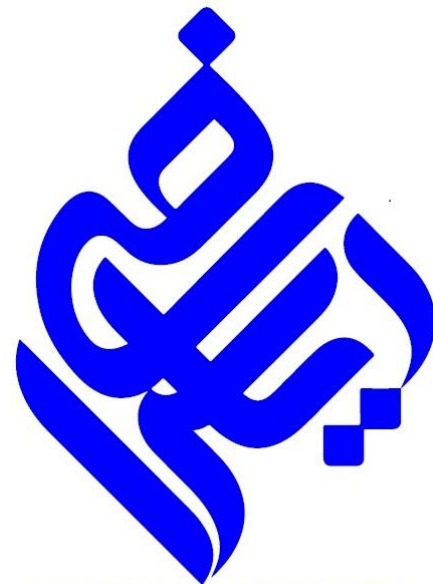


RIAZISARA

حل تشریحی سوالات کنکور تیر ماه 1403

گروه آزمایشی علوم تجربی



RIAZISARA

تهیه و تنظیم: عزیز اسدی

دانلود از سایت ریاضی سرا

حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}}}{\sqrt[3]{2\sqrt{2} \times 16^{-\frac{3}{4}}}}$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{\frac{2\sqrt{8}}{2\sqrt{2}}} \times 16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[3]{2} \times \underbrace{(2^{\frac{3}{4}})^{\frac{3}{4}}}_{2^{\frac{9}{16}}} = \sqrt[3]{2} \times 1$$

(۱) $16\sqrt{2}$

(۲) $16^{\frac{3}{4}}\sqrt{2}$

(۳) $1\sqrt{2}$

(۴) $1^{\frac{3}{4}}\sqrt{2}$

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که در هر دسته، کوچک‌ترین عضو $\frac{1}{3}$ بزرگ‌ترین عضو دسته است. میانگین اعضای دسته پنجم، کدام است؟

$$A_1 = \{1, 2, 3\} \quad A_2 = \{4, \dots, 12\} \quad A_3 = \{13, \dots, 39\}$$

$$A_4 = \{40, \dots, 120\} \quad A_5 = \{121, \dots, 363\}$$

$$\bar{x} = \frac{121 + 363}{2} = 242$$

(1) 240

(2) 240/5

(3) 242 ✓

(4) 242/5

در یک دنباله هندسی، جمله سوم جذر جمله چهارم و جمله پنجم برابر ۲۷ است. جمله اول دنباله چقدر از $\frac{1}{2}$ کمتر است؟

$$(1) \frac{5}{2}$$

$$(2) \frac{3}{2}$$

$$(3) \frac{1}{3}$$

$$(4) \frac{1}{6}$$

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= \sqrt{a_4} \rightarrow a_1 r^2 = \sqrt{a_1 r^4} \rightarrow a_1^2 r^4 = a_1 r^4 \xrightarrow{\div a_1 r^4} a_1 r = 1 \\ a_5 &= 27 \rightarrow a_1 r^4 = 27 \rightarrow \underbrace{a_1 r \cdot r^3}_{1} = 27 \rightarrow r = 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - a_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

اگر $\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} - 2$ کدام است؟

✓ $\frac{a}{2}$ (۴)

$\frac{a}{4}$ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

$$(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4}) = 2(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})$$

$$\rightarrow \underbrace{(x+a) - (x-4)}_{a+4} = 2(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})$$

$$\div 2 \rightarrow \frac{a}{2} + 2 = (\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4})$$

$$\rightarrow \frac{a}{2} = (\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) - 2$$

بازه $(0, \frac{1}{4})$ ، بزرگ‌ترین بازه‌ای است که نمودار تابع $y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$ پایین نمودار تابع $y = \frac{x}{|x|}$ قرار می‌گیرد. مقدار c کدام است؟

$$-\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$\checkmark -\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

