



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۲۶- اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$ ، کدام است؟

- (۱) $-\cos^2 x$ (۲) $-\cos x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\cos x$

گزینه ۱

$$\sqrt{1+\tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|} \xrightarrow[\text{II}]{\frac{\pi}{2} < x < \pi} \frac{1}{-\cos x}$$

$$\frac{\frac{\sin x}{\cancel{\cos x}}}{1} \left(\frac{1 - \cancel{\sin^2 x}}{\sin x} \right) = -\cancel{\sin x} \left(\frac{\cancel{\cos^2 x}}{\cancel{\sin x}} \right) = -\cos^2 x$$

۱۲۷- پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۲٫۵ (۳) ۱۳٫۵ (۴) ۱۵

گزینه ۴

$$v_1 = v + 5 \quad v_2 = v - 5 \quad t_1 + t_2 = 9' = \frac{9}{60} h = \frac{3}{20} h$$

$$\frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{3}{20} \rightarrow \frac{v-\cancel{5} + v+\cancel{5}}{v^2 - 25} = \frac{3}{20} \rightarrow \frac{2v}{v^2 - 25} = \frac{3}{20}$$

$$3v^2 - 40v - 75 = 0 \xrightarrow[b'=-20]{b=-40} \Delta' = (-20)^2 - (3)(-75) = 400 + 225 = 625$$

$$v = \frac{20+25}{3} = \frac{45}{3} = 15 \quad v = \frac{20-25}{3} = \frac{-5}{3}$$

ولی بهتر است برای حل معادله گویا، از گزینه ها استفاده می کردیم.

۱۲۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{\sqrt{x-8}}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ ، به صورت بازه، کدام است؟

- (۱) $(-4, 2) \cup (2, 1)$ (۲) $(2, 4)$
(۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{x-8}}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0 \rightarrow \frac{\sqrt{x-8} - x^2 - x}{(x-2)(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\frac{-(x^2 - 6x + 8)}{(x-2)(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+1)} < 0 \xrightarrow{x \neq 2} \frac{x-4}{x+1} < 0 \rightarrow (-1, 4) - \{2\}$$

۱۲۹- از هر ۵ مدرسه نمونه، ۴ نفر در اردویی شرکت دارند. به چند طریق می توان از بین آنان ۳ نفر انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو نفر انتخاب شده، از یک مدرسه نباشند؟

۶۴۰ (۴)

۳۲۰ (۳)

۲۷۰ (۲)

۱۳۵ (۱)

گزینه ۴

$$\binom{5}{3} \times 4 \times 4 \times 4 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times 64 = 640$$

۱۳۰- اگر $1 = 2a + \sqrt{3a+16}$ باشد، عدد $4a+9$ ، کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

گزینه ۱

$$1 - 2a = \sqrt{3a+16} \rightarrow \begin{cases} 1 - 2a \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{1}{2} \\ 3a + 16 \geq 0 \rightarrow a \geq -\frac{16}{3} \end{cases} \rightarrow \cap \rightarrow \left[-\frac{16}{3}, \frac{1}{2} \right]$$

$$\xrightarrow{\wedge^2} 1 - 4a + 4a^2 = 3a + 16 \rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0$$

$$\frac{16a^2 - 7(4a) - 60}{4} = 0 \rightarrow \frac{(4a - 12)(4a + 5)}{4} = 0 \rightarrow \frac{4(a - 3)(4a + 5)}{4} = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

$$4a + 9 = 4\left(-\frac{5}{4}\right) + 9 = -5 + 9 = 4$$

۱۳۱- در مثلث ABC، اضلاع $AB=4$ و $AC=6$ و $BC=7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD، کدام است؟

