها کدام است؟

(۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

(سراسری ریاضی داخل ۹۹)

۹. کدام عبارت برای معادله $f(x) = 2^x - x^2 = 0$ درست است؟

- (۱) معادله در بازه $[0, 1]$ دو ریشه دارد. (۲) معادله در بازه $[0, 1]$ فاقد ریشه است.
 (۳) معادله در بازه $[0, 1]$ یک ریشه دارد. (۴) معادله در بازه $[0, 1]$ حداقل یک ریشه دارد.

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۱۰. کدام عبارت برای تعداد ریشه‌های معادله $2^x = x^2$ ، درست است؟

- (۱) معادله در بازه $[-1, 0]$ فاقد ریشه است. (۲) معادله در بازه $[-1, 0]$ یک ریشه دارد.
 (۳) معادله در بازه $[-1, 0]$ دو ریشه دارد. (۴) معادله در بازه $[-1, 0]$ بیش از دو ریشه دارد.

(سراسری ریاضی ۱۶۰۰ با تغییر)

۱۱. فرض کنید $1 = \log_{\frac{5}{2}}^{(3x-2)} \left((\log 5)^2 - (\log 2)^2 \right)$. مقدار x ، کدام است؟

- ۹ (۱) $\frac{17}{3}$ (۲) 4 (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

(سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

۱۲. حاصل عبارت $(\log_{21}(3))^2 + \log_{21}(147) \log_{21}(1323)$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

۱۳. مجموع جواب‌های معادله $\log_2^{(4^x+15)} = x + 3$ ، کدام است؟

- ۸ (۱) 15 (۲) \log_2^{15} (۳) \log_4^{15} (۴)

(سراسری تجربی ۹۸)

۱۴. اگر $\log_8^{(x^2)} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x-1}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۱۵. اگر $81^x = 3^{x^2-2}$ باشد، $\log_6^{(x-2)}$ کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴)

(سراسری تجربی ۱۶۰۰)

۱۶. اگر تساوی $1 = \log_y^x - 2 \log_x^y$ به ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

- $y = x^2$ (۱) $y = x^3$ (۲) $y = \sqrt{x}$ (۳) $xy = 2$ (۴)

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

۱۷. اگر در معادله $2 = \log_a^{\sqrt{x}} + 2 \log_x^a$ ، مقدار x برابر ۹ باشد، مقدار a کدام است؟

- $\frac{1}{9}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 3 (۳) 9 (۴)

۱۸. اگر $\log 2 \simeq 0.3$ و $\log 3 \simeq 0.4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $\log \frac{5}{6} = 0$ چقدر است؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۲)

- 0.7 (۱) 0.5 (۲) $1/4$ (۳) 1 (۴)

۱۹. اگر $\log 2 \simeq 0.3$ و $\log 3 \simeq 0.4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $\log 15 = 0$ چقدر است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۲)

- $\frac{26}{3}$ (۱) $\frac{14}{3}$ (۲) $\frac{14}{11}$ (۳) $\frac{26}{11}$ (۴)

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۶۰۳)

۲۰. اگر $3 = \log_2^{(x^2+2x+4)} + \log_2^{(x-2)}$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}}^x$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) 3 (۳) 4 (۴)

(سراسری ریاضی تیر ۱۶۰۳)

۲۱. اگر $3 = \log \frac{1}{(x-2)^2} - \log(2-x)$ باشد، مقدار $\log \frac{(-x)}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- -6 (۱) 6 (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴)

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۶۰۳)

۲۲. اگر $5 = \log(x^2 - 2x + 1) + 3 \log(1-x)$ باشد، مقدار $\log_3^{(-x)}$ کدام است؟

- 2 (۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۲۳. اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a, b و c تساوی $1 = \log_a^c + \log_b^c$ برقرار باشد، آنگاه $\log_c^a \cdot \log_c^b$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

- \log_c^{ab} (۱) $2 \log_c^{ab}$ (۲) \log_c^{a+b} (۳) $2 \log_c^{a+b}$ (۴)

(سراسری تجربی ۹۹)

۲۴. فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ ، تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2}$ ، مفروض باشد. $f^{-1}(2)$ ، کدام است؟

- $\log_2(2 - \sqrt{3})$ (۱) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$ (۲) $\log_2(1 + \sqrt{3})$ (۳) $\log_2(2 + \sqrt{3})$ (۴)

۲۵. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2}$ را در نظر بگیرید. $f^{-1}(2)$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $\log_2(-1 + \sqrt{5})$ (۲) $\log_2(1 + \sqrt{5})$ (۳) $\log_2(2 + \sqrt{5})$ (۴) $\log_2(3 + \sqrt{5})$

۲۶. فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{2x+1}{x+1}$ (۲) $\frac{x-1}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x-1}{x-1}$ (۴) $\frac{x+1}{2x+1}$

۲۷. اگر $a^2 + 9b^2 = 10ab$ باشد، مقدار $\log(\frac{a+3b}{4})$ واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) $\log a, \log 3b$ (۲) $\log a, \log b$ (۳) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$ (۴) $\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b}$

۲۸. تابع $f(x) = a + b(\frac{1}{2})^x$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹. تابع $f(x) = \sqrt[3]{2^{ax+b}}$ از نقطه $(\frac{1}{2}, 1)$ عبور می‌کند. اگر $f^{-1}(8) = 5$ باشد، حاصل $a - b$ چقدر است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۰. اگر $3^x = 0,216$ و $5^y = 675$ باشد، y برابر کدام است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{x-3}{2x-15}$ (۲) $\frac{3x-5}{x+2}$ (۳) $\frac{2x-15}{x-3}$ (۴) $\frac{x+2}{3x-5}$

۳۱. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x - (\frac{1}{2})^x}{2^x + (\frac{1}{2})^x}$ مقدار $f^{-1}(\frac{1}{2})$ کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) $\log_2 \frac{1}{2}$ (۲) $\log_2 2$ (۳) $\log_2 \sqrt{2}$ (۴) $\log_2 \sqrt[3]{2}$

۳۲. α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ هستند. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{2}}^a$ کدام است؟ ($a > 0$) (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

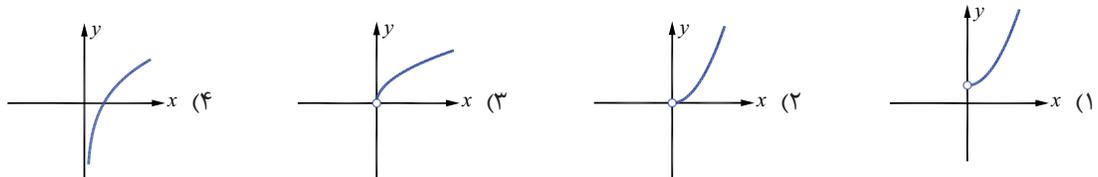
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۳. دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

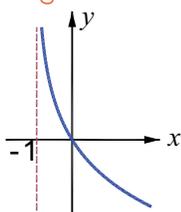
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

نمودار توابع نمایی و لگاریتمی

۳۴. نمودار تابع $f(x) = 9^{\log_3 x}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

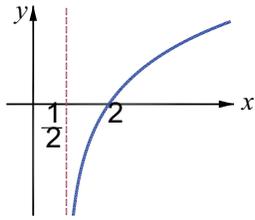


۳۵. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)



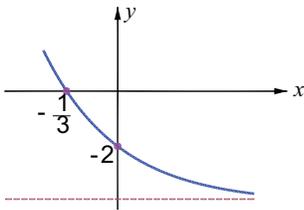
- (۱) $x+1$ (۲) $(x+1)^{-1}$ (۳) $x-1$ (۴) $1-x$

۳۶. شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b^{(2x+a)}$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول قطع می‌کند؟ (سراسری تجربی خارج ۹۸)



- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

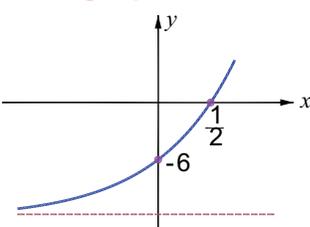
(سراسری تجربی ۹۹)



۳۷. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

- ۵۴ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۴۸ (۳)
- ۲۸ (۴)

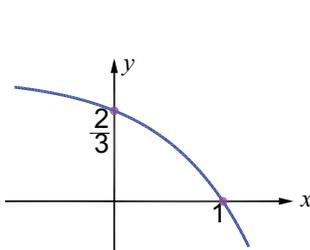
(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)



۳۸. شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -9 + (\frac{1}{3})^{ax+b}$ است. $f(2)$ کدام است؟

- ۲۳۴ (۱)
- ۱۰۸ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۱۸ (۴)

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

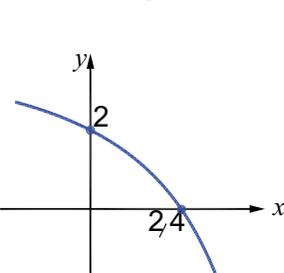


۳۹. شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$ است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- $\frac{10}{9}$ (۱)
- $\frac{8}{9}$ (۲)
- $\frac{5}{3}$ (۳)
- $\frac{7}{8}$ (۴)

دانلود از سایت ریاضی سرا

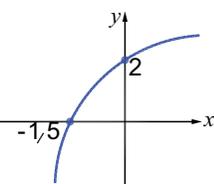
(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)



۴۰. نمودار تابع $y = c + \log_5^{(ax+b)}$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

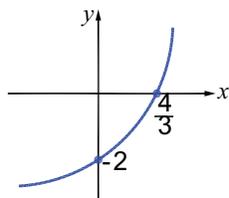
- $-\frac{2}{5}$ (۱)
- $-\frac{3}{5}$ (۲)
- $-\frac{1}{10}$ (۳)
- $-\frac{3}{10}$ (۴)

۴۱. شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)



- $-\frac{3}{5}$ (۱)
- ۳ (۲)
- $-\frac{2}{5}$ (۳)
- ۲ (۴)

۴۲. شکل، نمودار تابع $y = -1 + \log_c(ax+b)$ است. اگر $b - c = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)



(۱) -۵

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) -۳

(۴) $\frac{1}{3}$

مسئله‌های توابع نمایی و لگاریتمی

۴۳. مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر مورد نظر در هر مدت زمان ۳۰ روزه، $\frac{1}{10}$ جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸ گرم از آن عنصر باقی می‌ماند؟ ($\log 3 = 0.48$) (سراسری ریاضی ۹۹)

(۴) ۲۴۰

(۳) ۲۷۰

(۲) ۳۰۰

(۱) ۳۶۰

۴۴. در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.48$) (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۴) ۳۲

(۳) ۳۰

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

۴۵. مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته ۱۲/۵ درصد از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز $\frac{1}{4}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_4 3 = 1/6$, $\log_4 5 = 0.6$) (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

(۴) ۱۲۶

(۳) ۵۶

(۲) ۲۸

(۱) ۸

۴۶. مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه $\frac{1}{6}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_3 5 = 2/4$, $\log_3 7 = 1/4$) (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

(۴) ۴۲۰

(۳) ۴۴۰

(۲) ۳۶۰

(۱) ۳۸۰

فصل ۷: الگو و دنباله

مفهوم دنباله

۱. فرض کنید جمله صدم دنباله بازگشتی $1 + \frac{1}{a_n} = a_{n+1}$ با شرط $a_1 = 1$ ، برابر $\frac{k}{m}$ باشد. جمله نود و هشتم دنباله، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰) $\frac{2m-k}{k-m}$ (۴) $\frac{k-m}{k-2m}$ (۳) $\frac{k-2m}{k-m}$ (۲) $\frac{k-m}{2m-k}$ (۱)

۲. دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & n = 3k \\ -2k + 4 & n = 3k + 1 \\ [\frac{n}{k+2}] + a & n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n ، مفروض است. اگر مجموع اول این دنباله ۱۹ باشد،

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰) حاصل عبارت $a_7 + a_8 + a_9 + \dots + a_{29}$ ، کدام است؟
 ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۳. دنباله بازگشتی $2 - \frac{1}{a_n} = a_{n+1}$ با شرط $a_1 = -1$ را در نظر بگیرید، حاصل ضرب صد جمله اول دنباله، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰) 197 (۴) -197 (۳) -199 (۲) -201 (۱)

۴. دنباله $a_n = \begin{cases} 2^k & n = 3k \\ -2k + 4 & n = 3k + 1 \\ [\frac{n}{k+2}] + a & n = 3k + 2 \end{cases}$ به ازای اعداد حسابی n مفروض است. اگر مجموع اول این دنباله ۱۹ باشد،

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰) میانگین جملات بیست و نهم و سیام دنباله، کدام است؟
 ۱ (۴) 1024 (۳) 505 (۲) -7 (۱) $-\frac{43}{6}$

۵. در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تساوی $\frac{a_6}{a_7} + \frac{a_7}{a_8} = 2$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کدام می‌تواند باشد؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱)

الگوهای فطی، حسابی و دنباله درجه دوم

۶. با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸) $0/25$ (۴) $0/24$ (۳) $0/18$ (۲) $0/15$ (۱)

۷. اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۱) $1/4$ (۴) $2/4$ (۳) $9/6$ (۲) $11/6$ (۱)

۸. اعداد ۱۴ و $17/2$ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگ‌ترین درجه جمله عمومی، برابر

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱) $\frac{1}{7}$ قرینه جمله پنجم باشد. جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

۵ (۴) $4/6$ (۳) $2/4$ (۲) ۲ (۱)

جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد. جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدر نسبت دنباله حسابی است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

$$\frac{6}{5} \quad (1) \quad \frac{8}{5} \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۰. در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدر نسبت d ، تساوی $6a^2 = 5a_3a + 3a_4a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d کدام می‌تواند باشد؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

$$1 \quad (1) \quad 1/5 \quad (2) \quad 3/5 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۱. با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$4 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

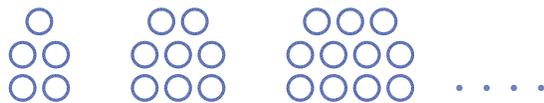
۱۲. مقادیر a ، $1 + 2a$ و $5 - a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$2/75 \quad (1) \quad 4/25 \quad (2) \quad 12/25 \quad (3) \quad 14/75 \quad (4)$$

۱۳. در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل دوازدهم کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)



$$34 \quad (1)$$

$$36 \quad (2)$$

$$38 \quad (3)$$

$$40 \quad (4)$$

دنباله هندسی

۱۴. اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره‌ی آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ مجموع اعداد واقع در دسته‌ی بیستم، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$$4120 \quad (1) \quad 4020 \quad (2) \quad 4010 \quad (3) \quad 3980 \quad (4)$$

۱۵. اعداد طبیعی فرد را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد، یعنی $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \dots$ در این صورت جمله آخر واقع در دسته شماره چهارم، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

$$1563 \quad (1) \quad 1589 \quad (2) \quad 1639 \quad (3) \quad 1651 \quad (4)$$

۱۶. اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

$$2304/5 \quad (1) \quad 3072/5 \quad (2) \quad 4608/5 \quad (3) \quad 6144/5 \quad (4)$$

۱۷. اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول) برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$ میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

$$6144/5 \quad (1) \quad 6145/5 \quad (2) \quad 12289/5 \quad (3) \quad 12288/5 \quad (4)$$

۱۸. اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

$$240 \quad (1) \quad 240/5 \quad (2) \quad 242 \quad (3) \quad 242/5 \quad (4)$$

۱۹. اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی می‌شوند که در هر دسته، بزرگ‌ترین شماره‌ی شمارنده مشترک بزرگ‌ترین عضو دسته و عضو دیگری از دسته برابر ۳ است. اختلاف میانگین و میانگین دسته ششم کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

$$0/5 \quad (1) \quad 0/75 \quad (2) \quad 1 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۲۰. دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۲۱. در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{4}$ کمتر است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۲. در یک دنباله هندسی، جمله اول مربع جمله دوم و جمله چهارم برابر ۵ است. جمله اول کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۲۳. اگر $x+1$ ، $x-1$ ، $2x+1$ و x به ترتیب جملات چهارم، پنجم، هفتم و هشتم یک دنباله هندسی باشند، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

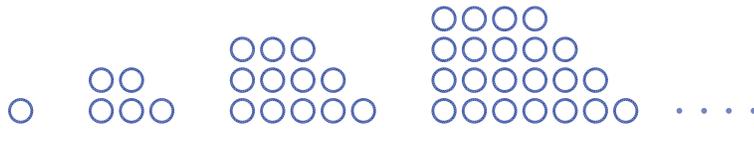
۲۴. اگر $x+1$ ، x ، $x-1$ و $2-x$ به ترتیب جملات اول، دوم، چهارم و پنجم یک دنباله هندسی باشند. مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $-\sqrt{5}$

الگوهای هندسی

۲۵. در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها در شکل نهم کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۸)



- (۱) ۱۱۷
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۲۳
(۴) ۱۲۵

واسطه‌های حسابی و هندسی

۲۶. اعداد طبیعی متوالی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم، که آخرین عدد هر گروه مربع کامل باشد، یعنی $\{1\}$ ، $\{2, 3, 4\}$ ، ... در دسته نهم، واسطه حسابی بین دو عدد اول و آخر آن، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

- (۱) ۷۱ (۲) ۷۲ (۳) ۷۳ (۴) ۷۴

مسائلی از مجموع جملات دنباله

۲۷. مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) ۷۲۱ (۲) ۷۲۸ (۳) ۷۳۵ (۴) ۷۴۲

۲۸. در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول برابر ۱۵۲ و مجموعه سه جمله دوم برابر ۵۱۳ است. جمله اول این دنباله کدام است؟ (سراسری تجربی مجلد ۱۴۰۱)

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

مسائل ترکیبی دنباله‌های حسابی و هندسی

۲۹. جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله‌ی حسابی، جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی، هستند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{9}{4}$

۳۰. با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در «۴، ۸، ۱۶»، یک دنباله حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{32}{7}$ (۲) $\frac{64}{7}$ (۳) $\frac{24}{5}$ (۴) $\frac{48}{5}$

۳۱. اگر جملات یک دنباله هندسی با قدر نسبت r را نصف کنید، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r + d$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۲. یک دنباله با جملات غیر صفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r + d$ کدام

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

حل مسئله

۳۳. از بالای یک ساختمان به ارتفاع ۶ متر توپی را به زمین پرتاب می‌کنیم، توپ پس از هر بار برخورد به زمین به اندازه $\frac{1}{8}$ ارتفاع

قبلی از زمین به صورت قائم بلند می‌شود. پس از صد بار برخورد به زمین، توپ تقریباً چند متر بالاتر و پایین رفته است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۷ (۳) ۶۰ (۴) ۶۶

۳۴. یک دانش‌آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم شده قبلی است. محیط این مربع‌ها،

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۳۵. در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه زاویه بین دو ساق مثلث کمتر از 60° است. اگر اندازه‌های نصف ضلع کوچک‌تر، ارتفاع

وارد بر ضلع کوچک‌تر و ساق مثلث، تشکیل یک دنباله حسابی دهند، اندازه ضلع کوچک‌تر، چند برابر قدر نسبت دنباله است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

فصل ۸: هندسه تحلیلی

روابط بین نقاط

۱. نقاط $A(x, y)$ ، $B(-1-x, y-3)$ ، $C(0, -3)$ و $D(-4, 0)$ رؤوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲/۵ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

۲. نقاط $A(2, 0)$ و $B(0, -1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟

(۱) $(0, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ (۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۳. در یک مستطیل، نقاط $A(5, 2)$ و $C(4, -1)$ دو رأس غیرمجاور و دو رأس B و D روی خط $x - 3y = 3$ واقع‌اند. اختلاف طول نقاط B و D کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۱ (۴) ۱/۵ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۴. دو رأس یک مستطیل روی خط $2y - x = 4$ و نقاط $(1, 4)$ و $(-1, 0)$ رأس‌های غیرمجاور این مستطیل هستند. طول مستطیل کدام است؟

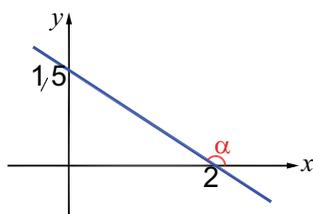
(۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

معادله خط

۵. خط $2mx + (m^2 - 1)y = 3$ ، به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x زاویه 60° درجه می‌سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۶. در شکل زیر، زاویه α مشخص شده است. مقدار $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟



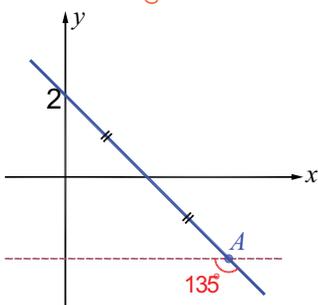
(۱) $\frac{2}{4}$

(۲) $\frac{4}{2}$

(۳) $-\frac{2}{4}$

(۴) $-\frac{4}{2}$

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)



۷. در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟

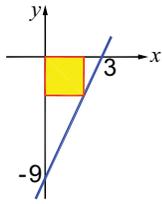
(۱) $2\sqrt{5}$

(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $5\sqrt{2}$

(سراسری ریاضی تیر ۱۶۰۳)



۸. در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟

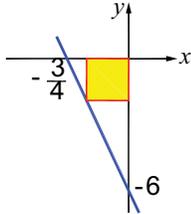
(۱) $2,5\sqrt{2}$

(۲) $3,5\sqrt{2}$

(۳) $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{9}{\sqrt{2}}$

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۶۰۳)



۹. در شکل زیر، قطر مربع هاشور خورده، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{2\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

(۳) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$

خطوط موازی و عمود، زاویه بین دو خط

۱۰. شیب نیم خطی با نقطه شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می سازیم که نقطه B روی نیم خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۰)

(۴) $3\sqrt{10}$

(۳) $6\sqrt{10}$

(۲) ۱۸

(۱) ۲۴

فاصله نقطه از خط

۱۱. مثلثی با رأس های $A(1, 5)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ ، مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

(۴) $4\sqrt{2}$

(۳) ۵

(۲) $3\sqrt{2}$

(۱) ۴

۱۲. اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $x + 2y = 16$ ، $y + 2x = 2$ و $y = 0$ هستند. اندازه میانه ی نظیر ضلع افقی این مثلث، در صفحه ی مختصات کدام است؟

(سراسری تجربی از کشور ۹۹)

(۴) ۶

(۳) $3\sqrt{3}$

(۲) ۵

(۱) $2\sqrt{5}$

۱۳. نقطه $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می سازیم. به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۰)

(۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$

(۳) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(۲) $(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$

(۱) $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$

۱۴. نقاط B و C و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند. مثلث متساوی الساقین ABC را چنان می سازیم که اندازه میانه AM برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

(۴) -۸

(۳) -۵

(۲) -۲

(۱) ۵

۱۵. فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

(سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

(۴) -۲

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۲

۱۶. سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول ارتفاع BH ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۱)

(۴) ۱

(۳) $\frac{2}{5}$

(۲) ۳

(۱) $\frac{4}{4}$

۱۷. طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های $A(1,9)$ ، $B(3,3)$ و $C(7,11)$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

(۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) 6

۱۸. خط $x - 2y = 2$ معادله یک ضلع و نقطه $A(2,5)$ مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر مستطیل $4\sqrt{5}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) $10\sqrt{3}$ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) $20\sqrt{2}$ (۴) $20\sqrt{3}$

۱۹. نقاط $A(0,1)$ و $B(4,-2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

(۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

۲۰. اگر نقطه $A(2,-3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $4x + 3y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) 2 (۲) 4 (۳) 8 (۴) 9

۲۱. دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1,2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) $2/5$ (۲) $3/5$ (۳) $\sqrt{46}$ (۴) $2\sqrt{34}$

۲۲. نقاط $A(-1,4)$ ، $B(3,1)$ ، $C(x,y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های C و D مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

(۱) 13 (۲) 14 (۳) 15 (۴) 16

۲۳. نقطه $(4/5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۳) $2\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{17}$

۲۴. نقطه $(-6, 3)$ یکی از رئوس متوازی‌الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{19}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۲۵. نقطه $A(-5,-1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4,-2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

(۱) 4 (۲) $4/2$ (۳) 6 (۴) $6/4$

۲۶. نقطه $A(4,0)$ یک رأس مثلثی است که دو رأس دیگر آن روی خط $x - 3y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(\frac{7}{4}, \frac{1}{4})$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه اول محورهای مختصات کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

(۱) $0/6\sqrt{0/6}$ (۲) $0/9\sqrt{0/9}$ (۳) $1/65$ (۴) $1/35$

فصل ۹: تابع

مفاهیم اولیه تابع

۱. حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{72}{y^2 - 1} \right\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲. حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1 + |y|} \right\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۳. رابطه $f = \left\{ (7, 1 - 3n^2), (1, -1), (2, n), (7, -2n), \left(\frac{1}{n}, 2\right) \right\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۲، کدام است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) -۱ (۴) ۱

۴. رابطه $f = \left\{ (2, 3n^2 - 1), (1, 1), \left(3, \frac{1}{n}\right), (2, 2n), (n, 2) \right\}$ تابع است. مقدار تابع f در ۳، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

۵. اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & |x| \leq 1 \\ ax^2 + 5 & |x| \geq 1 \end{cases}$ ، ضابطه تابع f باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) ۴۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۵ (۴) ۱۴

۶. ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 7 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$ است، برای چند مقدار a ، $f(1 - |a|) = f(2 + |a|)$ است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۷. ضابطه تابع قطعه‌ای f به صورت $f(x) = \begin{cases} 7 - 3x & |x| > 1 \\ -2x & |x| < 1 \end{cases}$ است. اگر $f(1 + a^2) = f\left(\frac{-a^2}{1 + a^2}\right)$ باشد، اختلاف مقادیر a کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

دامنه تابع

۸. به ازای کدام مجموعه مقادیر k ، بازه‌ی $(k - 2, 3k + 2)$ زیرمجموعه‌ای از دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9 - x^2}}{x - 1}$ است؟

(۱) $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$ (۲) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ (۳) $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$ (۴) $\left[-1, -\frac{1}{3}\right]$ (سراسری ریاضی خارج ۹۸)

۹. دامنه تغییرات تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) $(-9, 9)$ (۲) $(-4, 9)$ (۳) $(4, 9)$ (۴) $(-4, 4)$