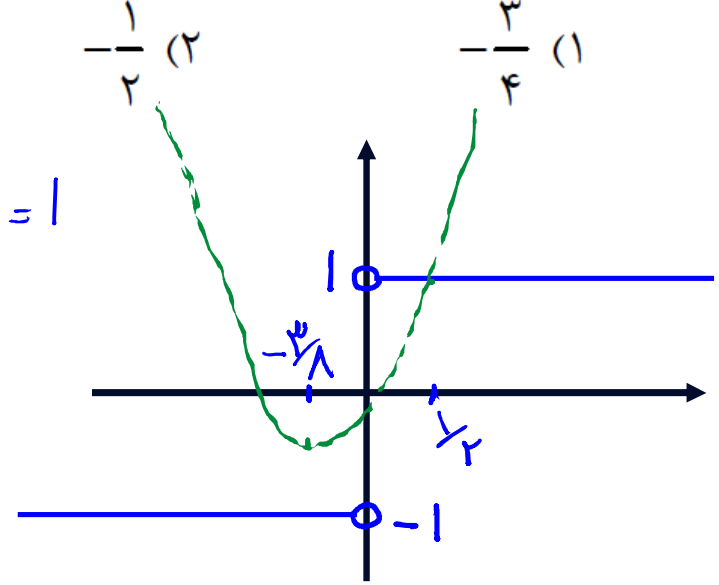
طول ریشه‌ها $x_2 = \frac{-\frac{3}{2}}{2} = -\frac{3}{4}$

$$y = \frac{x}{|x|} \xrightarrow{x \in (0, \frac{1}{4})} y = 1$$

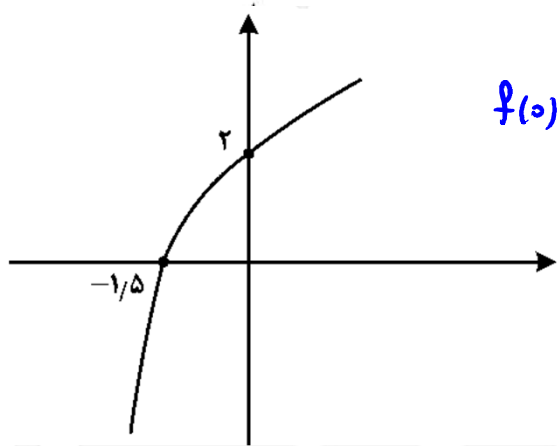
$$2x^2 + \frac{3}{2}x + c < 1 \rightarrow \underbrace{2x^2 + \frac{3}{2}x + c - 1}_{f(x)} < 0$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \rightarrow 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{4}\right) + c - 1 = 0$$

$$\rightarrow c = -\frac{1}{2}$$



شکل زیر، نمودار تابع $y = 1 - \log_c(ax - b)$ است. اگر $b + c = -\frac{3}{2}$ باشد، حاصل $(a + c)b$ کدام است؟



$$f(0) = 2 \rightarrow 1 - \log_c(-b) = 2 \rightarrow \log_c(-b) = -1 \rightarrow \frac{1}{c} = -b$$

$$\frac{b+c = -\frac{3}{2}}{\rightarrow} \quad -\frac{1}{c} + c = -\frac{3}{2} \rightarrow 2c^2 + 3c - 2 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \times (\text{میانگین نیست}) \rightarrow b = -2$$

$$f(-1/5) = 0 \rightarrow 1 - \log_{\frac{1}{2}}(-\frac{3}{2}a + 2) = 0 \rightarrow -\frac{3}{2}a + 2 = \frac{1}{2} \rightarrow a = 1$$

$$\rightarrow (a+c)b = (1 + \frac{1}{2})(-2) = -3$$

(1) $-3/5$

(2) -3 ✓

(3) $-2/5$

(4) -2

اگر نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع وارون تابع $y = \frac{x}{a + a|x|}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۳/۵ (۴)