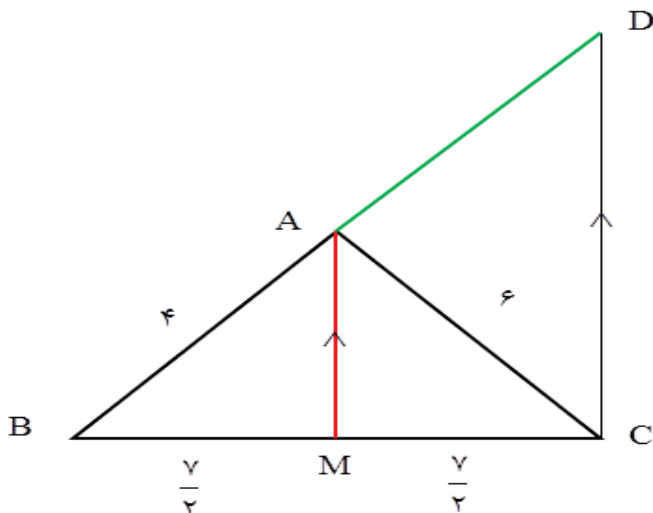
۹ (۴)

۸/۵ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)

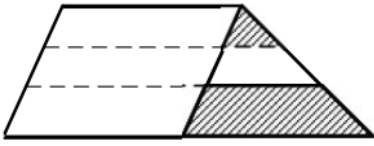
گزینه ۲



$$AM \parallel DC \rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BA}{BD} = \frac{AM}{DC}$$

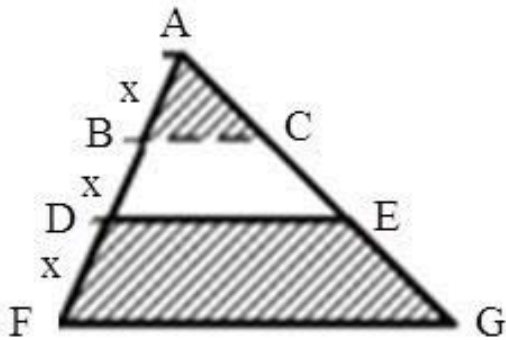
$$\frac{\frac{7}{2}}{7} = \frac{4}{BD} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{BD} \rightarrow BD = 8$$

۱۳۲- یک ساق ذوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده، کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
 (۲) $\frac{1}{5}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{1}{4}$

گزینه ۲



$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \rightarrow \frac{x}{2x} = \frac{BC}{DE} \rightarrow DE = 2BC$$

$$\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{FG} \rightarrow \frac{x}{3x} = \frac{BC}{FG} \rightarrow FG = 3BC$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times BC \times h$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (DE + FG) \times h = \frac{1}{2} \times 5BC \times h$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5}$$

۱۳۳- در مستطیل ABCD به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

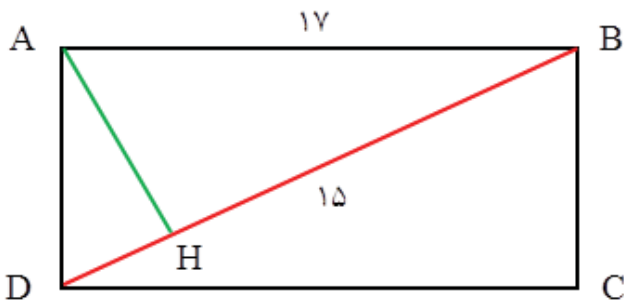
(۴) $\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{7}{15}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{4}{15}$

گزینه ۱



$$AB^2 = BH \times BD$$

$$17^2 = 15 \times BD$$

$$BD = \frac{289}{15}$$

$$\frac{289}{15} - 19 = \frac{289 - 285}{15} = \frac{4}{15}$$

۱۳۴- اگر $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$$

۰٫۴۸ (۴)

۰٫۲۷ (۳)

-۰٫۵۲ (۲)

-۱٫۲۳ (۱)

