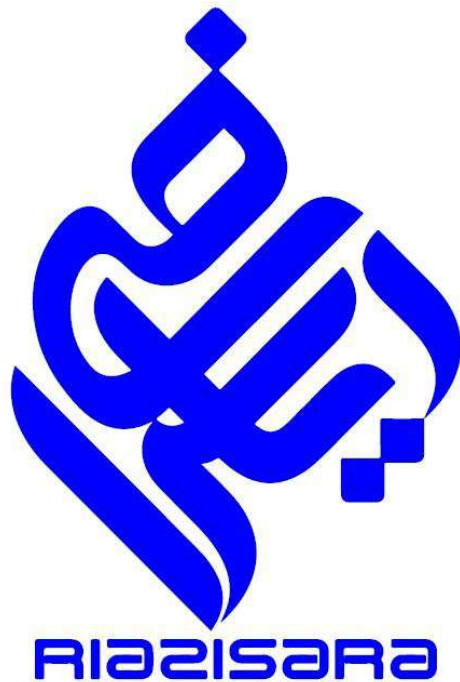




حل تشریحی سوالات ریاضی

کنکور سراسری **دیماه** ۱۴۰۱

رشته علوم تجربی

تهیه و تنظیم: عزیز اسدی

دانلود از سایت ریاضی سرا

سوال ۱:

محورهای تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

-۴ (۲)

-۸ (۱)

حل:

$$\left. \begin{array}{l} x_s = \frac{-a}{2} \\ x_s = \frac{2}{-2} = -1 \end{array} \right\} \rightarrow -\frac{a}{2} = -1 \rightarrow \boxed{a=2} \rightarrow y = x^2 + 2x - 2 \text{ (معادله اول)}$$

$$y=1 \rightarrow x^2 + 2x - 2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

$$(1,1) \in y = -x^2 - 2x + b \rightarrow 1 = -1 - 2 + b \rightarrow \boxed{b=4}$$

$$ab=8$$

گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۲:

در بازه (a, b) عبارت $15x^2 + 73x + 14$ منفی و عبارت $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right|$ بزرگتر از سه است.
بیشترین مقدار $b - a$ چقدر است؟

$$\frac{67}{5} \quad (4)$$

$$\frac{14}{5} \quad (3)$$

$$\frac{23}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

حل:

$$15x^2 + 73x + 14 < 0 \quad \xrightarrow{\times 15} (15x)^2 + 73(15) + 210 < 0$$

$$\rightarrow (15x+70)(15x+3) < 0 \quad \Rightarrow x \in \left(-\frac{14}{3}, -\frac{1}{5}\right) \quad (I)$$

ریشه ها : $x = -\frac{70}{15} = -\frac{14}{3}$ و $x = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| > 3 \rightarrow \left| \frac{x-3}{2} \right| > 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-3}{2} > 3 \rightarrow x > 9 \\ \frac{x-3}{2} < -3 \rightarrow x < -3 \end{cases} \rightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (9, +\infty) \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) = \left(-\frac{14}{3}, -3\right) \rightarrow b - a = -3 - \left(-\frac{14}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

خوبه!

RIAZISARA

سوال ۳:

تابع $f(x) = mx^2 - nx - k$ در هر بازه، هم صعودی و هم نزولی است. اگر مجموعه
 $\{(m, n-1), (0, k), (n-1, m^2+2m-1), (3k+2, 2k+1)\}$ تابع باشد، مقدار $f(\sqrt{5})$
کدام است؟

$\sqrt{5}$ (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{5}$ (۲)

-۱ (۱)

حل:

تابع f ثابت است؛

$$m=n=0 \rightarrow f(x) = -k$$

$$\{(0, -1), (0, k), (-1, -1), (3k+2, 2k+1)\} \Rightarrow k = -1$$

$$f(x) = 1 \Rightarrow f(\sqrt{5}) = 1$$

گزینه ۳

سوال ۴:

نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y ها، 2 واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ می‌نامیم اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a)=3$ کدام است؟

- (۱) $2+\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) $2-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