✓ ۳ (۳)

۵ (۲)

$\frac{5}{27}$ (۱)

نقطه $(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5})$ روی تابع قرار دارد.

$$-\frac{1}{8} = \frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3}{5}a} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}a} = \frac{-3}{8a} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{3}{8a} \rightarrow a = 3$$

اگر $\frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \text{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \alpha}}$ و $\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{1}{\cot \alpha}$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی است؟

(۱) چهارم

(۲) سوم ✓

(۳) دوم

(۴) اول

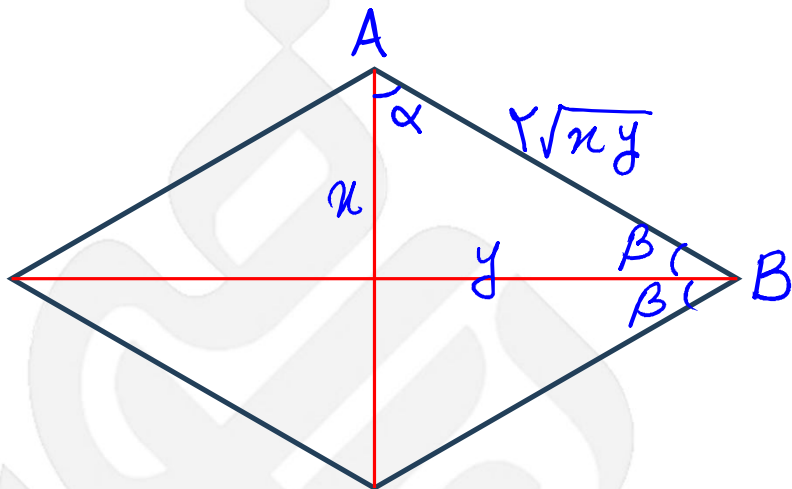
$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \rightarrow -\cos \alpha = |\cos \alpha| \rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (1)$$

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow |\sin \alpha| = -\sin \alpha \rightarrow \sin \alpha < 0 \quad (2)$$

ناحیه سوم $\rightarrow (1) \text{ و } (2)$

در یک لوزی، اندازه هر ضلع برابر جذر حاصل ضرب طول قطرهای است. اگر A و B دو زاویه مجاور لوزی باشند، مقدار

مثبت تانژانت $(\frac{A-B}{2})$ کدام است؟



$$\alpha = \frac{A}{2}, \beta = \frac{B}{2}$$

$$AB = \sqrt{2x \cdot 2y} = 2\sqrt{xy}$$

- (1) $\sqrt{3}$
- (2) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (3) $-\frac{1}{2}$
- (4) $\frac{1}{2}$

$$S_{\text{لوزی}} = \frac{1}{2} (2x)(2y) = 2xy$$

$$S_{\text{لوزی}} = \underbrace{(2\sqrt{xy})(2\sqrt{xy})}_{2xy} \sin \beta$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{\text{لوزی}} = 2xy \\ S_{\text{لوزی}} = 2xy \sin \beta \end{array} \right\} \rightarrow 2xy \sin \beta = 2xy$$

$$\rightarrow \sin \beta = \frac{1}{2} \rightarrow \beta = 30^\circ \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \tan\left(\frac{60^\circ}{2} - \frac{30^\circ}{2}\right) = \tan(15^\circ - 15^\circ) = \tan 0^\circ = 0$$

اختلاف جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x = 3 \sin x - 1$ که در بازه $[0, \pi]$ قرار دارند، کدام است؟

✓ $\frac{2\pi}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{6}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{5\pi}{6}$ (۱)

$$1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1 \rightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = -2 & \text{غ ق و} \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \frac{2\pi}{2}$$

دوره تناوب $f(x) = \frac{1}{2} - \sin \frac{2x}{a}$ برابر $\frac{\pi}{3}$ است. دوره تناوب $y = \cos ax$ کدام است؟

