جواب سوالات کنکور سراسری رشته ریاضی خارج کشور سال۹۵

پاسخگو: **ابراهیم پور ابراهیمی دبیر ریاضی شهرستان خرمشهر**

۱۰۱-

گزینه (۴) چون ۱۲ برفرجه ها بخش پذیر است ابتدا کل اعداد را به توان ۱۲ می رسانیم و سپس فرجه دوازدهم می گیریم

$$\left(\sqrt[6]{2^2\times 3}\times\sqrt[4]{3^3\times 2}\times\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^5\times 3}}\right)^{12}=\left(2^2\times 3\right)^2\times\left(3^3\times 2\right)^3\times\left(2^5\times 3\right)=2^{12}\times 3^{12}\Rightarrow\sqrt[12]{2^{12}\times 3^{12}}=6$$

۱۰۲-

گزینه (۱) باید ضرب ریشه ها منفی باشد یعنی

$$\frac{c}{a}\prec 0\ \Rightarrow\ \frac{1-m}{m+2}\prec 0\ \Rightarrow$$

m		-2		1	
$P\prec 0$	$-$		$+$		$-$

$\Rightarrow$ m > ۱ یا m < −۲

۱۰۳-

گزینه (۳) رابطه پایین را بر بالا تقسیم می کنیم

$$\begin{cases} x=2\ \xrightarrow{y=\frac{5}{4}x}\ y=\frac{5}{2}\ \Rightarrow\ \frac{5}{2}=A(2)^{2B} \\ x=4\ \xrightarrow{y=\frac{5}{4}x}\ y=5\ \Rightarrow\ 5=A(2)^{4B} \end{cases}$$

نتیجه :

$$2^{2B}=2\Rightarrow B=\frac{1}{2}\quad ,\ A=\frac{5}{4}\ \Rightarrow\ f(x)=\frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}}$$

$$f^{-1}(10)=y\ \Rightarrow\ 10=\frac{5}{4}(2)^{\frac{x}{2}}\ \Rightarrow\ 2^{\frac{x}{2}}=8\ \Rightarrow\ \frac{x}{2}=3\ \Rightarrow\ x=6$$

۱۰۴-

گزینه (۳) اولا شکل تابع شبیه $y=\sin x$ می باشد که وارونه شده است و $\max$ تابع ۱/۵ می باشد و عدد a باید منفی باشد یعنی

$$1+|a|=1/5\ \xrightarrow{a\prec 0}\ 1-a=1/5\ \Rightarrow\ a=-0/5$$

ثانیاً اگر عدد b منفی باشد و با توجه به منفی بودن a شکل تابع به صورت فوق نخواهد بود پس b مثبت است .

$$T=\frac{2\pi}{b}=\pi\ \Rightarrow\ b=2\qquad\Rightarrow\ a+b=\frac{3}{2}$$

-۱۰۵

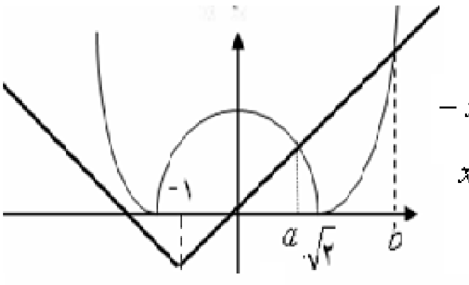
گزینه (۲) اولین عدد مشترک این دو دنباله ۳۷ می باشد . $a_n : ۲,۹,۱۶,۲۳,۳۰,\underline{۳۷},... \quad \Rightarrow d_۱ = ۷$

$b_n : ۱۲,۱۷,۲۲,۲۷,۳۲,\underline{۳۷},... \quad \Rightarrow d_۲ = ۵$

پس جملات مشترک این دو دنباله به صودرت $c_n = ۳۷ + (n-۱)d$ می باشد که $d = [d_۱ , d_۲] = [۷ , ۵] = ۳۵$ پس :

$c_n = ۳۷ + (n-۱)۳۵ \Rightarrow c_n = ۳۵n + ۲ \qquad n = ۳,۴,۵,۶,۷,۸$

-۱۰۶



گزینه (۳) با استفاده از روش هندسی حل نامعادلات داریم

حول $x = a$ داریم : $-x^۲ + ۲ = x + ۱ - ۱ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۱$

حول $x = b$ داریم : $x^۲ - ۲ = x + ۱ - ۱ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \Rightarrow b = ۲$

پس بازه مورد نظر به صورت $(a,b) = (۱,۲) \Rightarrow x_۰ = \frac{۱+۲}{۲} = ۱/۵$

-۱۰۷

گزینه (۲) با روش عدد گذاری »

$x = ۲۰$ تابع fog قابل تعریف است . گزینه ۴ حذف می شود . $f(g(۲۰)) = ۰$

$x = ۵$ تابع fog قابل تعریف نیست . گزینه ۱ حذف می شود .