۱۰. دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\log_4(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

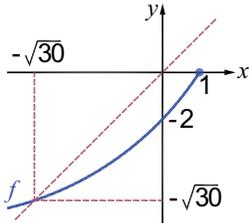
- (۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, 1)$

۱۱. تابع f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است. اگر $f(3) = 0$ باشد، دامنه $g(x) = \sqrt{x^2 f(x)}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۱)

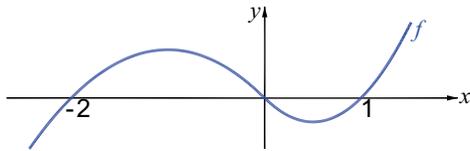
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲. شکل، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{-x + f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)



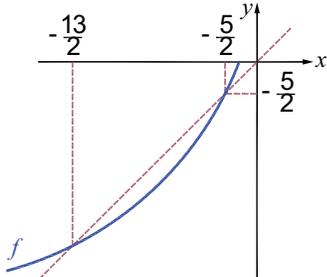
- (۱) ۷
(۲) بیش از ۷
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۳. نمودار زیر، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)



- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۴. شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۵

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵. دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲/۵ (۴) ۲/۵

برد تابع

۱۶. اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ دو تابع باشند، برد تابع $(g^{-1} \circ f) - f$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $\{-1, 4\}$ (۲) $\{2, 3\}$ (۳) $\{3, 4\}$ (۴) $\{2, -1\}$

۱۷. فرض کنید برد تابع $f(x) = 2\sqrt{9\cos^2(x)-1} - 2\sqrt{1-9\cos^2(x)}$ به صورت $[a, b]$ باشد. مقدار $b - a$ ، کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{21}{4}$

۱۸. فرض کنید $[a, b]$ برد تابع $f(x) = 2^{-\sqrt{5\sin^2(x)-1}}$ باشد. مقدار $a + b$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۹. برد تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{12+\sqrt{x-x}}\right) - 1$ برابر $(\log_{\frac{1}{2}}^3, \log_{\frac{1}{2}}^5)$ باشد، دامنه تابع f ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)

- (۳, ۹) (۱) (۳, ۸) (۲) (۴, ۹) (۳) (۴, ۸) (۴)

۲۰. اگر ضابطه یک تابع ثابت باشد، برد تابع $f(x) = (ax + 2)(b - x) - 7x^2$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- $-\frac{2}{7}$ (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $-\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴)

۲۱. برد تابع $y = f(x)$ و $y = kf(x)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = a^2 - 3a + 3$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

- ۲ (۱) -2 (۲) 3 (۳) -3 (۴)

اعمال روی توابع

۲۲. اگر $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 6), (3, 1)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{\text{gof}^{-1}}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۸)

- $\{(4, 2), (5, 2)\}$ (۱) $\{(4, 2), (3, 5)\}$ (۲) $\{(5, 2), (2, 4)\}$ (۳) $\{(3, 5), (2, 4)\}$ (۴)

۲۳. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$ ، ماکسیمم مقدار تابع $\text{gof} - \text{fog}$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- -1 (۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴)

۲۴. اگر $x \geq 1$ ؛ $f(x) = x^2 - 2x - 3$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- ۱۲ (۱) 15 (۲) 18 (۳) 21 (۴)

۲۵. اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{2x - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $\text{fofof}(\sqrt{2})$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

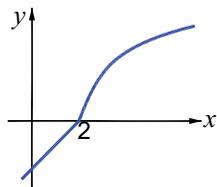
۲۶. دو تابع $f(x) = b - 3ax$ و $g(x) = c - (3b - 3)x$ ثابت هستند. اگر $f + g = 5$ باشد، حاصل bc چقدر است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- -6 (۱) -4 (۲) 4 (۳) 6 (۴)

۲۷. اگر $\text{gof}(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد، کمترین مقدار $g(x - 7)$ چقدر است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- 3 (۱) 7 (۲) 9 (۳) 11 (۴)

۲۸. اگر $f(x) = \left|\frac{1}{2}x - 1\right|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x + 2))) = 0$ چند ریشه دارد؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)



- 1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۲۹. اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $\text{gof}\left(-\frac{5}{3}\right)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- 4 (۱) -4 (۲) -6 (۳) 6 (۴)

۳۰. اگر $f(x) = (x + \log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(\text{fof})(x) < f(x^5)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- $(0, 5)$ (۱) $(0, 1)$ (۲) $(5, +\infty)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴)

۳۱. اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $\text{fog}\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- -2 (۱) 2 (۲) -4 (۳) 4 (۴)

۳۲. اگر $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{0.5} x$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) < f(2^{-3x})$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) $(\frac{1}{8}, 1)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $(\frac{1}{8}, +\infty)$ (۴) $(0, 1)$

۳۳. اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(af(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می‌تواند مقدار a باشد؟ (سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

دامنه و برد ترکیب توابع

۳۴. اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

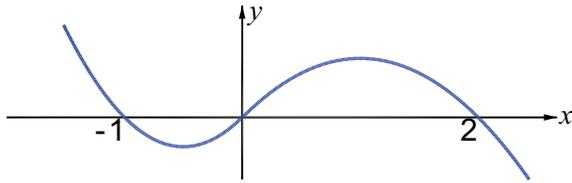
(۱) $[0, 2)$ (۲) $[0, 2)$ (۳) $[0, 4)$ (۴) $[1, 4)$

۳۵. اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 1]$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

۳۶. شکل، نمودار $f(x-2)$ را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}}$ ، شامل چند عدد صحیح است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بیش از ۴



تبدیل نمودار توابع

۳۷. نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) $(3, 4)$ (۲) $(2, 5)$ (۳) $(3, 5)$ (۴) $(2, 6)$

۳۸. نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی، سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه زیر محور x ها است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

(۱) $(-5, 2)$ (۲) $(-5, 3)$ (۳) $(-2, 3)$ (۴) $(-2, 5)$

۳۹. قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط متقارن هستند؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $x = 1$ (۲) $x = 1/5$ (۳) $x = 2$ (۴) $x = 2/5$

۴۰. ابتدا قرینه نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. طول نقاط تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) ۰ و ۲ (۲) ۱ و -۱ (۳) ۲ و -۱ (۴) ۱ و -۲

۴۱. نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با محور x ها، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۲. نمودار منحنی $y = \sqrt{\sqrt{x} + 3}$ را k واحد در راستای قائم چنان انتقال می‌دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و ۴ واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال می‌دهیم. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) $(1 - \sqrt{5}, 0)$ (۲) $(-\sqrt{5}, 0)$ (۳) $(0, 1 - \sqrt{5})$ (۴) $(0, -\sqrt{5})$

۴۳. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در

جهت مثبت، انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

$$(1) 4\sqrt{15} \quad (2) 6\sqrt{7} \quad (3) 4\sqrt{17} \quad (4) 6\sqrt{10}$$

۴۴. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x$ ؛ $x > 1$ مفروض است. قرینه نمودار آن نسبت به محور x ها را، ۱۶ واحد در

امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$(1) 4\sqrt{5} \quad (2) 6\sqrt{2} \quad (3) 5\sqrt{2} \quad (4) 2\sqrt{5}$$

۴۵. قرینه نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ را نسبت به خط $y = x$ رسم کرده و سپس نمودار حاصل را ۲ واحد در جهت مثبت محور

x ها و ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال می‌دهیم و آن را $y = g(x)$ می‌نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)

$$(1) 3 \quad (2) -3 \quad (3) -2 \quad (4) -4$$

۴۶. تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال

می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

$$(1) -\frac{5}{2} \quad (2) -\frac{3}{2} \quad (3) \frac{5}{2} \quad (4) \frac{7}{2}$$

۴۷. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4x - x^2$ را در امتداد محور x ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه برخورد

منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 2\sqrt{5} \quad (4) \sqrt{10}$$

۴۸. نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱ واحد در جهت مثبت و سپس قرینه آن نسبت به محور x ها را در امتداد محور

y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. فاصله نقطه‌های برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات، کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (3) \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۴۹. نمودار وارون تابع $f(x) = \frac{x-3}{2}$ را در راستای محور y ها، ۶ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. اگر A نقطه تلاقی نمودار

منحنی حاصل با نمودار f باشد، فاصله A از مبدأ مختصات کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)

$$(1) 2\sqrt{5} \quad (2) \sqrt{5} \quad (3) 2\sqrt{2} \quad (4) \sqrt{2}$$

۵۰. نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y

ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. اگر f تابع همانی

باشد، اختلاف مقادیر x در تساوی $f(x+a) = 3$ کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۶۰۱)

$$(1) 2 + \sqrt{2} \quad (2) 2 \quad (3) 2 - \sqrt{2} \quad (4) \sqrt{2}$$

توابع یکنوا

۵۱. تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ ، در کدام بازه اکیداً نزولی است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

$$(1) (-\infty, -2) \quad (2) (-\infty, 1) \quad (3) (-2, 1) \quad (4) (1, +\infty)$$

۵۲. تابع با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-2|$ ، در کدام بازه اکیداً صعودی است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

$$(1) (-\infty, 2) \quad (2) (-1, +\infty) \quad (3) (-1, 2) \quad (4) (2, +\infty)$$

۵۳. تابع $f(x) = (-9+k^2)x^3 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k ، چقدر است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 6$$

۵۴. تابع $f(x) = mx^2 - nx - k$ در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه زیر، تابع باشد، مقدار $f(\sqrt{5})$ کدام است؟

$$\{(m, n-1), (0, k), (n-1, m^2+2m-1), (3k+2, 2k+1)\}$$

$$(1) -1 \quad (2) -\sqrt{5} \quad (3) 1 \quad (4) \sqrt{5}$$

۵۵. تابع f اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه اعداد منفی است. اگر $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$ باشد، مقدار m دارای چند مقدار صحیح است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۵۶. تابع $y = (x-1)|x|$ در بازه (a, b) اکیداً نزولی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۵۷. تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

واړون تابع

۵۸. اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- ۱ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۵۹. با فرض $x \geq 2$ ؛ $f(x) = x^2 - 4x + 9$ و $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۹۹)

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۶۰. اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- ۱ (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۶۱. تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- ۱ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۶۲. تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه $(0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- ۱ (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

۶۳. اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- ۱ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۶۴. فرض کنید $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ باشد، حاصل $g(3) + g(15)$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- ۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۶۵. فرض کنید M نقطه تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارون خود باشد، فاصله نقطه M از مبدأ مختصات، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- ۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{2}$

۶۶. تابع $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۱ (۱) $-\sqrt{x^3}$; $x \leq 0$ (۲) $-\sqrt[3]{x}$; $x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^3}$; $x \geq 0$ (۴) $-\sqrt[3]{x}$; $x \geq 0$

۶۷. تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

(ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- ۱ (۱) $-\frac{1}{2}x - 7$; $x \geq 2$ (۲) $-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$; $x \leq 3$ (۳) $-2x + 14$; $x \leq 3$ (۴) $-2x - \frac{14}{3}$; $x \geq 2$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۶۸. فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

(سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۶۹. وارون تابع $y = x^3 - x + 1$ از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(\frac{5}{8}, \frac{1}{8})$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(-\frac{1}{2}, -\frac{11}{8})$

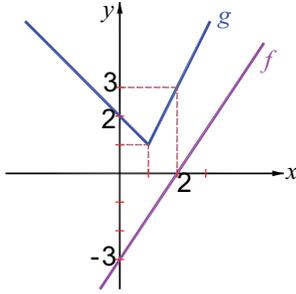
(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۷۰. وارون تابع $y = -3x^3 + 2x - 11$ از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱) $(9, -2)$ (۲) $(2, -31)$ (۳) $(-1, 10)$ (۴) $(-12, -1)$

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۷۱. با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $\text{gof}^{-1}(-2) \times \text{gog}(0)$ کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) -۴
(۴) -۶

۷۲. تابع با ضابطه $y = |2x + 2| - |\frac{x}{2} - 2|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}, x \geq -\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, x \geq -\frac{5}{2}$
(۳) $-\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}, x \geq -\frac{2}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}, x \geq -\frac{3}{2}$

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۷۳. اگر $f(x) = \frac{x+2}{2x-1}$ باشد، حاصل $f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1}(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{7}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) $\frac{123}{41}$

۷۴. توابع $f(x) = \log(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع می کند، مقدار α کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 - \sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

۷۵. نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه ای به طول ۱ قطع می کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۷۶. تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه f^{-1} در این بازه، کدام است؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$ (۲) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5}$
(۳) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$ (۴) $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}, x \geq \frac{2}{5}$

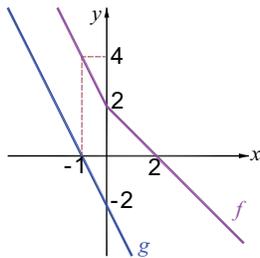
(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۷۷. اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ باشد، حاصل $g(-\frac{3}{7}) + g(\frac{5}{9})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{19}{20}$ (۳) $-\frac{11}{28}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۷۸. با توجه به نمودارهای f و g در شکل زیر، حاصل $gof^{-1}(-2) + fof(-2)$ چقدر است؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)



- (۱) -۱۶
- (۲) -۱۴
- (۳) -۱۲
- (۴) -۱۰

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۷۹. اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}$ ، $x \geq 1$ باشد، $(gog)(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۴
- (۳) ۹
- (۴) صفر

۸۰. تابع $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۸۱. وارون تابع $f(x) = \sqrt{x-2\sqrt{mx-1}}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار $f(m+4)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۸۲. تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & 2x-5 \geq 0 \\ -2x^2 + ax - 21 & 2x-5 < 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای بزرگترین مقدار صحیح a باشد، مقدار $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۱

۸۳. اگر $f = \left\{ \left(\frac{1}{9}, -1\right), \left(\frac{1}{9}, 1\right), \left(-\frac{1}{9}, 3\right), \left(\frac{1}{9}, -3\right) \right\}$ و $g(x) = -|x|\sqrt{x}$ ، $fog^{-1}(a) = -3$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- (۱) $-\frac{1}{9}$
- (۲) $\frac{1}{9}$
- (۳) $-\frac{1}{8}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

۸۴. اگر $y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2}$ ضابطه تابع وارون $y = ax + a\sqrt{x}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۹

۸۵. وارون تابع $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه‌ای به عرض $\frac{7}{2}$ قطع می‌کند. مقدار $f\left(\frac{4}{m}\right)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۲) $4\sqrt{3}$
- (۳) $4\sqrt{15}$
- (۴) $2\sqrt{15}$

۸۶. اگر نقطه $\left(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}\right)$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a+a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{5}{27}$
- (۲) ۵
- (۳) ۳
- (۴) $\frac{3}{5}$

۸۷. نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۸۸. نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1+x}}$ در چند نقطه، تابع وارون خود را قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۸۹. به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی از دبیرستان ۱۴۰۳)

- ۱) ۱۵ (۲) ۲) ۱۲ (۳) ۳) ۹ (۴) ۴) ۵

۹۰. اگر نقطه $(-\frac{1}{4}, -1)$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{ax}{1+|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

- ۱) ۳- (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۲

بخش پذیری و تقسیم چندجمله‌ای

۹۱. باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب ۸ و ۵ است. باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x)$ بر $2x^2 - x - 1$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- ۱) $-x + 4$ (۲) $x + 3$ (۳) $2x + 6$ (۴) $2x - 3$

۹۲. فرض کنید چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ ، بخش‌پذیر باشد. اگر $Q(x) = p(x-1) + p(1-x)$ ، آنگاه حاصل تقسیم $Q(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- ۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۹۳. به ازای یک مقدار a ، چندجمله‌ای $P(x) = 2x^4 + ax^3 + 2x^2 - 3x$ بر $2x-1$ بخش‌پذیر است. در این حالت باقی‌مانده‌ی $P(x)$ بر $x+2$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- ۱) -۱۰ (۲) -۸ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۴. فرض کنید باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-4$ و $x+2$ ، به ترتیب ۳ و ۱ باشند، باقی‌مانده‌ی تقسیم $4p(-x) + p(x^2)$ بر $x-2$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- ۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴) -۱

۹۵. چندجمله‌ای $p(x) = x^{2n+1} + 2x^{2n} + x^6 + 3x^5 + 16a$ ، به ازای هر عدد طبیعی n بر $x+2$ بخش‌پذیر است. برای $n=1$ ، باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x - 3$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۱) $-15x + 24$ (۲) $-15x + 14$ (۳) $-5x + 34$ (۴) $-5x + 44$

۹۶. باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + 4x + 5$ برابر $x+2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- ۱) $-x + 2$ (۲) $2x - 1$ (۳) $3x - 2$ (۴) $-2x + 3$

۹۷. چندجمله‌ای $p(x) = x^{2n-1} + 3x^{2n-2} + \frac{1}{27}x^6 - \frac{1}{9}x^4 + a$ ، به ازای هر عدد طبیعی n ، بر $x+3$ بخش‌پذیر است. باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x^2 - 1$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- ۱) $-x + \frac{407}{27}$ (۲) $x - \frac{227}{27}$ (۳) $-x + \frac{227}{27}$ (۴) $x - \frac{407}{27}$

۹۸. خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر، به ترتیب ۲ و ۱ است. اگر بر بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- ۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۲ (۴) صفر

۹۹. اگر $r(x)$ باقی‌مانده تقسیم $2 - x^{14}$ بر $x^2 + x + 1$ باشد، مجموع ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq 1$)

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- ۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۴

۱۰۰. اگر $r(x)$ باقی‌مانده تقسیم $5 - x^{17}$ بر $x^2 - x + 1$ باشد، حاصل ضرب ضرایب چندجمله‌ای $r(x)$ کدام است؟ ($x \neq -1$)

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

- ۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۶ (۴) ۶

فصل ۱۰: مثلثات

مفاهیم اولیه مثلثات

(سراسری ریاضی ۹۸)

۱. حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۲. حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟

(۱) -1 (۲) صفر (۳) 1 (۴) $\sqrt{3}$

(سراسری ریاضی ۹۹)

۳. اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{11\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۴. اگر $\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(\alpha) - \sin(\alpha)}{\sin(\alpha) - \cos(\alpha)}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{91}{105}$ (۲) $-\frac{16}{105}$ (۳) $\frac{16}{105}$ (۴) $\frac{91}{105}$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۵. اگر $f(\alpha) = 4\sin(\alpha)\cos(2\alpha) + 2\sin(\alpha)$ باشد، مقدار $f(\frac{41\pi}{9})$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 1 (۴) -1

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۰)

۶. ساده شده عبارت $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$ کدام است؟

(۱) $\cos \frac{\theta}{2}$ (۲) $\sin \frac{\theta}{2}$ (۳) $2 \cot \frac{\theta}{2}$ (۴) $2 \tan \frac{\theta}{2}$

(سراسری تجربی ۹۸)

۷. اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{1 + \tan^2 x} (\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟

(۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

(سراسری تجربی ۹۸)

۸. حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3}) \cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4}) \sin(\frac{-11\pi}{6})$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۹. اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} (\frac{1}{\sin x} - \sin x)$ کدام است؟

(۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

۱۰. اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت $\sin(\frac{9\pi}{2} + \alpha) \cos(\frac{7\pi}{2} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{3\pi}{2})$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

(۱) $-1/23$ (۲) $-0/52$ (۳) $0/27$ (۴) $0/48$

۱۱. حاصل عبارت $\tan(300)\cos(210) + \tan(480)\sin(840)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲ (سراسری تجربی ۹۹)

۱۲. حاصل عبارت $\tan(285)\tan(-165) - \sin(1095)\cos(255)$ ، کدام است؟ (اعداد داده شده بر حسب درجه هستند).

- (۱) $\sin^2(15)$ (۲) $\cos^2(15)$ (۳) $-\sin^2(15)$ (۴) $-\cos^2(15)$ (سراسری تجربی خارج ۹۹)

۱۳. اگر $f(x) = 16\cos^2(3x)\cos^2(6x)\cos^2(12x)\cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{36})$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)

- (۱) $\frac{6-3\sqrt{3}}{16}$ (۲) $\frac{6-\sqrt{3}}{16}$ (۳) $\frac{6+\sqrt{3}}{16}$ (۴) $\frac{6+3\sqrt{3}}{16}$

۱۴. اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan(\alpha) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos(2\alpha - \frac{\pi}{2}) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot(2\alpha)}$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)

- (۱) $-\frac{96}{175}$ (۲) $\frac{1056}{175}$ (۳) $\frac{96}{175}$ (۴) $-\frac{1056}{175}$

۱۵. فرض کنید زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی و $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$ باشد. حاصل عبارت $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2(\alpha) - 1|}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4(2+\sqrt{5})}{3}$ (۲) $\frac{4(-2+\sqrt{5})}{3}$ (۳) $\frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$ (۴) $\frac{4(2+\sqrt{5})}{3}$ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

۱۶. اگر $f(x) = 32\cos^2(x)\cos^2(2x)\cos^2(4x)\cos^2(8x)\cos^2(16x)$ باشد، مقدار $f(\frac{\pi}{12})$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

- (۱) $\frac{6+\sqrt{27}}{32}$ (۲) $\frac{6+\sqrt{27}}{16}$ (۳) $\frac{6-\sqrt{27}}{16}$ (۴) $\frac{6-\sqrt{27}}{32}$

۱۷. اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1-\sin x}{1+\sin x} = 4$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۸. اگر $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ و $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-2, 1]$ (۳) $(-1, 2]$ (۴) $(-1, 2)$

۱۹. اگر $10(\sin x + \cos x) = 6\sqrt{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند باشد؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۳

۲۰. اگر $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

- (۱) $(-1, 5)$ (۲) $(-1, 5]$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(-1, 1]$

۲۱. اگر $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\tan 2\alpha$ کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۲۲. اگر $\sin \alpha = 2\cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۶۰۱، با تغییر)

- (۱) $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۲) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

۲۳. در معادله مثلثاتی $\sqrt{6}\sin(2x) = \sqrt{6}(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6}$ ، اگر $m(\cos x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۲)

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۳

۲۴. حاصل عبارت $\frac{3 \cos(248^\circ) - 2 \sin(158^\circ)}{\sin(202^\circ) - \cos(292^\circ)}$ کدام است؟

(۱) $0/5$ (۲) $-0/5$ (۳) $-2/5$ (۴) $2/5$

۲۵. در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۲۶. حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲۷. در مثلث ABC ، اگر $\tan(B-C) = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1 - 2 \cos(B+C)}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

(۱) -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\tan B$ (۴) $\tan C$

۲۸. اگر $\cot x = 4$ باشد، مقدار $\frac{3 \cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ کدام است؟

(۱) $0/2$ (۲) $0/4$ (۳) $1/4$ (۴) $2/2$

۲۹. در مثلث ABC ، اگر $\cot(B-C) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2 \cos(B+C) + 1}{4 \sin B \cos C}$ کدام است؟

(۱) $\tan B$ (۲) $\tan C$ (۳) $\cot B$ (۴) $\cot C$

۳۰. اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) -3 (۴) -1

۳۱. اگر انتهای کمان α در ربع اول دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار $\sin(\frac{13\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $-\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۳۲. فرض کنید تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نسبت به خطوط $x = 1$ و $x = 3$ متقارن باشد. کدام عبارت زیر درست است؟

(۱) مبدأ مختصات، مرکز تقارن نمودار تابع f است. (۲) محور y ها، محور تقارن نمودار تابع f است. (ریاضی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)

(۳) f تابعی متناوب با دوره تناوب ۲ است. (۴) f تابعی متناوب با دوره تناوب ۴ است.