گزینه ۳

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

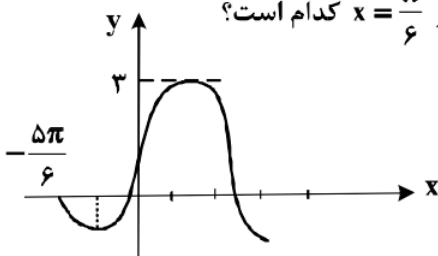
$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$A = -\sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cot \alpha = -\frac{1}{2} \sin 2\alpha + \cot \alpha = -\frac{1}{2} \times \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} + \cot \alpha$$

$$A = \frac{-\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} + \cot \alpha = \frac{-12}{25} + \frac{3}{4} = \frac{-48 + 75}{100} = \frac{27}{100}$$

۱۳۵- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ است. مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{6}$ کدام است؟



۱٫۵ (۱)

۲ (۲)

۲٫۵ (۳)

$1 + \sqrt{3}$ (۴)

گزینه ۲

$$y = b \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + a \longrightarrow \boxed{y = b \sin x + a}$$

$$\max = |b| + a \xrightarrow{b > 0} \boxed{a + b = 3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\Delta\pi}{6} \\ \circ \end{array} \right\} \longrightarrow \circ = b \sin\left(-\frac{\Delta\pi}{6}\right) + a \longrightarrow -b \sin\left(\frac{\Delta\pi}{6}\right) + a = \circ \longrightarrow -b \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + a = \circ$$

$$-b \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + a = \circ \longrightarrow \frac{-b}{2} + a = \circ \longrightarrow \boxed{2a - b = \circ} \quad a = 1, \quad b = 2$$

$$y = 2 \sin x + 1 \longrightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 1 = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 1 + 1 = 2$$

۱۳۶- اگر $3^{x^2-2} = 81^x$ باشد، $\log_6(x-2)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

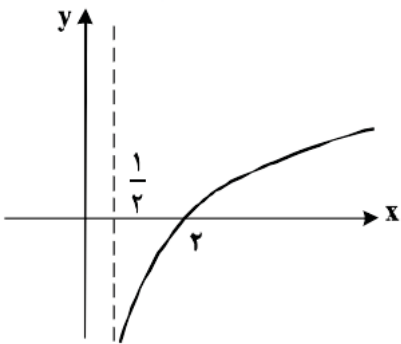
$\frac{1}{4}$ (۱)

گزینه ۳

$$3^{x^2-2} = 3^{4x} \rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 24 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{4+2\sqrt{6}}{2} = 2+\sqrt{6} \\ x_2 = \frac{4-2\sqrt{6}}{2} = 2-\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\log_6(x-2) = \log_6(2+\sqrt{6}-2) = \log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2}$$

۱۳۷- شکل زیر، نمودار تابع $y = -1 + \log_b(2x+a)$ است. این منحنی خط $y=1$ را با کدام طول قطع می کند؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

۷ (۴)

گزینه ۲

با توجه به مجانِب قائم تابع $x = \frac{1}{2}$ و طول از مبدأ داریم :

$$x > \frac{1}{2} \rightarrow 2x > 1 \rightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x+a > 0 \end{cases} \rightarrow a = -1$$

$$y = -1 + \log_b(2x-1) \xrightarrow{(2,0)} 0 = -1 + \log_b 3 \rightarrow \log_b 3 = 1 \rightarrow b = 3$$

$$\begin{cases} y = -1 + \log_3(2x-1) \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow 1 = -1 + \log_3(2x-1) \rightarrow \log_3(2x-1) = 2$$

$$2x-1 = 9 \rightarrow x = 5$$

$$۱۳۸- \text{تابع با ضابطه } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2|x-2|}; & x \neq 2 \\ 2 & ; x = 2 \end{cases}$$

از نظر پیوستگی در $x = 2$ ، چگونه است؟

- (۱) از چپ پیوسته
 (۲) پیوسته
 (۳) از چپ ناپیوسته و از راست پیوسته
 (۴) از راست پیوسته
- گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x+2)}{2} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{-2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x+2)}{-2} = -2$$

$$f(2) = 2 \quad f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$$

۱۳۹- احتمال موفقیت فردی، در یک آزمون مستقل، ۲ برابر احتمال موفقیت دوست وی است. احتمال موفقیت لااقل یکی از آن دو، $\frac{7}{9}$ است. احتمال موفقیت این فرد کدام است؟