حل:

$$f(x)=x \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x-a} \rightarrow |g(x)| = \frac{1}{|x-a|} \rightarrow |g(x)| - 2 = \frac{1}{|x-a|} - 2 = \frac{1}{|x|}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{|\frac{\sqrt{2}}{2}-a|} - 2 = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow \frac{1}{|\frac{\sqrt{2}}{2}-a|} = 2+\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right| = \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} - a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow a = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} - a = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$f(x+a)=3 \xrightarrow{x+a=3} \begin{cases} x_1 = 3-\sqrt{2} \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow x_1 - x_2 = (3-\sqrt{2}) - 2 = 2-\sqrt{2}$$

گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۵:

α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{a}}^a$ کدام است؟ ($a > 0$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

حل:

$$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = (\alpha^2\beta)(\alpha\beta^2)$$

$$\xrightarrow{\div \alpha\beta} \alpha + \beta = (\alpha\beta)^2 \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{16}{a^2} \rightarrow a = 2$$

$$\log_{\sqrt{2}}^2 = \log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2})^2 = 2$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۶:

معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

حل:

$$\left. \begin{array}{l} 2-x \geq 0 \rightarrow x \leq 2 \\ x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{استراک داننه}} x=2$$

استان کردن جواب:

$$\sqrt{1} = \sqrt{2+0} + \sqrt{0} \rightarrow 1 = 2 \text{ (غیر ممکن)}$$

بنابراین معادله ریشه حقیقی ندارد.

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۷:

اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = 1 + x - 2\sqrt{x}$ ، $x \geq 1$ باشد، $(g \circ g)(1)$ کدام است؟

۴ صفر

۹ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

حل:

$$y = f(x) = (\sqrt{x} - 1)^2 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x} - 1 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} + 1$$

$$\rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2 \rightarrow g(x) = f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$g(1) = 0 \rightarrow g(g(1)) = g(0) = 1$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۸:

دامنه $f(x) = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

حل:

$$\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \xrightarrow{x > 0} \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \rightarrow x < \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x < 1 \xrightarrow{x > 0} D_f = (0, 1)$$

دامنه شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۹:

اگر $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{10} \quad (۳)$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۲)$$

$$-\frac{2\sqrt{5}}{10} \quad (۱)$$

حل:

$$\sin \alpha = 2 \cos \alpha \xrightarrow{\div \cos \alpha} \tan \alpha = 2$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + 4 = 5 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{ربع سوم}} \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۰:

خط $2mx + (m^2 - 1)y = 3$ ، به ازای دو مقدار m با جهت مثبت محور x ها زاویه 60° درجه می سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

حل:

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب خط} &= \tan 60^\circ = \sqrt{3} \\ \text{شیب خط} &= \frac{-2m}{m^2 - 1} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{-2m}{m^2 - 1} = \sqrt{3}$$

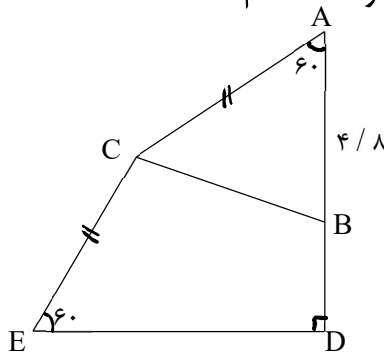
$$\rightarrow \sqrt{3} m^2 - \sqrt{3} = -2m \rightarrow \sqrt{3} m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$|m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4+12}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \text{گزینه ۴}$$

RIAZISARA

سوال ۱۱:

در شکل زیر، مساحت مثلث ABC برابر $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟



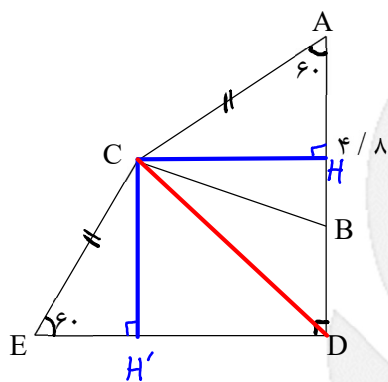
(۱) $6\sqrt{6}$

(۲) $3\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{2}$

حل:



$$S = \frac{1}{2} (4/8) (AC) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{7}{2}\sqrt{3}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{3} AC = \frac{7}{2}\sqrt{3} \rightarrow AC = 7 \rightarrow CE = 7$$

$$CH = AC \cdot \sin 60^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

در مثلث قائم الزاویه ACH ،

$$CH' = CE \cdot \sin 60^\circ = 7 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

و در مثلث قائم الزاویه CEH' ،

بنابراین $CH = CH'$ یعنی $CHDH'$ مربع است. (CD قطر مربع)

$$CD^2 = \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 49 \rightarrow CD = \sqrt{49} = 7$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۲:

کمترین فاصله بین دو مقدار از جواب‌های $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$ کدام است؟

$\frac{\pi}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

π (۲)

2π (۱)

حل:

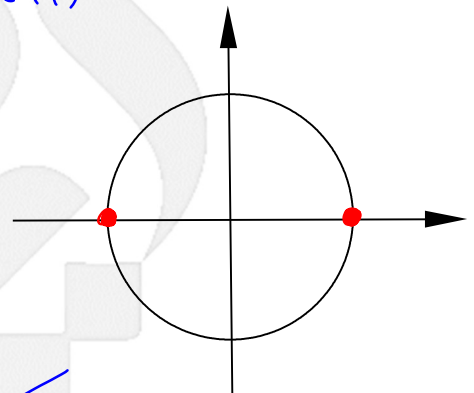
طرفین را مربع می‌زنیم $\rightarrow (1 + \sin x)^2 = \cos^2 x$

$\rightarrow 1 + 2\sin x + \sin^2 x = \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$2\sin^2 x + 2\sin x = 0 \rightarrow 2\sin x(\sin x + 1) = 0$

$\begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \\ \sin x = -1 \rightarrow \text{غیر ممکن} \end{cases}$

جواب: $0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$



کمترین فاصله: π

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۳:

مقدار $\log_n^m = a$ و مقدار $\log_{mn}^{m^2n} = b$ است. اگر $a > 0$ باشد، حاصل $[b]$ چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

حل:

$$\begin{aligned}\log_{mn}^{m^2n} = b &\rightarrow \frac{\log_n^{m^2n}}{\log_n^{mn}} = b \rightarrow \frac{2\log_n^m + \log_n^n}{\log_n^m + \log_n^n} = b \\ &\rightarrow \frac{2a+1}{a+1} = b \rightarrow 1 + \frac{a}{a+1} = b \xrightarrow{0 < \frac{a}{a+1} < 1} [b] = 1\end{aligned}$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۱۴:

کوچک‌ترین ضریب تغییرات دسته‌های سه تایی از اعداد زوج متوالی دو رقمی با رقم دهگان یکسان، کدام است؟

$$(۱) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \quad (۲) \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۳) \frac{1}{12\sqrt{6}} \quad (۴) \frac{1}{24\sqrt{6}}$$

حل:

میانگین حرم عدد زوج متوالی دلخواه $a-2, a, a+2$ برابر $\bar{x} = a$ و
واریانس این سه عدد برابر $\frac{1}{3} = \frac{(-2)^2 + (0)^2 + (2)^2}{3}$ است.
بنابراین کمترین مقدار ضریب تغییرات $(\frac{s}{\bar{x}})$ ، وقتی است که $\bar{x}$ بیشترین
مقدار را داشته باشد که در این حالت اعداد مورد نظر ۹۴، ۹۶، ۹۸ هستند.

$$CO = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}}}{96} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{96} = \frac{\sqrt{3}}{48\sqrt{3}} = \frac{1}{24\sqrt{6}} \quad \text{گزینه ۴}$$

RIAZISARA

سوال ۱۵:

اگر در ریشه‌ای از معادله $5x^2 - ax + b = 0$ ، حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 1}$ موجود بوده و تابع f در آن پیوسته نباشد، مقدار $\left[\frac{b - 2a}{3} \right]$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) صفر

