



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

① قریب خط به معادله $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می بینیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟
 -۲، -۱، ۱، ۲

نکته ۱: اگر نقطه ای نسبت به خط $y = x$ قریب شود، جای x و y آن تغییر می کند.

$$A = (x, y) + \text{قریب نسبت به خط } y = x = A' = (y, x)$$

نکته ۲: x و y طول و عرض می گویند.
 وقتی می گویند عرض از مبدأ چند می شه، یعنی مقدار y وقتی که $x = 0$ شه.

$$\text{قریب نسبت به } y = x \xrightarrow{\text{تغییر } x, y} 3x - 2y = 4 \xrightarrow{x=0} 3(0) - 2y = 4 \Rightarrow y = -2$$

* اگر دو سوال گفته بود طول از مبدأ و یا به یا به جای y ، صفر قرار می دایم.
 مقدار x را به دست می آوریم.

۱۲۷. ۵. در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{9}{2}$ ؛ بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + 1$ است. طول نقطه وسط این بازه کدام است؟

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} -2 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{array}$$

بجای وجود قدر مطلق $(|x|)$ از دو حالت $x \geq 0$ و $x < 0$ بررسی می‌کنیم

شرط اول

$$x \geq 0 \rightarrow -x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{9}{2} > 2x + 1 \rightarrow -x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{9}{2} > 2x$$

شرط دوم

$$\frac{x^2}{x^2} \rightarrow -2x^2 - x + 9 > 4x \rightarrow 2x^2 + 5x - 9 < 0 \rightarrow (2x + 9)(x - 1) < 0$$

$$x > 0 \rightarrow [0, 1) \quad \text{I}$$

مقدار y باید کوچکتر از صفر باشد. بنابراین

دو مقدار جواب دارد

شرط اول

$$x < 0 \rightarrow -x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{9}{2} > 2x - x \rightarrow -x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{9}{2} > x$$

$$\frac{x^2}{x^2} \rightarrow 2x^2 + 3x - 9 < 0 \rightarrow (2x - 3)(x + 3) < 0 \rightarrow$$

حاصل می‌شود

مقدار y باید کوچکتر از صفر باشد. بنابراین جواب می‌شود بین دو مقدار از

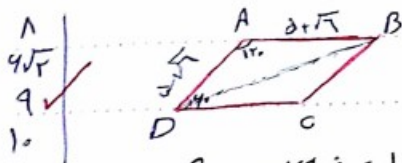
$$x < 0 \rightarrow (-3, \frac{3}{2}) \quad \text{II}$$

$$I \cup II = (-3, 1) \cup (-3, \frac{3}{2}) = (-3, 1) \rightarrow \frac{1 + (-3)}{2} = -1$$

* حرکت از مقدار x که می‌خواهیم باید حرکت کنیم. در هر دو طرف خود را بازنه. در هر دو طرف x که مقدار x را مشخص می‌کند. در هر دو طرف دو مقدار y

ابتدا به دو مقدار بررسی می‌کنیم. در مجموع جواب بدست می‌آید. در آخر اینه است آن را به اول بررسی می‌کنیم

۱۲۸) دو متوازی الاضلاع، بازوی ۶۰ درج، اندازه هر دو ضلع آن $۵ + \sqrt{۶}$ و $۵ - \sqrt{۶}$ است. اندازه قطر بزرگ آن، که ام است.



اندازه قطر DB را می‌خواهد که اگر

مثلث ABD آن را در نظر بگیریم به راحتی از قانون کسینوس می‌توانیم

$$* a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$$

$$(\overline{BD})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{AD})^2 - 2(\overline{AB})(\overline{AD}) \cos(A)$$

$$(\overline{BD})^2 = (5 + \sqrt{6})^2 + (5 - \sqrt{6})^2 - 2(5 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{6}) \cos(120)$$

$$= 25 + 10\sqrt{6} + 6 + 25 - 10\sqrt{6} + 6 - 2(25 - 6)(-\frac{1}{2})$$

$$= 11 \Rightarrow (\overline{BD})^2 = 11 \Rightarrow \underline{\overline{BD} = 9}$$

۱۲۹) اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A \times A$ کدام است؟

$$A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix}$$

$$(7 + 6 + 9 + 22) = 44$$

$$7 + 6 + 9 + 22 = 44$$

نکته: ضرب ماتریس را به صورت زیر می‌دانیم.