۱۲π (۴)

✓ ۶π (۳)

۴π (۲)

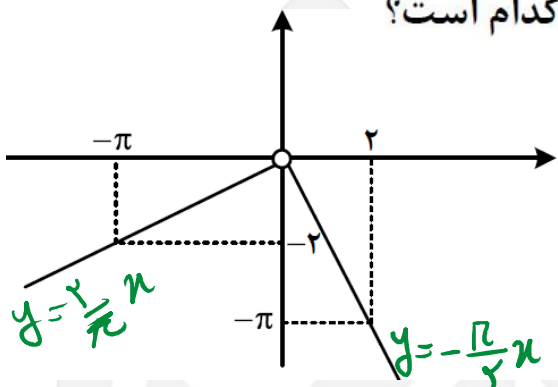
۳π (۱)

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi}{|a|} = |a|\pi \\ T = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$\rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow T' = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 4\pi$$

شکل زیر، نمودار تابع f است. مقدار $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{\gamma})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} + \lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{\gamma})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x}$ کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{\gamma}x & x < 0 \\ -\frac{\pi}{\gamma}x & x > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{\gamma})^-} \frac{\sin x}{|f(x)|} = \frac{1}{\left| -\frac{\pi}{\gamma} \left(\frac{\pi}{\gamma} \right) \right|} = \frac{\gamma}{\pi^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{\pi}{\gamma})^+} \frac{|f(x)|}{\sin x} = \frac{\left| \frac{\pi}{\gamma} \left(-\frac{\pi}{\gamma} \right) \right|}{-1} = -1$$

$$\oplus \rightarrow \frac{\gamma}{\pi^2} - 1$$

$$1 - \frac{\gamma}{\pi^2} \quad (1)$$

$$\checkmark \frac{\gamma}{\pi^2} - 1 \quad (2)$$

$$4\pi - \frac{1}{\pi^2} \quad (3)$$

$$4\pi + \frac{1}{\pi^2} \quad (4)$$

اگر $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty$ باشد، کدام مورد می تواند ضابطه f باشد؟

(۱) $[\frac{2x}{\pi}] - 1$

(۲) $3[\frac{x}{\pi}] + 1$

(۳) $2[\frac{x}{\pi}] + 3$

(۴) $[\frac{3x}{\pi}] - 3$ ✓

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = -\infty \rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x)}{0^+} = -\infty \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) < 0$$

Ⓐ $\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\frac{2x}{\pi}] - 1 = 1 - 1 = 0$ ✗

بررسی زنجاری:

Ⓑ $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 3[\frac{x}{\pi}] + 1 = 3(0) + 1 = 1$ ✗

Ⓒ $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 2[\frac{x}{\pi}] + 3 = 2(0) + 3 = 3$ ✗

Ⓓ $\lim_{x \rightarrow \pi^-} [\frac{3x}{\pi}] - 3 = 3 - 3 = 0$ ✓

تابع غیر صفر $f(x) = a[x] + b[x + 1]$ در \mathbb{R} پیوسته است. مقدار $\frac{f(a)}{a}$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\checkmark -1 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$f(x) = a[x] + b[x] + b = \underbrace{(a+b)[x]}_{\text{صفر}} + b \rightarrow \begin{cases} a+b=0 \rightarrow a=-b \\ f(x)=b \end{cases}$$

$$\frac{f(a)}{a} = \frac{b}{-b} = -1$$

خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{ax-1}$ در نقطه A از نقاط $(-1, 1)$ و $(2, 2)$ می‌گذرد. مقدار $f(5)$ کدام است؟

✓ (۱)

(۲)

(۳) $\frac{\sqrt{23}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{32}}{3}$