اتمادهای مثلثاتی

۳۳. اگر $\frac{4}{3} = \cos^2 x + 2 \sin^2 x$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۴. کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های معادله $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

(۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{3}$

۳۵. اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

(۱) $-0/5\sqrt{6}$ (۲) $0/75\sqrt{3}$ (۳) $-0/75\sqrt{3}$ (۴) $0/5\sqrt{6}$

۳۶. اگر $\tan x + \cot x = 4$ و $4\pi < x < 6\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $-\frac{1}{8}\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{1}{6}\sqrt{3}$ (۴) $\frac{1}{6}\sqrt{3}$

۳۷. حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ادبیعت ۱۴۰۳)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\cos 2\alpha$ (۴) $\sin 2\alpha$

۳۸. اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \tan \alpha = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۳۹. اگر $\frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} - \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{|\cos \alpha|}$ و $\cot \alpha = -\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

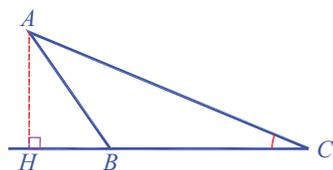
- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۴۰. اگر $3 \sin^2 x + a \cos^2 x = 4$ باشد، $\cot^2 x$ با کدام مورد برابر است؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{1}{a-4}$ (۲) $\frac{1}{4-a}$ (۳) $\frac{1}{a-3}$ (۴) $\frac{1}{3-a}$

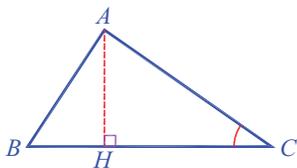
کاربرد مثلثات در هندسه

۴۱. در شکل زیر فرض کنید $\sin \hat{C} = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$. اندازه‌ی ارتفاع AH ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)



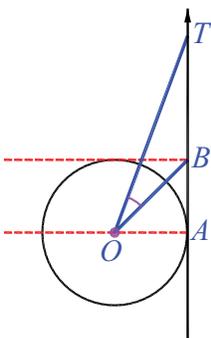
- (۱) $\frac{3}{25}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{3}{6}$ (۴) $\frac{3}{75}$

۴۲. در شکل زیر، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و $AC = 96$. اندازه‌ی ارتفاع AH ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) ۴۸ (۲) ۵۶ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

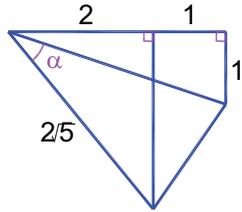
۴۳. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(\hat{TOB})$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۴۴. در شکل زیر، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

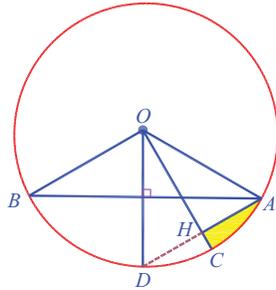


(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{10}$

۴۵. مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π ، $\widehat{AOB} = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و

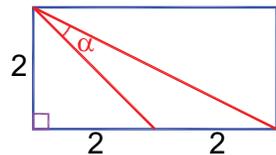
(سراسری تجربی ۱۴۰۲)



محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$
(۲) $\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$
(۳) $\pi - \sqrt{3}$
(۴) $\pi - \sqrt{2}$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

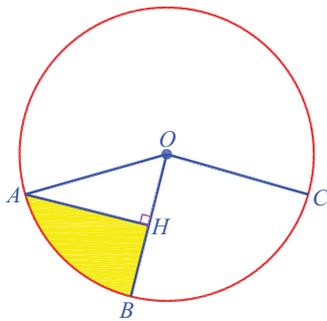


۴۶. در شکل زیر مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{3}$

۴۷. مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به محیط 2π ، AH عمود منصف OB است. محیط قسمت سایه زده چقدر از محیط مثلث OA

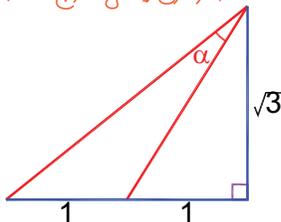
(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)



بزرگتر است؟

(۱) $\frac{2\pi - 1}{3}$
(۲) $\frac{2\pi - 3}{6}$
(۳) $\frac{\pi - 1}{6}$
(۴) $\frac{\pi - 3}{3}$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

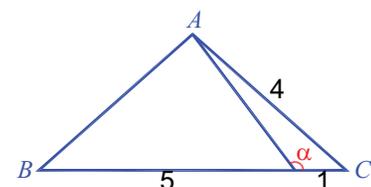


۴۸. در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

(۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

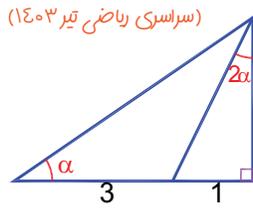


۴۹. در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟

(۲) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

(۱) $-\frac{2}{5}$
(۳) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$

۵۰. در شکل زیر، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

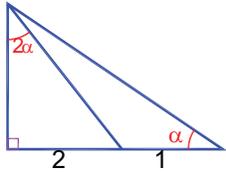


- (۲) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{4}{5}$

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{3}{5}$

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۵۱. در شکل زیر، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{3}$

۵۲. زاویه \widehat{xOy} و نقطه M داخل زاویه با شرط $\widehat{MOy} = \widehat{xOM}$ باشد، مفروض است. از نقطه M عمودهای MN و MP را به

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

ترتیب بر نیم خط‌های Ox و Oy رسم می‌کنیم. نسبت $\frac{MN}{MP}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{OP}{ON}$
(۲) $\frac{OP}{OM}$
(۳) $\frac{2OP}{ON}$
(۴) $\frac{2OP}{OM}$

۵۳. تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ را که دوره تناوب آن ۲ است، در نظر بگیرید. مساحت ناحیه محصور به منحنی f و محور

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

x ها در بازه $[-0.75, 2.25]$ ، کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $3/5$
(۴) ۴

۵۴. مثلث ABC، با اضلاع $\sqrt{3}$ ، ۶ و زاویه بین آنها برابر α ، قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث $4/5$ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۵۵. در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک‌تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۵
(۳) ۳۰
(۴) ۴۵

۵۶. خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{1}{4}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{3}$

۵۷. خطوط $x + 2y = 3$ و $2x + ay = 6$ ، یکدیگر را در نقطه A و خط $x + y = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقدار $\cot(B - C)$ در مثلث ABC کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $-\frac{5}{3}$
(۲) $-\frac{3}{4}$
(۳) $-\frac{3}{5}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

۵۸. در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای آن است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار مثبت

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{1}{3}$
(۴) ۳

۵۹. در یک مستطیل، جذر مساحت، نصف طول قطر است. اگر B و C دو زاویه ایجادشده در یک طرف قطر باشد، مقدار تانژانت

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

$(B - C)$ کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(۴) $\sqrt{3}$

۶۰. اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است، حاصل $2 \cos A \sin B - \sin C$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۶۱. اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه زاویه A است. حاصل $2 \sin A \cos B - \sin C$ با کدام مورد برابر است؟

- (۱) $-\sin A$ (۲) $-\sin B$ (۳) $\sin B$ (۴) $\sin A$ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

توابع متناوب

۶۲. دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) π

۶۳. دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

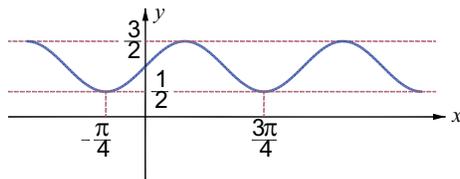
- (۱) 3π (۲) 4π (۳) 6π (۴) 12π

۶۴. دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - 3 \sin \frac{\pi}{a} x$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است. دوره تناوب تابع $-3f(2x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) π (۴) $\frac{\pi}{4}$

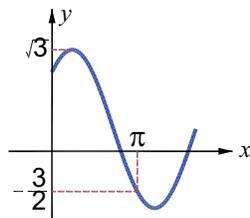
نمودار توابع مثلثاتی

۶۵. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a + b$ کدام است؟



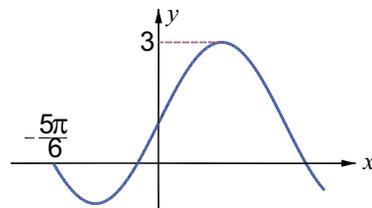
- (۱) ۱ (۲) $\frac{2}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۶. شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. b کدام است؟



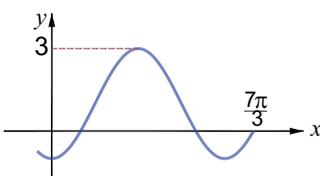
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۶۷. شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{4} - x)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



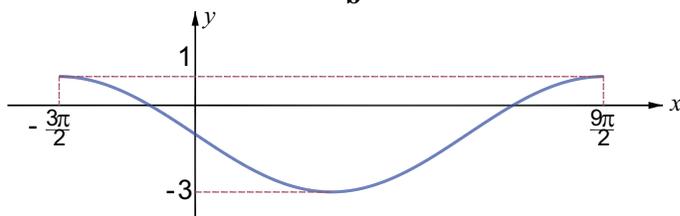
- (۱) ۱/۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) $1 + \sqrt{3}$

۶۸. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a + b \sin(\frac{\pi}{4} + x)$ است. مقدار b ، کدام است؟



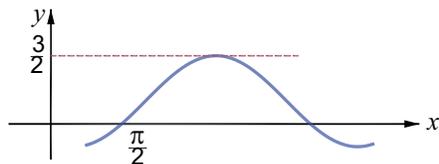
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۶۹. شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ را در یک بازه تناوب، نشان می‌دهد. نسبت $\frac{a}{b}$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)



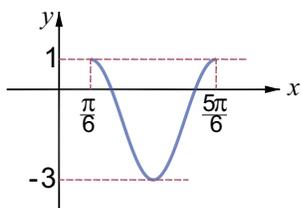
- (۱) -۲
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

۷۰. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. مقدار a ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) -۱
- (۲) -1/2
- (۳) 1/2
- (۴) ۱

۷۱. شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ ، در یک بازه‌ی تناوب است. مقادیر b و c ، کدام‌اند؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

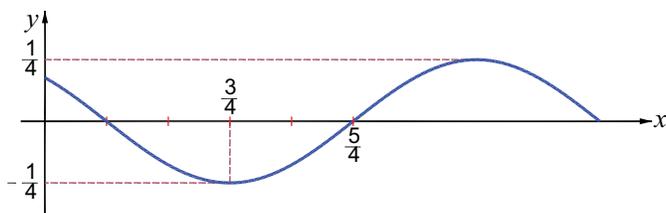


- (۱) $b = 3, c = -1$
- (۲) $b = 3, c = -2$
- (۳) $b = \frac{3}{2}, c = -2$
- (۴) $b = \frac{3}{2}, c = -1$

۷۲. نمودار تابع $y = 2^{| \sin x |}$ را ابتدا به اندازه $\frac{\pi}{4}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{4}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می‌دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[0, \pi]$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۰)

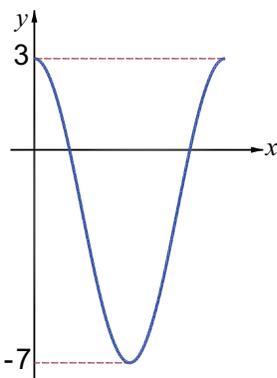
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۷۳. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)



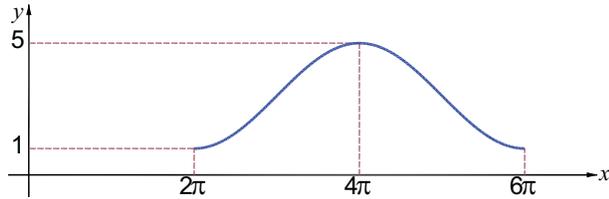
- (۱) 1/16
- (۲) ۱
- (۳) 1/4π
- (۴) π

۷۴. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(\frac{\pi}{3})$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۱)



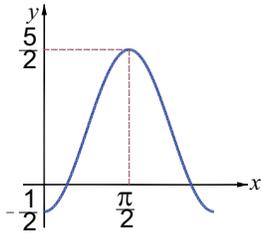
- (۱) 1/2
- (۲) 1/2
- (۳) -1/2
- (۴) -11/2

۷۵. شکل زیر، نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را در یک دوره تناوب، نشان می‌دهد. مقدار c کدام است؟



- ۵ (۱)
- ۴ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)

۷۶. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می‌دهد. مقدار ac کدام است؟

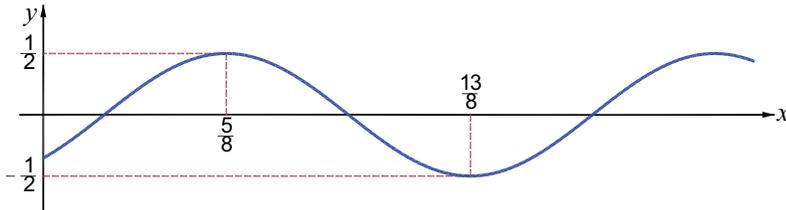


- ۵ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵/۲ (۳)
- ۳/۲ (۴)

۷۷. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx - c)$ را نشان می‌دهد، اگر $a > 0$ ، $b > 0$ و $0 < c < 2\pi$ باشند، مقدار

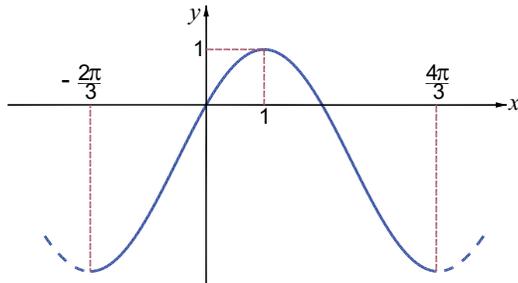
(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

$\frac{ab}{c}$ کدام است؟



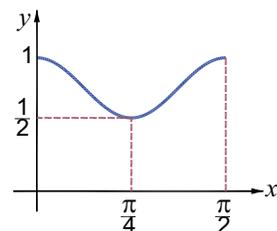
- ۴ (۱)
- ۱/۲ (۲)
- ۱/π (۳)
- ۲π (۴)

۷۸. شکل زیر، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c - a)$ کدام است؟



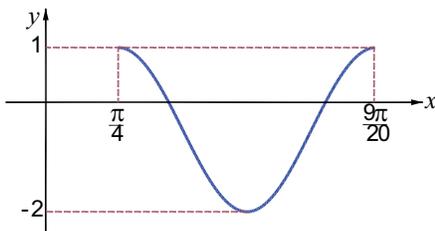
- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۶ (۴)

۷۹. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = c + a \cos bx$ را نشان می‌دهد. مقدار bc کدام است؟



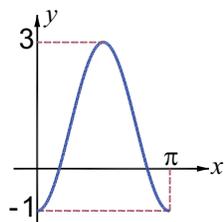
- ۴ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۳ (۴)

۸۰. شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



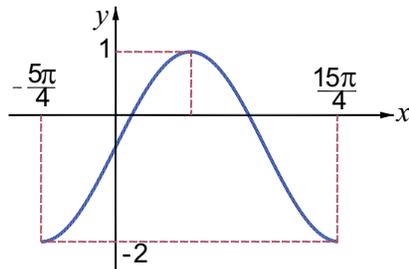
- ۱۵ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۷/۵ (۳)
- ۷/۵ (۴)

۸۱. اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx - \frac{3\pi}{4}) \cos(cx - \frac{3\pi}{4})$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)



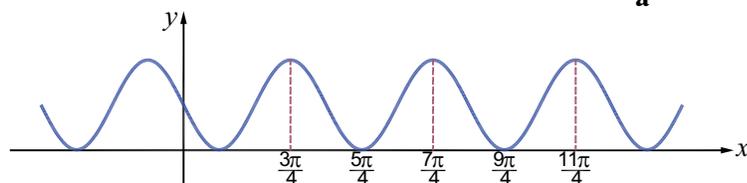
- (۱) $\frac{\pi}{6}$
- (۲) $\frac{\pi}{4}$
- (۳) $\frac{\pi}{2}$
- (۴) $\frac{2\pi}{3}$

۸۲. شکل، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)



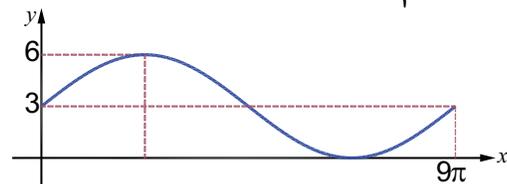
- (۱) $-\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $-\frac{1}{6}$
- (۴) $\frac{1}{6}$

۸۳. شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 + \sin ax$ است. دوره تناوب $y = 3 \cos(\frac{x}{a})$ کدام است؟ (سراسری تجربی (دبهبشت ۱۴۰۳)



- (۱) 4π
- (۲) 6π
- (۳) 3π
- (۴) 2π

۸۴. اگر شکل، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)



- (۱) ۴
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{4}{75}$
- (۴) ۵

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

معادلات مثلثاتی

۸۵. مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$
- (۲) $\frac{7\pi}{2}$
- (۳) 2π
- (۴) 3π

۸۶. مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$
- (۲) 3π
- (۳) $\frac{9\pi}{2}$
- (۴) 4π

۸۷. مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\tan(3x) \tan(x) = 1$ در بازه‌ی $[\pi, 2\pi]$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) 5π
- (۲) 6π
- (۳) $\frac{9\pi}{2}$
- (۴) $\frac{11\pi}{2}$

۸۸. جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $x = \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
- (۲) $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
- (۳) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$
- (۴) $x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

۸۹. فرض کنید A مجموعه جوابهای معادله مثلثاتی $(1 + \cos(\lambda\alpha))(1 + \cos(4\alpha))(1 + \cos(2\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در بازه $[0, \pi]$ باشد. ماکسیمم عضو مجموعه A، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{5}{7}\pi$ (۲) $\frac{6}{7}\pi$ (۳) $\frac{7}{9}\pi$ (۴) $\frac{8}{9}\pi$

۹۰. مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \sin(x) + \cos(2x) + 2\sin(x)$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) 2π (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) 3π (۴) $\frac{7\pi}{2}$

۹۱. تعداد جوابهای معادله مثلثاتی $(1 + \cos(\alpha))(1 + \cos(2\alpha))(1 + \cos(4\alpha)) = \frac{1}{8}$ ، در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)

(۱) ۱۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۹۲. مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \sin(x) \sin(\frac{3\pi}{4} - x) + 4\sin x$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۸)

(۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 3π (۳) 4π (۴) 5π

۹۳. جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی از کشور ۹۸)

(۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

۹۴. جوابهای معادله مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(2x - \frac{\pi}{4})$ ، با شرط $x \neq k\pi$ که در آن k یک عدد صحیح است، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

(۱) $\frac{k\pi}{3}$ (۲) $\frac{2k\pi}{3}$ (۳) $\frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

۹۵. تعداد جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \sin(3x) \cos(3x) + 4\sin(x)$ ، در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی از کشور ۹۹)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۶. تعداد جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \cos^2(x) - \sin^2(x) \cos(3x)$ ، در فاصله $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۹۷. تعداد جوابهای معادله مثلثاتی $-2 = \sin^2(x) + 2\cos(3x) + 5\sin^2(x)$ ، در فاصله $[-\pi, \pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۷

۹۸. مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{9\pi}{4}$ (۴) $\frac{11\pi}{6}$

۹۹. مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \sin(x + \frac{\pi}{4}) \cos(x - \frac{\pi}{4})$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۰۰. تعداد جوابهای معادله مثلثاتی $1 = \tan^2 x - 8 \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۱)

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۰۱. تعداد جوابهای معادله $1 = \sin(x + \frac{\pi}{6}) \cos(x - \frac{\pi}{3})$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۲. معادله $\frac{1}{2} \cos^2 x = \frac{1}{4} \sin^2 x + \sin x \cos x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، چند جواب دارد؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۰۳. مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

۱۰۴. معادله مثلثاتی $\tan 2x = \cot x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱) ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۱۰۵. اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲) $-\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

اگر اختلاف جواب‌های غیر صفر معادله $\cot(\frac{\pi+4x}{2}) = \cos(\frac{\pi+8x}{2})$ در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ برابر α باشد، مقدار $\cos(3\alpha)$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

۱۰۷. معادله مثلثاتی $\sin 2x - 4\sin^2 x \cos x = 0$ چند جواب در بازه $(-\pi, \pi)$ دارد؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳) ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۱۰۸. در معادله مثلثاتی $1 = 3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ ، اگر $\frac{1}{\sqrt{3}} = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ باشد، مقدار m کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲) $\sqrt{3}$ (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) -3 (۴)

۱۰۹. مجموع جواب‌های معادله $\cos 2x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳) ۰ (۱) $-\pi$ (۲) -3π (۳) -4π (۴)

۱۱۰. اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3\sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳) $\frac{5\pi}{6}$ (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴)

۱۱۱. معادله مثلثاتی $2\cos^2 x = \sin x + 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۲. تعداد جواب‌های معادله $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳) ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۳. مجموع جواب‌های معادله $\cos(x - \frac{\pi}{3}) + \cos(\frac{\pi}{6} - x) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{4}$ (۳) $\frac{9\pi}{4}$ (۴)

فصل ۱۱: حد و پیوستگی

مفهوم حد

۱. به ازای کدام مجموعه مقادیر x ، بازه‌ی $(x+1, 2x-1)$ یک همسایگی عدد ۳ می‌باشد؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

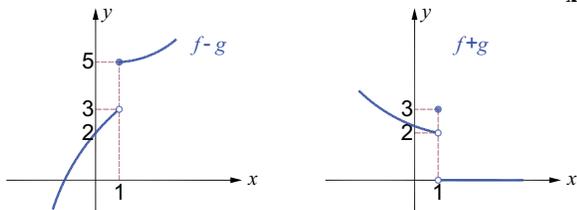
(۱) \emptyset (۲) $\{2\}$ (۳) $2 < x < 2.5$ (۴) $1.5 < x < 2$

۲. اگر $f(x) = x\left(\sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}}\right)^3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{14}$

۳. شکل‌های زیر، نمودار توابع $f+g$ و $f-g$ هستند. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) حد ندارد. (۲) $2/25$ (۳) $2/5$ (۴) $2/75$



محاسبه‌ی حد‌های به صورت صفر صفر

۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}}$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $-1/5$ (۲) $-1/2$ (۳) $-0/8$ (۴) $-0/6$

۵. حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ ، وقتی $x \rightarrow -8$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۱) -24 (۲) -18 (۳) -12 (۴) -6

۶. حد عبارت $\frac{2 - \sqrt[3]{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی $x \rightarrow 2$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۷. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{3}{2}$

۸. مقدار غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{48}$ (۴) $\frac{1}{24}$

۹. مقدار غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-\sqrt{x}} - b}{ax + b}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۱۰. اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x} = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{c} + \frac{c}{a}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

۱۱. اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a + \sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

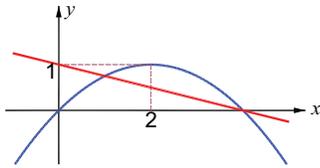
حداست و چپ

(سراسری تجربی ۹۹)

۱۲. حاصل $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{[x]+3}{x+2}$ ، کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۱۳. نمودار تابع سهمی f و خط راست g در شکل زیر داده شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x)+g(x)}{4-x}$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)



- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{2}{2}$

دانلود از سایت ریاضی سرا

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۱۴. اگر $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-27}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|}$ کدام است؟

- (۱) $-0/3$ (۲) $-0/6$ (۳) $0/3$ (۴) $0/6$

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۱۵. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = -\infty$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left[\frac{x}{a} - x \right]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

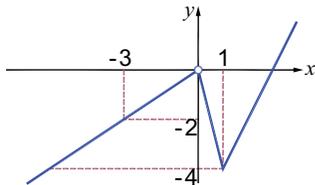
(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۱۶. مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۱۷. شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{|x|} + \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{f(x)}$ کدام است؟



- (۱) $-5/5$ (۲) $-4/25$ (۳) $-3/75$ (۴) $-2/5$

حداست و چپ

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۱۸. در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x}$ ، کدام بیان درست است؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = -\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty$ (۳) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} f(x) = +\infty$

۱۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ کدام است ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) π (۴) 2π

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۲۰. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2+3x} - \sqrt{2-x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ ، کدام است ؟

- (۱) -۲ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۲۱. فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan^2(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1)}{(1 - \cos(\sqrt{2x}))^n} = a$ مقدار $a + n$ ، کدام است ؟

- (۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{17}{4}$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۲۲. فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{1-x^2} - 1) - 2 \tan[x]}{x^n (1 - \cos(\sqrt{2x}))} = a$ ، مقدار a^n ، کدام است ؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

۲۳. مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^-} [2 \sin x - 1]$ ، کدام است ؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۲۴. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-2\cos x}}$ ، کدام است ؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۲۵. اگر $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{ax + b}{a \cos x - \sin x} = -\infty$ باشد، کمترین مقدار صحیح b کدام است ؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۲۶. شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{f(x)}{\sin x} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{4})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ ، کدام است ؟

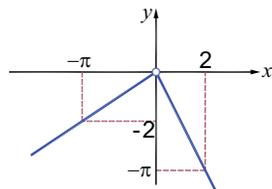
(۱) $1 - \frac{4}{\pi^2}$

(۲) $\frac{4}{\pi^2} - 1$

(۳) $4\pi - \frac{1}{\pi^2}$

(۴) $4\pi + \frac{1}{\pi^2}$

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)



(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۲۷. اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد ؟

- (۱) $[\frac{2x}{\pi}] - 1$ (۲) $2[\frac{x}{\pi}] + 1$ (۳) $2[\frac{x}{\pi}] + 3$ (۴) $[\frac{3x}{\pi}] - 3$

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۲۸. اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{f(x)}{\cos x} = +\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه تابع f باشد ؟

- (۱) $2[\frac{x}{\pi}] + 1$ (۲) $[\frac{2x}{\pi}] - 1$ (۳) $[\frac{3x}{\pi}] - 2$ (۴) $2[\frac{x}{\pi}] + 2$

۲۹. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۳۰. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{10x-5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [-\frac{2}{x^2}]}$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

(۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $+\infty$

۳۱. تابع $f(x) = \frac{ax^3 - bx^2 + 2}{ax^3 - bx + 2}$ در دو نقطه ناپیوسته و فقط دو مجانب موازی با محورهای مختصات دارد. مقدار a و b ، کدام اند؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

(۱) $a=0, b=2$ (۲) $a=8, b=10$
 (۳) $a=-2, b=0$ (۴) $a=-8, b=-6$

۳۲. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{16x - [-\frac{2}{x^2}]}{24x + [\frac{3}{x^2}]}$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

(۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳. اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{(x-a)(4x^2 - 4x + 1)}$ ، فقط دارای دو مجانب باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰) (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۳۴. در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان درست است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۴) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

۳۵. تابع $f(x) = \frac{|ax+1| + 2x}{|x| + b}$ دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر هر ریشه مخرج با یکی از حدهای تابع در بی نهایت برابر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

(۱) -۳ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۳۶. محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+3}{(a+1)x + (a-1)}$ ، نقطه مینیمم تابع $y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6}$ است. نمودار این

تابع هموگرافیک، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۳۷. نقطه $A(-\frac{1}{2}, 3)$ محل تلاقی مجانب‌های نمودار $y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)

(۱) ۳ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۳۸. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^3 - [x^3]}$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۱)

(۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $+\infty$

۳۹. حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x+1| + [x]}{x - [-x]}$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) $-\infty$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

حد در بی نهایت

(سراسری ریاضی ۹۹)

۴۰. فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۴۱. فرض کنید $n \in \mathbb{N}$ ، حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۰ (۴) $-\frac{1}{2}$

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۴۲. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2 x^2 - 1)(a^6 x^6 - 1)} L(a^{10} x^{10} - 1)}{a^{49} x^k - 1} = -1$ ، آنگاه مقادیر a و k ، کدام اند؟

- (۱) $a = -1, k = 51$ (۲) $a = 1, k = 51$ (۳) $a = -1, k = 49$ (۴) $a = 1, k = 49$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

۴۳. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin^{2n}(x)$ ، در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

(سراسری تجربی ۹۸)

۴۴. اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۴۵. اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۶. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{5}{36}$

۴۷. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $-\frac{4}{17}$ (۲) $-\frac{6}{17}$ (۳) $-\frac{5}{12}$ (۴) $-\frac{6}{11}$

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۴۸. مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\sqrt{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2+1}} \right)$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

۴۹. مقدار $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^6 - x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 1} - x^2}{x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

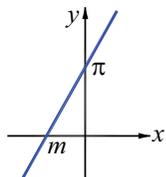
۵۰. اگر $g(x) = \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{|x-1|}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f - [x])g(x) = 6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۵۱. اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + x + 1}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x+2} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^-} [\frac{1}{x}]f(x)$ چقدر است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