ماتریس اولی را به صورت افقی جدا کرده و ماتریس دومی را به صورت عمودی

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \end{bmatrix}$$

۱۳۰) اگر میانگین داده های در جدول فراوانی زیر ۱۸ باشد، درصد فراوانی نسبی این داده ها،

x_i	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷
f_i	۲	۵	۸	۵	۴

در این باره (۲۴، ۵۰، ۱۹، ۵۰) کدام است

روشی که قرار است از آن استفاده شود، به نام روش تغییر متغیر یا روش تبدیل معروف است. (برای مطالعه بیشتر و بالاتر از سطح کنکور می توان به کتاب علم دانشمندی آمار و احتمال مقدماتی دکتر بهبودیان مراجعه کرد)

u_i	-۴	-۵	۰	۵	۱۰
x_i	۷	۱۲	(۱۷)	۲۲	۲۷
f_i	۲	۵	۸	۵	۴

معمولاً دسته وسط را قدر تقریبی می گیریم و مرکز دسته آن را به صفر قرار می دهیم. و بقیه مرکز دسته ها را با توجه به

$$۷ - ۱۷ = -۱۰$$

$$۱۲ - ۱۷ = -۵$$

$$۰$$

$$۲۲ - ۱۷ = ۵$$

$$۲۷ - ۱۷ = ۱۰$$

فراوانی سوال ۱۷ را به صفر می گیریم و آن را

برای به صفر قرار دایم و فاصله بقیه مرکز دسته ها

از آن بصورت مقابل می باشد

حال میانگین جدیدی بدست می آید که اگر آن را با مرکز دسته مورد نظر جمع کنیم مقدار میانگین واقعی بدست می آید

$$\begin{aligned} \text{میانگین جدید} &= \frac{\sum u_i f_i}{\sum f_i} = \frac{(۲ \times (-۱۰)) + (۵ \times (-۵)) + ۰ + (۵ \times ۵) + (۴ \times ۱۰)}{۲ + ۵ + ۸ + ۵ + ۴} \\ &= \frac{-۵ + ۵ \times ۵}{۱۹ + ۵} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{میانگین واقعی} &= \text{میانگین جدید} + d \Rightarrow ۱۸ = \frac{-۵ + ۵ \times ۵}{۱۹ + ۵} + ۱۷ \\ \Rightarrow \frac{-۵ + ۵ \times ۵}{۱۹ + ۵} &= ۱ \Rightarrow -۵ + ۵ \times ۵ = ۱۹ + ۵ \Rightarrow ۴ \times ۵ = ۲۴ \Rightarrow \underline{۵ = ۶} \end{aligned}$$

$$\text{جوابت} = \frac{۶}{۲۵} \times ۱۰۰ = \frac{۶}{۲۵} \times ۱۰۰ = ۲۴$$

d : مقدار مرکز دسته ای که آن را برابر با صفر قرار داده ایم

✓ با همین سطح اطلاعات می توان سوالات حاصل کرد. در صورت تمایل می توانید به کتاب آمار و احتمال مقدماتی دکتر بهبودیان مراجعه کنید

۱۴۱) میانگین طول ضلع مربع های ۲۵ واحد، با ضریب تغییرات ۰.۱۰۶ است. میانگین مساحت این مربع ها، کدام است؟

۹۲۴۵
۶۲۷/۲۵ ✓
۹۲۷/۷۵
۶۲۸/۵

اصلاح: $x_1, x_2, \dots, x_n$

میانگین طول ضلع $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 25$
مربع

ضریب تغییرات نسبت انحراف استاندارد
به میانگین می باشد.
انحراف استاندارد $\sigma = 5$

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0.106 = \frac{\sigma}{25} \Rightarrow \sigma = 2.65$

ضریب تغییرات $CV = 0.106$

مربع $x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2$

میانگین مساحت $\bar{x}^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}$

$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \right)^2$

$(2.65)^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (25)^2 \Rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} = (25)^2 + (2.65)^2$
 $= 625 + 7.0225$
 $= 632.0225$

۱۴۲) دو تاس با هم می اندازیم. احتمال آنکه مجموع دو عدد از سه مضرب ۴ باشد، کدام است.