$x = -۱$ تابع fog قابل تعریف است . گزینه ۳ حذف می شود . $f(g(۲۰)) = ۰$

-۱۰۸

گزینه (۱) $Cos(x - \frac{۳\pi}{۸}) = Sin(\frac{\pi}{۲} + x - \frac{۳\pi}{۸}) = Sin(x + \frac{\pi}{۸}) \Rightarrow ۲Sin(x + \frac{\pi}{۸}) = ۱ \Rightarrow Sin(x + \frac{\pi}{۸}) = \frac{۱}{۲}$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{۸} = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \xrightarrow{k=۰} x_۱ = \frac{\pi}{۶} - \frac{\pi}{۸} \\ x + \frac{\pi}{۸} = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \xrightarrow{k=۰} x_۲ = \frac{۵\pi}{۶} - \frac{\pi}{۸} \end{cases} \Rightarrow x_۱ + x_۲ = \pi - \frac{۲\pi}{۸} = \frac{۳\pi}{۴}$$

-۱۰۹

گزینه (۴) $\sin\left(\tan^{-1} x\right)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow mx=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow x_1=0$

پس گزینه (۴) صحیح است و لازم به بررسی بیشتر نیست $m=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \xrightarrow{m\succ 0}$

-۱۱۰

گزینه (۱) $L^+=\sin\frac{\pi}{2}[\cos\frac{\pi^+}{2}]-\cos\pi[\sin 2\pi^+]=1\times(-1)-(-1)\times(0)=-1$

$L^-=\sin\frac{\pi}{2}[\cos\frac{\pi^-}{2}]-\cos\pi[\sin 2\pi^-]=1\times(0)-(-1)\times(-1)=-1$

-۱۱۱

گزینه (۲) توابع $y=\frac{1}{x}$ و $y=1-\frac{x}{4}$ در دامنه تعریفشان همواره پیوسته هستند و برای پیوستگی باید در $x=a$ پیوسته باشد

$f\left(a^+\right)=f\left(a^-\right)=f(a) \Rightarrow 1-\frac{a}{4}=\frac{1}{a} \Rightarrow 4a-a^2=4 \Rightarrow a^2-4a+4=0 \Rightarrow a=2$

-۱۱۲

گزینه (۳) شیب هر دو تابع باید برابر باشند ($x\neq 0$) $y_1'=y_2' \Rightarrow m-2=\frac{-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} \Rightarrow m-2=\frac{-1}{x^2+1}$

$x^2+1=\frac{-1}{m-2} \Rightarrow x^2=\frac{-1}{m-2}-1 \Rightarrow x^2=\frac{1-m}{m-2}\succ 0 \Rightarrow 1\prec m\prec 2$

را ه دوم : چون $x\neq 0$ $-1\prec-\frac{-1}{x^2+1}\prec 0$

پس $-1\prec m-2\prec 0 \Rightarrow 1<m<2$

-۱۱۳

گزینه (۴) اگر جملات دنباله را بنویسیم واضح است که یکنوا نیست و حدی هم ندارد . $-1,0,-1,0,......-$

-۱۱۴

گزینه (۱) چون مخرج کسر به ازای $x=۱$ صفر می باشد پس باید صورت نیز به ازای $x=۱$ صفر شود

$$\sqrt{a(۱)+b}-۲=۰ \Rightarrow a+b=۴$$

حال با استفاده از قاعده هوپیتال داریم :

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt{ax+b}-۲}{x^۲-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{a}{۲\sqrt{ax+b}}}{۲x}=\frac{۳}{۲}$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\frac{a}{۲\sqrt{a+b}}}{۲}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow \frac{\frac{a}{۴}}{۲}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow a=۱۲ \ , \ b=-۸$$

-۱۱۵

گزینه (۱) با استفاده از قاعده هم ارزی :

$$\sqrt{n^۲+۳n}-n\cong\left(n+\frac{۳}{۲}\right)-n=\frac{۳}{۲}$$

حد دنباله عدد $\frac{۳}{۲}$ می باشد و اولین جمله دنباله $\sqrt{۱+۳}-۱=۱$ است پس دنباله صعودی است

یعنی $۱\le a_n \prec \frac{۳}{۲}$ می باشد پس بزرگترین کران پایین عدد ۱ می باشد .

