



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۲۶- برای پیدا کردن قریب خط نیت به $y=x$ که نیت کرده y و x را عوض کنیم

$$3x - 2y = 4 \quad \xrightarrow{\text{عوض لید سب}} \quad y = -2 \quad \text{و کربین لیت؟} \quad \xrightarrow{y=x} \quad 2y - 2x = 4$$

روش دوم روش دوم عوض لید سب را قریب یک خط نیت به $y=x$ در واقع قول لید سب از خط نیت

$$2y - 2x = 4 \quad \xrightarrow{y=0} \quad x = -2$$

حل سوالات کنکور ۹۷ - تجربی

(۱)

$$-x^2 - \frac{1}{r}x + \frac{9}{r} > rx + |x|$$

$$x > 0 : -x^2 - \frac{1}{r}x + \frac{9}{r} > rx \rightarrow x^2 + \frac{1}{r}x - \frac{9}{r} < 0$$

$$\Rightarrow rx^2 + vx - 9 < 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(rx+9) < 0 \quad \frac{-9/r}{+1-1+} \rightarrow -\frac{9}{r} < x < 1 \xrightarrow{x > 0}$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{r} < x < 1 \quad \textcircled{1}$$

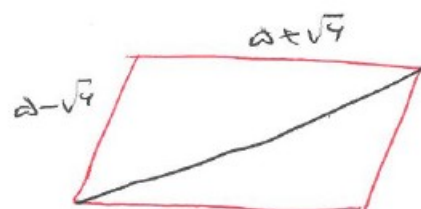
$$x \leq 0 : -x^2 - \frac{1}{r}x + \frac{9}{r} > x \Rightarrow x^2 + \frac{1}{r}x - \frac{9}{r} < 0$$

$$\Rightarrow rx^2 + vx - 9 < 0 \Rightarrow (x+3)(rx-3) < 0$$

$$\frac{-3}{+1-1+} \Rightarrow -3 < x < \frac{3}{r} \xrightarrow{x \leq 0} -3 < x \leq 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \cup \textcircled{2} \rightarrow -3 < x < 1 \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{طول فاصله: } -\frac{3+1}{r} = -1$$

(۲)



$$\approx 128$$

$$d^2 = (a - \sqrt{4})^2 + (a + \sqrt{4})^2 - 2(a - \sqrt{4})(a + \sqrt{4}) \cos 120^\circ$$

$$d^2 = 1a - 1\sqrt{4} + 2 + 1a + 1\sqrt{4} + 2 - 2(1a - 2)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$d^2 = 42 + 19 \rightarrow d^2 = 81 \rightarrow d = 9$$

$$\approx 129$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 9 & 22 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 24$$

$$2 - 12$$

5	12	17	22	27
2	5	8	a	4

لذا مرکز تمام دسته‌ها ۱۸ واحد کم می‌کند

-11	-4	-1	4	9
2	5	8	a	4

الگنون انحراف از میانگین کل داده‌ها برابر صفر است

$$-22 - 20 - 8 + 14a + 36 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{درصد فراوانی} = \frac{4}{2+5+8+4+4} \times 100 = \frac{4}{23} \times 100 = 24\%$$

$$C.V = \frac{b}{\bar{x}} \Rightarrow 1.4 = \frac{b}{1.5} \rightarrow b = 1.5$$

۱ - ۱۴۱

$$b^r = \frac{\sum x_i^r}{n} - \bar{x}^r \rightarrow (1.5)^r = \frac{\sum x_i^r}{n} - 4.2 \Rightarrow$$

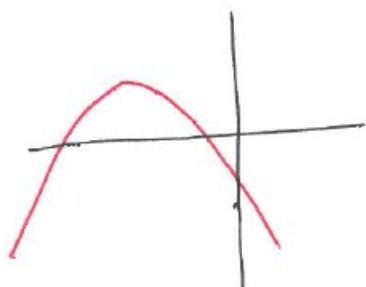
$$\frac{\sum x_i^r}{n} = 4.2 + 4.2 = 8.4$$