۱/۲ ✓
۱/۴
۲/۹
۵/۱۸

کل حالت ها ممکن $= 36$ $\boxed{6} \times \boxed{6} = 36$

حالت های سه مضرب آنکه
مضرب ۴ باشد
 $A = \{ \overbrace{(1,3), (2,2)}^4, \overbrace{(3,5), (2,4), (4,4)}^8, \overbrace{(5,3), (6,2)}^{12} \}$

مجموع آنکه مضرب ۴ باشد ۱۲

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

۱۴۴. به ازای کدام مقادیر m معادله درجه دوم $x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای ...

دو ریشه حقیقی منفی است.

$m < -2$
 $m > 3$
 $m = 2$
 $m = 3$
 $m = 4$

نکته: اگر $y = ax^2 + bx + c$ دو ریشه دلخواه α و β داشته باشد

$S: \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ جمع ریشه ها $\Delta = b^2 - 4ac$

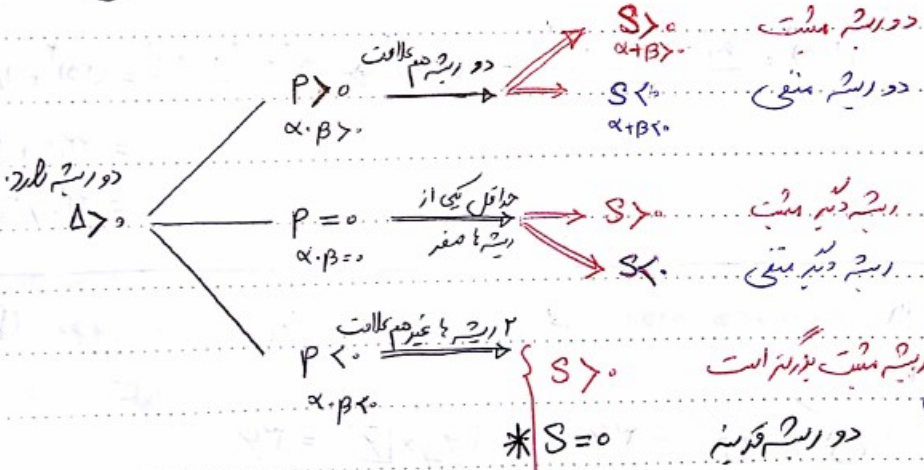
$P: \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$ ضرب ریشه ها

$M: |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ مقدار مطلق تفاضل ریشه ها

$\Delta = 0$ یک ریشه دارد (مضاعف)

$\Delta < 0$ ریشه ندارد

که $\frac{b}{a}$ علامت ریشه را مشخص می کند



آقای ارم - خوارزمی - بهمان

@eram1996

@shahriyar

✓ برای اینکه دو ریشه داشته باشیم $\Delta > 0$ باید

$$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 4m^2 + 12(m-4) > 0 \Rightarrow 4m^2 + 12m - 48 > 0$$

$$4(m+4)(m-3) > 0$$

	-4	3	
	+	-	+

$\textcircled{1} \begin{cases} m > 3 \\ m < -4 \end{cases}$

✓ برای اینکه دو ریشه هم علامت داشته باشند $p > 0$

$$p = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-4} > 0$$

علامت صورت منفی است بنابراین علامت مخرج هم منفی باشد یعنی

$$m-4 < 0 \Rightarrow \underline{m < 4} \quad \textcircled{2}$$

مثلاً برای اینکه دو ریشه منفی داشته باشیم $S < 0$:

$$S = \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{+3m}{m-4} < 0$$

	0	4	
-	+	+	
-	-	+	
+	-	+	

$\textcircled{3} (0, 4)$

$$1, 2, 3 \Rightarrow 3 < m < 4$$

$$\begin{array}{c} -3 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 3 \end{array}$$

104 $\textcircled{4}$ اگر $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{2})}{\sin(x + \frac{\pi}{2})} = 2$ باشد $\tan x$ کدام است؟

$$\frac{\sin(m - \frac{\pi}{2})}{\sin(m + \frac{\pi}{2})} = \frac{\sin m \cos \frac{\pi}{2} - \cos m \sin \frac{\pi}{2}}{\sin m \cos \frac{\pi}{2} + \cos m \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin m - \cos m)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin m + \cos m)} = 2$$