-۱۱۶

گزینه (۴) *نکته:* هر منحنی به صورت $y=x\sqrt[n]{\frac{x+a}{x+b}}$ دارای یک مجانب مایل به صورت $y=x+\frac{a-b}{n}$ می باشد.

معادله مجانب :

$$y=x\sqrt{\frac{x+۱}{x-۲}} \Rightarrow y=x+\frac{۱-(-۲)}{۲} \Rightarrow y=x+\frac{۳}{۲}$$

در ضمن $x=۲$ مجانب قائم می باشد

$$x=۲ \Rightarrow y=۲+\frac{۳}{۲}=۳/۵$$

-۱۱۷

گزینه (۲) یک خط و یک منحنی وقتی برهم مماس هستند که معادله تقاطع ریشه مضاعف داشته باشد .

(اگر معادله تقاطع درجه دوم شد)

ولی اگر معادله تقاطع درجه دوم نشد باید ۱) در نقطه تماس $f(x_۰)=g(x_۰)$ ۲) $f'(x_۰)=g'(x_۰)$

در این سوال معادله تقاطع درجه دوم می شود .

$$\frac{x^۲+a}{x-۲}=-۳x+۲ \Rightarrow ۴x^۲-۸x+a+۴=۰ \Rightarrow \Delta=۰$$

$$\Delta=۶۴-۴(۴)(a+۴)=۰ \Rightarrow a=۰$$

-۱۱۸

گزینه (۲) $f'(x)=\frac{\cos x(۱+\cos x)+\sin^{۲} x}{(۱+\cos x)^{۲}}=\frac{\cos x+۱}{(۱+\cos x)^{۲}}=\frac{۱}{(۱+\cos x)} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{۳}\right)=\frac{۲}{۳}$

ازطرفی $y=x$ نیمساز ربع اول و سوم می باشد و $m=۱$ پس $\Rightarrow$ $\tan\alpha=\left|\frac{\frac{۲}{۳}-۱}{۱+\frac{۲}{۳}}\right|=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۵}{۳}}=۰/۲$

-۱۱۹

گزینه (۳) اولا باید $f(۲)=۹$ باشد تا حد $\frac{۰}{۰}$ شود ثانیاً با استفاده از قاعده هوپیتال : $\frac{f'(۲)}{۱}=\frac{۳}{۲} \Rightarrow f'(۲)=\frac{۳}{۲}$

پس $g'(x)=\sqrt{f(x)}+x\frac{f'(x)}{۲\sqrt{f(x)}} \Rightarrow g'(۲)=\sqrt{f(۲)}+x\frac{f'(۲)}{۲\sqrt{f(۲)}}=۳+\frac{۳}{۶}=۳/۵$

-۱۲۰

گزینه (۱) با توجه به اینکه تابع همواره نامنفی است پس در $x=۱$ و $x=۰$ که تابع صفر می شود مینیمم مطلق است .

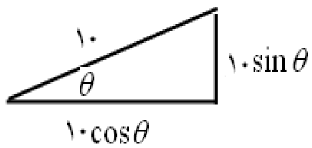
حل مشتق می گیریم : $y=(x^{۲}-۲x+۱)x^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow y=x^{\frac{۸}{۳}}-۲x^{\frac{۵}{۳}}+x^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow$

$$y'=\frac{۸}{۳}x^{\frac{۵}{۳}}-\frac{۱۰}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}+\frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(۴x^{۲}-۵x+۱)=۰$$

ریشه ها عبارتند از $x=۰,۱,\frac{۱}{۴}$ و چون در $x=۰,۱$ می نیمم است پس در $x=\frac{۱}{۴}$ ماکسیمم نسبی است .