۱ - ۱۴۵

$$\sum \text{مجموع} : \left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع} : (1, 3), (3, 1), (3, 3) \\ \text{مجموع} : (4, 2), (2, 4), (4, 4), (3, 4), (4, 3) \end{array} \right.$$

$$P(A) = \frac{1}{14} = \frac{1}{9}$$

۱ - ۱۴۵



جواب درست $4 < m < 14$ است

$$m-4 < \rightarrow m < 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} m < 4 \text{ ①} \\ -2m < \Rightarrow m > \end{array} \right.$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (-2m)^2 - 4(m-4)(-4) > 0 \rightarrow 4m^2 + 16(m-4) > 0$$

$$\rightarrow m^2 + 4m - 16 > 0 \rightarrow (m+4)(m-4) > 0 \quad \frac{-4 \quad 4}{+1 \quad -1} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m > 4 \\ m < -4 \end{array} \right. \text{ ②}$$

$$\text{①} \cap \text{②} \rightarrow m < 4$$

(۴)

$$\frac{\sin(x - \frac{\pi}{2})}{\sin(x + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{2})}{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \quad \text{نمره ۱۳۴}$$

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 2 \rightarrow \tan x - 1 = 2 \tan x + 2 \Rightarrow \tan x = -3$$

$$f(x-1) = 1^2 x^2 - 1^2 x + 1^2$$

$$f(x-1) = (1x-1)^2 - (1x-1) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{1^2 x^2 - 10x - 1}{\sqrt{1^2 - \sqrt{x}} - 1} = \frac{?}{?} \text{ HOP}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{4x - 10}{-\frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1^2}{\frac{-1}{2\sqrt{x}}} = \frac{1^2}{-\frac{1}{2}} = -112$$

(د)

$$f(x) = \begin{cases} ax + r^{x-r} & x < r \\ a \log_r(x+1) & x \geq r \end{cases}$$

۲-۱۳۷

$$\lim_{x \rightarrow r^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow r^+} f(x) \Rightarrow ra + 1 = a \log_r r \rightarrow ra + 1 = ra + \boxed{a = -1}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x + r^{x-r} & x < r \\ -\log_r(x+1) & x \geq r \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(r) = -r + r^{r-r} = -r + \frac{1}{r} =$$

$$\Rightarrow f(r) = -\frac{r}{r}$$

۱-۱۳۸

$$\sin^r x + \cos^r x = 1 - \frac{1}{r} \sin^r x$$

$$\sin^r x + \cos^r x = 1 - \frac{1}{r} \sin^r x = 1 - \frac{1}{r} \left(\frac{1 - \cos^r x}{r} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2} \cos^r x = \frac{r}{2} + \frac{1}{2} \cos^r x \Rightarrow f'(x) = -\sin^r x$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{r}\right) = -\sin \frac{\pi}{r} = -1$$

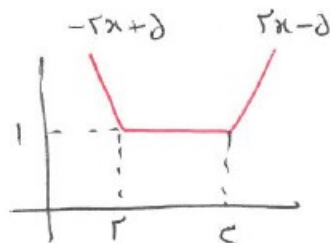
۳-۱۳۹

$$\binom{d}{r} \left(\frac{r}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right) + \binom{d}{d} \left(\frac{r}{2}\right)^d \left(\frac{1}{r}\right) =$$

$$= \frac{d \times r^r}{r^d} + \frac{r^d}{r^d} = \frac{r^r}{r^d} (d + r) = \frac{1 \times 1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}$$

(۹)

تابع در بازه $[2, 5]$ اکثراً نزول است کف به صورت تابع
 $y = -2x + d$ رسود



-۱۴۰

$$2x^2 - x - 1 = -2x + d \rightarrow 2x^2 + x - d = 0 \rightarrow (x+2)(2x-d) = 0$$

دکتر تقی جباری ریاضی

$$\rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = d/2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [2, 5]} x = -2$$

حجم جعبه در (نقطه) اول و دوم

-۱۴۱

$$\frac{2}{3} > \frac{4}{11} > \frac{12}{24} > \frac{2}{6}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(۵)

$$f(t) = 4 - a \cdot e^{-\pi \delta t} = 4$$

۱۴۲ - ترکیبی ۲۷

$$\Rightarrow -a \cdot e^{-\pi \delta t} = -4 \Rightarrow e^{-\pi \delta t} = 1/4$$

$$-\pi \delta t = \ln 1/4 = \ln \frac{1}{4} = \ln \frac{1}{2^2} = -2 \ln 2 \Rightarrow$$

$$t = \frac{\ln 2}{\pi \delta} = 2 \ln 2 = 2 \times 0.693 = 1.386$$

۰.۶۹۳ = $\ln 2$ → دوازدهم

۲ - ۱۴۳

$$\tan x \cdot \tan \pi x = 1$$

$$\tan \pi x = \frac{1}{\tan x} = \cot x = \tan(\frac{\pi}{2} - x)$$

$$\pi x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\pi} + \frac{\pi}{\pi}$$