نقطه تماس خط مماس و منحنی تابع $A(k, \sqrt{ak-1})$

$$\text{معادله خط مماس: } y-1 = \frac{y-1}{x+1}(x+1) \rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \rightarrow y = x+4 \rightarrow \sqrt{ak-1} = k+4 \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax-1}} \rightarrow f'(k) = \frac{a}{2\sqrt{ak-1}} = \frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{ak-1} = \frac{3}{2}a \quad (1) \rightarrow \frac{k+4}{3} = \frac{3}{2}a$$

$$(1) \text{ و } (2) \rightarrow \sqrt{a(\frac{9}{2}a-4)-1} = \frac{9}{2}a \rightarrow k = \frac{9}{2}a - 4 \quad (2)$$

$$\stackrel{(2)}{\rightarrow} \frac{9}{2}a^2 - 4a - 1 = \frac{9}{2}a^2 \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-\frac{2}{9} \end{cases} \rightarrow f(x) = \sqrt{2(x)-1} = 3$$

اگر انحراف معیار داده‌های مثبت ۳، $2a$ و a برابر $\sqrt{14}$ باشد، مقدار $\frac{a}{3}$ کدام است؟

(۱) $1/5$ (۲) 2 ✓ (۳) $3/5$ (۴) 4

$$\bar{x} = \frac{a+2a+3}{3} = a+1 \qquad \sigma^2 = \frac{(a-a-1)^2 + (2a-a-1)^2 + (3-a-1)^2}{3} = 14$$

$$\rightarrow \frac{1+a^2-2a+1+a^2-4a+4}{3} = 14 \qquad \rightarrow 2a^2-4a+4=42$$

$$\rightarrow a^2-3a-11=0 \rightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=-3 \text{ غلط} \end{cases} \qquad \rightarrow \frac{a}{3} = \frac{4}{3} = 2$$

چند تابع ثابت با ۴ زوج مرتب می توان نوشت، به طوری که دامنه آن اعداد طبیعی یک رقمی و بُرد آن اعداد زوج نامنفی یک رقمی باشند؟

۵۰۴ (۴)

✓ ۶۳۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۱۰۵۰ (۱)

$$D_f = \{1, 2, 3, \dots, 9\}^5$$

$$R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$\text{تعداد حالات انتخاب اعضا دامنه} = \binom{9}{4} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 126$$

$$\text{تعداد حالات اعضا برد} = \binom{5}{1} = 5$$

$$\text{تعداد توابع} = 126 \times 5 = 630$$

دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال یکی از اعداد ظاهر شده، بزرگ‌تر از دیگری است؟

$$\checkmark \frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{7}{12} \quad (1)$$

هر دو تاس برابر $A =$ → یکی از تاس‌ها بزرگ‌تر از دیگری است: A

$$\rightarrow A' = \{(1,1), (2,2), \dots, (6,6)\}$$

$$\rightarrow P(A') = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

احتمال کسب مدال دو ورزشکار یک تیم ملی در المپیک به ترتیب 0.6 و 0.4 است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو ورزشکار مدال کسب کند، چقدر است؟

(۱) 0.52

(۲) 0.76 ✓

(۳) 0.48

(۴) 0.36

$$P(A) = 0.4 \quad P(B) = 0.6 \quad \xrightarrow{\text{استقلال بین آنها}} P(A \cap B) = 0.4 \times 0.6 = 0.24$$

$$P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - 0.24 = 0.76$$

نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه سوم محورهای مختصات کدام است؟

✓ ۴/۲ (۲)

۴ (۱)

۶/۴ (۴)