حل:

تابع f ناپیوسته است؛ $x=1$ ریشه خارج f ناپیوسته

$$5 - a + b = 0 \quad (I)$$

$$\frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = \frac{0}{0} \xrightarrow{x=1, \text{ریشه صورت}} 1 + a + b = 0 \rightarrow a + b = -1 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow a = 2, b = -3$$

$$\rightarrow \left[\frac{b - 2a}{3} \right] = \left[\frac{-7}{3} \right] = -3 \quad \text{گزینه ۱}$$

RIAZISARA

سوال ۱۶:

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{(2x+1)\pi}{4} & x \leq 1 \\ \frac{|x^2 + x - 2|}{a(1-x)} & 1 < x < 5 \\ b(x - [-x]) & x \geq 5 \end{cases}$$

تابع تابع

مقدار ab است.

کدام است؟

۴ / ۵ ○

۳ / ۷ ○

۲ / ۵ - ○

۱ / ۷ - ○

حل:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1| \times |x+2|}{a(1-x)} = -1 \rightarrow \frac{-3}{a} = -1 \rightarrow \boxed{a=3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = f(5) \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{|x^2 + x - 2|}{3(1-x)} = b(5+5) \rightarrow \frac{28}{-12} = 10b \rightarrow \boxed{b = -\frac{7}{30}}$$

$$ab = -\frac{7}{10}$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۱۷:

اگر $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{ax + b}{a \cos x - \sin x} = -\infty$ باشد، کمترین مقدار صحیح b کدام است؟

۱) -۴

۲) -۳

۳) -۲

۴) -۱

حل:

$$a\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} \frac{\sqrt{3}x + b}{\sqrt{3} \cos x - \sin x} = -\infty \Rightarrow \frac{\sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b}{\sqrt{3}(\frac{1}{3}) - (\frac{\sqrt{3}}{2})^+} = \frac{\sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b}{0^-} = -\infty$$

$$\rightarrow \sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b > 0 \rightarrow b > \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \approx -1.8$$

کمترین مقدار صحیح b برابر -1 است. گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۱۸:

حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a-2x}$ برابر $\sqrt{12}$ است. اگر $a > 0$ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

حل:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ a-2x \geq 0 \rightarrow \frac{a}{2} \geq x \end{array} \right\} \rightarrow 0 \leq x \leq \frac{a}{2} \quad \text{دامنه تابع}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{a-2x} \rightarrow 4x = a-2x \rightarrow x = \frac{a}{4}$$

$$f(0) = \sqrt{a}$$

$$f\left(\frac{a}{4}\right) = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{\frac{4a}{4}} = \frac{\sqrt{a} + 2\sqrt{a}}{\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4}}{2} \sqrt{a} \rightarrow \text{Max}$$

$$f\left(\frac{a}{4}\right) = \sqrt{\frac{a}{4}} = \frac{\sqrt{4}}{2} \sqrt{a} \rightarrow \text{min}$$

$$\frac{\sqrt{4}}{2} \sqrt{a} \times \frac{\sqrt{4}}{2} \sqrt{a} = 12 \rightarrow \frac{\sqrt{12}}{2} a = \sqrt{12} \rightarrow a = 4 \rightarrow [a] = 4$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۹:

خط d در نقطه $(-۱, ۵)$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط d برابر $-\frac{1}{۲}$ و

$g(x) = \sqrt[3]{x} f(x)$ باشد، مقدار $g'(-۱)$ کدام است؟

$\frac{۱۳}{۶}$ (۴)

$\frac{۷}{۶}$ (۳)

$-\frac{۱}{۳}$ (۲)

$-\frac{۴}{۳}$ (۱)

حل:

$$f(-۱)=۵ \quad , \quad f'(-۱)=-\frac{1}{۲}$$

$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} f(x) + f'(x) \sqrt[3]{x} \longrightarrow g'(-۱) = \frac{1}{\sqrt[3]{(-۱)^2}} (۵) + (-\frac{1}{۲})(-۱) = \frac{۵}{۳} + \frac{1}{۲} = \frac{۱۳}{۶}$$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۲۰:

سه عدد را به طور متوالی و بدون جایگذاری از میان اعداد ۱ تا n انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه عدد سوم ۱۰ باشد، برابر $\frac{1}{15}$ است. در انتخاب سه عدد و بدون جایگذاری از میان همین اعداد، با کدام احتمال فقط عدد سوم مضرب ۳ است؟

$\frac{5}{51}$ (۴)

$\frac{15}{91}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

حل:

$$P(n=10) = \frac{1}{n} \rightarrow n=15$$

۵ = تعداد مضرب ۳

$$P(m'_1 m'_2 m'_3) = P(m'_1) \cdot P(m'_2 | m'_1) \cdot P(m'_3 | m'_1 \cap m'_2)$$

$$= \frac{10}{15} \times \frac{9}{14} \times \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$$

گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۲۱:

احتمال اینکه یک کشتی گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{1}{5}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{1}{3}$ بوده و در صورتی که اصلی ترین رقیب خود را ببرد به $\frac{1}{2}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی گیر قهرمان می شود یا رقیب اصلی خود را می برد؟

$$\frac{7}{15} \quad (4)$$

$$\frac{13}{30} \quad (3)$$

$$\frac{11}{30} \quad (2)$$

$$\frac{1}{15} \quad (1)$$

حل:

کسب مدال طلا: B

بردن رقیب اصلی: A

$$P(A) = \frac{1}{5}, \quad P(B) = \frac{1}{3},$$

$$P(B|A) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{13}{30} \quad \text{سخت نیست}$$

RIAZISARA

سوال ۲۲:

سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟

$$\frac{17}{120} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{131}{560} \quad (۲)$$

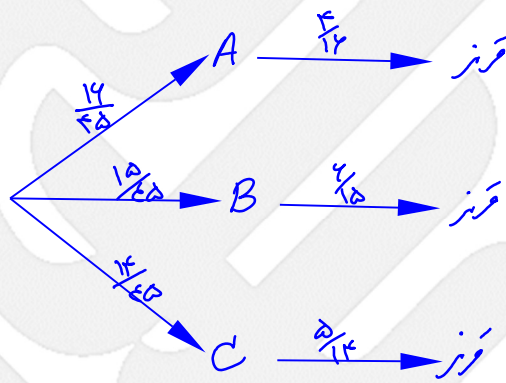
$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

حل:

$$P(A) = \frac{17}{45}$$

$$P(B) = \frac{15}{45}$$

$$P(C) = \frac{14}{45}$$

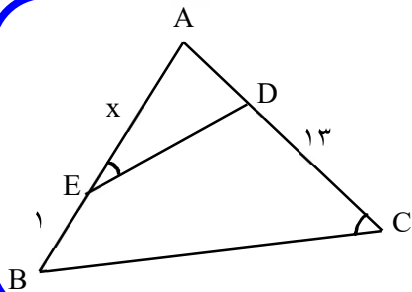


$$P(\text{قرمز بودن}) = \frac{17}{45} \times \frac{4}{17} + \frac{15}{45} \times \frac{6}{15} + \frac{14}{45} \times \frac{5}{14} = \frac{4}{45} + \frac{6}{45} + \frac{5}{45} = \frac{1}{3}$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۲۳:



در شکل زیر $\hat{AED} = \hat{ACB}$ است. مقدار x کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

حل:

در مثلث ADE و ABC به حالت (ز ز) متشابه اند.

$$\frac{2}{x+1} = \frac{x}{15} \rightarrow x^2 + x - 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} x=5 \checkmark \\ x=-6 \times \end{cases} \quad \text{گزینه ۳}$$

RIAZISARA

سوال ۲۴:

دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

(۴) $2\sqrt{34}$

(۳) $\sqrt{46}$

(۲) $3/5$

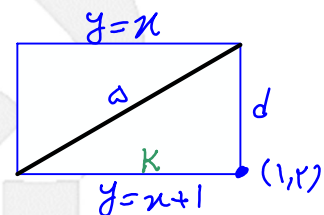
(۱) $2/5$

حل:

$$\begin{cases} y = ax + 1 \\ y = \frac{x}{a} + 1 - \frac{1}{a} \end{cases} \xrightarrow{m=m'} a = \frac{1}{a} \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

$a = -1 \rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$ نقطه $(1, 2)$ روی هر یک از این دو خط قرار ندارد.