۱۴۴ - انتگرال

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$$

$$\Rightarrow \pi a - \pi b + 1 = -1 + 1 \Rightarrow \pi a - \pi b = -1 \Rightarrow \pi a - b = -1$$

$$f'(x) = \begin{cases} \pi a x + b & x > -1 \\ \pi x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$$

$$f'_+(-1) = -\pi a + b = f'_-(-1) = 1 \Rightarrow \begin{cases} -\pi a + b = 1 \\ \pi a - b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pi a - b = -1 \\ -\pi a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\pi a = 0 \Rightarrow a = 0 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -\pi x^2 - x + 1 & x > -1 \\ x^2 - x & x < -1 \end{cases}$$

$$f(1) = -\pi(1)^2 - (1) + 1 = -\pi - 1 + 1 = -\pi$$

۱-۱۴۵

$$\sqrt{vx^2 - ry} + y^2 = 1$$

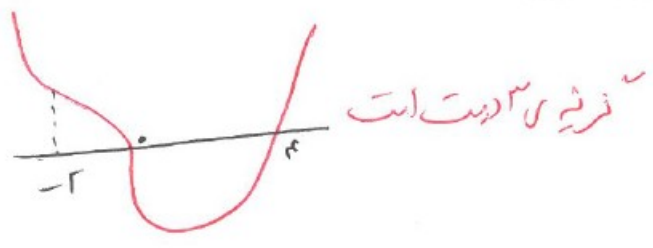
$$y' = - \frac{\frac{1+2x}{2\sqrt{vx^2-ry}}}{\frac{-r}{2\sqrt{vx^2-ry}} + 2y} = - \frac{\frac{vx}{\sqrt{vx^2-ry}}}{\frac{-1}{\sqrt{vx^2-ry}} + 2y} \quad \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix} \rightarrow y' = - \frac{\frac{v}{1}}{-1+4}$$

→ $y' = -\frac{v}{\Delta} \rightarrow$ شیب مماس

۳-۱۴۶

$$y = x^{\frac{2}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}}(x-4) = \sqrt[3]{x}(x-4)$$

$$\text{نقطه عطف} = \frac{2-1}{3+1}(-4) = \frac{1}{4}(-4) = -1$$

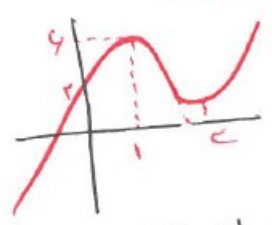
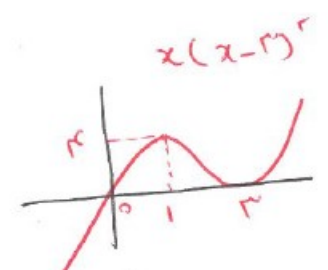


۵-۱۴۷

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + 2 = f(x) = x(x^2 - 4x + 9) + 2$$

$$f(x) = x(x-3)^2 + 2$$

برای واقع $f(x)$ ، انتقال یافته نمودار $x(x-3)^2$ است



با توجه نمودار واضح است که اگر خط $y=m$ به ازای $m > 2$ و $m < 2$ نمودار را فقط در یک نقطه قطع میکند

(۹)

$$MA = rMO$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = r \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = r^2 x^2 + r^2 y^2$$

$$\rightarrow r^2 x^2 + 4x + r^2 y^2 + 8y = 20 \xrightarrow{\div r^2}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + y^2 + 4y = 10 \rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 10 + 1 + 4 = 15$$

$$\rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = (r\sqrt{5})^2 \Rightarrow R = \sqrt{5} \frac{\text{نیمترین دایره}}{\text{مقوات}} \quad 2R = 2\sqrt{5}$$