صورت و مخرج را بر $\cos m$ تقسیم می کنیم $\Rightarrow \frac{\frac{\sin m}{\cos m} - \frac{\cos m}{\cos m}}{\frac{\sin m}{\cos m} + \frac{\cos m}{\cos m}} = 2 \Rightarrow \frac{\tan m - 1}{\tan m + 1} = 2$

$$\Rightarrow \tan m - 1 = 2 \tan m + 2 \Rightarrow \underline{\tan m = -3}$$

۱۴۵ (۱۵) اگر $P(2n-3) = 4x^2 - 12n + 13$ باشد، ف دلم $P(n)$ برابر کدام است؟

$$\begin{array}{l} x^2 - n + 3 \\ x^2 - 2n - 1 \\ x^2 - 2n + 1 \\ \checkmark x^2 - n + 1 \end{array}$$

روش اول اگر راه حل به ذهن بی نیاید و یا حوصله حل سوال نداشتید کافی است $2n-3$ را درگزینیم جایگذاری کنیم و هر کدام که $P(2n-3)$

دست آن جواب است.

$$(2n-3)^2 = 4n^2 - 12n + 9$$

اگر $2n-3$ را درگزینیم بجای n قرار دهیم قسمت $4x^2$ بدست می آید که $4n^2$ مقدار

$P(2n-3)$ دارد. حال از آنجا که در مقدار $P(2n-3)$ ، $12x$ داریم و در

$4n^2 - 12n$ باید گزینیم که $12x$ دیگر تولید کند. دریافت که می بینیم گزینیم $2n-3$ را در $4x^2$ آن

$$-12x = -12(2n-3) = -24n + 36$$

حال عدد آخر مقدار $P(2n-3)$ عدد 13 می دهیم و در مقادیر $4x^2$ و $12x$ ملاصقه عدد 12 بدست آورده ایم. باید گزینیم که عدد 13 به جای عدد بدست آورد. که این گزینیم $4x^2$ به وقتی قابل تشخیص است که کدام 13 را

روش دوم وقتی طرح سوال، از این سوال آبی دهد، مطمئناً اگر کل عبارت را بر عبارت درون پرست تقسیم کنیم، خود عبارت در چپین قسمت آن مشخص می شود که اگر بجای x بگذاریم گزینیم عدد تقویرست می آید یعنی -

$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 12n + 13 & 2n-3 \\ - (4x^2 - 4x) & 2n-4 \\ \hline & 0 - 8n + 13 \\ & - (-8n + 12) \\ \hline & 0 + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x^2 - 12n + 13 = (2n-3)(2n-4) + 1 \\ = (2n-3)((2n-3)-1) + 1 \\ \stackrel{\text{جایگذاری}}{=} (x)(x-1) + 1 = x^2 - x + 1 \end{array}$$

جای $2n-3$

$$2x-3=t \rightarrow x=\frac{t+3}{2}$$

روش سوم

$$f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13$$

$$= 4\left(\frac{t^2+6t+9}{4}\right) - 7t - 21 + 13 = t^2 + 6t + 9 - 7t - 21 + 13$$

$$= t^2 - t + 1$$

کدام یک از گزینها بصورت معادل است (گزینه 4)

* نکته نام متغیر است، سعی می توانید آن را a, b, n - بنویسید پس مواظب باشید که

t, n - مثل b را اشتباه بنویسید

$$\begin{array}{r} -112 \\ -96 \\ -84 \\ -72 \end{array}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x}} - 1$$

حاصل 11

$$\Rightarrow \frac{4x-10}{\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{x}} \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)} = \frac{4(4)-10}{\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} \left(\frac{-1}{\sqrt{4}}\right)} = \frac{14}{-\frac{1}{8}} = -112$$

* برای روش مشتق لازم می توانیم فرض کنیم که وجود دارند و لحاظ کنیم. ولی در صورتی که نخواهیم فرض را لحاظ کنیم با روش مفهوم سیمی توان مشتق آن را می گیریم. رادیکال با فرض در همان توان $\frac{1}{p}$ است با برابر

$$\left(3 - (x)^{\frac{1}{p}}\right)^{\frac{1}{p}} \xrightarrow{u^n \rightarrow nu' u^{n-1}} \left(\frac{1}{p}\right) \left(-\frac{1}{p} x^{\frac{1}{p}-1}\right) \left(3 - (x)^{\frac{1}{p}}\right)^{\frac{1}{p}-1}$$

استفاده از فرمول مشتق تری

$$(x)^{-1} = x^{-\frac{1}{p}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{p}}} = \frac{1}{\sqrt[p]{x}}$$

$$\left(3 - (x)^{\frac{1}{p}}\right)' = 0 - \frac{1}{p} (x)^{\frac{1}{p}-1} = -\frac{1}{p} (x)^{\frac{1}{p}-1}$$