-۱۲۱

گزینه (۲)



$$S=\frac{(۱۰\sin\theta)(۱۰\cos(\theta))}{۲}=۵۰\sin\theta\cos\theta=۵۰\cdot\frac{۱}{۲}\sin ۲\theta=۲۵\sin ۲\theta$$

$$S'=۲۵(۲\theta')\cos ۲\theta=۲۵\left(۲\times\frac{۱}{۲۰}\right)\cos ۲\frac{\pi}{۳}=\frac{۵}{۲}\times\left(-\frac{۱}{۲}\right)=-۱/۲۵$$

-۱۲۲

گزینه (۳) $x=۱$ مجانب قائم و مجانب با ریشه مضاعف است پس مخرج باید به صورت $(x-۱)^{۲}$ باشد .

$$y=\frac{x^{۲}+a}{(x-۱)^{۲}} \Rightarrow y'=\frac{۲x(x-۱)^{۲}-۲(x-۱)(x^{۲}+a)}{(x-۱)^{۴}}=۰$$

مشتق در $x=-۲$ صفر است . $۲(-۲)(-۲-۱)^{۲}-۲(-۲-۱)(۴+a)=۰ \Rightarrow -۳۶+۶(۴+a)=۰ \Rightarrow a=۲$

-۱۲۳

گزینه (۴)

$$\overline{f}=\frac{۱}{a-۲}\int_{۲}^{a}\frac{x^{۲}+۴}{x^{۲}}dx=\frac{۵}{۴}\quad\Rightarrow\quad\frac{۱}{a-۲}\int_{۲}^{a}\left(۱+\frac{۴}{x^{۲}}\right)dx=\frac{۵}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{a-۲}\left(x-\frac{۴}{x}\right)=\frac{۵}{۴}$$

$$\frac{۱}{a-۲}\left(\frac{a^{۲}-۴}{a}\right)=\frac{۵}{۴}\quad\Rightarrow\frac{a+۲}{a}=\frac{۵}{۴}\Rightarrow a=۸$$

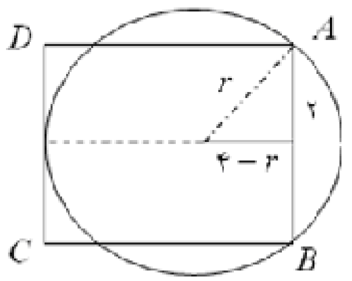
-۱۲۴

گزینه (۴)

$$\int_{۰}^{\frac{۲\pi}{۳}}\frac{dx}{۱+\cos x}=\int_{۰}^{\frac{۲\pi}{۳}}\frac{dx}{۲\cos^{۲}\frac{x}{۲}}=\int_{۰}^{\frac{۲\pi}{۳}}\frac{۱}{۲}\left(۱+\tan^{۲}\frac{x}{۲}\right)=\tan\frac{x}{۲}\Big|_{۰}^{\frac{۲\pi}{۳}}=\sqrt{۳}$$

-۱۲۵

گزینه (۲)

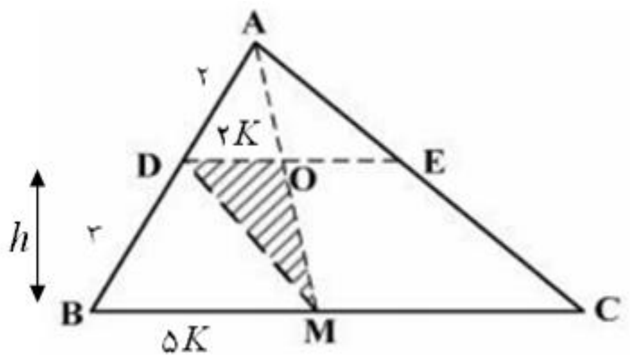


$$r^{۲}=۲^{۲}+(۴-r)^{۲}\Rightarrow ۸r=۲۰\Rightarrow r=۲/۵$$

-۱۲۶

گزینه (۱) چون نقطه M وسط قاعده BC است پس $S_{ABM}=\frac{۱}{۲}S_{ABC}$

از طرفی مثلثهای ABM , ADO متشابه هستند پس



$$\frac{S_{ADO}}{S_{ABM}}=\left(\frac{AD}{AB}\right)^{۲}=\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲}=\frac{۴}{۲۵}\ \Rightarrow\ \frac{S_{DOMB}}{S_{ABM}}=\frac{۲۱}{۲۵}$$

$$\frac{S_{ODM}}{S_{DOMB}}=\frac{\frac{۱}{۲}h\times ۲k}{\frac{۱}{۲}(۲k+۵k)\times h}=\frac{۲k}{۷k}=\frac{۲}{۷}\ \Rightarrow\ \frac{S_{ODM}}{S_{DOMB}}=\frac{۲}{۷}$$