$a = 1 \rightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ y = x \end{cases}$ نقطه $(1, 2)$ روی این خط قرار دارد.



$$d = \frac{|1-2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

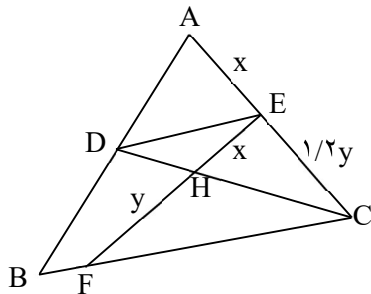
$$\left. \begin{aligned} K^2 &= 2a - \frac{1}{a} = \frac{49}{4} \rightarrow K = \frac{7}{2} \\ d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{7}{4}$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۲۵:

در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و $3y = 5x$ است. اگر $BF = 3$ باشد، اندازه BC کدام است؟



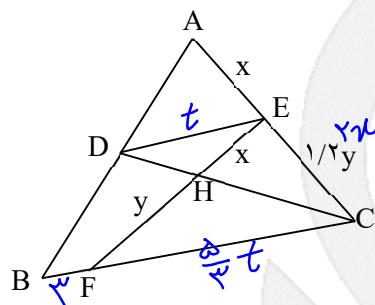
(۱) ۶/۷۵

(۲) ۶/۲۵

(۳) ۵/۷۵

(۴) ۵/۲۵

حل:



$$3y = 5x \rightarrow y = \frac{5}{3}x \rightarrow \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}(\frac{5}{3}x) = \frac{5}{6}x$$

$$\frac{t}{\frac{5}{6}t + 3} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \rightarrow 2t = \frac{5}{6}t + 3 \rightarrow t = \frac{9}{4}$$

$$BC = 3 + \frac{5}{3}(\frac{9}{4}) = 3 + \frac{15}{4} = 6,75$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۲۶:

طول وتری از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = a$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر a چقدر است؟

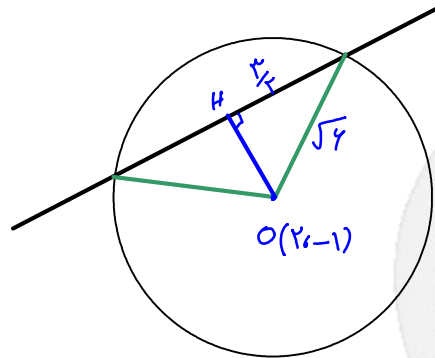
$5\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{6}$ (۳)

$\sqrt{38}$ (۲)

$\sqrt{35}$ (۱)

حل:



$$O(2, -1), \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{12 + 4 + 4} = \sqrt{4}$$

$$OH^2 = (\sqrt{4})^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = 4 - \frac{9}{4} = \frac{15}{4} \rightarrow OH = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$OH = \frac{|-2 + 2 - a|}{\sqrt{4+1}} = \frac{|a|}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{|a|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{2} \rightarrow |a| = \frac{\sqrt{75}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \rightarrow a = \pm \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}\right) = 5\sqrt{3}$$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۲۷:

ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

۴ $6 + 3\sqrt{3}$

۳ 6

۲ 3

۱ $6 - 3\sqrt{3}$

حل:

$$\begin{aligned}\sqrt[7]{a} &= 27 a^{\frac{15}{7}} \rightarrow a^{\frac{1}{7}} = 27 a^{\frac{15}{7}} \rightarrow \frac{a^{\frac{1}{7}}}{a^{\frac{15}{7}}} = \frac{1}{27} \\ \rightarrow a^{\frac{1}{7} - \frac{15}{7}} &= \frac{1}{27} \rightarrow a = \frac{1}{3\sqrt{3}} \\ \frac{(\frac{1}{a} - 3)}{1 + \sqrt{3}} &= \frac{3\sqrt{3} - 3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3(\sqrt{3} - 1)^2}{2} = \frac{3(4 - 2\sqrt{3})}{2} = 6 - 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۲۸:

در بررسی ۵۰۰ کشاورز، ۳۷۰ نفر دارای مزرعه چای و ۲۰۰ نفر دارای شالیزار هستند. تعداد آنهایی که نه مزرعه چای و نه شالیزار دارند، برابر تعداد کشاورزانی است که فقط شالیزار دارند. چند کشاورز فقط مزرعه چای دارند؟ (کشاورزان فقط چای و برنج برداشت می کنند).

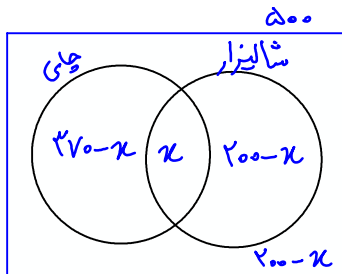
۲۷۰ (۴)

۲۳۵ (۳)

۱۳۵ (۲)

۱۰۰ (۱)

حل:



$$(۳۷۰ - x) + x + (۲۰۰ - x) + (۲۰۰ - x) = ۵۰۰$$

$$۷۷۰ - ۲x = ۵۰۰ \rightarrow x = ۱۳۵$$

$$۳۷۰ - ۱۳۵ = ۲۳۵$$

گزینه ۳

سوال ۲۹:

جمله‌های چهارم و هشتم یک دنباله حسابی به ترتیب جمله دوم و هفتم یک الگوی خطی هستند. اگر صفر، جمله دهم الگوی خطی باشد، جمله پانزدهم الگو، چند برابر قدر نسبت دنباله حسابی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{8}{5}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۱)

حل:

$$\begin{array}{l} \text{حسابی} \quad a_1, \dots, a_n \rightarrow d = \frac{a_n - a_1}{n-1} \\ \text{خطی} \quad t_1, \dots, t_n \rightarrow d' = \frac{t_n - t_1}{n-1} \end{array} \quad \xrightarrow{a_n - a_1 = t_n - t_1} \quad \frac{d'}{d} = \frac{4}{5}$$

$$t_1 = 0 \rightarrow t_{15} = t_1 + 14d' = 14d' \rightarrow \frac{t_{15}}{d} = \frac{14d'}{d} = 14 \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{56}{5}$$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۳۰:

$$A = \{m^2 + n^2 \mid m, n \in \mathbb{N}, 8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128}\}$$

کدام است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

۹ (۲)

۱۲ (۱)

حل:

$$2^{-\frac{2}{3}m} \times 2^{-2n} + 2^{-\frac{2}{3}m} \times 2^{-2n} > 2^{-7}$$

$$2^{-\frac{2}{3}(m+n)} + 2^{-\frac{2}{3}(m+n)} > 2^{-7}$$

$$2 \times 2^{-\frac{2}{3}(m+n)} > 2^{-7} \rightarrow 2^{-\frac{2}{3}(m+n)} > 2^{-8}$$

$$\rightarrow -\frac{2}{3}(m+n) > -8 \rightarrow m+n < 12 \xrightarrow{m, n \in \mathbb{N}} \begin{cases} 1+1=2 \rightarrow (1)^3 + (1)^3 = 2 \\ 1+2=3 \rightarrow (1)^3 + (2)^3 = 9 \\ 2+1=3 \rightarrow (2)^3 + (1)^3 = 9 \end{cases} \checkmark$$

گزینه ۲

RIAZISARA

حل تشریحی سوالات ریاضی کنکور سراسری گروه آزمایشی علوم تجربی
تهیه و تنظیم: عزیز اسدی (ریاضی سرا) ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲

با آرزوی موفقیت و سربلندی شما عزیزان

عزیز اسدی

RIAZISARA