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

گزینه ۱

$$P(A) = 2x \quad P(B) = x$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{7}{9} = \frac{2x}{2} + \frac{x}{2} - \left(\frac{2x}{2} \times \frac{x}{2}\right)$$

$$\frac{7}{9} = \frac{3x}{2} - \frac{2x^2}{4} \rightarrow 9x^2 - 27x - 14 = 0 \rightarrow \Delta = (-27)^2 - 4(9)(-14) = 9(81 - 56)$$

$$\Delta = 9 \times 25 \quad x_1 = \frac{27 + 15}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3} \quad x_2 = \frac{27 - 15}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

۱۴۰- نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

- (۱) A (۲) B (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی توان کرد.

گزینه ۱

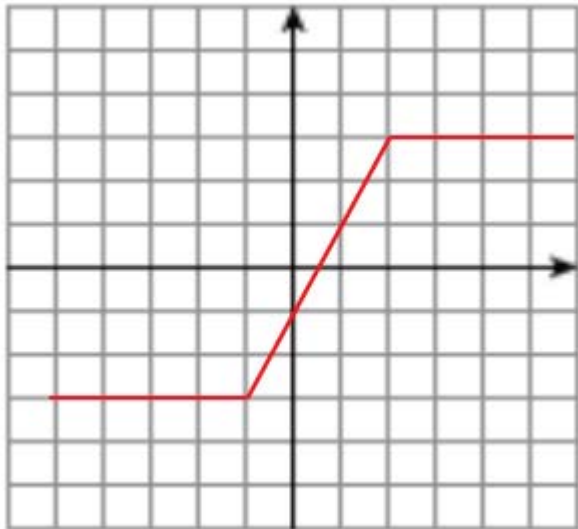
$$A: \begin{cases} \bar{x} = 14 \\ \delta^2 = 2 \end{cases} \rightarrow CV_1 = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2}}{14} = \frac{1/\sqrt{2}}{14} = \frac{1}{14\sqrt{2}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$B: \begin{cases} \bar{y} = 14/5 \\ \delta^2 = 3/7 \end{cases} \rightarrow CV_2 = \frac{\sqrt{3/7}}{14/5} = \frac{1/\sqrt{7}}{18} = 0.106$$

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = |x+1| - |x-2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(2, +\infty)$

گزینه ۳



$$f(x) = |x+1| - |x-2|$$

$$x = -1 \longrightarrow y = -3$$

$$x = 2 \longrightarrow y = 3$$

۱۴۲- جواب کلی معادله مثلثاتی $\cos 3x + \cos x = 0$ ، با شرط $\cos x \neq 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{3}$ (۲) $k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

گزینه ۲

$$\cos 3x = -\cos x \longrightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x) \longrightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + (\pi - x) \\ 3x = 2k\pi - (\pi - x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x = 2k\pi + \pi \\ 2x = 2k\pi - \pi \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۱۴۳- حد عبارت $\frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16}$ ، وقتی $x \rightarrow 2$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۴۴- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sin x}{1+2\cos x}$ ، کدام بیان، درست است؟

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = +\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} f(x) = +\infty \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} f(x) = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^-} f(x) = -\infty \quad (۳)$$

گزینه ۱

$$x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+ \longrightarrow \cos x < -\frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}^+} \frac{\sin x}{1+2\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+(-1)^-} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = -\infty$$

۱۴۵- اگر $f(x) = x - \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

گزینه ۴

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2x}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

۱۴۶- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

گزینه ۳

$$f'(x) = \frac{-1(\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(-x-1)}{x} \longrightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}-1\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = 3$$

۱۴۷- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

گزینه ۳

I)
$$\begin{cases} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\lambda + 12 = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{\lambda}{2a+b} \end{cases} \rightarrow \frac{\lambda}{2a+b} = 4 \rightarrow \boxed{2a+b=2}$$