۵۲. شکل زیر نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد مقدار m کدام است؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)



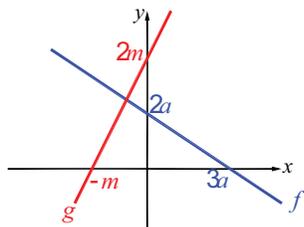
- (۱) $-\sqrt{\pi}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

- (۳) $-\frac{1}{\pi}$ (۴) $-\pi\sqrt{\pi}$

۵۳. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{x^2 + 12}}{x+2}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ باشد، حد $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -2$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) $0/5$ (۲) ۱ (۳) $1/5$ (۴) ۲

۵۴. شکل زیر، نمودار توابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)



- (۱) $\frac{1}{2}$

- (۲) $-\frac{1}{2}$

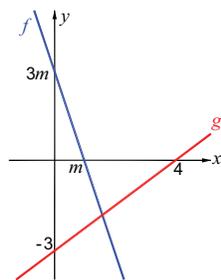
- (۳) -۲

- (۴) ۳

۵۵. اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f باشد؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$ (۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(1, 2)$

۵۶. شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)



- (۱) -۳

- (۲) ۳

- (۳) -۴

- (۴) ۴

۵۷. f تابع هموگرافیک، $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)}$ است. کدام عدد می‌تواند حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$ باشد؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۵۸. نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x}$ نسبت به مجانب افقی خود، در بی نهایت کدام وضع را دارد؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)



۵۹. نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c}$ دارای خطهای مجانب $y = -1$ ، $x = -2$ و $x = 1$ است. $f(-1)$ کدام است؟

(۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $1/75$ (۴) $-1/5$ (سراسری ریاضی ۹۹)

۶۰. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$ ، فقط یک مجانب قائم $x = 2$ دارد. اگر $f(3) = 6$ باشد، معادله مجانب افقی آن، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) $y = -1$ (۲) $y = -\frac{1}{2}$ (۳) $y = \frac{1}{2}$ (۴) $y = \frac{3}{2}$

۶۱. تابع $f(x) = \frac{|x| + |a|x}{|2x - 1| + b}$ دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر $y = \alpha$ و $y = 2\alpha$ مجانبهای افقی $x = \beta$ و $x = 2\beta$ مجانبهای قائم باشند، کدام مورد برابر b است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) $-|a|$ (۲) $|a|$ (۳) $2|a|$ (۴) $-2|a|$

۶۲. اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x - 1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانبهای نمودار تابع $f - g$ کدام است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-3, 0)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(1, 0)$ (سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۶۳. برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{3x^2 - 8x - 3}{ax^2 + (1 - a)x + a + 1}$ یک مجانب قائم دارد؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۷

۶۴. برای چند مقدار a ، تابع $f(x) = \frac{2x^2 + x - 6}{ax^2 + (a - 2)x + 4}$ یک مجانب قائم دارد؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۳)

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

پیوستگی

۶۵. به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{3x - 6}{x - \sqrt{x} + 2} & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

(۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳ (سراسری ریاضی ۹۸)

۶۶. به ازای مقادیری از a و b ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| < 1 \\ ax + b & |x| \geq 1 \end{cases}$ ، بر روی \mathbb{R} پیوسته است. a کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۶۷. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} (x - 1)[x] & |x - 1| < 1 \\ x^2 + ax + b & |x - 1| \geq 1 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -1 (۳) ۱ (۴) $\frac{5}{2}$

۶۸. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $|x| \leq 2$ ، $f(x) = [x] \sin \pi x$ ، کدام است ؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۶۹. به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{a+x^3}{|x+2|} & x \neq -2 \\ a & x = -2 \end{cases}$ ، در نقطه $x = -2$ فقط از چپ پیوسته است ؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) $-1/2$ (۲) $\frac{x^2-6}{x^2-4}$ (۳) ۶ (۴) ۱۲ (سراسری تجربی ۹۸)

۷۰. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2|x-2|}{2} & x \neq 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ ، از نظر پیوستگی در $x = 2$ چگونه است ؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) از چپ پیوسته (۲) پیوسته (۳) از چپ ناپیوسته و از راست ناپیوسته (۴) از راست پیوسته

۷۱. به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{\cos^2 x} & x \neq \frac{\pi}{2} \\ a & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ، در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته است ؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-1/5$ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

۷۲. فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$. تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ ، کدام است ؟ (سراسری تجربی ۱۶۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۳. فرض کنید $f(x) = x(1-x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ ، تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $(f \circ g) \circ g$ ، کدام است ؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (سراسری تجربی خارج ۱۶۰۰)

۷۴. تابع $f(x) = \begin{cases} |x| + |-x| & |x^3| < x^2 \\ 1 + \cos \pi x & |x^3| = x^2 \\ [x^2] - [x] & |x^3| > x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است ؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) بی شمار (۴) در همه نقاط پیوسته است.

۷۵. تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{2bx^2} & x > 0 \\ |b-x| & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$ ، در نقطه $x = 0$ پیوسته است. مقدار حقیقی $b - a$ کدام است ؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

۷۶. تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & x^2 < |x| \\ \cos \pi x & x^2 = |x| \\ |x|([x]+1) & |x| < x^2 < 2 \end{cases}$ ، در چند نقطه ناپیوسته است ؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۶۰۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) در همه نقاط پیوسته است.

۷۷. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & [x] \text{ زوج} \\ |x - [x - a]| & [x] \text{ فرد} \end{cases}$ در i پیوسته باشد. مجموعه مقادیر a شامل چند عضو است ؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳ (سراسری ریاضی دی ۱۶۰۱، با تغییر)

۷۸. به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - x - 2| & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ روی i پیوسته است؟ (سراسری تجربی مجلد ۱۴۰۱)

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) هر مقدار a (۴) هیچ مقدار a

۷۹. اگر در ریشه‌های از معادله $\Delta x^2 - ax + b = 0$ ، حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $\left[\frac{b - 2a}{3}\right]$ کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸۰. تابع $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(2x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{|x^2 + x - 2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x - [-x]) & x \geq 5 \end{cases}$ روی بازه $[1, 5]$ پیوسته است. مقدار ab کدام است؟ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

(۱) -0.7 (۲) -0.5 (۳) 0.7 (۴) 0.5

۸۱. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^3 + ((m-7)x + a)^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{3\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$ در i پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

۸۲. برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & [x] \text{ زوج} \\ x - [x] + k & [x] \text{ فرد} \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است، کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$) (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

(۱) n زوج (۲) n فرد (۳) برای جمیع مقادیر n پیوسته است. (۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

۸۳. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{6x^2 + (m+3)x + \frac{m}{2}}}{|2x^3 + (m-3)x + a^2|} & x \neq a \\ \frac{2 \tan b}{\sqrt{-x}} & x = a \end{cases}$ در i پیوسته باشد، مقدار b باشد؟

(۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

۸۴. تابع ناصفر $f(x) = b[x^2 - ax] - 2a$ در i پیوسته است. مقدار $\frac{a}{f(b)}$ کدام است؟ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۸۵. برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |[-x] - x| & [x] \text{ زوج} \\ k - x + [x] & [x] \text{ فرد} \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است، کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$) (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

(۱) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست. (۲) برای جمیع مقادیر n پیوسته است. (۳) n فرد (۴) n زوج

۸۶. تابع $f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2 - 1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ (سراسری ریاضی (دربخش ۱۶۰۳)

۸۷. تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x+1]$ در i پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۶۰۳)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۸۸. تابع غیر صفر $f(x) = a[x+1] + b[x+[a+1]]$ در i پیوسته است. مقدار $\frac{a[a]}{f(a)}$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۶۰۳)

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۸۹. به ازای مقادیر طبیعی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x + 1} & |x| \leq c \\ ax^2 + bx + 2 & |x| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. کدام می تواند مقدار $\left[\frac{a}{b}\right]$ باشد؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۶۰۳)

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۹۰. به ازای برخی مقادیر صحیح نامنفی c ، تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 4x + 4} & |x-2| \leq c \\ a(x-2)^2 + b(x-2) & |x-2| > c \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است. چند مقدار برای $[ac]$ وجود دارد؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۶۰۳)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بیش از ۳

فصل ۱۲: مشتق

مفهوم مشتق

۱. اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(fog)'(1)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲. فرض کنید $f(x) = \cos^3(2x) + ax^2 + b$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f'(x)}{x} = 2$ ، مقدار $a + b$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۸

۳. فرض کنید $f(x) = \sin^n(x^2)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)f'(x)}{(1 - \cos(x))^m} = 32\sqrt{2}$ ، مقدار $2m + n$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۴. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۵. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4} + h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶. اگر $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\Delta-h) - 2f(\Delta-h) + 2}{h(\Delta-h)}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{13}{30}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{13}{15}$

۷. اگر $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{2x^2 + x - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

تابع مشتق

۸. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) $-\sin a$ (۲) $-\cos a$ (۳) $\cos a$ (۴) $\sin a$

۹. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰. اگر f یک تابع مشتق پذیر، $g(x) = f(\sqrt{1 + \tan^2 x})$ و $g'(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۱. اگر f یک تابع مشتق پذیر، $g(x) = f\left(\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}\right)$ و $g'(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشند، مقدار $f'(\frac{1}{3})$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۲. در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & 0 \leq x < 4 \\ [\frac{x}{4}](x^2 - 9x) & 4 \leq x < 8 \end{cases}$ مقدار $f'(2) - f'(5)$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳. تابع چندجمله‌ای درجه دوم با ضرایب طبیعی $P(x)$ مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم $P(x)$ بر $P'(x)$ (مشتق تابع $P(x)$) به ترتیب -2 و $\frac{1}{4}x + 1$ باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب $P(x)$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۴. فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & x < -1 \\ x & -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$ و $g(x) = 1 - x^2$ تعداد عناصر مجموعه نقاطی که $g \circ f$ یا $f \circ g$ در آن‌ها مشتق پذیر نیست، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۵. باقیمانده و خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $2x + x^2$ به ترتیب $3x + 1$ و $Q(x)$ است. اگر $Q(-2) = 3$ ، آنگاه مقدار باقیمانده تقسیم $P'(x)$ بر $x + 2$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۶۰۰)

- (۱) -6 (۲) -5 (۳) -4 (۴) -3

۱۶. اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(f \circ g)'(2) = 6$ باشد، $f'(\delta)$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) ۲ (۴) ۳

۱۷. در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax+b} & x > 2 \\ -x^3 + 6x & x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۸. مشتق تابع $f(x) = x^2 \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه‌ی $x = -3$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۹. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & x \leq -2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + bx + c & x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ ، مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۰. مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x^2 - x}\right)^3$ در نقطه $x = 2$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{15}{4}$

۲۱. مقدار مشتق تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\left(\frac{2x-x^2}{3x+5}\right)^2}$ در نقطه‌ی $x = -2$ ، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۲. فرض کنید $f(x) = (x[x^2 + \frac{1}{4}])^2 + 1$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$. مقدار مشتق تابع fog در $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند برابر $(-128\sqrt{2})$ است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۳. فرض کنید $g(x) = ax^2 + bx + c$ ، $(a \neq 0)$ و $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \geq k \\ g'(x) & x < k \end{cases}$ باشد. اگر f یک تابع مشتق پذیر باشد، حداکثر مقدار k به شرط $b + c = a$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۴. فرض کنید $f(x) = (x[x])^3$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ، مقدار مشتق چپ تابع fog در $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$ چند برابر $(-48\sqrt{5})$ است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۵. فرض کنید $g(x) = ax^2 + \Delta x + b$ اگر $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۶. تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب ۵ است، اگر $f'(-1) = \frac{3}{4}$ و $g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۷. اگر f تابع مشتق پذیر، $g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2} \cos x)$ و $g'(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$ باشد، مقدار $f'(2)$ چقدر است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۸. تابع f مشتق پذیر و با دوره تناوب $\frac{\pi}{8}$ است. اگر $f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ و $h(x) = f(x - \frac{\pi}{3}) + f(2x - \frac{23\pi}{24})$ باشد، حاصل $h'(\frac{\pi}{4})$ کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۲۹. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & x \geq 2 \\ ax^2 + bx & x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. مقدار b کدام است؟

(سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۳۰. اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۳۱. اگر $f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۳۲. اگر $f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$ باشد، مقدار $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۱)

۳۳. اگر $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۲)

- (۱) ۳ (۲) ۷ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۳۴. اگر $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - f(1)g'(1)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی (دببشت ۱۶۰۳)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۵. به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار ac کدام است؟ (سراسری ریاضی (دببشت ۱۶۰۳)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۶. اگر $f(x) = \frac{\Delta + \cos^3 x}{4 - \cos^2 x}$ و $g(x) = \frac{2}{2 - \cos x}$ باشد، حاصل عبارت کدام است؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۶۰۳)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳۷. به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x - a)^m & x \geq a \end{cases}$ دارای نقطه گوشه‌ای است؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۶۰۳)

- (۱) صفر (۲) بیش از ۲ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸. اگر $f(x) = \frac{27 - \sin^3 x}{9 - \sin^2 x}$ و $g(x) = \frac{3}{3 + \sin x}$ باشد، حاصل عبارت $3g'(\frac{5\pi}{3}) - f'(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۶۰۳)

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۹. به ازای چند مقدار صحیح نامنفی m ، (a, b) یک نقطه گوشه‌ای برای منحنی $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x - a)^m & x \geq a \end{cases}$ است؟ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۶۰۳)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۳

توابع مشتق ناپذیر

۴۰. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق ناپذیر است؟ (سراسری ریاضی خارج (کشور ۹۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۱. تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

خطوط مماس

۴۲. خط به معادله $y = 3x - 5$ در نقطه‌ی $x = 2$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$ باشد،

$(fog)'(2)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج (کشور ۹۸)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳. خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \frac{5x - 4}{\sqrt{x}}$ در نقطه‌ی $x = 4$ واقع بر آن، محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۴. فرض کنید نمودارهای دو تابع $y = x\sqrt{x}$ و $y = x^2 + ax + b$ در یک نقطه مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه مشترک ۴ باشد، مقدار b کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۴۵. خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = |\sin(2x)| + 1$ را در نقطه‌ای به طول $x = 0$ رسم می‌کنیم. اگر A و B به ترتیب نقاط برخورد خطوط مماس با نیمساز ربع دوم و چهارم باشند، طول پاره خط AB ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

- صفر (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۴۶. از محل تقاطع نمودار منحنی $f(x) = \sqrt{x} + 2$ با وارون آن، دو خط مماس یکی بر f و دیگری بر f^{-1} رسم می‌کنیم. اگر زاویه حاده بین دو خط مماس باشد، مقدار $\sin(2\alpha)$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- $\frac{7}{15}$ (۱) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{225}{289}$ (۳) $\frac{240}{289}$ (۴)

۴۷. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس محور y را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- ۲ (۱) -۱/۵ (۲) -۱ (۳) -۰/۵ (۴)

۴۸. خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $g(x) = ax^2 + bx$ ، در نقطه‌ای $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار b ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۴۹. تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$ را در نظر بگیرید، شیب خط مماس بر منحنی $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- ۱۲ (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) -۱۲ (۴)

۵۰. در نقطه تلاقی منحنی‌های $f(x) = \sin x + \frac{1}{4}\cos x$ و $g(x) = \frac{3}{4}\sin x$ در بازه $[0, \pi]$ خط مماسی بر منحنی $f(x)$ رسم می‌شود. این خط، محور x را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- $\frac{\pi}{4} - 1$ (۱) $\frac{\pi}{4} - 3$ (۲) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8}$ (۳) $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8}$ (۴)

۵۱. در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $6y - 3x = 1$ عمود است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- (-۲, ۱) (۱) (-۱, ۱) (۲) (۱, ۲) (۳) (۲, ۱) (۴)

۵۲. معادله خط مماس بر نمودار $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$ در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت $4y - 3x = n$ است. مقدار $m + n$ چقدر است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۱)

- ۳ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۵۳. اگر $y = 2x + b$ بر نمودار $y = \frac{x+a}{ax+1}$ در نقطه‌ای به طول واحد مماس باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- صفر (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴)

۵۴. در نقطه تلاقی منحنی‌های $f(x) = -\sqrt[3]{x}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2$ در ناحیه دوم دستگاه مختصات، خط مماسی بر $g(x)$ رسم می‌شود. فاصله نقطه برخورد این خط با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات، کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

۵۵. به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3|\sqrt{ax}$ ، در نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

- ۲ (۱) ۸ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴)

۵۶. به ازای چه مقدار از m ، نمودار تابع $y = -3x^2 + (2m-1)x + m - 6$ بر نیمساز ناحیه چهارم مماس است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۵۷. خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع $y = \frac{1-5x}{1+2x}$ بر خط $y = 7x - 2$ عمود است. فاصله بین این دو نقطه، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{13}$ (۲) $7\sqrt{13}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $7\sqrt{2}$ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۵۸. خط d در نقطه $(-1, 5)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط d برابر $-\frac{1}{4}$ و $g(x) = \sqrt[3]{x} f(x)$ باشد، مقدار $g'(-1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{13}{6}$ (سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۵۹. خط d موازی محور x ها، قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ نسبت به محور x ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $3/25$ (۳) $0/75$ (۴) $2/75$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

۶۰. خط $5 - x = 7y$ در ناحیه اول صفحه مختصات بر منحنی $y = \frac{ax-1}{3x+1}$ مماس است. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{9}{7}$ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۶۱. خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. مجموع عرض های این دو نقطه کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۶۲. خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1, 1)$ و $(2, 2)$ می گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{23}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{32}}{3}$ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۶۳. سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 18a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۶۴. سهمی $y = ax^2 + 7x + 16a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه چهارم محورهای مختصات مماس است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) -۱ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۶۵. خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{a}{2x-1}$ از نقاط $(2/5, 6)$ و $(-0/5, -12)$ می گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{6}$ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

آهنگ تغییر

۶۶. در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) $0/10$ (۲) $0/15$ (۳) $0/20$ (۴) $0/25$

۶۷. در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 4]$ از آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = \frac{3}{4}$ چقدر کمتر است؟

- (۱) $0/03$ (۲) $0/04$ (۳) $0/05$ (۴) $0/06$ (سراسری ریاضی خارج کشور ۹۸)

۶۸. آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$ در بازه $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع با کدام مقدار x است؟

(۱) $4 + \sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (۴) $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (سراسری ریاضی ۹۹)

۶۹. در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ کدام است؟

(۱) $0/25$ (۲) $0/5$ (۳) $0/45$ (۴) $0/75$ (سراسری تجربی ۹۸)

۷۰. در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ است؟

(۱) -1 (۲) 1 (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۷۱. آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{\pi}{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)$ در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = \frac{3\pi}{8}$ است؟

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ (۴) $-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۷۲. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{4}{27}$ (۴) $\frac{5}{27}$ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۷۳. آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (x^2 + 1)^3(ax + 1)$ در بازه $[-1, 0]$ برابر -11 است. آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در نقطه $x = -2a$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) -1 (۳) 8 (۴) -8 (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

فصل ۱۳: کاربرد مشتق

یکنوایی

۱. کدام عبارت، برای تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ ، درست است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

- (۱) تابع f در بازه $(0, 1) \cup (1, \infty)$ صعودی است. (۲) تابع f در بازه‌های $(0, 1)$ و $(1, \infty)$ صعودی است.
 (۳) تابع f در بازه $(1, \infty)$ صعودی و در بازه $(0, 1)$ نزولی است. (۴) تابع f در بازه $(1, \infty)$ نزولی و در بازه $(0, 1)$ صعودی است.

۲. بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$ در آنها اکیداً نزولی است را در نظر بگیرید. مینیمم طول این بازه‌ها، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt[3]{4} - 1$ (۳) $2\sqrt[3]{4}$ (۴) $2(\sqrt[3]{4} - 1)$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۳. مجموعه مقادیری از اعداد حقیقی که در آن تابع $f(x) = 3\sqrt[3]{x} + |x|$ صعودی باشند، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) $[-1, \infty)$ (۲) $(-\infty, \infty)$ (۳) $(-1, 0) \cup (0, \infty)$ (۴) $[-3\sqrt[3]{3}, 0]$

۴. تعداد بازه‌هایی که تابع $f(x) = \frac{x^4 - 3}{x^2 - 2}$ ؛ $x \in (-2, 2)$ در آنها اکیداً نزولی باشد، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵. به ازای چند مقدار صحیح m ، تابع $y = \frac{mx + 2}{x - 1} + m$ روی بازه $(1, +\infty)$ نزولی است؟ ($m \neq 2$) (سراسری ریاضی ادبی‌هشت ۱۴۰۳)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

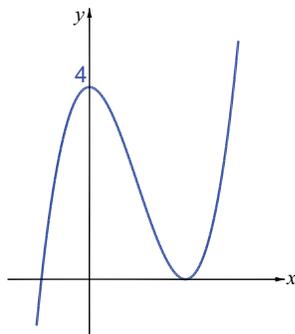
نقاط بحرانی

۶. تابع $f(x) = \frac{x}{1 - x|x|}$ چند نقطه بحرانی دارد؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

مفهوم اکسترمم

۷. نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. طول نقطه مینیمم نسبی تابع، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)



- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

اکسترمم مطلق

۸. فاصله‌ی نقطه‌ی مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x - 1)^2}$ ، از خط مجانب قائم آن کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۹. مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - x^2$ در بازه $[-1/5, \sqrt{3}]$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) -2 (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{9}{8}$

اکسترمم نسبی

۱۰. فاصله‌ی نقطه‌ی ماکسیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{2x - x^2}{(x+1)^2}$ ، از خط مجانب افقی آن کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) 1 (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۱. فرض کنید A و B نقاط مینیمم نسبی و C و D نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ باشند، زاویه‌ی بین پاره‌خط‌های AB و CD ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) 30° (۳) 45° (۴) 60°

۱۲. در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x - 4|$ ، فاصله‌ی دو نقطه ماکسیمم نسبی و مینیمم نسبی آن کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۳. در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطه‌ی ماکسیمم نسبی و مینیمم نسبی آن کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) 3 (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) 4

۱۴. فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه $f(x) = x + \sqrt{4x - x^2}$ ، از نیمساز ناحیه اول کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- (۱) 1 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) 2 (۴) $2\sqrt{2}$

۱۵. مقدار ماکسیمم نسبی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) $-1 + \sqrt{5}$ (۲) $1 + \sqrt{5}$ (۳) $-1 + \sqrt{3}$ (۴) $1 + \sqrt{3}$

۱۶. تعداد نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 4|$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

۱۷. نقطه $A(-1, 1)$ اکسترمم نسبی تابع $y = x^2 |x| + 3ax^2 + b$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 3 (۴) $\frac{1}{3}$

۱۸. نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند، حاصل ab کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) -3 (۲) -6 (۳) 3 (۴) 6

۱۹. نمودار تابع $y = x^3 + ax^2 - 2bx - 4$ در نقاطی به طول صفر و -2 دارای اکسترمم نسبی است. فاصله بین نقاط اکسترمم نسبی این تابع، چقدر است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{101}$

۲۰. نقطه $A(-1, 2)$ ، نقطه مینیمم نسبی تابع $y = ax^2 + b|x|$ است. مقدار ab کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) 1 (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) -8

۲۱. مقدار مینیمم نسبی تابع $y = x^3 - 12x + 2$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- (۱) -14 (۲) -11 (۳) -9 (۴) -7

۲۲. تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x(1-|x|)}$ را در نظر بگیرید. اگر m و n به ترتیب تعداد نقاط ماکسیمم و مینیمم نسبی و k تعداد نقاط

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

بحرانی تابع f باشند، مقدار $m + n + k$ کدام است؟

- (۱) 6 (۲) 5 (۳) 4 (۴) 3

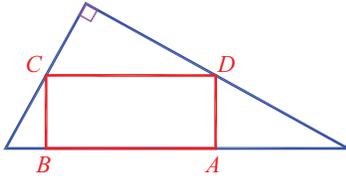
(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

۳۵. کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - [x^2]}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

۳۶. در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل ABCD ماکسیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟

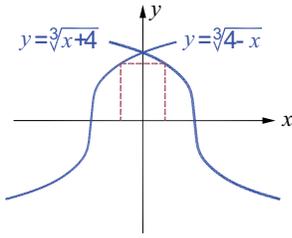
(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)



- (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴) ۲/۵

۳۷. مساحت بزرگ‌ترین مستطیل واقع در ناحیه‌های اول و دوم که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن بر نمودارهای داده شده در شکل زیر قرار دارد، کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۸. اگر مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن، یکی بر $y = \sqrt{x}$ و دیگری بر $y = \sqrt{a-x}$ واقع است برابر $\sqrt{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۹. مساحت بزرگ‌ترین مستطیلی که دو رأس آن بر محور x ها و دو رأس دیگر آن یکی بر $y = \sqrt{x+1}$ و دیگری بر $y = \sqrt{2-x}$ قرار دارد، کدام است؟

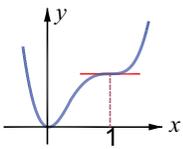
(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$

مسئله‌های نموداری

(سراسری ریاضی ۹۸)

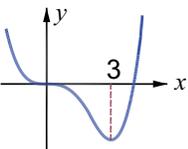
۴۰. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ است. a کدام است؟



- (۱) -۸ (۲) -۷ (۳) -۵ (۴) -۴

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۴۱. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$ است. $f(-2)$ کدام است؟



- (۱) ۳۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۸

۴۲. فرض کنید A و B نقاط اکسترمم تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ باشند. چند نقطه روی منحنی f وجود دارد که خطوط مماس بر آنها، موازی پاره خط AB است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۳. قرینه نقطه A واقع بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{-x}$ را در دامنه [۰, ۱] نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم صفحه مختصات تعیین و آن را A' می‌نامیم. ماکسیمم طول پاره خط AA' ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{2}{3\sqrt{6}}$ (۲) $\frac{4}{3\sqrt{6}}$ (۳) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{4}{3\sqrt{2}}$

۴۴. نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور x ها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β بیشترین مقدار باشد، m کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱، با تغییر)