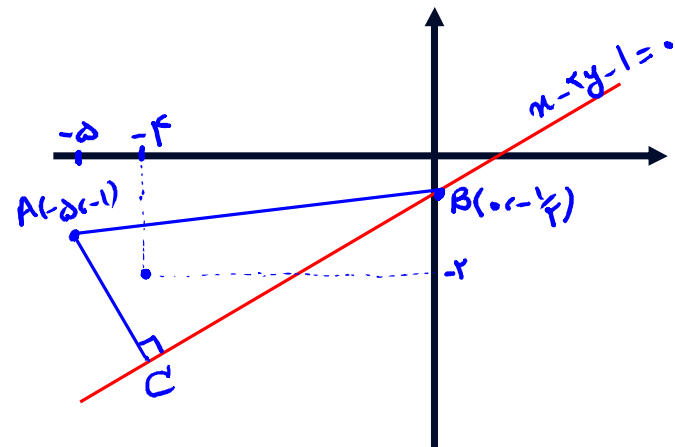
۶ (۳)

$$AC = \frac{|-5 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{(5)^2 + (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{10\frac{1}{4}}$$

$$BC = \sqrt{(AB)^2 - (AC)^2} = \sqrt{\frac{101}{4} - \frac{12}{5}} = \sqrt{\frac{441}{20}} = \frac{21}{\sqrt{20}}$$

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{\sqrt{5}} \right) \left(\frac{21}{\sqrt{20}} \right) = \frac{42}{10} = 4.2$$



نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و BC در مثلث ABC انتخاب شده‌اند. اگر $2BN = 3NC$ و مساحت مثلث

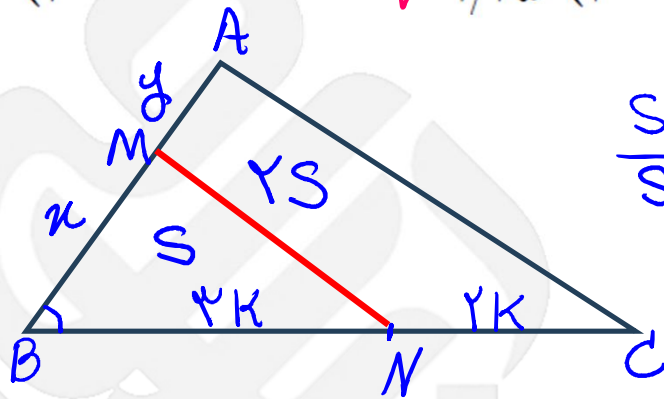
ABC، ۳ برابر مساحت مثلث BMN باشد، مقدار $\frac{BM}{AM}$ کدام است؟

۱/۴ (۴)

✓ ۱/۲۵ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۷۵ (۱)



$$\frac{S_{ABC}}{S_{MBN}} = 3 \rightarrow \frac{\frac{1}{2}(x+y)(2x)\sin\alpha}{\frac{1}{2}x(3x)\sin\alpha} = 3$$

$$\rightarrow \frac{2(x+y)}{3x} = 3 \rightarrow 2x + 2y = 9x$$

$$\rightarrow 2y = 7x \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{7}{2} = 3.5$$

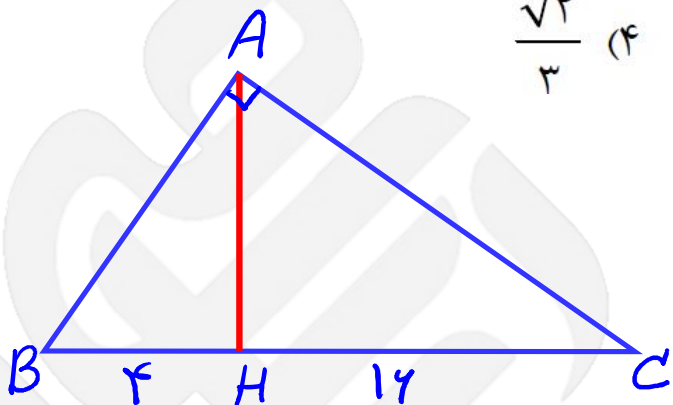
در مثلث قائم‌الزاویه ABC، نقطه H، نقطه تلاقی ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول وتر 20° و کمترین فاصله H از رأس‌های مجاورش 4 باشد، نسبت طول اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