II)
$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-\lambda a}{(ax+b)^2} \rightarrow f'_+(2) = \frac{-\lambda a}{(2a+b)^2} \rightarrow \frac{-\lambda^4 a}{(2a+b)^2} = -4^3 \rightarrow a=3 \\ -3x^2 + 6 \rightarrow f'_-(2) = -12 + 6 = -6 \end{cases}$$

۱۴۸- مشتق تابع $f(x) = x \sqrt[3]{\frac{3x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ ، کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

گزینه ۲

$$u = \frac{3x+1}{x+2} \rightarrow u(-3) = 8 \quad u' = \frac{6-1}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2} \rightarrow u'(-3) = 5$$

$$f(x) = x \sqrt[3]{u} \rightarrow f'(x) = \sqrt[3]{u} + x \times \frac{u'}{3 \sqrt[3]{u^2}} \rightarrow f'(-3) = \sqrt[3]{8} + (-3) \times \frac{5}{3 \sqrt[3]{64}} = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

۱۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$ و دامنه $[-8, 0]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای

منحنی را بهم وصل کند، این خط مماس، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

۱ (۱) -۲ ۲ (۲) -۱٫۵ ۳ (۳) -۱ ۴ (۴) -۰٫۵

گزینه ۲

$$f(x) = \frac{4x-5}{x+1} \rightarrow f(0) = -5 \quad f(8) = 3 \quad m = \frac{3 - (-5)}{8 - 0} = 1$$

$$f'(x) = \frac{4 - (-5)}{(x+1)^2} = \frac{9}{(x+1)^2} \xrightarrow{m=1} \frac{9}{(x+1)^2} = 1$$

$$(x+1)^2 = 9 \rightarrow x+1 = \pm 3 \begin{cases} x+1=3 \rightarrow x=2 \rightarrow y=1 \rightarrow (2,1) \\ x+1=-3 \rightarrow x=-4 \notin [0,8] \end{cases}$$

$$y-1 = 1(x-2) \xrightarrow{x=0} y = -1$$

۱۵۰- در تابع با ضابطه $f(x) = x|x| - 2x$ ، فاصله دو نقطهٔ ماکسیمم نسبی و می نیمم نسبی آن، کدام است؟

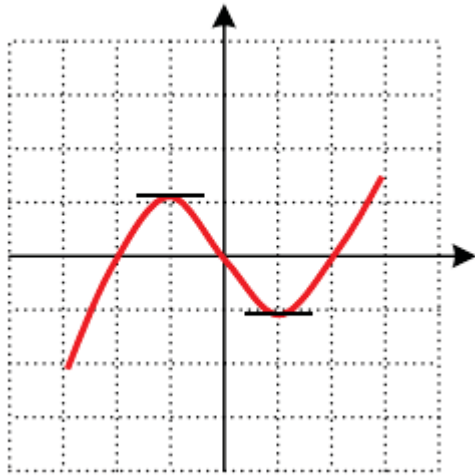
۴ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

گزینه ۱



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , x \geq 0 \\ -x^2 + 2x & , x < 0 \end{cases}$$

$$\max = (-1, 1) \quad \min = (1, -1)$$

$$d = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱۵۱- بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی این نیم دایره باشد، کدام است؟

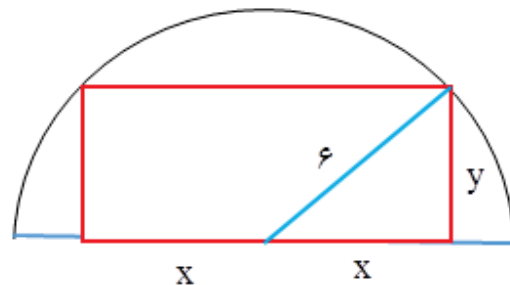
۳۶ (۴)