- (۱) $\alpha + \beta$ بیشترین مقدار ندارد.
 (۲) $2 + \sqrt{3}$
 (۳) $2 - \sqrt{5}$
 (۴) $2 - \sqrt{3}$

۴۵. اگر $A = \left\{ \log_9^x + 3 \log_x^3 : x > 1 \right\}$ باشد، کوچکترین عضو مجموعه A کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\sqrt{6}$
 (۴) $\sqrt{3}$

۴۶. اگر $A = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\log_8^x + 4 \log_x^2}} : x > 1 \right\}$ باشد، بزرگترین عضو مجموعه A کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\sqrt{6}$
 (۴) $\sqrt{3}$

۴۷. کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
 (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$
 (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۴۸. به ازای مقادیری از α ، تابع $f(x) = \frac{(1 - \alpha)x - 3}{x - \alpha(1 + x)}$ موازی خط $y + \alpha = 0$ است. به ازای مقادیر مختلف α ، مجموع فاصله‌های

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

مقادیر تابع f تا خط $y + \alpha = 0$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۰
 (۲) ۸
 (۳) ۴
 (۴) ۶

۴۹. خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- (۱) $0/3$
 (۲) $0/4$
 (۳) $0/6$
 (۴) $0/8$

۵۰. حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a - 2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۱۲

عطف

۵۱. فاصله دو نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 3}$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی داخل ۹۹)

- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) ۲
 (۳) $\sqrt{5}$
 (۴) ۳

۵۲. فاصله نقطه عطف نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3}{x - 2}$ ، از خط $y = -2$ ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۵۳. به ازای چند مقدار صحیح و منفی k ، نقطه عطف منحنی $y = kx^3 + (k + 1)x^2$ در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) بیش از ۲
 (۴) صفر

۵۴. به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{2}x^3 - (k + 2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) بیش از ۲
 (۲) ۲
 (۳) ۱
 (۴) صفر

فصل ۱۴: مجموعه‌ها

بازه‌ها و مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

۱. اگر A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن‌گاه کدام رابطه نادرست است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $B - A' = A$ (۲) $A - B' = A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$

۲. فرض کنید A و B دو مجموعه‌ی غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه‌ی مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) $A \subset B'$ (۲) $A - B' = \emptyset$ (۳) $A \cap B' = A$ (۴) $(A \cup B)' = \emptyset$

روابط بین مجموعه‌ها

۳. مجموعه‌ی $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) A (۴) B'

۴. مجموعه‌ی $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B)')$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۵. فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه‌ی مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$. اگر $C = (A' - B)' \cap C'$ ، کدام عبارت درست است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \cap B = \emptyset$ (۳) $A \subseteq B$ (۴) $A - B$

۶. فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$ ، حاصل $C' \cap (A' \cap B)'$ ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) C (۴) C'

۷. اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند. مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap ((B \cup A) \cap B))$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۱) $(A - B)'$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) \emptyset

۸. اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

(۱) $A = B$ (۲) $A = \emptyset$ (۳) $B = U$ (۴) $B = \emptyset$

۹. اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $(A \cap B) \cup (A - B)$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

(۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

۱۰. به ازای دو مجموعه ناتهی A و B ، مجموعه $[A' \cup B' - (A \cup B)] \cap [B' - (A' \cup B)']$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱، با تغییر)

(۱) B (۲) $B - A'$ (۳) $A - B$ (۴) \emptyset

۱۱. اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C))$ با کدام مجموعه برابر است؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

(۱) $A' - (B \cup C)$ (۲) $B - (A \cup C)$ (۳) $C - (A \cup B)$ (۴) $(A' \cup B') - C$

تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

۱۲. در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۳. اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{2\}\}, \{2\}\}$ و $B = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ باشند، تعداد زیرمجموعه‌های $A \cap B'$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲ (سراسری ریاضی ۹۸)

۱۴. در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر از آنان عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۱۵. مجموعه‌ی A دارای ۵۱۲ زیرمجموعه است. مجموعه‌ی $A \cap B$ دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های $(B \cup A)'$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸) (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۱۶. دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. اگر نیمی از عضوهای A را به B منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های A ، ۷۵٪ کاهش می‌یابد و اگر نیمی از عضوهای B را به A منتقل کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های B نصف می‌شود. نسبت تعداد عضوهای B به تعداد عضوهای A ، کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۶۰۱) (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۷. در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آن‌هایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می‌کنند.)

(سراسری تجربی دی ۱۶۰۱) (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۳۵ (۳) ۲۳۵ (۴) ۲۷۰

۱۸. مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A \cup B$ و $A \cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۲)

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

۱۹. مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 5$ و تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر ۱۱ باشد، کمترین مقدار ممکن برای m کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۲)

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۰. اگر $n(A \cap B) = 2n(A - B) = 4n(B - A) = 3n(A \cup B) = 57$ باشد، تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۶۰۳) (۱) ۳۳ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

مفصول رشته ریاضی

۲۱. در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x + 2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t - 1\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۲. اگر $A = [1, 4]$ و $B = (-1, 3]$ باشند، مساحت نمودار $A \times A - B \times B$ در صفحه مختصات، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۳. مجموعه‌های A, B, C و D را در نظر بگیرید. تعداد اعضای C ، دو واحد بیشتر از A و تعداد اعضای D ، سه واحد کم‌تر از B است. اگر تعداد اعضای مجموعه $C \times B$ ، ۲۵٪ بیشتر از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ و $1/5$ برابر تعداد اعضای مجموعه $A \times D$ باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B چقدر است؟

(سراسری ریاضی ۱۶۰۱)

(۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۲۴. برای مجموعه‌های $A = \{a - 2, 6, 2b + 1, c\}$ و $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند حالت مقدار $a + b + c = 9$ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۵. برای مجموعه‌های $A = \{\frac{x}{3}, \frac{y}{3}, 5\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. در چند حالت $x + y + z + t > 20$ است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۲) (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

فصل ۱۵: آمار

مفاهیم اولیه، متغیرها: میانگین

۱. میانه تعدادی داده آماری برابر $\frac{3}{5}$ است. مجموع میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه و میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه، برابر ۷ است. اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۳ (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) ۷ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴)

میانه و چارک

۲. نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

۱۱/۵ ، ۱۲/۸ ، ۱۳/۵ ، ۱۱/۲ ، ۱۲/۳ ، ۱۰/۶ ، ۱۱/۹ ، ۱۰/۶ ، ۳۰/۲ ، ۱۲/۷

۰/۲۲۵ (۱) -۰/۱۲۵ (۲) ۰/۱۷۵ (۳) ۰/۲۷۵ (۴)

۳. چارک دوم تعدادی داده آماری برابر ۳ است. قرینه میانگین داده‌های کوچک‌تر از میانه، ۶ واحد کوچک‌تر از میانگین داده‌های بزرگ‌تر از میانه است. اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۶ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴)

۴. برای داده‌های زیر، چارک اول و سوم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اگر میانگین داده‌های بین چارک اول و چارک سوم برابر ۲۶ باشد، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم کدام است؟ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

« ۱۸ ، ۲۳ ، ۳۹ ، ۱ ، ۳ ، ۴۲ ، a ، a ، ۲a + ۱ ، ۲۳ ، ۹ »

۲۰ (۱) $\frac{21}{8}$ (۲) ۴۵ (۳) $\frac{54}{5}$ (۴)

۵. اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگترین عضو دسته قبل است؛ یعنی ... ، {۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲} ، {۴، ۵، ۶} ، {۲، ۳} ، {۱} . میانگین عضوهای دسته چهاردهم کدام است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۴۶۰۸/۵ (۱) $\frac{9216}{5}$ (۲) $\frac{14806}{5}$ (۳) $\frac{18432}{5}$ (۴)

۶. اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می‌دهیم. این روند تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیر تکراری باشند. میانگین داده‌های دسته جدید کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

۲۵ (۱) $\frac{25}{5}$ (۲) ۵۰ (۳) $\frac{50}{5}$ (۴)

واریانس و انحراف معیار

۷. در جدول فراوانی داده‌های زیر، مقدار میانه برابر $\frac{13}{5}$ و اختلاف چارک اول از سوم ۱۷ است. به هر یک از داده‌های جدول ۴ واحد اضافه می‌کنیم. واریانس جدول جدید، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

داده	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۲۸	۳۱	n
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۲	۵	۱

۷۱ (۱)
۷۱/۵ (۲)
۷۲ (۳)
۷۲/۵ (۴)

۸. جدول فراوانی داده‌های زیر مفروض است. اگر مقدار میانه برابر ۱۳ باشد، واریانس داده‌ها، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

داده	۸	۱۲	۱۳	۱۴	۲۶	۲۷	۲۸	n
فراوانی	۳	۲	۶	۳	۱	۱	۵	۱

۵۴/۸۶ (۱)

۵۵/۰۳ (۲)

۵۵/۳۶ (۳)

۵۵/۶۳ (۴)

۹. میانگین شش داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها، به صورت « $۹, a^2, ۰, ۹, b^2, ۱$ » است.

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

اگر واریانس این داده‌ها برابر ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

-۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

۱۰. داده آماری را در نظر بگیرید. اختلاف هشت داده آماری، از میانگین برابر ۱+ یا ۱- و اختلاف یک داده از میانگین برابر صفر است.

(سراسری تجربی ۱۴۰۱)

انحراف معیار این داده‌ها، کدام است؟

 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

۱۱. انحراف معیار شش داده آماری ۲ و اختلاف آن‌ها از میانگین برابر « $۳, -۱, b, -۱, ۰, a$ » است. اگر $a > ۰$ باشد، مقدار b کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۲. میانگین پنج داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها به صورت « $۹, a, ۹, b, ۴$ » است. اگر واریانس آن‌ها $۸/۴$ باشد، مقدار ab کدام است؟ (a و b ، عدد طبیعی هستند).

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۳۶ (۴)

۶۴ (۳)

۷۵ (۲)

۱۰۰ (۱)

۱۳. در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچکترین عدد دسته را حذف

نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می‌کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته‌های مختلف را تا جایی

ادامه می‌دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴. اعداد ۹ تا ۱۹ در اختیار است. دو عدد فرد از بین این اعداد را حذف نموده و با مقدار اختلاف آن دو عدد جایگزین می‌شود. این روند

تا جایی ادامه می‌یابد که همه اعداد زوج، غیر تکراری و با بیشترین میانگین ممکن باشند. انحراف معیار داده‌های جدید کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲، با تغییر)

 $\sqrt{28}$ (۴) $\sqrt{21}$ (۳) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۱)

۱۵. در یک دسته ۷ تایی از اعداد طبیعی متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچکترین عدد دسته را

حذف نموده و عدد طبیعی دیگری را اضافه می‌کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته‌های مختلف را تا

جایی ادامه می‌دهیم که میانگین دسته آخر، مکعب انحراف معیار باشد. اختلاف کوچکترین عضو دسته اول و دسته آخر، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۶. میانگین دسته اول با ۴ داده برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است. یک داده از دسته اول را با یک داده از دسته دوم جابه‌جا

می‌کنیم به طوری که میانگین دسته‌های جدید مجدداً برابر خواهند شد. اگر واریانس دسته اول قبل از جابه‌جایی داده‌ها برابر $1/25$

(سراسری ریاضی اریب‌شست ۱۴۰۳)

باشد، واریانس دسته اول بعد از جابه‌جایی داده‌ها کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۷۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

۱۷. اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، $2a$ و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۴ (۴)

۳/۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۸. اگر واریانس داده‌های ۵، ۱ و $3a$ برابر $\frac{8}{3}$ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

۱۹. میانگین دسته اول با ۵ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۶ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت بین دو دسته، داده a

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

است. اگر واریانس دسته اول $\frac{2}{3}$ از واریانس دسته دوم بیشتر باشد، واریانس دسته اول کدام است؟

۶/۲۵ (۴)

۴ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۱ (۱)

۲۰. میانگین دسته اول با ۴ داده مختلف برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است، به طوری که تنها داده متفاوت دو دسته داده a است.

اگر واریانس دسته اول یک واحد بیشتر از دسته دوم باشد، انحراف معیار دسته اول کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳) (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

ضرب تغییرات

۲۱. میزان بارندگی یک استان در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. در نمایش نمودار جعبه‌ای، ضریب تغییرات داده‌های داخل جعبه

کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۳۲ ، ۵۷ ، ۴۲ ، ۳۷ ، ۵۴ ، ۵۰ ، ۴۶ ، ۵۶ ، ۳۹ ، ۵۹

(۱) $0.7/0$ (۲) $0.9/0$ (۳) $1.2/0$ (۴) $1.5/0$

۲۲. در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب 80 و 25 در گروه

دوم 72 و 16 می‌باشد. کدام گروه بهتر است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

۲۳. نمرات مهارت برای کارگر A: « $12, 13, 14, 15, 16$ » و برای کارگر B: « $11/5, 13, 15/5, 16$ » بوده است. دقت عمل

کدام بیشتر است؟ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

(۱) A (۲) B (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

۲۴. ضریب تغییرات داده‌های آماری به صورت جدول زیر، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۹)

داده	۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۰ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۱ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴ ، ۱۴
------	---

(۱) 0.12 (۲) 0.15 (۳) 0.17 (۴) 0.18

۲۵. داده‌های آماری « $5, 7, 8, 8, 8, 10, 10$ » مفروض‌اند. ضریب تغییرات داده‌ها، کدام است؟ $(\sqrt{\frac{2}{5}} \cong 0.534)$

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹) (۱) 0.15 (۲) 0.20 (۳) 0.25 (۴) 0.30

۲۶. میانگین داده‌های « $a, a, a, -2, 5$ » برابر ۳ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

(۱) $\frac{8}{3\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{3\sqrt{10}}{8}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$ (۴) $\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}$

۲۷. کوچک‌ترین ضریب تغییرات دسته‌های سه‌تایی از اعداد زوج متوالی دو رقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱) (۱) $3\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۲) $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۳) $\frac{1}{12\sqrt{6}}$ (۴) $\frac{1}{24\sqrt{6}}$

واریانس ترکیب دو گروه از داده‌ها: تغییر خطی داده‌ها

۲۸. داده‌های جمع‌آوری شده در یک مطالعه آماری اعداد طبیعی متوالی هستند. اگر به همه داده‌ها ۲ واحد بیفزاییم، اختلاف میانه و

میانگین داده‌های جدید چقدر است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

مفهوم رشته ریاضی

۲۹. نمرات ریاضی ۴۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴

(۱) $14/2$

(۲) $14/25$

(۳) $14/4$

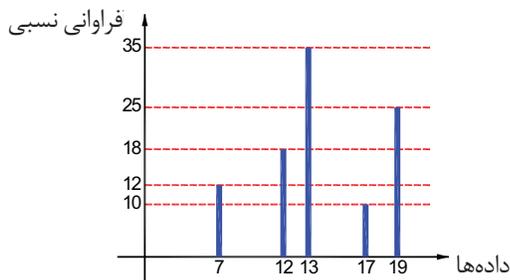
(۴) $14/75$

۳۰. نمرات آمار ۵۰ دانش آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین وزنی نمرات از میانه‌ی آن‌ها کدام است؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

X	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۶	۱۸
f	۶	۹	۱۰	۱۲	۸	۵

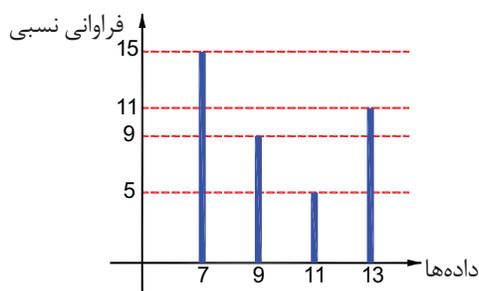
- ۲۸/۰ (۱)
- ۳۲/۰ (۲)
- ۳۶/۰ (۳)
- ۳۸/۰ (۴)

۳۱. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟
(سراسری ریاضی ۹۹)



- ۱۳ (۱)
- ۱۳/۸ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۴/۲ (۴)

۳۲. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)



- ۰/۳ (۱)
- ۰/۴ (۲)
- ۰/۵ (۳)
- ۰/۶ (۴)

۳۳. برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کرده‌ایم. اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب می‌کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه دوم، $\frac{2}{3}$ برابر مقدار محاسبه شده با نمونه اول باشد. اندازه نمونه دوم، چند برابر نمونه اول است؟
(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- ۱/۵ (۱)
- ۲/۲۵ (۲)
- ۲/۷۵ (۳)
- ۳/۵ (۴)

۳۴. از اعداد ۰ تا N، پنج عدد «۹، ۲، ۵، ۸، ۱۱» به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه‌ای N به کمک میانگین، کدام است؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۱)

- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۴ (۳)
- ۱۶ (۴)

۳۵. در یک مطالعه آماری ۸۳ داده جمع‌آوری شده است. اگر توان دوم انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱ یا صفر باشد، حداقل چند داده با میانگین این داده‌ها برابر هستند؟
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۱)

- صفر (۱)
- ۱۳ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)

۳۶. از جامعه‌ای با واریانس ۸، یک نمونه تصادفی ۳۲ تایی انتخاب شده و میانگین نمونه، گزارش شده است. طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین این جامعه، کدام است؟
(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- ۲√۲ (۱)
- ۴√۲ (۲)
- ۱ (۳)
- ۲ (۴)

فصل ۱۶: شمارش بدون شمردن

اصل جمع و ضرب - جایگشت

۱. تعداد اعداد سه رقمی که حداقل یک رقم ۵ و حداقل یک رقم ۲ را شامل شود، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

(۱) ۵۲ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۵۸

۲. تعداد اعداد طبیعی چهار رقمی بخش پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

(۱) ۹۴۸ (۲) ۹۵۲ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۷۲

۳. تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام غیر تکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

(۱) ۱۸۴۸ (۲) ۱۷۹۲ (۳) ۱۷۴۸ (۴) ۱۶۵۸

۴. چند عدد طبیعی پنج رقمی با ارقام غیر تکراری می توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

(۱) ۱۸۴۰ (۲) ۱۹۲۰ (۳) ۲۱۶۰ (۴) ۲۴۰۰

۵. یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است. اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این ویژگی وجود دارد؟ (سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۶. برای دانش آموزان یک شهر از مقطع ابتدایی تا کلاس دوازدهم، یک عدد پنج رقمی به صورت زیر اختصاص می یابد: دو رقم اول سمت راست نمایش پایه تحصیلی (از ۰۱ تا ۱۲)، دو رقم دوم نمایش سن (از ۰۷ تا ۱۸) و رقم پنجم جنسیت (پسر ۱ و دختر ۲). سپس اعداد را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می دهیم. سن صدمین عضو مجموعه کدام است؟ (ممکن است عدد پنج رقمی مورد نظر به هیچ فردی اختصاص نیابد، ولی در محاسبه شمردن شده است). (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

(۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۷. برای یک مجموعه ۱۰۰ نفری از شهروندان یک شهر یک کد شش رقمی به صورت زیر ساخته می شود: دو رقم سمت راست، سن شهروند (۰۱ تا ۸۵)، سه رقم بعدی تعداد افراد هم سن (۰۰۰-۱۰۰) و رقم ششم جنسیت (مرد ۱، زن ۲) اختصاص می یابد. سپس کدهای به دست آمده را به ترتیب صعودی در یک مجموعه قرار می دهیم. سن مورد انتظار برای ده هزارمین عضو مجموعه، کدام است؟ (اگر چه ممکن است شهروندی به آن اختصاص نیابد). (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۵۴ (۴) ۵۵

جایگشت با اشیاء تکراری

۸. چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۲)

(۱) ۱۳۱ (۲) ۲۲۱ (۳) ۳۴۱ (۴) ۴۳۱

۹. چند عدد چهارده رقمی با ارقام ۷ و ۸ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ بوده و از هر دو طرف (سمت چپ و راست) یکسان خوانده شود؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۶ (۴) ۷

ترکیب

۱۰. گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف موجود باشد؟ (سراسری تجربی ۹۸)

(۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۵۴ (۴) ۱۶۸

۱۱. به چند طریق می توان ۵ کتاب متمایز را بین ۳ نفر توزیع کرد، به شرط آن که هر نفر حداقل یک کتاب، دریافت کند؟

(۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۵۰ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

۱۲. در یک جلسه آموزشی میزگردی شامل ۴ دانش آموز کلاس پایه یازدهم و ۴ دانش آموز کلاس پایه دوازدهم تشکیل شده است. به چند حالت دانش آموزان در صندلی ها بنشینند، به طوری که در کنار هر دانش آموزی، دانش آموز هم پایه قرار نگیرد؟

(۱) ۱۴۴ (۲) ۲۸۸ (۳) ۲۷۶ (۴) ۱۱۵۲ (سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۱۳. ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می کنند؟

(۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

۱۴. به چند طریق ۶ دانش آموز می توانند در ۴ رشته ورزشی متمایز ثبت نام کنند به طوری که هر دانش آموز، فقط در یک رشته ورزشی ثبت نام کند و در هر رشته ورزشی، حداقل یک دانش آموز ثبت نام کند؟

(۱) ۳۰۰ (۲) ۷۲۰ (۳) ۷۹۲ (۴) ۱۵۶۰ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱، با تغییر)

۱۵. ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می توانند روی ۸ صندلی در دو ردیف روبه روی هم بنشینند به طوری که هر وزیر دقیقاً روبه روی معاونش قرار بگیرد و وزیرها همگی در یک ردیف باشند؟

(۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲، با تغییر)

۱۶. یک کودک ۳ مکعب یکسان با رنگ های مختلف دارد. او به چند طریق می تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

(۱) ۱۵ (۲) ۷۸ (۳) ۶۶ (۴) ۴۲ (سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳، با تغییر)

۱۷. رضا می خواهد کتاب ریاضی و ۵ کتاب درسی دیگرش را روی هم بچیند. در چند حالت مختلف هنگام چیدن کتاب ها، کتاب های بیشتری بالای کتاب ریاضی قرار می گیرد؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۰۰ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۱۸. یک تیم ۶ نفره والیبال می خواهد وارد زمین شود. در چند حالت مختلف به هنگام ورود به زمین بازی، بازیکنان بیشتری بعد از کاپیتان تیم وارد زمین می شوند؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۰۰ (سراسری ریاضی خارج از کشور تیر ۱۴۰۳)

ترکیب و جایگشت

۱۹. از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد. به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

(۱) ۱۳۵ (۲) ۲۷۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۶۴۰ (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۲۰. به چند طریق می توان ۵ نفر از ۹ دوست صمیمی خود را به مهمانی دعوت کرد، به طوری که ۲ نفر آنان، نخواهند با هم در مهمانی شرکت کنند؟

(۱) ۸۴ (۲) ۷۲ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵ (سراسری تجربی ۹۹)

۲۱. به چند طریق ۳ بازیکن فوتبال، ۲ بازیکن والیبال و ۳ شناگر دور یک میز بنشینند، به طوری که افراد هم تیمی کنار هم باشند؟

(۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۴۳۲ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

۲۲. در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم زمان وارد مطب می شوند. به چند طریق بیماران می توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آن ها نخواهند کنار هم بنشینند؟

(۱) ۱۵۶۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۲۰۴۰ (۴) ۲۲۸۰ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۲۳. ۷ کتاب در موضوعات مختلف که ریاضی، فیزیک و زیست هم جزو آن هاست، در اختیار داریم. به چند طریق می توان ۴ کتاب را طوری انتخاب کرد که اگر ریاضی انتخاب شود، زیست نیز انتخاب شود و اگر فیزیک انتخاب شود، زیست انتخاب نشود؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۲۴. ۴ کتاب متمایز با موضوع ریاضی و ۲ کتاب متمایز با موضوع آمار را به چند طریق می توان در یک قفسه کنار هم قرار داد، به طوری که موضوع دو کتاب مجاور هر کتاب (به جز کتاب اول و آخر)، متفاوت باشد؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

۹۶ (۱) ۷۲ (۲) ۴۸ (۳) ۲۴ (۴)

۲۵. در یک رستوران، ۱۰ نوع غذا سرو می شود. به چند طریق می توان ۵ نوع غذای مختلف را به تصادف انتخاب کرد. به طوری که دو نوع غذای خاص را نتوان همزمان انتخاب نمود؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۸۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۹۶ (۳) ۲۲۴ (۴)

۲۶. با حروف کلمه « آهنگری » چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که حروف کلمه « گنه » کنار هم باشند؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۲۴ (۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴)

۲۷. ۴ کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می توان روی هم قرار داد به طوری که وقتی آنها را یکی یکی بر می داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتابها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

۶۳۰ (۱) ۴۳۲ (۲) ۳۱۵ (۳) ۱۴۴ (۴)

مسائل تعداد توابع

۲۸. چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن تعداد طبیعی یک رقمی و برد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۱۰۵۰ (۱) ۸۴۰ (۲) ۶۳۰ (۳) ۵۰۴ (۴)

۲۹. چند تابع ثابت با ۵ زوج مرتب می توان نوشت به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و برد آن اعداد زوج نامنفی کمتر از ۱۰ باشند؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۵۰۴ (۱) ۶۳۰ (۲) ۱۰۰۸ (۳) ۱۲۶۰ (۴)

مسائل تعداد زیرمجموعه

۳۰. فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, L, 9\}$. چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه های هر معادله از حاصل ضرب ریشه های همان معادله، دو واحد بیشتر باشد؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

۳۱. فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, L, 9\}$. چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$ می توان نوشت که فاصله حاصل ضرب ریشه های هر معادله با جمع ریشه های آن معادله، دو واحد باشد؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

۲۴ (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۳۲. در چند زیرمجموعه از مجموعه $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$ حاصل ضرب کوچک ترین و بزرگ ترین عضو، مضرب ۱۰ است؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۵۹ (۱) ۶۰ (۲) ۶۱ (۳) ۶۲ (۴)

۳۳. در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$ میانگین کوچک ترین و بزرگ ترین عضو بر ۳ بخش پذیر است؟

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

۸۵ (۱) ۹۰ (۲) ۹۵ (۳) ۱۰۰ (۴)

روابط بین جایگشت و ترکیب

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

۳۴. حاصل عبارت $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$ ، کدام است؟

$n2^{n-1}$ (۱) $n2^n$ (۲) $(n-1)2^{n-1}$ (۳) $(n-1)2^n$ (۴)