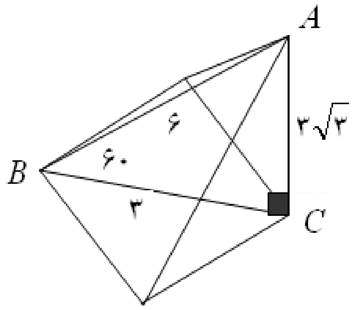
پس

$$S_{ODM}=\frac{۲}{۷}S_{DOMB}\xrightarrow{S_{DOMB}=\frac{۲۱}{۲۵}S_{ABM}}S_{ODM}=\frac{۲}{۷}\times\frac{۲۱}{۲۵}S_{ABM}\xrightarrow{S_{ABM}=\frac{۱}{۲}S_{ABM}}$$

$$\Rightarrow\quad S_{ODM}=\frac{۲}{۷}\times\frac{۲۱}{۲۵}\times\frac{۱}{۲}S_{ABC}=۰/۱۲S_{ABC}$$

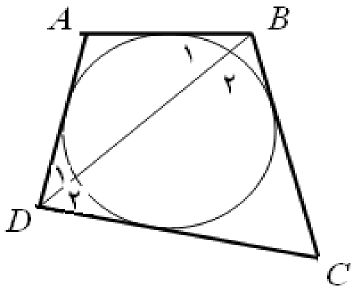
-۱۲۷

گزینه (۲)



$$BC = AB\cos ۶۰ = ۳$$
$$AC = AB\sin ۶۰ = ۳\sqrt{۳}$$
$$V = \frac{۱}{۳} S \times h = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱}{۲} ۳ \times ۳\right) \times ۳\sqrt{۳} = ۴/۵\sqrt{۳}$$

-۱۲۸



گزینه (۴)   می دانیم در چند ضلعی های محیطی

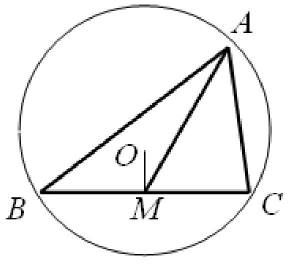
$$AB + DC = AD + BC$$

باتوجه به اینکه AB کوچکترین ضلع است و طبق تساوی فوق باید CD بزرگترین ضلع آن باشد .

$$\begin{cases} \Delta ABD:\ AB \prec AD \Rightarrow\ D_۱ \prec B_۱ \\ \Delta BDC:\ BC \prec CD \Rightarrow\ D_۲ \prec B_۲ \end{cases} \Rightarrow \quad D_۱ + D_۲ \prec B_۱ + B_۲ \ \Rightarrow\ D \prec B$$

-۱۲۹

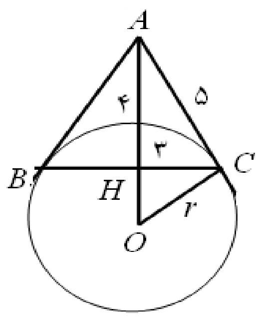
گزینه (۴) اولاً زوایه A روی کمان درخور وابسته به پاره خط $BC = ۱۲$ قرار دارد که این دایره یکی از آن دو دایره مورد نظر است و مرکز این دایره نقطه O می باشد .



ثانیاً برای تعیین جای دقیق A باید دایره دیگری به مرکز BC و شعاع $AM = ۸$ بزنیم پس این هم یکی دیگر از آن دایره ها است که مرکز آن H است .حال سوال از ما فاصله دو مرکز یعنی طول OM را خواسته است .

$$OM = \frac{a}{۲\tan ۶۰} = \frac{۱۲}{۲ \times \sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۳}$$

-۱۳۰



گزینه (۳) در مثلث AHC طبق قضیه فیثاغورس $AC = ۵$ خواهد شد .

از طرفی چون مثلث AOC قائم الزاویه است

$$AC^۲ = AH \times AO \ \Rightarrow ۵^۲ = ۴(۴ + OH) \ \Rightarrow\ OH = \frac{۹}{۴}$$

در مثلث HCO:

$$r^۲ = OH^۲ + HC^۲ \ \Rightarrow\ r^۲ = \frac{۸۱}{۱۶} + ۹ \Rightarrow r = ۳/۷۵$$