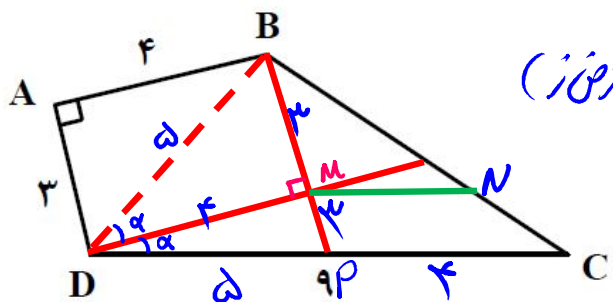
$$\checkmark 2 \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} AC^2 = 12 \times 20 \\ AB^2 = 4 \times 20 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = 4$$

$$\rightarrow \frac{AC}{AB} = 2$$

در چهارضلعی ABCD، از نقاط B و D دو پاره خط به ترتیب موازی AD و AB طوری رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقطه M (درون چهارضلعی) قطع کنند. اگر $\hat{BDC} = 2\hat{BDM}$ باشد، فاصله نقطه M از وسط ضلع BC چقدر است؟



$$\triangle DBM \simeq \triangle DMP \text{ (زاویه)} \rightarrow \begin{cases} MP=3 \\ DP=5 \rightarrow PC=4 \end{cases}$$

- (1) 1/5
- (2) 2 ✓
- (3) 2/5
- (4) 3

$$\left. \begin{matrix} AM=MP \\ BN=NC \end{matrix} \right\} \rightarrow MN \parallel PC$$

تعییم نالس

$$\frac{MN}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow MN=3$$

توضیح: در شکل که در سئوال ارائه شده ابعاد و زاویه ها دقیق نیستند.

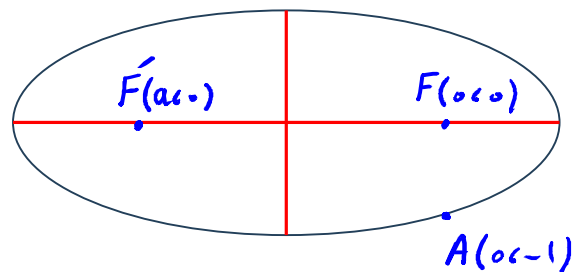
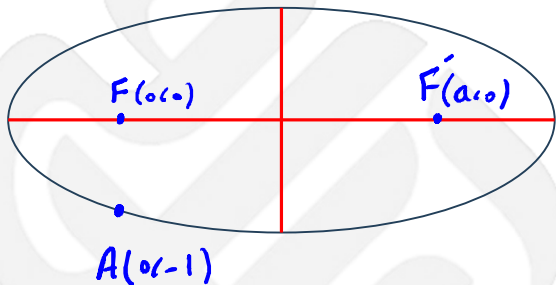
نقاط $F(0,0)$ و $F'(a,0)$ کانون‌های یک بیضی و $A(0,-1)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار a کدام است؟

✓ $4\sqrt{5}$ (۴)

✓ $-4\sqrt{5}$ (۳)

$-2\sqrt{5}$ (۲)

$2\sqrt{5}$ (۱)



$$e = \frac{\frac{1}{2} FF'}{\frac{1}{2}(AF+AF')} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{|a|}{1+\sqrt{a^2+1}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \rightarrow$$
 گزینه‌ها کی ۳ و ۴ صحیح هستند!! (همان گزینه‌ها)