فصل ۱۷: احتمال

مفاهیم اولیه احتمال: احتمال دو فضای نمونه‌ای هم‌شانس

۱. در جعبه‌ای ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه است. دو مهره به صورت پی‌درپی و بدون جای‌گذاری از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، مهره‌ی دوم سفید است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

$$0/5 \quad (1) \quad 0/6 \quad (2) \quad 0/64 \quad (3) \quad 0/72 \quad (4)$$

۲. به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$$\frac{2}{5} \quad (1) \quad \frac{3}{5} \quad (2) \quad \frac{7}{15} \quad (3) \quad \frac{8}{15} \quad (4)$$

۳. یک تاس سالم را سه بار به طور متوالی پرتاب می‌کنیم، احتمال روشن شدن حداقل یک بار عدد ۶، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

$$\frac{13}{36} \quad (1) \quad \frac{41}{108} \quad (2) \quad \frac{91}{216} \quad (3) \quad \frac{31}{72} \quad (4)$$

۴. در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رؤیت خارج می‌کنیم. سپس از بقیه‌ی مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره‌ی اخیر، سفید است؟

(سراسری تجربی ۹۸)

$$\frac{1}{11} \quad (1) \quad \frac{2}{11} \quad (2) \quad \frac{4}{11} \quad (3) \quad \frac{5}{22} \quad (4)$$

۵. احتمال موفقیت فردی در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو $\frac{7}{9}$ است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

$$\frac{1}{6} \quad (1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{4}{9} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4)$$

۶. پنج کتاب زبان فارسی و سه کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

(سراسری تجربی ۹۹)

$$\frac{1}{14} \quad (1) \quad \frac{1}{21} \quad (2) \quad \frac{1}{28} \quad (3) \quad \frac{1}{56} \quad (4)$$

۷. سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این‌که مجموع ۳ عدد ظاهر شده برابر ۶ باشد، کدام است؟

(سراسری تجربی داخل ۹۹)

$$\frac{5}{72} \quad (1) \quad \frac{7}{108} \quad (2) \quad \frac{5}{108} \quad (3) \quad \frac{2}{59} \quad (4)$$

۸. ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد مورد نظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

$$\frac{2}{3} \quad (1) \quad \frac{3}{4} \quad (2) \quad \frac{4}{5} \quad (3) \quad \frac{9}{10} \quad (4)$$

۹. دو تاس سالم را پرتاب می‌کنیم، می‌دانیم مجموع دو عدد رو شده، کمتر از ۱۰، است. با کدام احتمال مجموع این دو عدد، برابر ۷ است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)

$$0/2 \quad (1) \quad 0/24 \quad (2) \quad 0/25 \quad (3) \quad 0/3 \quad (4)$$

۱۰. دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد روبرو شده برابر ۷ است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۱)

$$\frac{1}{18} \quad (1) \quad \frac{1}{9} \quad (2) \quad \frac{1}{6} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

۱۱. در جعبه‌ای ۵ کارت با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. دو کارت به تصادف و با جای‌گذاری انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم یکی از کارت‌ها شماره ۴ است. با کدام احتمال، عدد کارت دیگر، زوج است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۶۰۱)

$$\frac{4}{9} \quad (1) \quad \frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{10} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

۱۲. در پرتاب همزمان دو تاس، اعداد رو شده m و n هستند. با کدام احتمال، معادله $x^2 - mx + n = 0$ دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱، با تغییر)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{5}{6} \quad (4) \frac{17}{36}$$

۱۳. یک سکه را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آن که دقیقاً n پرتاب لازم شود، برابر احتمال آن است که در n پرتاب، k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند $n + k$ باشد؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

$$(1) 12 \quad (2) 9 \quad (3) 8 \quad (4) 5$$

۱۴. یک سکه را آن قدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار m ام «رو» ظاهر شود. احتمال آن که دقیقاً n پرتاب لازم شود، برابر احتمال آن است که در n پرتاب، m بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند nm باشد؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

$$(1) 50 \quad (2) 45 \quad (3) 40 \quad (4) 35$$

۱۵. دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال اعداد ظاهر شده متوالی و برابر نیستند؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$(1) \frac{5}{12} \quad (2) \frac{5}{9} \quad (3) \frac{2}{3} \quad (4) \frac{1}{6}$$

۱۶. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهر شده یکی از تاس‌ها اول بوده و مجموع آنها حداقل ۶ است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$(1) \frac{2}{9} \quad (2) \frac{5}{9} \quad (3) \frac{11}{18} \quad (4) \frac{13}{18}$$

۱۷. دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

$$(1) \frac{7}{12} \quad (2) \frac{5}{12} \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{5}{6}$$

۱۸. در پرتاب دو تاس با کدام احتمال عدد ظاهر شده یک تاس کمتر از دیگری است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

$$(1) \frac{7}{12} \quad (2) \frac{5}{12} \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{5}{6}$$

۱۹. هر یک از اعداد ۱ تا ۲۱ را روی یک کارت می‌نویسیم و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس دو کارت به تصادف و به ترتیب از کیسه خارج کرده و کنار یکدیگر قرار می‌دهیم تا عدد جدیدی حاصل شود. اعداد تشکیل شده از همه حالت‌های ممکن را در مجموعه A قرار می‌دهیم، یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد انتخابی بر ۶ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۰، با تغییر)

$$(1) \frac{13}{84} \quad (2) \frac{65}{417} \quad (3) \frac{11}{70} \quad (4) \frac{65}{401}$$

۲۰. روی هر کارت یکی از اعداد ۱ تا ۱۲ را نوشته و سپس در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس به دلخواه یک کارت را از کیسه بیرون می‌آوریم. اگر عدد زوج باشد، یک عدد دیگر از کیسه بیرون می‌آوریم و در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. اگر عدد فرد باشد یک تاس پرتاب کرده و عدد رو شده را در سمت راست عدد اول قرار می‌دهیم. سپس از اعداد ساخته شده، در همه حالت‌های ممکن، مجموعه A را تشکیل می‌دهیم. یک عدد از مجموعه A انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

$$(1) \frac{9}{34} \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{9}{40} \quad (4) \frac{2}{9}$$

۲۱. همه اعداد طبیعی که می‌توان با ارقام «۱، ۲، ۳، ۴، ۵» و بدون رقم تکراری ساخت را در یک مجموعه قرار می‌دهیم. یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عضو انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰، با تغییر)

$$(1) \frac{1}{5} \quad (2) \frac{4}{7} \quad (3) \frac{3}{7} \quad (4) \frac{1}{4}$$

۲۲. همه اعداد طبیعی که می‌توان با ارقام «۱، ۲، ۳، ۴، ۵» و بدون رقم تکراری ساخت را در یک مجموعه قرار می‌دهیم. یک عضو از مجموعه فوق انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عضو انتخاب شده بر ۳ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)

$$(1) \frac{66}{205} \quad (2) \frac{67}{205} \quad (3) \frac{168}{325} \quad (4) \frac{177}{325}$$

۲۳. در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ یک فضای نمونه‌ای است. اگر $P(x)$ ، $P(y)$ و $P(z)$ یک دنباله هندسی با قدرنسبت کم‌تر از واحد، تشکیل دهند و واسطه هندسی آن‌ها $\frac{1}{5}$ باشد، کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در S ، چقدر است؟

$$(1) \frac{2-\sqrt{2}}{5} \quad (2) \frac{2-\sqrt{3}}{5} \quad (3) \frac{2-\sqrt{3}}{10} \quad (4) \frac{2-\sqrt{2}}{10} \quad (\text{سراسری ریاضی ۱۴۰۱})$$

۲۴. در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z, t\}$ یک فضای نمونه‌ای است و $P(x)$ ، $P(y)$ ، $P(z)$ و $P(t)$ یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند. اگر کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در S برابر $\frac{1}{12}$ باشد، بیشترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در S ، چقدر است؟

$$(1) \frac{5}{12} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{11}{24} \quad (4) \frac{1}{3} \quad (\text{سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱})$$

۲۵. در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دو تای آنها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دو تای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک رقمی و غیر تکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

$$(1) 0.2\sqrt{5} \quad (2) 0.4\sqrt{10} \quad (3) \sqrt{2} \quad (4) 1/25 \quad (\text{سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱})$$

۲۶. هر یک از ارقام « ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ »، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آنها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۶ است؟

$$(1) \frac{1}{10} \quad (2) \frac{3}{10} \quad (3) \frac{4}{15} \quad (4) \frac{4}{15} \quad (\text{سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱})$$

۲۷. سه عدد را به طور متوالی و بدون جای‌گذاری $\frac{2}{15}$ از میان اعداد ۱ تا n انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر $\frac{1}{15}$ است. در انتخاب تصادفی سه عدد و بدون جای‌گذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{5} \quad (3) \frac{15}{91} \quad (4) \frac{5}{51} \quad (\text{سراسری تجربی دی ۱۴۰۱})$$

احتمال شرطی

۲۸. در دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A|B) = 0.6$ و $P(A|B') = 0.2$ ، آنگاه $P(A \cup B')$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

$$(1) 0.7 \quad (2) 0.75 \quad (3) 0.85 \quad (4) 0.9 \quad (\text{سراسری ریاضی ۹۹})$$

۲۹. تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{5}{12} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{7}{12} \quad (4) \frac{3}{4} \quad (\text{سراسری ریاضی ۹۹})$$

۳۰. A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = 0.4$ ، $P(B|A) = 0.25$ و $P(B) = 0.3$ باشد، $P(B|A')$ کدام است؟

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{1}{5} \quad (\text{سراسری ریاضی ۹۹})$$

۳۱. تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۳ باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{3}{4} \quad (3) \frac{1}{3} \quad (4) \frac{15}{36} \quad (\text{سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹})$$

۳۲. در دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A|B) = 0.1$ ، $P(A \cup B) = 0.6$ و با فرض $P(B') > P(B)$ ، احتمال وقوع پیشامد B ، کدام است؟

$$(1) 0.4 \quad (2) 0.3 \quad (3) 0.2 \quad (4) 0.25 \quad (\text{سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹})$$

۳۳. احتمال موفقیت فردی در آزمون اول ۷٪ و در آزمون دوم ۶٪ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی

در آزمون دوم ۸٪ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون موفق می‌شود؟

(سراسری تجربی ۹۸)

$$(۱) ۰/۷۴ \quad (۲) ۰/۷۶ \quad (۳) ۰/۸۲ \quad (۴) ۰/۸۴$$

۳۴. احتمال اینکه یک دانش‌آموز در یک امتحان نمره قبولی بگیرد ۹٪ و در دو امتحان متوالی نمره قبولی بگیرد ۸۵٪ است. اگر

دانش‌آموز در امتحان دوم موفق باشد، احتمال $\frac{۴۵}{۴۷}$ اینکه امتحان قبلی نیز موفق شده باشد، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۰)

$$(۱) \frac{۸}{۹} \quad (۲) \frac{۸۵}{۹۴} \quad (۳) \frac{۱۷}{۱۸} \quad (۴) \frac{۱۷}{۱۸}$$

۳۵. احتمال متولد شدن یک خرگوش نر در یک نسل در اولین دوره بارداری مادر، ۷۰ درصد و احتمال متولد شدن دو خرگوش نر در دو بار متوالی زایمان ۶۰ درصد است. اگر دومین فرزند خرگوش نر باشد، احتمال آنکه در زایمان قبلی خرگوش نر به دنیا آمده باشد،

کدام است؟ (فرض بر این است که در هر دوره فقط یک تولد صورت می‌گیرد.)

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)

$$(۱) \frac{۲۰}{۲۷} \quad (۲) \frac{۲}{۳} \quad (۳) \frac{۷}{۱۰} \quad (۴) \frac{۶}{۷}$$

۳۶. احتمال اینکه یک کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{۱}{۵}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{۱}{۳}$ بوده و در صورتی که اصلی‌ترین

رقیب خود را ببرد به $\frac{۱}{۴}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟

$$(۱) \frac{۴}{۱۵} \quad (۲) \frac{۱۱}{۳۰} \quad (۳) \frac{۱۳}{۳۰} \quad (۴) \frac{۷}{۱۵}$$

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۳۷. در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد، دو گوی به طور متوالی و بدون جای‌گذاری به تصادف انتخاب می‌کنیم.

اگر بدانیم شماره گوی دوم از شماره گوی اول کم‌تر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

$$(۱) \frac{۱}{۱۶} \quad (۲) \frac{۱}{۱۲} \quad (۳) \frac{۱}{۸} \quad (۴) \frac{۱}{۴}$$

۳۸. مجموعه $S = \{x, y, z, t, w\}$ ، فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{x, y\}$ و $B = \{x, y, z, t\}$ و $C = \{x, y, w\}$ سه

پیشامد از S هستند. اگر $P(A) = \frac{۱}{۷}$ و $P(B) = \frac{۳}{۵}$ باشد، مقدار $P(C)$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

$$(۱) \frac{۲۴}{۳۵} \quad (۲) \frac{۱۶}{۳۵} \quad (۳) \frac{۱۹}{۳۵} \quad (۴) \frac{۱۱}{۳۵}$$

۳۹. فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال‌های ۶٪ و ۴٪ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آن‌ها یک بار تیراندازی

کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

$$(۱) \frac{۱۵}{۱۹} \quad (۲) \frac{۵}{۶} \quad (۳) \frac{۳}{۵} \quad (۴) \frac{۱۷}{۲۵}$$

۴۰. پیشامدهای ناسازگار A و B از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{۱}{۶}$ و $P(B) = \frac{۱}{۴}$ باشد، مقدار $P(B' | A')$ کدام است؟

$$(۱) ۰/۷ \quad (۲) ۰/۵ \quad (۳) ۰/۵۵ \quad (۴) ۰/۷۵$$

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

۴۱. در یک گروه ۱۵۰ نفری دانش‌آموزی، ۴۰ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷۵ نفر فقط بلیت فیلم «ب» را خریداری کرده‌اند. اگر $P(A)$

و $P(B)$ به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم‌های «الف» و «ب» باشند، بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

$$(۱) \frac{۱۵}{۲۹} \quad (۲) \frac{۳۸}{۴۵} \quad (۳) \frac{۸}{۱۵} \quad (۴) \frac{۱۵}{۲۲}$$

۴۲. اگر $P(A - B) = \frac{۳}{۷}$ و $P(B - A) = \frac{۱}{۷}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

$$(۱) \frac{۳}{۲} \quad (۲) \frac{۲}{۳} \quad (۳) \frac{۵}{۴} \quad (۴) \frac{۴}{۵}$$

۴۳. در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه‌ی اول ۴ لامپ و در جعبه‌ی دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه‌ی اول ۵ لامپ و از جعبه‌ی دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه‌ی جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه‌ی جدید معیوب است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$$(1) \frac{5}{24} \quad (2) \frac{11}{48} \quad (3) \frac{13}{48} \quad (4) \frac{7}{24}$$

۴۴. امیر و بهروز هر کدام به ترتیب با احتمال $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{3}$ در یک مسابقه‌ی علمی شرکت می‌کنند. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت بهروز برابر $\frac{5}{8}$ است. احتمال شرکت امیر به شرط شرکت نکردن بهروز کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

$$(1) \frac{9}{14} \quad (2) \frac{5}{7} \quad (3) \frac{11}{14} \quad (4) \frac{6}{7}$$

۴۵. سه ظرف داریم، در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{11}{18} \quad (3) \frac{25}{36} \quad (4) \frac{13}{18}$$

۴۶. در جعبه‌ی اول ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، و در جعبه‌ی دوم ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. از جعبه‌ی اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه‌ی دوم می‌اندازیم. سپس دو مهره از جعبه‌ی دوم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره، سفید است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

$$(1) \frac{20}{27} \quad (2) \frac{34}{45} \quad (3) \frac{38}{45} \quad (4) \frac{23}{27}$$

۴۷. در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده بیشتر از ۹ باشد، به تصادف از ظرف اول یک مهره خارج کرده در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مهره قرمز باشد، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

$$(1) \frac{157}{270} \quad (2) \frac{165}{270} \quad (3) \frac{173}{270} \quad (4) \frac{180}{270}$$

۴۸. در ظرف اول ۳ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در ظرف دوم ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز قرار دارند. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد رو شده ۷ یا ۱۰ باشد، به تصادف یک مهره از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم می‌اندازیم. در غیر این صورت از ظرف دوم یک مهره برداشته و به ظرف اول اضافه می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف با مهره بیشتر انتخاب می‌کنیم. احتمال این که مهره آبی باشد، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

$$(1) \frac{7}{18} \quad (2) \frac{11}{30} \quad (3) \frac{19}{30} \quad (4) \frac{11}{18}$$

۴۹. بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته‌ی ریاضی، ۷ بسته‌ی تجربی و ۶ بسته‌ی علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته‌ی این دروس به ترتیب $\frac{1}{7}$ ، $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{9}$ است. با کدام احتمال بهروز برنده می‌شود؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

$$(1) \frac{25}{36} \quad (2) \frac{29}{36} \quad (3) \frac{30}{36} \quad (4) \frac{31}{36}$$

۵۰. احتمال شیوع یک بیماری در جامعه‌ای برابر $\frac{1}{8}$ و احتمال بهبود یافتن فرد مبتلا به این بیماری برابر $\frac{5}{8}$ است. احتمال این که فردی از این جامعه به این بیماری مبتلا شود و بهبود یابد، چند درصد است؟

(سراسری تجربی ۱۶۰۱)

$$(1) 0.02 \quad (2) 0.04 \quad (3) 2 \quad (4) 4$$

۵۱. دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو سکه «رو» یا هر دو «پشت» ظاهر شوند، یک سکه دیگر می‌اندازیم، در غیر این صورت دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. در مجموع با کدام احتمال، دقیقاً دو سکه به «پشت» ظاهر می‌شود؟

(سراسری تجربی خارج ۱۶۰۱)

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{3}{4} \quad (4) \frac{3}{8}$$

۵۲. سه دانش آموز، به تنهایی در مورد مسئله‌ای فکر می‌کنند. اگر احتمال حل این مسئله توسط هر کدام از این سه دانش آموز به ترتیب $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{2}$ باشد، با کدام احتمال این مسئله حل می‌شود؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۶۰۱)

$$(1) \frac{1}{40} \quad (2) \frac{7}{10} \quad (3) \frac{3}{5} \quad (4) \frac{2}{3}$$

۵۳. سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم، کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{2}{3} \quad (3) \frac{1}{6} \quad (4) \frac{5}{6}$$

۵۴. سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{131}{560} \quad (3) \frac{1}{5} \quad (4) \frac{17}{120}$$

۵۵. احتمال این‌که امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب ۰/۴، ۰/۳۵ و ۰/۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب با احتمال ۰/۲۵، ۰/۳ و ۰/۳۵ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

$$(1) 20/55 \quad (2) 29/55 \quad (3) 20/25 \quad (4) 29/25$$

۵۶. یک دستگاه طوری طراحی شده که به تصادف یکی از دو حرف A یا B را از ورودی می‌گیرد و پس از طی سه مرحله حرفی را در خروجی چاپ می‌کند. در هر مرحله حرف ورودی با احتمال $\frac{1}{4}$ بدون تغییر به مرحله بعد می‌رود یا به شکل حرف دیگری درآمده و به مرحله بعدی وارد می‌شود. اگر احتمال انتخاب حرف A، ۲ برابر حرف B باشد، با کدام احتمال حرف «A» چاپ شده توسط دستگاه با حرف ورودی یکسان است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۲)

$$(1) \frac{14}{23} \quad (2) \frac{21}{23} \quad (3) \frac{9}{41} \quad (4) \frac{17}{41}$$

۵۷. احتمال این‌که پارسا یکی از سه رشته A، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب ۰/۴۵، ۰/۲ و ۰/۳۵ است. اگر او یکی از سه رشته A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب با احتمال ۰/۲، ۰/۲۵ و ۰/۳ در آن رشته پذیرفته می‌شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه‌اش پذیرفته می‌شود؟

(سراسری تجربی خارج دی ۱۴۰۲)

$$(1) 0/245 \quad (2) 0/24 \quad (3) 0/195 \quad (4) 0/19$$

۵۸. جعبه A شامل ۶ مهره آبی، ۴ مهره سبز و ۵ مهره قرمز است و جعبه B شامل ۵ مهره آبی، ۳ مهره سبز و ۶ مهره قرمز است. از جعبه A به تصادف یک مهره انتخاب کرده، در جعبه B قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از جعبه B انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال مهره خارج شده از جعبه B آبی است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$(1) 0/36 \quad (2) 0/32 \quad (3) 0/28 \quad (4) 0/24$$

۵۹. چهار کارت با شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آنها در اختیار است. کارتی به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می‌شود. اگر سکه یک‌بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک‌بار پرتاب شده است؟

(سراسری ریاضی خارج دی ۱۴۰۲)

$$(1) \frac{12}{19} \quad (2) \frac{4}{13} \quad (3) \frac{12}{23} \quad (4) \frac{4}{29}$$

۶۰. دانش‌آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد دانش‌آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش‌آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان مدرسه A، $\frac{3}{4}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$(1) \frac{9}{16} \quad (2) \frac{7}{16} \quad (3) \frac{5}{8} \quad (4) \frac{3}{8}$$

۶۱. احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب ۰/۶ و ۰/۴ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

$$(1) 0/52 \quad (2) 0/76 \quad (3) 0/48 \quad (4) 0/36$$

۶۲. دو نماینده فوتبال ایران در لیگ قهرمانان آسیا در بازی نخست مقابل نمایندگان کشور دیگر صف‌آرایی می‌کنند. احتمال برنده شدن نمایندگان ایران در این بازی به ترتیب ۰/۸ و ۰/۳ است. با کدام احتمال فقط یکی از تیم‌های ایرانی برنده بازی است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

$$(1) 0/86 \quad (2) 0/72 \quad (3) 0/62 \quad (4) 0/56$$

۶۳. سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر « رو » بیاید، ۲ سکه پرتاب کرده و اگر « پشت » بیاید، ۳ سکه را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

همه سکه‌ها یکسان ظاهر می‌شوند؟

$$(1) \quad \frac{3}{12} \quad (2) \quad \frac{3}{16} \quad (3) \quad \frac{5}{12} \quad (4) \quad \frac{5}{16}$$

۶۴. در جریان یک مسابقه بازیکن A دو پنالتی می‌زند. این بازیکن با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال

گل شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد خواهد بود. با کدام احتمال وضعیت گل شدن دو پنالتی متفاوت است؟

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

$$(1) \quad 0/44 \quad (2) \quad 0/24 \quad (3) \quad 0/6 \quad (4) \quad 0/3$$

۶۵. یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر عدد فرد بیاید ۱ تاس دیگر پرتاب کرده و در غیر این صورت ۲ تاس پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

همه اعداد ظاهر شده یکسان هستند؟

$$(1) \quad \frac{7}{36} \quad (2) \quad \frac{7}{72} \quad (3) \quad \frac{5}{36} \quad (4) \quad \frac{5}{72}$$

۶۶. در جریان یک مسابقه بسکتبال در صورت خطا روی بازیکن در محوطه‌ای مشخص، دو پنالتی پشت سر هم اعلام می‌شود. بازیکن A

با احتمال ۸۰ درصد پنالتی اول خود را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل شدن پنالتی دوم ۶۰ درصد و در غیر این صورت ۵۰ درصد

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

خواهد بود. با کدام احتمال در خطای منجر به پنالتی روی بازیکن A، حداقل یک پنالتی گل می‌شود؟

$$(1) \quad 0/92 \quad (2) \quad 0/9 \quad (3) \quad 0/88 \quad (4) \quad 0/8$$

فصل ۱۸: هندسه یازدهم

استدلال

۱. در چهارضلعی $ABCD$ ، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) دو ضلع غیرمجاور دیگر، برابرند.
 (۲) دو قطر عمود بر هم‌اند.
 (۳) دو ضلع شامل رأس‌های لوزی، برابرند.
 (۴) دو ضلع غیرمجاور، موازی‌اند.

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۲. برای کدام گزاره، می‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

- (۱) هر چهارضلعی که قطرهای یکدیگر را نصف کنند، متوازی‌الاضلاع است.
 (۲) اندازه میانه‌های وارد بر اضلاع مساوی در هر مثلث، با هم برابرند.
 (۳) هر چهارضلعی با قطرهای برابر و عمود بر هم، مربع است.
 (۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هر مثلث هم‌رسند.

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

۳. برای کدام گزاره، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

- (۱) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.
 (۲) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است.
 (۳) در هر مثلث، اگر دو ضلع برابر باشند، دو زاویه روبه‌رو به آن‌ها نیز برابرند.
 (۴) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه از ۴ برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.