-۱۳۱

گزینه (۱) ابتدا O' را تحت انتقال $T(x,y)=(x-۲,y+۱)$ به مبدا انتقال می دهیم

حال تصویر A را نسبت با مبدا بدست می آوریم $\quad T(۴,۰)=(۴-۲,۰+۱)=(۲,۱)=A'$

حال نقطه A' را ۲۷۰ درجه دوران می دهیم $\quad T(x,y)=(y,-x) \Rightarrow T(۲,۱)=(۱,-۲)=A''$

حال دوباره نقطه A'' را باانتقال $T(x,y)=(x+۲,y-۱)$ انتقال می دهیم

$$T(۱,-۲)=(۱+۲,-۲-۱)=(۳,-۳)$$

-۱۳۲

گزینه (۳) اگر از نقطه A بی شمار خط موازی صفحه P رسم کنیم همگی در یک صفحه موازی صفحه P قرار دارندو این صفحه را Q می نامیم اگر خط d برتمام این خطوط عمود باشد برصفحه Q عمود است و چون $P \| Q$ پس $d \perp P$

-۱۳۳

گزینه (۳) $\quad a-b=(۲,۱,-۳) \Rightarrow |a-b|=\sqrt{۱۴}$

$$|a-b|^{۲}=|a|^{۲}+|b|^{۲}-۲a\cdot b=۱۴ \Rightarrow ۱۴=۲۵+۴۹-۲a\cdot b \Rightarrow a\cdot b=۳۰$$

$$b'=\frac{a.b}{|a|^{۲}}a=\frac{۳۰}{۲۵}a=۱/۲a$$

-۱۳۴

گزینه (۲) $\quad u=(۲-۱,۱-۲,۰+۲)=(۱,-۱,۲)$

$$AC=(۰,۴,-۴) \qquad \Rightarrow D=\frac{|u\times AC|}{|u|}=\frac{|(-۴,۴,۴)|}{\sqrt{۶}}=\frac{\sqrt{۱۶+۱۶+۱۶}}{\sqrt{۶}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}}=\frac{۴\sqrt{۱۸}}{۶}=\frac{۱۲\sqrt{۲}}{۶}=۲\sqrt{۲}$$

-۱۳۵

گزینه (۱) دوخط موازی $u_۱=(۲,۳,۱)=u_۲=(۲,۳,۱)$

$$A(۵,-۲,۱)\,,\,B(۱,-۲,۰) \Rightarrow AB=(-۴,۰,-۱)$$

$$\Rightarrow n=u_۱\times AB==\begin{vmatrix} ۲ & ۳ & ۱ \\ -۴ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}=(-۳,-۲,۱۲)$$

$$-۳(x-۵)-۲(y+۲)+۱۲(z-۱)=۰ \xrightarrow{z=۰,\,y=۰} x=-\frac{۱}{۳}$$

۱۳۶-

گزینه (۳) چون این دو خط موازی هستند پس مرکز دایره روی خطی قرار دارد که وسط این دو خط قرار دارد

$$y=\frac{۲x+۱۰+۲x}{۲} \Rightarrow \quad y=۲x+۵$$

که در بین گزینه ها گزینه ۳ در خط فوق صادق است .

۱۳۷-

گزینه (۴)

$$(y-۲x+۱)(y+۲x-۷)=k^۲ \xrightarrow{(۴,۳)} k=۱۶$$

$$y^۲-۴x^۲+۱۶x-۶y+۹=۰ \Rightarrow (y-۳)^۲-۴(x-۲)^۲=-۱۶$$

$$\frac{(x-۲)^۲}{۴}-\frac{(y-۳)^۲}{۱۶}=۱ \Rightarrow c=\sqrt{۴+۱۶}=۲\sqrt{۵} \Rightarrow FF'=۲\sqrt{۵}$$

۱۳۸-

گزینه (۱)

$$A=۲\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{۳}}{۲} & -\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲}\end{bmatrix}=۲R_{\frac{\pi}{۶}} \Rightarrow A^۳=۸R_{\frac{\pi}{۲}}=۸\begin{bmatrix}\cos ۹۰ & -\sin ۹۰\\ \sin ۹۰ & \cos ۹۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & -۸\\ ۸ & ۰\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}۰ & -۸\\ ۸ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-۱\\ ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۶\\ -۸\end{bmatrix}$$

۱۳۹-

گزینه (۳) اولاً $|A|=-۷$ می باشد . ثانیاً $\left|A^*\right|=|A|^۲=(-۷)^۲=۴۹$

۱۴۰-

گزینه (۲) ابتدا معادله ماتریسی را به صورت دستگاه را می نویسیم

$$\begin{cases}x-z=۴ \Rightarrow z=x-۴ & (۱)\\ ۳x+۴y=۵ & (۲)\\ ۲x+۴y+z=۳ & (۳)\end{cases}$$

رابطه ۱ را در ۳ قرار می دهیم پس داریم $۳x+۴y=۷ \quad (۴)$

با مقایسه رابطه ۴ و ۲ متوجه می شویم که دوخط موازی داریم یعنی فصل مشترکهای صفحات دو به دو موازی هستند .