۲۷ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

گزینه ۴



$$x^2 + y^2 = 36 \longrightarrow y^2 = 36 - x^2 \longrightarrow y = \sqrt{36 - x^2}$$

$$S = 2xy \longrightarrow S(x) = 2x \times \sqrt{36 - x^2} \longrightarrow S'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} + 2x \times \frac{-x}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$S'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} \xrightarrow{S'(x)=0} \sqrt{36 - x^2} = \frac{x^2}{\sqrt{36 - x^2}}$$

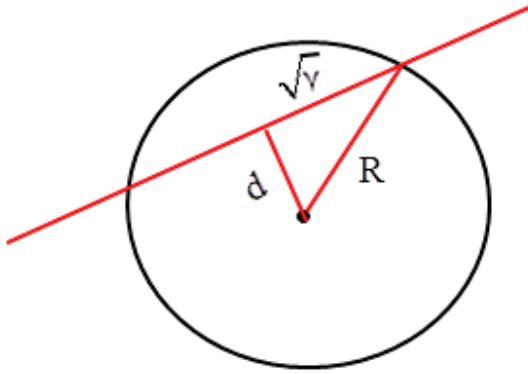
$$36 - x^2 = x^2 \longrightarrow 2x^2 = 36 \longrightarrow x^2 = 18 \longrightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$\max = S(2\sqrt{3}) = 2 \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 38$$

۱۵۲- نقطه $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ وترى به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $3, -5$ (۲) $2, -4$ (۳) $-1 \pm \sqrt{2}$ (۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

گزینه ۱



$$d = \frac{|-2 - 12 + 1|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

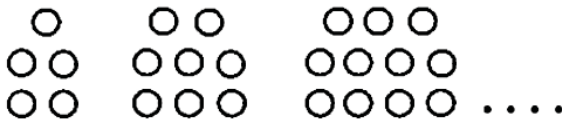
$$R^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{7})^2 = 13 + 7 = 20$$

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 20 \xrightarrow{y=2}$$

$$(x+1)^2 + 4 = 20 \longrightarrow (x+1)^2 = 16$$

$$x+1 = \pm 4 \longrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

۱۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟



- (۱) ۳۴
(۲) ۳۶
(۳) ۳۸
(۴) ۴۰

گزینه ۳

$$5, 8, 11, \dots \xrightarrow{d=3} t_{12} = 5 + 11(3) = 5 + 33 = 38$$

۱۵۴- اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^2 + x$ باشند. مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ ، کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

گزینه ۴

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(8) = a \longrightarrow (f \circ g)^{-1}(8) = a \longrightarrow (f \circ g)(a) = 8$$

$$f(g(a)) = 8 \longrightarrow \frac{2}{5}g(a) - 4 = 8 \longrightarrow \frac{2}{5}g(a) = 12 \longrightarrow g(a) = 30$$

$$a^2 + a = 30 \longrightarrow a = 3$$

۱۵۵- بهروز جهت مشارکت در یک مسابقه، از بین پرسش‌های ۵ بسته ریاضی، ۷ بسته تجربی و ۶ بسته علوم انسانی، به تصادف یک بسته اختیار کرده است. احتمال برنده شدن در هر بسته این دروس به ترتیب $\frac{۷}{۱۸}$ و $\frac{۸}{۱۰}$ و $\frac{۹}{۱۸}$ است. با کدام احتمال، بهروز برنده می‌شود؟

$$\frac{۳۱}{۳۶} \quad (۴)$$

$$\frac{۳۰}{۳۶} \quad (۳)$$

$$\frac{۲۹}{۳۶} \quad (۲)$$

$$\frac{۲۵}{۳۶} \quad (۱)$$

گزینه ۲

$$\frac{۵}{۱۸} \times \frac{۷}{۱۰} + \frac{۷}{۱۸} \times \frac{۸}{۱۰} + \frac{۶}{۱۸} \times \frac{۹}{۱۰} = \frac{۳۵ + ۵۶ + ۵۴}{۱۸۰} = \frac{۱۴۵}{۱۸۰} = \frac{۲۹}{۳۶}$$

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

دبیر ریاضی ناحیه ۴ مشهد