ترسیم‌های هندسی

۴. پاره خط AB به اندازه ۸ واحد در صفحه مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز A و B و شعاع‌های ۳ و ۷ واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

- (۱) لوزی (۲) متوازی‌الاضلاع (۳) مستطیل (۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

۵. چند نقطه متمایز برای رأس C در مثلث ABC واقع در صفحه مختصات، می‌توان یافت که فاصله رأس C از نقطه A و پاره خط AB ، به ترتیب ۷ و ۵ واحد، باشد؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶. در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه‌ی A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) $\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۷. در مثلث ABC ، $AB = AC$ ، و عمود منصف AB ، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند اگر $\widehat{ABM} = 24^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{BMC} چند درجه است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۷۸

۸. در یک مستطیل خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هر یک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچکترین مثلث ایجاد شده در مستطیل است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۹. از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی‌الاضلاع، خط‌هایی عمود بر قطر بزرگ رسم می‌کنیم تا سه پاره‌خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره‌خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره‌خط‌های کناری باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک حاصل از دو عمود رسم شده چند برابر مساحت کوچکترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{2}{15}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{5}$ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

۱۰. فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC همواره یکسان است؟

(سراسری ریاضی اربابشست ۱۴۰۳)

- (۱) تلاقی سه ارتفاع (۲) تلاقی سه میانه (۳) تلاقی سه نیمساز (۴) تلاقی سه عمود منصف

۱۱. در یک مثلث متساوی‌الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{3}\sqrt{5}$ (۲) $\frac{7}{2}\sqrt{10}$ (۳) $6\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{10}$ (سراسری ریاضی اربابشست ۱۴۰۳)

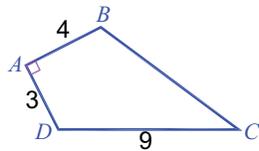
۱۲. در یک لوزی، هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگتر لوزی، چند درجه است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

۱۳. در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره‌خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\widehat{BDC} = \widehat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟

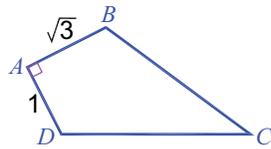
(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)



- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۳

۱۴. در شکل زیر، از نقاط B و D دو پاره‌خط موازی اضلاع AD و AB چنان رسم می‌کنیم که یکدیگر را در نقطه E درون چهارضلعی قطع کنند. اگر $\widehat{CDE} = 30^\circ$ و فاصله نقطه E تا وسط ضلع BC برابر $\frac{1}{5}$ باشد، طول ضلع DC کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

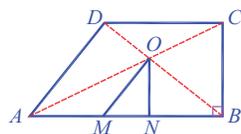


- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

دانلود از سایت ریاضی سرا

قضیه تالس

۱۵. مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD ($\widehat{B} = 90^\circ$)، پاره‌خط‌های OM و ON به ترتیب موازی با



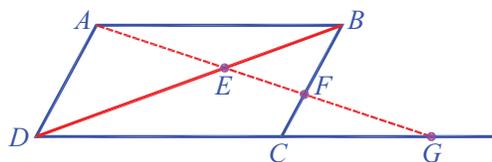
(سراسری ریاضی ۹۹)

AD و BC رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) کوچکتر از ۱ (۴) بزرگتر از ۱ کوچکتر از ۲

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

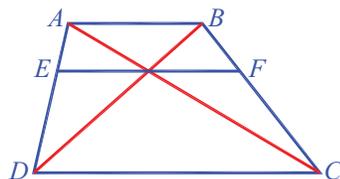
۱۶. در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. مقدار $EF \times EG$ کدام است؟



- (۱) EA^2 (۲) ED^2 (۳) $EB \times ED$ (۴) $FB \times FC$

۱۷. در شکل زیر، $AB \parallel EF \parallel DC$ و اندازه پاره‌خط‌های AB و DC، به ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازه پاره‌خط EF، کدام است؟

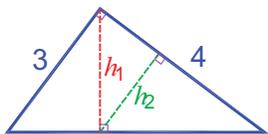
(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) $\frac{45}{7}$ (۲) $\frac{45}{6}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) ۷

۱۸. در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟

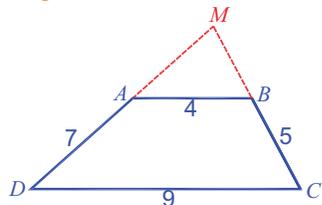
(سراسری تجربی ۹۸)



- (۱) $\frac{3}{5}$
 (۲) $\frac{4}{5}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۱۹. اندازه اضلاع متوازی‌الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر داده شده است. محیط مثلث MAB، کدام است؟

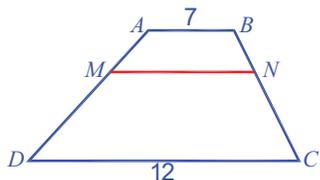
(سراسری تجربی ۹۹)



- (۱) ۱۳/۲
 (۲) ۱۳/۶
 (۳) ۱۴/۴
 (۴) ۱۴/۸

۲۰. در دوزنقه‌ی ABCD، پاره خط MN موازی قاعده‌ها و $\frac{MA}{MD} = \frac{2}{3}$ است. اندازه‌ی MN، کدام است؟

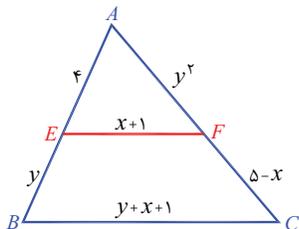
(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) ۸
 (۲) ۸/۷۵
 (۳) ۹
 (۴) ۹/۵

۲۱. در شکل زیر EF موازی BC است. مقدار $y - 2x$ کدام است؟

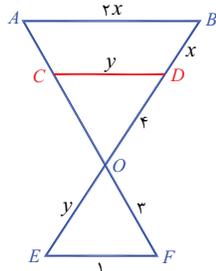
(سراسری تجربی ۱۴۰۰)



- (۱) -۴
 (۲) -۲
 (۳) ۲
 (۴) ۴

۲۲. در شکل زیر CA، AB و EF موازی‌اند. طول پاره خط AC، کدام است؟

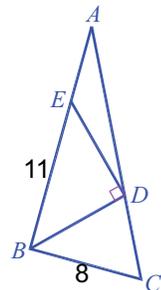
(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)



- (۱) $\frac{2}{4}$
 (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۲۳. در شکل زیر، BD نیمساز است. اگر در مثلث BDE ارتفاع وارد بر ضلع BE موازی BC باشد، طول AE کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)



- (۱) ۶/۶
 (۲) ۵/۴
 (۳) ۳/۶
 (۴) ۲/۴

۲۴. در مثلث ABC داریم $AB = AC = 17$ و $BC = 16$ ، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۲۵ واحد، خطی را که از رأس A موازی BC رسم شود، در نقطه‌ی D قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی C از خط BD کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

- (۱) ۷/۲
 (۲) ۸/۴
 (۳) ۹/۶
 (۴) ۱۰/۲

۲۵. در مثلث ABC، اضلاع $AB = 4$ ، $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی موازی میانه‌ی AM رسم شده و امتداد BA را

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

در نقطه‌ی D قطع کرده است. اندازه‌ی BD کدام است؟

- (۱) ۷/۵
 (۲) ۸
 (۳) ۸/۵
 (۴) ۹

۲۶. در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقاط M و N وسط اضلاع BC و CD هستند. اگر $AB = 8$ و فاصله A از ضلع CD برابر ۶ واحد باشد، مساحت مثلث AMN کدام است؟ (سراسری تجربی مجدد ۱۶۰۱)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۷. نقاط M و N به ترتیب برابر روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث ABC ۳، برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟ (سراسری تجربی تیر ۱۶۰۳)

- (۱) $\frac{1}{75}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۸. نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AC و BC از مثلث ABC، انتخاب شده‌اند. اگر $3CM = 5AM$ و مساحت مثلث ۲ برابر مساحت مثلث CMN باشد، مقدار $\frac{BN}{CN}$ کدام است؟ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۶۰۳)

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{75}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{2}$

تشابه مثلث‌ها

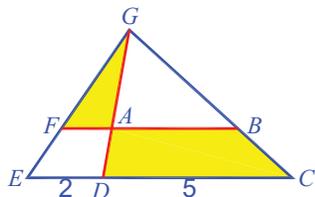
۲۹. در یک دوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های دوزنقه کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۳۰. اندازه قاعده‌های دوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های دوزنقه چنان رسم می‌کنیم که دوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازه پاره‌خط، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)

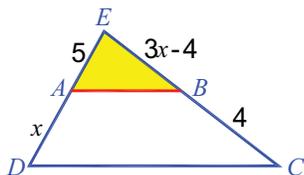
- (۱) ۷ (۲) $\sqrt{53}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{57}$

۳۱. در شکل زیر، $DG = 3DA$ و اندازه پاره‌خط‌های DE و DC به ترتیب، ۲ و ۵ واحد هستند. مساحت مثلث AFG، چند درصد مساحت دوزنقه ABCD است؟ (سراسری ریاضی ۹۹)



- (۱) ۴۰ (۲) ۳۶ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴

۳۲. در شکل زیر، مساحت دوزنقه ABCD، چند برابر مساحت مثلث EAB است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)



- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{16}{9}$ (۳) $\frac{25}{16}$ (۴) $\frac{36}{25}$

۳۳. رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع بر روی اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیگر قرار دارد. به طوری که اضلاع آن بر یکدیگر عمودند. نسبت مساحت مثلث بزرگتر به مساحت مثلث کوچکتر، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) ۴

۳۴. در یک دوزنقه، پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن دوزنقه کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

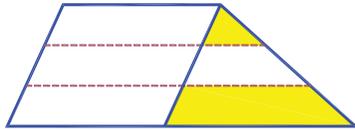
- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۳۵. در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ، ارتفاع AH و میانه‌ی AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟ (سراسری تجربی ۹۸)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۳۶. یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه ی

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)



$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

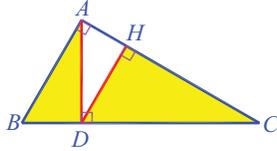
$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{2}{9} \quad (3)$$

۳۷. در مثلث قائم الزاویه ABC ، طول اضلاع قائم $AB = \sqrt{3}$ و $AC = 2$ است. نسبت مساحت های دو مثلث قائم الزاویه HCD و

(سراسری تجربی ۹۹)



$$\frac{4}{7} \quad (2)$$

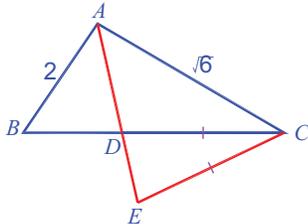
$$\frac{8}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (1)$$

$$\frac{16}{21} \quad (3)$$

۳۸. در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $CE = CD$ است. نسبت مساحت های دو مثلث ABD و ACE ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۹)



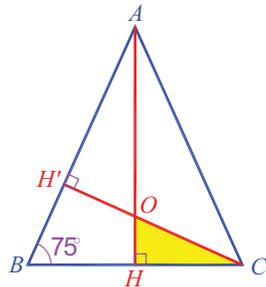
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

۳۹. در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AC برابر ۶ است. مساحت مثلث OHC ، کدام است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۰)



$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

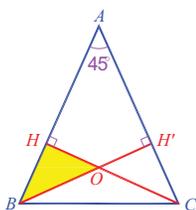
$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{18}{7 + 4\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} \quad (4)$$

۴۰. در شکل زیر مثلث ABC متساوی الساقین و طول ساق AB برابر ۸ واحد است. مساحت مثلث OHB ، کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰)



$$\frac{8}{2 + \sqrt{3}} \quad (2)$$

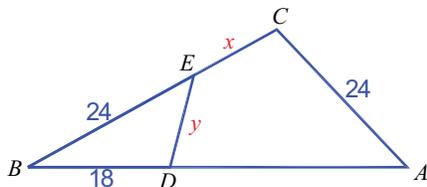
$$\frac{6}{2 + \sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\frac{16}{3 + 2\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{12}{3 + 2\sqrt{2}} \quad (3)$$

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۴۱. در شکل زیر، $\hat{E}CA = \hat{B}DE$ و $AB = 48$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



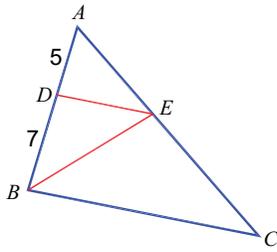
$$1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

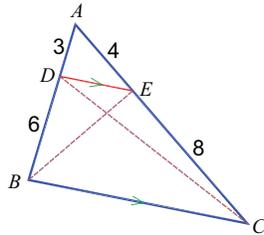
$$2 \quad (4)$$

۴۲. در مثلث ABC ، ضلع BC موازی ضلع DE است. مساحت مثلث BCE ، چند برابر مساحت مثلث BDE است؟ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)



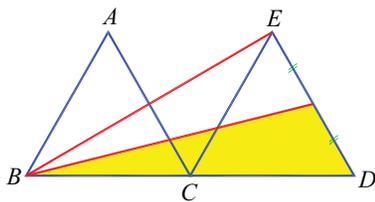
- (۱) $1/5$
- (۲) $1/7$
- (۳) $2/1$
- (۴) $2/4$

۴۳. در شکل زیر، نسبت مساحت مثلث CDE به مساحت مثلث BDE کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)



- (۱) $1/2$
- (۲) $2/3$
- (۳) $2/4$
- (۴) 1

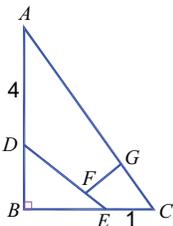
۴۴. در شکل زیر، مثلث‌های ABC و CDE متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ سانتی‌متر هستند. مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی‌متر مربع است؟ (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)



مربع است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۲) $4\sqrt{3}$
- (۳) $8\sqrt{3}$
- (۴) $6\sqrt{3}$

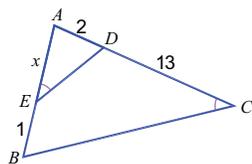
دانلود از سایت ریاضی سرا



(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

۴۵. در شکل زیر، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $1/25$
- (۳) $1/5$
- (۴) $1/75$

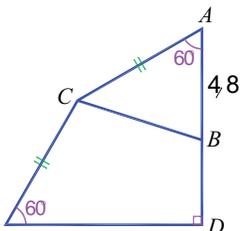


(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

۴۶. در شکل زیر، $\hat{AED} = \hat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟

- (۱) ۷
- (۲) ۶
- (۳) ۵
- (۴) ۴

۴۷. در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $7/2\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟

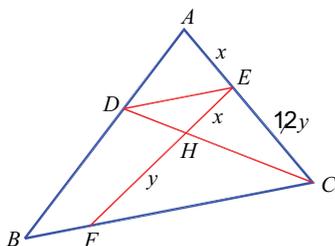


(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

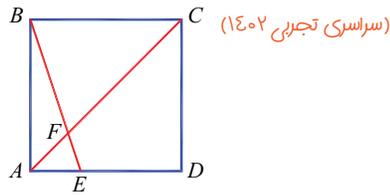
- (۱) $6\sqrt{6}$
- (۲) $3\sqrt{6}$
- (۳) $2\sqrt{2}$
- (۴) $\sqrt{2}$

۴۸. در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)



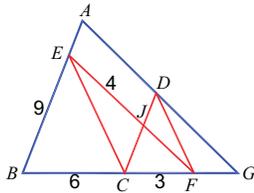
- (۱) $6/75$
- (۲) $6/25$
- (۳) $5/75$
- (۴) $5/25$



۴۹. در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

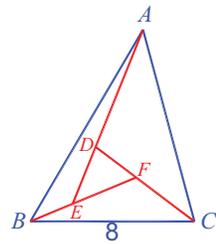


(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

۵۰. در شکل زیر، AB PCD و EC PDF چقدر است؟

(۲) $\frac{\sqrt{11}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{33}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{11}}{4}$
(۳) $\frac{\sqrt{33}}{4}$

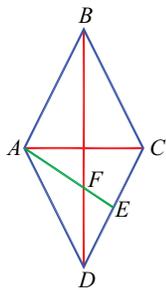


(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

۵۱. در شکل زیر $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ، $DF = 2/5$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟

(۱) $1/6$
(۲) $7/5$
(۳) $10/5$
(۴) $9/6$

۵۲. در لوزی شکل زیر، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است؟

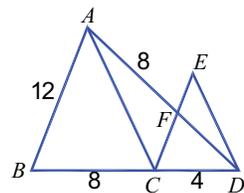


(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

(۱) $\frac{\sqrt{5}}{10}$
(۲) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
(۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(۴) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

دانلود از سایت ریاضی سرا

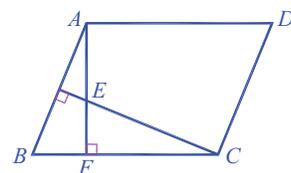
(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)



۵۳. در شکل زیر، AB PCE و AC PED چقدر است؟

(۱) $\sqrt{29}$
(۲) $\sqrt{33}$
(۳) $2\sqrt{7}$
(۴) $3\sqrt{5}$

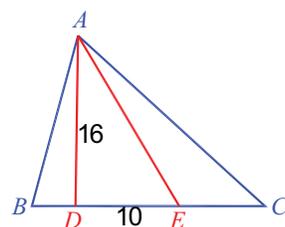
۵۴. در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AD = 14$ ، $BF = 6$ و $AE = 8$ است. اندازه ارتفاع AF کدام است؟ (سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)



(۱) ۱۶
(۲) ۱۴
(۳) ۱۲
(۴) ۱۰

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

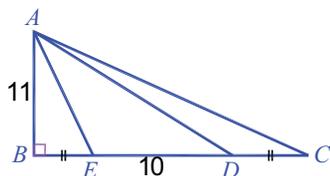
۵۵. در شکل زیر، $\hat{B}AD = \hat{E}AC$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



(۱) $1/7$
(۲) $12/4$
(۳) $9/3$
(۴) $15/6$

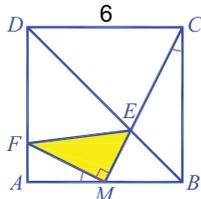
(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

۵۶. در شکل زیر، $\hat{D}AE = \hat{A}CD$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می تواند باشد؟



- ۸ (۱)
- ۷ (۲)
- ۶ (۳)
- ۵ (۴)

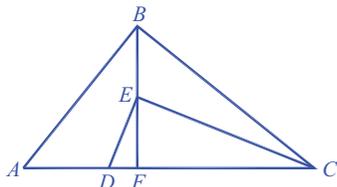
۵۷. در مربع شکل زیر، نقطه M وسط ضلع AB و $\hat{B}CE = \hat{A}MF$ است. مساحت مثلث سایه زده کدام است؟



(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- ۴٫۷۵ (۱)
- ۴٫۲۵ (۲)
- ۳٫۷۵ (۳)
- ۳٫۲۵ (۴)

۵۸. در شکل زیر، $\hat{A}BC = \hat{C}ED = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟

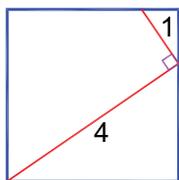


(سراسری ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳)

- $4\sqrt{6}$ (۱)
- $10\sqrt{2}$ (۲)
- $6\sqrt{3}$ (۳)
- $8\sqrt{5}$ (۴)

(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

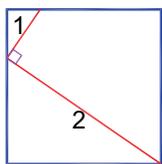
۵۹. مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



- ۱۳/۳۱ (۱)
- ۷/۲۹ (۲)
- ۸/۴۱ (۳)
- ۱۰/۲۴ (۴)

(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

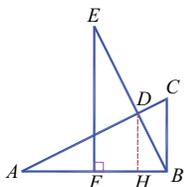
۶۰. مساحت مربع شکل زیر، چقدر است؟



- ۴/۹ (۱)
- ۴/۵ (۲)
- ۳/۶ (۳)
- ۳/۲ (۴)

دانلود از سایت ریاضی سرا

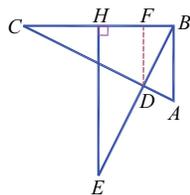
۶۱. در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEF همنشبت هستند. اگر $AB = 2$ ، $BC = 1$ و $DH \parallel EF$ باشد، اندازه DH کدام است؟



(سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

- ۰/۵۵ (۱)
- ۰/۶ (۲)
- ۰/۷۵ (۳)
- ۰/۸ (۴)

۶۲. در شکل زیر، دو مثلث ABC و BEH همنشبت هستند. اگر $AB = 4$ ، $EH = 8$ و $DF \parallel EH$ باشد، اندازه BF کدام است؟



(سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

- ۱/۴ (۱)
- ۱/۶ (۲)
- ۲/۴ (۳)
- ۲/۶ (۴)

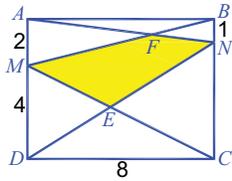
۶۳. در مثلث ABC نقطه M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می کنند.

(سراسری ریاضی ۹۸)

نقطه O محل تلاقی AM و PO است. OM برابر کدام است؟

- OP (۴)
- OA (۳)
- AQ (۲)
- $\frac{1}{4}BC$ (۱)

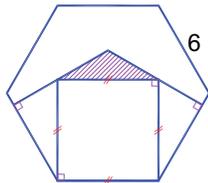
(سراسری ریاضی ۱۴۰۰)



۶۴. مستطیل ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. مساحت چهارضلعی MENF، کدام است؟

- (۱) $\frac{104}{9}$
 (۲) ۱۳
 (۳) $\frac{47}{3}$
 (۴) ۱۶

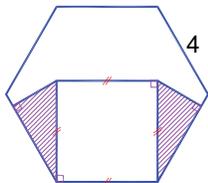
(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)



۶۵. در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) ۳
 (۴) ۲

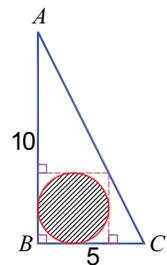
(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)



۶۶. در شش ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) $3\sqrt{3}$
 (۴) $4\sqrt{3}$

۶۷. اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت دایره، کدام است؟ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱، با تغییر)



- (۲) $\frac{16}{9}\pi$
 (۴) $\frac{5}{4}\pi$

- (۱) $\frac{25}{9}\pi$
 (۳) $\frac{9}{4}\pi$

دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۸. مثلث ABC یک مثلث حاده الزاویه است. عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه B در نقطه M در خارج مثلث متقاطع اند. کدام گزینه درست است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۰)

- (۱) $\hat{A} > \hat{B}$
 (۲) $\hat{B} > \hat{A}$
 (۳) $\hat{B} > 2\hat{C}$
 (۴) $\hat{B} < 2\hat{C}$

۶۹. در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند $\frac{2}{5}$ و $\frac{14}{4}$ سانتی متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی متر است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

- (۱) $\frac{4}{8}$
 (۲) ۶
 (۳) $\frac{7}{2}$
 (۴) ۸

۷۰. در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه دو پاره خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می کند، $\frac{6}{4}$ و $\frac{3}{6}$ سانتی متر است. مجموع اندازه های دو ضلع زاویه قائمه در این مثلث، چند سانتی متر است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

- (۱) ۱۰
 (۲) ۱۲
 (۳) ۱۴
 (۴) ۱۶

۷۱. در مثلث قائم الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر ۲۰ و کمترین فاصله H از رأس های مجاورش ۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

(سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۷۲. در مثلث قائم الزاویه ABC، فاصله پای ارتفاع وارد بر وتر تا رأس C برابر ۹ است. اگر طول وتر ۲۴ باشد، نسبت طول اضلاع قائمه کدام است؟

(سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{15}}{3}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

فصل ۱۹: هندسه دوازدهم

دوران حول محور

۱. حجم جسم حاصل از دوران مثلث قائم الزاویه ABC با ضلع‌های قائم AB و AC، به ترتیب با اندازه‌های ۵ و $2\sqrt{6}$ واحد، حول خط گذرا از رأس C و موازی ضلع AB، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

۸۰π (۴) ۷۵π (۳) ۷۰π (۲) ۶۰π (۱)

برش، مقاطع مخروطی

۲. در یک مکعب، صفحه‌ی گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعه نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

۳. در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت یکی از وجوه مکعب است؟

(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۸)

$\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۱)

بیضی و سهمی (رشته ریاضی)

۴. معادله‌ی یک سهمی با کانون $F(2, 1)$ و خط هادی به معادله‌ی $x = 4$ ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۸)

$x^2 - 6x + 2y = -5$ (۴) $x^2 - 4x + 4y = 0$ (۳) $y^2 - 2y + 2x = 5$ (۲) $y^2 - 2y + 4x = 11$ (۱)

۵. مختصات کانون سهمی به معادله‌ی $2x^2 - 4x + 3y = 4$ کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۸)

$(\frac{5}{8}, 2)$ (۴) $(\frac{1}{4}, 2)$ (۳) $(1, \frac{13}{8})$ (۲) $(1, \frac{5}{4})$ (۱)

۶. در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{2}{3}$ ، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک، با کدام زاویه رؤیت می‌شود؟

(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۸)

150° (۴) 120° (۳) 90° (۲) 60° (۱)

۷. در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه M ، قطع می‌کند. فاصله نقطه M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

۳ (۴) $4 - \sqrt{2}$ (۳) $2/5$ (۲) $4 - 2\sqrt{2}$ (۱)

۸. اگر نقطه $F(-2, -25)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچک‌ترین مقدار b ، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

۲ (۴) -۲ (۳) -۳ (۲) -۴ (۱)

۹. در سهمی به معادله $y^2 + ay + bx - 9 = 0$ ، معادله خطی هادی، $x = \frac{13}{4}$ و محور تقارن آن $y = 1$ است. مقدارهای b ، کدام‌اند؟

(سراسری ریاضی خارج کشور ۹۹)

۳ و ۷ (۴) ۴ و ۸ (۳) ۵ و ۷ (۲) ۵ و ۸ (۱)

۱۰. سهمی $(x-1)^2 - 12y = 6$ با رأس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $e = \frac{3}{2}$ می‌سازیم. فاصله مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۶۰۰)

۲ (۴) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۱)

۱۱. بیضی با معادله $25(x-1)^2 + 16(y+1)^2 = 100$ با کانون‌های F و F' مفروض است. اگر طول پاره خط OF کوتاهتر از OF' باشد، معادله سهمی با رأس F و کانون F' ، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۶۰۰)

$(y+1)^2 = 12x - 6$ (۴) $(x-1)^2 = 12y - 6$ (۳) $(y+1)^2 = -12x + 6$ (۲) $(x-1)^2 = -12y + 6$ (۱)

۱۲. در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه‌ی قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/64$ (۳) $0/75$ (۴) $0/8$ (سراسری تجربی ۹۸)

۱۳. در سهمی به معادله‌ی $5y^2 - 10y + 4x - 3 = 0$ ، فاصله‌ی کانون تا نقطه‌ی تلاقی سهمی با محور x ها، کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/25$ (۳) $1/3$ (۴) $1/45$ (سراسری تجربی ۹۸)

۱۴. خط گذرا بر کانون سهمی به معادله‌ی $3y^2 - 6y + 18x + 10 = 0$ ، و عمود بر محور آن، سهمی را در دو نقطه‌ی A و B قطع می‌کند. طول وتر AB ، کدام است؟

- (۱) 4 (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) 5 (۴) 6 (سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

۱۵. در سهمی $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$ نقطه $(-1, 1)$ رأس سهمی است، مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{3}$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۱۶. فاصله دو کانون بیضی $x^2 + 4y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

۱۷. نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) $1/4$ (۴) $1/8$ (سراسری تجربی ۱۴۰۱)