۱۴۹! عرض‌ها، قانون‌ها، جدول‌نویسیان هسته پس جدول افق است

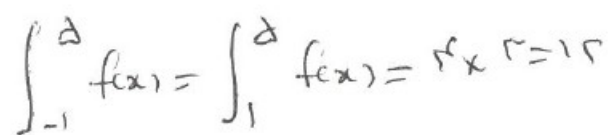
$$\begin{cases} \text{مرکز } O = (1, 2) \\ r_c = 2\sqrt{5} \rightarrow c = \sqrt{5} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow 5 = 1 + b^2 \rightarrow b = 2$$

هذلول افق است $\rightarrow$ شیب مماس $= \pm \frac{b}{a} = \pm \frac{2}{1} = \pm 2$

معادله مماس $= y - 2 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x$

(۱)

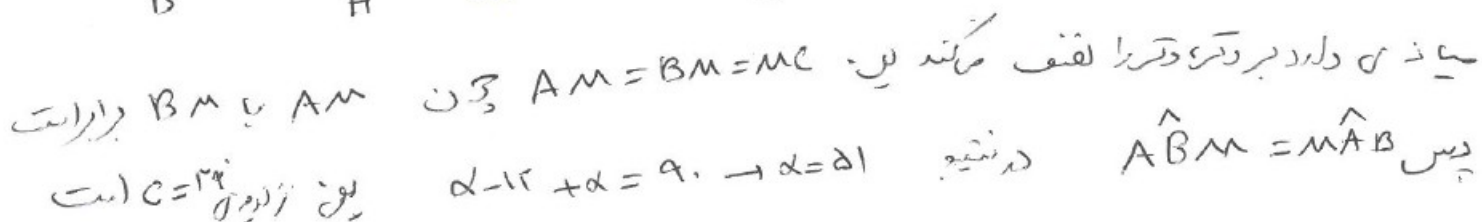


121

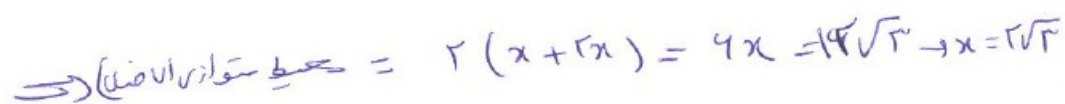
$$\int_1^r \frac{rx^r - \sqrt{x}}{x^r} dx = \int_1^r (x - x^{-\frac{r}{r}}) dx =$$

$$= x^r + r x^{-1/r} \Big|_1^e = x^r + \frac{r}{\sqrt{x}} \Big|_1^e = (14+1) - (1+1) = 12$$

۱۵۴ ~ نثریہ رسم



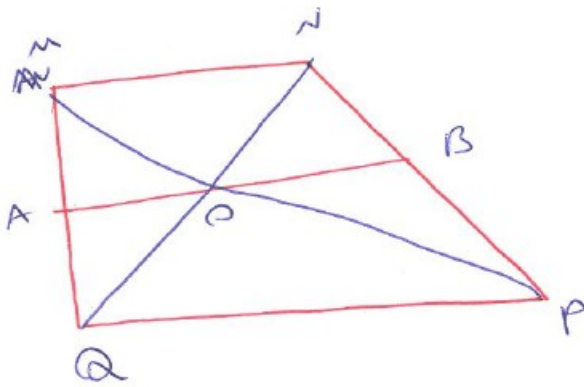
۱۵۴۰ در ۳۷



$$\begin{cases} x = r\sqrt{r} \\ r x = 2\sqrt{r} \end{cases} \rightarrow S = (x)(rx) \cdot \sin 45^\circ =$$

$$= r x^r \cdot \sin \theta = r x^r \times \frac{\sqrt{r}}{r} = x^r \sqrt{r} = r \times r \times \sqrt{r} = 1 r \sqrt{r}$$

(11)



$$\triangle QMN$$

$$\triangle NPQ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{OA}{MN} = \frac{AQ}{QM} = \frac{OQ}{QN} \\ \frac{OB}{MN} = \frac{BP}{PN} = \frac{PO}{MP} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow OA = OB$$

۱۵۵ - تمرین ۲۸
بزرگترین مساحت قائم که در آن استوانه را توان جا داد، محاسبه کنید.
مسئله است

$$\rightarrow a = 4\sqrt{2} \rightarrow h = 8 \rightarrow \text{قطر قاعده استوانه} = \text{قطر مکعب}$$

$$\rightarrow V = 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times 4 = 192$$

(۱۲)