-۱۴۱

گزینه (۲)

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{n}=\frac{۵\times۵+۷\times۸+۹\times۱۰+۱۱\times۷+۱۳\times۲}{۳۲}=۸/۵۶$$

-۱۴۲

گزینه (۲)

$$\overline{x_A}=۱۵۰ \quad , \quad \sigma_A=۳/۶ \quad , \quad \Rightarrow \quad CV_A=\frac{۳/۶}{۱۵۰}=۰/۰۰۵$$

$$\overline{x_B}=۱۶۰ \quad , \quad \sigma_B=۳/۸۴ \quad , \quad \Rightarrow \quad CV_B=\frac{۳/۸۴}{۱۶۰}=۰/۰۲$$

-۱۴۳

گزینه (۴)

-۱۴۴

گزینه (۴) اگر بخواهیم حداقل ۳ گوی قرمز برداریم باید ۱۱=۳ + ۳ + ۵ گوی برداریم
قرمز سبز سفید

اگر بخواهیم حداقل ۴ گوی سفید برداریم باید ۱۱=۴ + ۳ + ۴ گوی برداریم
قرمز سبز سفید

-۱۴۵

گزینه (۴) چون A دارای ۱۴ زیر مجموعه سره ناتهی است پس در کل ۱۶ زیر مجموعه دارد یعنی A دارای ۴ عضو است.

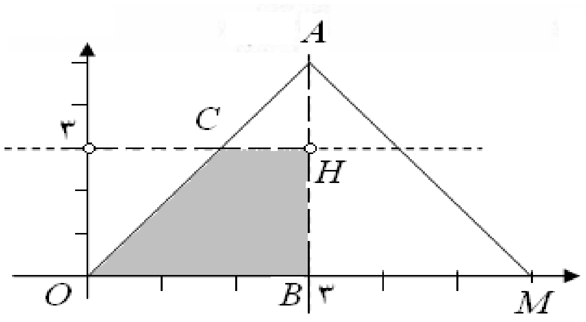
از طرفی $C=A\cap(A'\cap B')'=A\cap(A\cup B)=A$

چون $C=A$ و مجموعه A چهار عضو دارد پس $P(C)$ دارای $۱۶=۲^۴$ عضو است .

-۱۴۶

گزینه (۳) $\{ \ \{X,Y\}\ ,\ \{M,N,P\}\ \}$ $\binom{۵}{۲}\binom{۳}{۳}=۱۰$

۱۴۷-



گزینه (۱) مثلث AHC , AOB متشابه هستند .

$$\frac{S_{ACH}}{S_{AOB}} = \left(\frac{AH}{AB}\right)^{۲} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲} = \frac{۴}{۲۵}$$

$$\frac{S_{ACH}}{\frac{۱}{۲}۳\times۵} = \frac{۴}{۲۵} \Rightarrow S_{ACH} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲ \Rightarrow \quad S_{CHBO} = \frac{۵\times۳}{۲} - ۱/۲ = ۷/۵ - ۱/۲ = ۶/۳$$

$$P(X) = \frac{S_{CHBO}}{S_{ABC}} = \frac{۶/۳}{۱۵} = ۴/۲$$

۱۴۸-

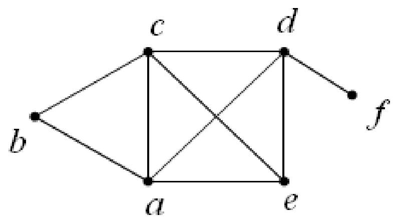
گزینه (۱) تعداد اعداد مضرب ۴ برابر است با $\frac{۲۴۸-۱۰۴}{۴}+۱ = ۳۷$

تعداد اعداد مضرب ۵ برابر است با $\frac{۲۵۰-۱۰۵}{۵}+۱ = ۳۰$

تعداد اعداد مضرب ۴ و۵ برابر است با $\frac{۲۴۰-۱۲۰}{۲۰}+۱ = ۷$

$$P(۴\cup۵) = P(۴)+P(۵)-P(۴\cap۵) = \frac{۳۷}{۱۵۰}+\frac{۳۰}{۱۵۰}-\frac{۷}{۱۵۰} = \frac{۶۰}{۱۵۰} = ۰/۴$$

۱۴۹-



گزینه (۲) گراف حاصل به صورت مقابل است .