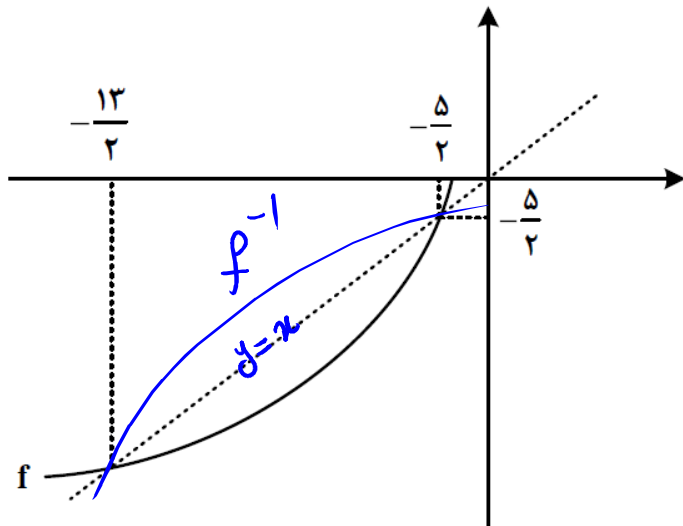
رابطه $f = \left\{ \left(\frac{1}{n}, 2 \right), (7, -2n), (2, n), (1, -1), (7, 1 - 3n^2) \right\}$ تابع است. مقدار تابع f در 2 ، کدام است؟

- (1) $-\frac{1}{3}$ ✓
 (2) $\frac{1}{3}$
 (3) -1
 (4) 1

$$1 - 2n^2 = -2n \rightarrow 2n^2 - 2n - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} n=1 & \times \\ n=-\frac{1}{2} & \checkmark \end{cases}$$

توضیح: به ازای $n=1$ ، دو زوج مرتب $(1, -1)$ ، $(1, 1)$ را خواهیم داشت که در این صورت f تابع نخواهد بود.

شکل زیر، نمودار تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



$$\frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0 \rightarrow \begin{matrix} f^{-1}(x) < 0 \\ x - f^{-1}(x) < 0 \end{matrix}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) > x \rightarrow -\frac{13}{2} < x < -\frac{5}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{مقادیر صحیح } x} x \in \{-4, -5, -3\}$$

۱ (۱)

۲ (۲)

✓ ۴ (۳)

۵ (۴)



سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 11a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a، کدام است؟

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$

روش اول:

$$\checkmark -\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = 2ax^2 - 5x + 11a \\ y = x \end{cases}$$

$$\rightarrow 2ax^2 - 5x + 11a = x$$

$$\rightarrow 2ax^2 - 6x + 11a = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(2a)(11a) = 0$$

$$\rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{ناصح سوم}]{a < 0} a = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

روش دوم:

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

تقریباً $A(t, t)$ $t < 0$

$$f'(x) = 2ax - 5 \xrightarrow{f'(t)=1} 2at - 5 = 1$$

$$\rightarrow \boxed{t = \frac{3}{2a}} \xrightarrow{t < 0} \boxed{a < 0}$$

$$f(t) = t \rightarrow f\left(\frac{3}{2a}\right) = \frac{3}{2a} \rightarrow$$

$$2a\left(\frac{9}{4a^2}\right) - 5\left(\frac{3}{2a}\right) + 11a = \frac{3}{2a}$$

$$\frac{9}{2a} - \frac{15}{2a} - \frac{3}{2a} = -11a \rightarrow \frac{-9}{2a} = -11a$$

$$\rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{a < 0} a = -\frac{1}{2}$$

دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟

✓ (۱) -۳

(۲) ۳

(۳) -۲/۵

(۴) ۲/۵

$$kx = x \rightarrow k = 1$$

$$\rightarrow 2a^2 - a - 5 = 1 \rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 \rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-6}{2} = -3$$

در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{2}$ است؟

۳ (۱)

(۲) هیچ مقدار a

۲ (۳)

✓ ۱ (۴)

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{2} \rightarrow \Delta = 2a \rightarrow 1 - 4a^2 = 2a \rightarrow 4a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$a < 0 \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \checkmark \\ a = \frac{1}{4} \times \end{cases}$$

کلاس های آنلاین ریاضی سرا

متوسطه اول

متوسطه دوم

کنکور



مدرس:

عزیز اسدی

هماهنگی: ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