۱۸. در سهمی $4y^2 - 2by - 32x + a = 0$ ، نقطه $(\frac{1}{4}, -2)$ رأس سهمی است، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) 24 (۲) 32 (۳) 40 (۴) 48 (سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۱۹. از کانون سهمی $y^2 - x - 4y + 2 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A و B و رأس سهمی، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

۲۰. قطرهای یک بیضی روی خطوط $2y - 3x = 3$ و $3y + 2x = 11$ قرار دارند. فاصله مرکز بیضی تا مبدأ مختصات، چقدر است؟

- (۱) 10 (۲) $\sqrt{10}$ (۳) 5 (۴) $\sqrt{5}$ (سراسری تجربی مجدد ۱۴۰۱)

۲۱. نمودار سهمی با مختصات رأس $(-1, -1)$ ، از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد. اگر از دو سر وتر که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$ (سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

۲۲. نمودار سهمی با مختصات رأس $(2, -2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می‌گذرد. طول وتر که از کانون بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 4 (۳) 8 (۴) 9 (سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

۲۳. کانون‌های یک بیضی نقاطی با طول $x = 3$ و $x = -3$ روی محور x ها هستند. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{3}$ باشد، طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $12\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$ (سراسری ریاضی از ریبیشت ۱۴۰۳)

۲۴. نقاط $F(0, 0)$ و $F'(a, 0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0, -1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $-2\sqrt{5}$ (۳) $-4\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$ (سراسری تجربی تیر ۱۴۰۳)

۲۵. نقطه $(0, a)$ و مبدأ مختصات، کانون‌های یک بیضی بوده و $(-3, 0)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{1}{\sqrt{2}}$ باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{6}$ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{6}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (سراسری تجربی خارج تیر ۱۴۰۳)

۲۶. خط $x = -\frac{5}{4}$ خط هادی سهمی به معادله $3y^2 - 3x - ay = 0$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟ (سراسری ریاضی تیر ۱۴۰۳)

۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۲۷. اگر $x = 3$ معادله خط هادی سهمی به معادله $y^2 - 2y + 4x = a$ باشد، مقدار a کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج تیر ۱۴۰۳)

۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

دایره

۲۸. وتر مشترک دایره‌ی C با دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر دایره‌ی C از نقطه‌ی $(-1, 4)$ بگذرد، معادله‌ی آن کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

۱) $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$ (۲) $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$ (۳) $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$ (۴) $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

۲۹. در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۸)

۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۳۰. وتر مشترک دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 = 17$ با دایره‌ی C گذرا بر نقطه‌ی $(-1, 6)$ ، بر خط به معادله‌ی $2x - y = 3$ منطبق است. شعاع دایره C کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۸)

۱) ۳ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۴

۳۱. از بین دایره‌های گذرا از نقطه‌ی $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ، بزرگ‌ترین شعاع دایره، کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{22}{9}$ (سراسری ریاضی ۹۹)

۳۲. دایره‌ای به مرکز $(1, 3)$ بر روی خط راست $5x + 12y = 15$ ، وتری به طول $2\sqrt{21}$ ، جدا می‌کند. این دایره بر روی محور x ها، وتری با کدام اندازه جدا می‌کند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۱) $2\sqrt{6}$ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) ۸

۳۳. از میان دایره‌های گذرا از نقطه‌ی $A(3, 2)$ و مماس بر خطوط $3x - 4y = 0$ و $y = 0$ ، کوچک‌ترین شعاع دایره کدام است؟

۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{13}{9}$ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۳۴. یک بیضی به قطرهای $AA' = 14$ و $BB' = 4\sqrt{6}$ و کانون F نزدیک به نقطه‌ی A ، مفروض است. خط عمود بر قطر AA' از نقطه‌ی F ، دایره به قطر AA' را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. اندازه‌ی پاره‌خط AM ، کدام است؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

۱) ۷ (۲) $2\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۳۵. فرض کنید خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ قطرهای یک دایره و خط $4x + 3y + 5 = 0$ بر آن مماس باشد. نزدیکترین فاصله نقطه‌ی $M(4, -2)$ از دایره، کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۰)

۱) $\sqrt{3} - 1$ (۲) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{5} - 2$

۳۶. دایره‌های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ متقاطع‌اند. معادله‌ی وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

۱) $x = y$ (۲) $x = 1 + y$ (۳) $x = -y$ (۴) $x = 1 - y$ (سراسری تجربی ۱۴۰۰)

۳۷. دایره $x^2 + y^2 + 2y = 3$ مفروض است. معادله دایره‌ای که با دایره قبلی مماس داخل بوده و از نقطه‌ی $(-3, 0)$ گذشته و شعاع آن با قطر دایره اصلی برابر باشد، کدام است؟ (سراسری تجربی خارج ۱۴۰۰، با تغییر)

۱) $x^2 + y^2 - 4x = 12$ (۲) $x^2 + y^2 - 2y = 15$ (۳) $x^2 + y^2 + 4y = 12$ (۴) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 14$

۳۸. به ازای هر m ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟ (سراسری ریاضی ۱۴۰۱)

۱) $2\sqrt{2}\pi$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $2\sqrt{3}\pi$

۳۹. معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۱)

$$x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0 \quad (۲)$$

$$4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0 \quad (۳)$$

$$4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0 \quad (۴)$$

۴۰. دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y = 2$ ، نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۱)

(۱) مماس بیرون (۲) متقاطع (۳) متخارج (۴) متداخل

۴۱. اگر $x + ay = 3$ و $x + by = c$ به ترتیب خطوط مماس و قائم بر دایره $x^2 + y^2 + \alpha x + y = \beta$ در نقطه $(-1, 1)$ باشند، مقدار $\alpha + \beta$ کدام است؟

(سراسری ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

$$-1 \quad (۱) \quad -2 \quad (۲) \quad 1 \quad (۳) \quad 2 \quad (۴)$$

۴۲. دو دایره با شعاع یکسان در نقاط $(1, 4)$ و $(3, 2)$ همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور x کدام است؟

(سراسری ریاضی دی ۱۴۰۱)

$$8 \quad (۱) \quad 6 \quad (۲) \quad 2\sqrt{2} \quad (۳) \quad 4\sqrt{2} \quad (۴)$$

۴۳. طول وتری از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = a$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر a چقدر است؟

(سراسری تجربی دی ۱۴۰۱)

$$\sqrt{35} \quad (۱) \quad \sqrt{38} \quad (۲) \quad 3\sqrt{6} \quad (۳) \quad 5\sqrt{3} \quad (۴)$$

۴۴. طول کوتاه‌ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

(سراسری تجربی ۱۴۰۲)

$$\sqrt{5} \quad (۱) \quad \sqrt{7} \quad (۲) \quad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۳) \quad \frac{\sqrt{7}}{2} \quad (۴)$$

۴۵. خط d به معادله $y - x = 0$ ، عمودمنصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی ۲ برابر دیگری است. اگر خط d بر دایره کوچک‌تر به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 2y = r$ مماس باشد، حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

(سراسری ریاضی ۱۴۰۲)

$$\frac{5}{2} \quad (۱) \quad \frac{5}{4} \quad (۲) \quad \frac{65}{32} \quad (۳) \quad \frac{65}{64} \quad (۴)$$

۴۶. نقطه‌های M و N به ترتیب روی دو دایره متخارج $x^2 + y^2 - 2x + 2y = a$ و $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$ قرار دارند. اگر بیشترین فاصله M و N برابر ۸ باشد، مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی خارج ۱۴۰۲)

$$2/5 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 1/5 \quad (۳) \quad 1 \quad (۴)$$

۴۷. خط $3y + 2x = 9$ در نقطه $(0, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ مماس است. مقدار a کدام است؟

(سراسری تجربی اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$3/5 \quad (۱) \quad -3/5 \quad (۲) \quad 1/5 \quad (۳) \quad -1/5 \quad (۴)$$

۴۸. خطی به معادله $y + 2x = 0$ ، عمودمنصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ‌تر به صورت $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$ و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج ۱۴۰۲)

$$\frac{\sqrt{15}}{2} \quad (۱) \quad -\frac{\sqrt{15}}{2} \quad (۲) \quad 1 \quad (۳) \quad -1 \quad (۴)$$

۴۹. کوچک‌ترین دایره گذرا بر دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(سراسری ریاضی ۹۹)

$$1 \text{ و } -3 \quad (۱) \quad 0 \text{ و } -3 \quad (۲) \quad 2 \text{ و } -1 \quad (۳) \quad 3 \text{ و } -2 \quad (۴)$$

۵۰. نقطه‌ی $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

(سراسری تجربی خارج از کشور ۹۸)

$$3, -5 \quad (۱) \quad 2, -4 \quad (۲) \quad -1 \pm \sqrt{2} \quad (۳) \quad -1 \pm \sqrt{3} \quad (۴)$$

۵۱. دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۹۹)

$$3/24\pi \quad (۱) \quad 4/41\pi \quad (۲) \quad 4/8\pi \quad (۳) \quad 5/76\pi \quad (۴)$$

۲	۲۷	۲	۴۲	۴	۱۲	۲	۷	فصل ۳		۱	۱۰	فصل ۱	
۱	۲۸	۳	۴۳	۳	۱۳	۴	۸	۲	۱	۴	۱۱	۲	۱
۴	۲۹	۱	۴۴	۱	۱۴	۳	۹	۱	۲	۳	۱۲	۳	۲
۲	۳۰	فصل ۷		۳	۱۵	۳	۱۰	۳	۳	۳	۱۳	۴	۳
۲	۳۱	۱	۱	۱	۱۶	۲	۱۱	۱	۴	۲	۱۴	۲	۴
۳	۳۲	۱	۲	۳	۱۷	۳	۱۲	۲	۵	۳	۱۵	۴	۵
۱	۳۳	۲	۳	۴	۱۸	فصل ۵		۴	۶	۳	۱۶	۲	۶
۱	۳۴	۲	۴	۲	۱۹	۴	۱	۳	۷	۳	۱۷	۴	۷
۱	۳۵	۴	۵	۴	۲۰	۴	۲	۴	۸	۴	۱۸	۲	۸
فصل ۸		۱	۶	۲	۲۱	۱	۳	۳	۹	۲	۱۹	۱	۹
۴	۱	۴	۷	۱	۲۲	۱	۴	۱	۱۰	۲	۲۰	۲	۱۰
۲	۲	۴	۸	۱	۲۳	۲	۵	۴	۱۱	۲	۲۱	۲	۱۱
۱	۳	۴	۹	۴	۲۴	۱	۶	۱	۱۲	۳	۲۲	۲	۱۲
۳	۴	۱	۱۰	۳	۲۵	۲	۷	۳	۱۳	۴	۲۳	۱	۱۳
۴	۵	۱	۱۱	۳	۲۶	۴	۸	۱	۱۴	۴	۲۴	۱	۱۴
۴	۶	۴	۱۲	۲	۲۷	۴	۹	۱	۱۵	۳	۲۵	۲	۱۵
۱	۷	۳	۱۳	۳	۲۸	۲	۱۰	۲	۱۶	۳	۲۶	۲	۱۶
۳	۸	۳	۱۴	۱	۲۹	۲	۱۱	۴	۱۷	۳	۲۷	۲	۱۷
۲	۹	۳	۱۵	۲	۳۰	فصل ۶		۴	۱۸	۴	۲۸	۳	۱۸
۳	۱۰	۳	۱۶	۱	۳۱	۱	۱	۴	۱۹	۱	۲۹	۲	۱۹
۴	۱۱	۲	۱۷	۲	۳۲	۲	۲	۳	۲۰	۳	۳۰	فصل ۲	
۲	۱۲	۳	۱۸	۲	۳۳	۱	۳	۱	۲۱	۴	۳۱	۳	۱
۲	۱۳	۴	۱۹	۲	۳۴	۳	۴	۱	۲۲	۴	۳۲	۳	۲
۲	۱۴	۴	۲۰	۲	۳۵	۱	۵	فصل ۴		۱	۳۳	۴	۳
۱	۱۵	۱	۲۱	۱	۳۶	۱	۶	۲	۱	۲	۳۴	۴	۴
۱	۱۶	۱	۲۲	۲	۳۷	۴	۷	۲	۲	۳	۳۵	۴	۵
۳	۱۷	۲	۲۳	۱	۳۸	۳	۸	۱	۳	۴	۳۶	۱	۶
۴	۱۸	۱	۲۴	۲	۳۹	۲	۹	۳	۴	۳	۳۷	۴	۷
۳	۱۹	۱	۲۵	۱	۴۰	۱	۱۰	۴	۵	۴	۳۸	۱	۸
۲	۲۰	۳	۲۶	۱	۴۱	۳	۱۱	۳	۶	۳	۳۹	۱	۹

۴	۷۹	۴	۴۸	۴	۱۷	۴	۸۷	۲	۵۶	۱	۲۵	۲	۲۱
۱	۸۰	۳	۴۹	۱	۱۸	۴	۸۸	۱	۵۷	۳	۲۶	۳	۲۲
۴	۸۱	۴	۵۰	۳	۱۹	۲	۸۹	۱	۵۸	۴	۲۷	۱	۲۳
۳	۸۲	۲	۵۱	۲	۲۰	۳	۹۰	۴	۵۹	۲	۲۸	۱	۲۴
۱	۸۳	۴	۵۲	۳	۲۱	۳	۹۱	۴	۶۰	۳	۲۹	۲	۲۵
۲	۸۴	۱	۵۳	۱	۲۲	۲	۹۲	۲	۶۱	۲	۳۰	۴	۲۶
۱	۸۵	۱	۵۴	۳	۲۳	۱	۹۳	۴	۶۲	۴	۳۱	فصل ۹	
۴	۸۶	۲	۵۵	۴	۲۴	۱	۹۴	۳	۶۳	۴	۳۲	۲	۱
۲	۸۷	۲	۵۶	۱	۲۵	۴	۹۵	۳	۶۴	۲	۳۳	۱	۲
۱	۸۸	۲	۵۷	۲	۲۶	۴	۹۶	۲	۶۵	۲	۳۴	۲	۳
۴	۸۹	۴	۵۸	۴	۲۷	۴	۹۷	۴	۶۶	۳	۳۵	۳	۴
۲	۹۰	۴	۵۹	۴	۲۸	۲	۹۸	۲	۶۷	۱	۳۶	۲	۵
۴	۹۱	۲	۶۰	۳	۲۹	۴	۹۹	۳	۶۸	۱	۳۷	۲	۶
۴	۹۲	۱	۶۱	۴	۳۰	۲	۱۰۰	۲	۶۹	۱	۳۸	۲	۷
۲	۹۳	۱	۶۲	۱	۳۱	فصل ۱۰		۱	۷۰	۳	۳۹	۴	۸
۴	۹۴	۱	۶۳	۴	۳۲	۲	۱	۲	۷۱	۲	۴۰	۱	۹
۳	۹۵	۴	۶۴	۳	۳۳	۲	۲	۱	۷۲	۳	۴۱	۱	۱۰
۳	۹۶	۳	۶۵	۲	۳۴	۳	۳	۱	۷۳	۳	۴۲	۴	۱۱
۲	۹۷	۳	۶۶	۳	۳۵	۲	۴	۲	۷۴	۳	۴۳	۲	۱۲
۳	۹۸	۲	۶۷	۱	۳۶	۱	۵	۱	۷۵	۱	۴۴	۱	۱۳
۲	۹۹	۴	۶۸	۳	۳۷	۳	۶	۱	۷۶	۳	۴۵	۴	۱۴
۴	۱۰۰	۴	۶۹	۴	۳۸	۴	۷	۱	۷۷	۱	۴۶	۲	۱۵
۲	۱۰۱	۳	۷۰	۱	۳۹	۳	۸	۲	۷۸	۴	۴۷	۴	۱۶
۲	۱۰۲	۱	۷۱	۱	۴۰	۱	۹	۳	۷۹	۴	۴۸	۴	۱۷
۴	۱۰۳	۳	۷۲	۴	۴۱	۳	۱۰	۱	۸۰	۴	۴۹	۴	۱۸
۳	۱۰۴	۱	۷۳	۳	۴۲	۲	۱۱	۴	۸۱	۳	۵۰	۱	۱۹
۴	۱۰۵	۱	۷۴	۳	۴۳	۴	۱۲	۱	۸۲	۱	۵۱	۳	۲۰
۲	۱۰۶	۳	۷۵	۲	۴۴	۴	۱۳	۳	۸۳	۳	۵۲	۱	۲۱
۲	۱۰۷	۴	۷۶	۱	۴۵	۲	۱۴	۳	۸۴	۱	۵۳	۱	۲۲
۴	۱۰۸	۱	۷۷	۲	۴۶	۳	۱۵	۲	۸۵	۳	۵۴	۴	۲۳
۴	۱۰۹	۳	۷۸	۴	۴۷	۱	۱۶	۳	۸۶	۱	۵۵	۴	۲۴

۱	۱۷	۲	۶۰	۱	۲۹	۱	۸۹	۱	۵۸	۴	۲۷	۲	۱۱۰
۲	۱۸	۱	۶۱	۳	۳۰	۲	۹۰	۱	۵۹	۳	۲۸	۲	۱۱۱
۱	۱۹	۲	۶۲	۳	۳۱	فصل ۱۲		۲	۶۰	۲	۲۹	۳	۱۱۲
۴	۲۰	۱	۶۳	۳	۳۲	۳	۱	۱	۶۱	۱	۳۰	۲	۱۱۳
۱	۲۱	۴	۶۴	۲	۳۳	۲	۲	۲	۶۲	۴	۳۱	فصل ۱۱	
۲	۲۲	۱	۶۵	۱	۳۴	۳	۳	۳	۶۳	۲	۳۲	۱	۱
۴	۲۳	۴	۶۶	۴	۳۵	۳	۴	۱	۶۴	۳	۳۳	۱	۲
۳	۲۴	۲	۶۷	۲	۳۶	۳	۵	۳	۶۵	۴	۳۴	۳	۳
۴	۲۵	۴	۶۸	۴	۳۷	۲	۶	۳	۶۶	۱	۳۵	۲	۴
۴	۲۶	۲	۶۹	۳	۳۸	۲	۷	۱	۶۷	۴	۳۶	۳	۵
۱	۲۷	۱	۷۰	۱	۳۹	۳	۸	۴	۶۸	۱	۳۷	۴	۶
۳	۲۸	۳	۷۱	۳	۴۰	۱	۹	۱	۶۹	۲	۳۸	۴	۷
۲	۲۹	۴	۷۲	۲	۴۱	۲	۱۰	۴	۷۰	۴	۳۹	۲	۸
۳	۳۰	۳	۷۳	۴	۴۲	۲	۱۱	۴	۷۱	۱	۴۰	۴	۹
۲	۳۱	فصل ۱۳		۳	۴۳	۱	۱۲	۳	۷۲	۲	۴۱	۲	۱۰
۲	۳۲	۲	۱	۴	۴۴	۳	۱۳	۴	۷۳	۲	۴۲	۴	۱۱
۱	۳۳	۴	۲	۳	۴۵	۳	۱۴	۳	۷۴	۲	۴۳	۳	۱۲
۲	۳۴	۱	۳	۴	۴۶	۴	۱۵	۳	۷۵	۳	۴۴	۳	۱۳
۲	۳۵	۳	۴	۳	۴۷	۱	۱۶	۲	۷۶	۴	۴۵	۱	۱۴
۴	۳۶	۲	۵	۴	۴۸	۳	۱۷	۳	۷۷	۱	۴۶	۴	۱۵
۴	۳۷	۲	۶	۱	۴۹	۲	۱۸	۴	۷۸	۲	۴۷	۱	۱۶
۳	۳۸	۲	۷	۲	۵۰	۳	۱۹	۱	۷۹	۴	۴۸	۱	۱۷
۴	۳۹	۳	۸	۳	۵۱	۴	۲۰	۱	۸۰	۴	۴۹	۱	۱۸
۱	۴۰	۲	۹	۴	۵۲	۴	۲۱	۱	۸۱	۳	۵۰	۲	۱۹
۴	۴۱	۳	۱۰	۳	۵۳	۴	۲۲	۲	۸۲	۱	۵۱	۱	۲۰
۳	۴۲	۱	۱۱	۳	۵۴	۳	۲۳	۱	۸۳	۱	۵۲	۴	۲۱
۲	۴۳	۴	۱۲	۳	۵۵	۴	۲۴	۱	۸۴	۳	۵۳	۱	۲۲
۴	۴۴	۱	۱۳	۳	۵۶	۱	۲۵	۴	۸۵	۳	۵۴	۱	۲۳
۲	۴۵	۱	۱۴	۳	۵۷	۳	۲۶	۳	۸۶	۳	۵۵	۳	۲۴
۲	۴۶	۱	۱۵	۴	۵۸	۴	۲۷	۱	۸۷	۳	۵۶	۴	۲۵
۴	۴۷	۲	۱۶	۱	۵۹	۴	۲۸	۲	۸۸	۳	۵۷	۳	۲۶

۳	۱۴	۴	۵۰	۲	۱۹	۳	۲۳	۱	۲۹	۲	۲۴	۲	۴۸
۱	۱۵	۴	۵۱	۱	۲۰	۳	۲۴	۴	۳۰	۴	۲۵	۳	۴۹
۱	۱۶	۲	۵۲	۱	۲۱	۳	۲۵	۳	۳۱	فصل ۱۵		۲	۵۰
۱	۱۷	۴	۵۳	۴	۲۲	۳	۲۶	۴	۳۲	۲	۱	۲	۵۱
۲	۱۸	۱	۵۴	۲	۲۳	۲	۲۷	۲	۳۳	۲	۲	۳	۵۲
۲	۱۹	۴	۵۵	۱	۲۴	۴	۲۸	۳	۳۴	۳	۳	۴	۵۳
۳	۲۰	۱	۵۶	۳	۲۵	۲	۲۹	۴	۳۵	۴	۴	۳	۵۴
۱	۲۱	۱	۵۷	۳	۲۶	۳	۳۰	۴	۳۶	۲	۵	فصل ۱۴	
۳	۲۲	۱	۵۸	۳	۲۷	۳	۳۱	فصل ۱۶		۳	۶	۴	۱
۱	۲۳	۴	۵۹	۳	۲۸	۳	۳۲	۱	۱	۳	۷	۴	۲
۳	۲۴	۱	۶۰	۱	۲۹	۳	۳۳	۲	۲	۳	۸	۴	۳
۲	۲۵	۳	۶۱	۲	۳۰	۱	۳۴	۱	۳	۴	۹	۲	۴
۴	۲۶	۳	۶۲	۳	۳۱	فصل ۱۷		۳	۴	۴	۱۰	۱	۵
۱	۲۷	۲	۶۳	۳	۳۲	۲	۱	۴	۵	۴	۱۱	۱	۶
۱	۲۸	۲	۶۴	۱	۳۳	۳	۲	۳	۶	۳	۱۲	۱	۷
۲	۲۹	۲	۶۵	۲	۳۴	۳	۳	۴	۷	۲	۱۳	۴	۸
۲	۳۰	۲	۶۶	۱	۳۵	۲	۴	۳	۸	۳	۱۴	۱	۹
۳	۳۱	فصل ۱۸		۳	۳۶	۴	۵	۱	۹	۲	۱۵	۳	۱۰
۲	۳۲	۱	۱	۳	۳۷	۳	۶	۳	۱۰	۱	۱۶	۱	۱۱
۱	۳۳	۳	۲	۳	۳۸	۳	۷	۴	۱۱	۱	۱۷	۴	۱۲
۲	۳۴	۳	۳	۱	۳۹	۳	۸	۱	۱۲	۱	۱۸	۳	۱۳
۴	۳۵	۳	۴	۱	۴۰	۱	۹	۲	۱۳	۳	۱۹	۴	۱۴
۲	۳۶	۴	۵	۴	۴۱	۲	۱۰	۴	۱۴	۳	۲۰	۴	۱۵
۳	۳۷	۱	۶	۱	۴۲	۲	۱۱	۳	۱۵	۲	۲۱	۱	۱۶
۲	۳۸	۲	۷	۲	۴۳	۳	۱۲	۲	۱۶	۲	۲۲	۳	۱۷
۴	۳۹	۱	۸	۱	۴۴	۲	۱۳	۱	۱۷	۱	۲۳	۴	۱۸
۴	۴۰	۲	۹	۲	۴۵	۳	۱۴	۱	۱۸	۲	۲۴	۳	۱۹
۱	۴۱	۳	۱۰	۱	۴۶	۲	۱۵	۴	۱۹	۲	۲۵	۴	۲۰
۴	۴۲	۴	۱۱	۳	۴۷	۲	۱۶	۳	۲۰	۱	۲۶	۳	۲۱
۴	۴۳	۱	۱۲	۲	۴۸	۴	۱۷	۲	۲۱	۴	۲۷	۲	۲۲
۲	۴۴	۳	۱۳	۲	۴۹	۴	۱۸	۳	۲۲	۱	۲۸	۴	۲۳

۲	۳۸	۲	۲۷	۳	۱۶	۲	۵	۱	۶۷	۲	۵۶	۲	۴۵
۴	۳۹	۴	۲۸	۱	۱۷	۳	۶	۳	۶۸	۳	۵۷	۳	۴۶
۲	۴۰	۱	۲۹	۳	۱۸	۳	۷	۲	۶۹	۴	۵۸	۲	۴۷
۱	۴۱	۲	۳۰	۳	۱۹	۲	۸	۳	۷۰	۴	۵۹	۱	۴۸
۲	۴۲	۴	۳۱	۲	۲۰	۱	۹	۲	۷۱	۴	۶۰	۱	۴۹
۴	۴۳	۱	۳۲	۲	۲۱	۲	۱۰	۲	۷۲	۴	۶۱	۴	۵۰
۳	۴۴	۴	۳۳	۱	۲۲	۳	۱۱	فصل ۱۹		۲	۶۲	۴	۵۱
۱	۴۵	۱	۳۴	۲	۲۳	۴	۱۲	۴	۱	۴	۶۳	۱	۵۲
۱	۴۶	۲	۳۵	۱	۲۴	۴	۱۳	۲	۲	۱	۶۴	۳	۵۳
۴	۴۷	۲	۳۶	۲	۲۵	۲	۱۴	۱	۳	۱	۶۵	۳	۵۴
		۲	۳۷	۱	۲۶	۲	۱۵	۱	۴	۴	۶۶	۴	۵۵