که تعداد دورهای به طول ۵ عبارتند از

$bcdeab \ , \ bcedab$

۱۵۰-

گزینه (۲) عددی بر ۳۶ بخش پذیر است که بر ۴ و ۹ بخش پذیر باشد . در ضمن عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد پس $b = ۱,۳,۵,۷,۹$

حال باید مجموع اعداد هم بر ۹ بخش پذیر باشد $b = ۱,۳,۵,۷,۹ \Rightarrow a = ۷,۵,۳,۱,۸$

۱۵۱-

گزینه (۱) $a^{۲}-b^{۲}=۲۲۶۸ \Rightarrow (a'd)^{۲}-(b'd)^{۲}=۲۲۶۸ \Rightarrow ۳۲۴a'^{۲}-۳۲۴b'^{۲}=۲۲۶۸ \Rightarrow a'^{۲}-b'^{۲}=۷$

$$(a'-b')(a'+b')=۷ \Rightarrow \begin{cases} a'-b'=۱ \\ a'+b'=۷ \end{cases} \Rightarrow a'=۴ \ , \ b'=۳$$

$$a=a'd=۴\times ۱۸=۷۲ \ , \ b=b'd=۳\times ۱۸=۵۴$$

۱۵۲-

گزینه (۴) $(۴n+۱\ ,\ ۵n-۳)=d \Rightarrow d \mid ۵(۴n+۱)-۴(۵n-۳) \Rightarrow d \mid ۱۷ \Rightarrow d=۱$ یا ۱۷

یعنی این دو عدد یا مضرب ۱۷ هستند یا نسبت به هم اولند.حال اعداد دو رقمی که باعث تولید مضارب ۱۷ می شوند را پیدا می کنیم

$$۴n+۱\overset{۱۷}{\equiv}۰ \Rightarrow ۴n\overset{۱۷}{\equiv}-۱ \Rightarrow ۴n\overset{۱۷}{\equiv}۱۶ \Rightarrow n\overset{۱۷}{\equiv}۴ \Rightarrow n-۴=۱۷k \Rightarrow n=۱۷k+۴$$

$$k=۱,۲,۳,۴,۵ \Rightarrow n=۲۱,۳۸,۵۵,۷۲,۸۹$$

و چون ۹۰ تا عدد دو رقمی داریم پس $۹۰-۵=۸۵$

۱۵۳-

گزینه (۴) چون همه راسها طوقه دارند پس بازتابی است .

متقارن نیست یال جهت دار (d,c) موجود است ولی یال جهت دار (c,d) موجود نیست .

پاد متقارن نیست یال جهت دار (a,b) موجود است ولی باید یال جهت دار (b,a) موجود نباشد .

پس گزینه ۴ صحیح است .

۱۵۴-

گزینه (۴) برای اینکه حداکثر در پرتاب سوم به این نتیجه برسیم باید یا بار اول مضرب۳ بیاید $\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$

یا بار اول مضرب ۳ ظاهر نشود و بار دوم مضرب ۳ ظاهر شود $\frac{۴}{۶}\times\frac{۲}{۶}=\frac{۲}{۹}$

یا بار اول مضرب ۳ ظاهر نشود و بار دوم مضرب ۳ ظاهر نشود و بار سوم مضرب ۳ ظاهر شود $\frac{۴}{۶}\times\frac{۴}{۶}\times\frac{۲}{۶}=\frac{۴}{۲۷}$

$$p(x)=\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۹}+\frac{۴}{۲۷}=\frac{۱۹}{۲۷}$$

-۱۵۵

گزینه (۳) ابتدا احتمال اینکه حداقل یک مهره سفید و یک مهره سیاه خارج شود را حساب می کنیم و سپس متمم می گیریم .

$$P(A)=\frac{\binom{۵}{۲}\binom{۴}{۱}+\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۲}+\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۲}{۳}}=\frac{۱۳}{۲۲}$$

$$P(A')=۱-\frac{۱۳}{۲۲}=\frac{۹}{۲۲}$$

موفق باشید پور ابراهیمی