✓ فرمولی که برای مشتق گیری وجود دارند همین دانه را می گیریم و در آنجا قرار می دهیم و به روش آنکه روش آن می دهیم و از ادبی خواهیم که آن را لحاظ کنیم

سوال هائیکه در امتحان ترم اولی، منو به یاد بمانی، و بی در حد و ابرمون بکن این مسائل

۱۳۷ (۱۲) تابع $f(x)$ به صورت زیر تعریف شده است:

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-3} & x < 3 \\ a \log_p(1+x) & x \geq 3 \end{cases}$$

در نقطه $x=3$ پیوسته است

$f(3)$ کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} -2 & \\ -1.5 & \checkmark \\ 1 & \\ \hline \text{منفی} & \end{array}$$

استرکتا پیوستگی در نقطه $x=3$

پیوستگی در $x=3 \Rightarrow f(3) = a \log_p(1+3) = 2a$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 3a + 2^{3-3} = 3a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = a \log_p(1+3) = 2a$$

برای پیوستگی باید $2a = 3a + 1 \Rightarrow a = -1$

$$f(2) = -(2) + 2^{2-3} = -2 + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -1.5$$

۱۳۸ (۱۳) مشتق عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

$$\begin{array}{r|l} -1 & \checkmark \\ -\frac{1}{2} & \\ \frac{1}{2} & \\ 1 & \end{array}$$

از آنجا که بین آن عبارت جمع (دایمی) وجود دارد می توان آن ها را جدا جدا میسر کرد.

$$\sin^4 x \Rightarrow 4 \sin^3 x \cdot \cos x$$

$$\cos^4 x \Rightarrow -4 \cos^3 x \cdot \sin x$$

$$\Rightarrow 4 \sin^3 x \cos x - 4 \cos^3 x \sin x = 4 \sin x \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x)$$

$$= 4 \sin^2 x (-\cos^2 x) \Rightarrow 4 \sin^2 \frac{\pi}{4} (-\cos^2 \frac{\pi}{4}) = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = -4$$

و یا $\Rightarrow -4 \sin^2 x \cos^2 x = -4 \sin^2 \frac{\pi}{4} \cos^2 \frac{\pi}{4} = -4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -1$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \sin^2 \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin^2 \frac{\pi}{4} = \sin^2 \frac{\pi}{4} \cos^2 \frac{\pi}{4}$$

۱۳۹ (۱۴) به طور متوسط $\frac{3}{4}$ از سیرهای رها شده یک سیر انداز به هدف اصابت می کند. با کدام احتمال

از ۵ سیر رها شده این سیر انداز، حداقل ۴ سیر، به هدف اصابت می کند؟

$$\frac{75}{128}$$

$$\frac{75}{128}$$

$$\frac{75}{128}$$

$$\frac{75}{128}$$

آزمایشی که نتایجش دو حالت دارد را آزمایشی برنولی گویند.

احتمال قسمت $\frac{1}{4}$ احتمال سیر خرابی $\frac{3}{4}$

حال آزمایشی برنولی را n بار تکرار کنیم. ($n = 5$)

(توزیع دو جمله ای)

۴ سیر و یا هر پنج سیر $\rightarrow$ حداقل ۴ سیر از ۵ سیر

$$P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5)$$

$$= \binom{5}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{3}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^0 =$$

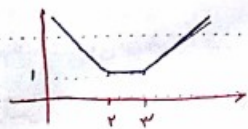
$$= 5 \left(\frac{75}{256}\right) \left(\frac{1}{4}\right) + \frac{243}{1024} = \frac{205}{1024} + \frac{243}{1024} = \frac{448}{1024}$$

$$= \frac{7}{128}$$

۱۴۰ (۱۵) درباره ای به تابع با فرم $P(n) = |n-2| + |n-3|$ گفته اند. نزدیکی است. نمودار آن به

نمودار تابع $g(n) = 2n^2 - n - 10$ در چند نقطه مشترک هستند.

۱
۲
۳
فاصله نقطه مشترک



نمودار درباره $(-\infty, 2)$ گفته اند. نزدیکی است.

$$n < 2 \Rightarrow P(n) = (-(n-2)) + (-(n-3)) = -n + 2 - n + 3 = -2n + 5$$

$$n < 2, P(n) = g(n) \Rightarrow -2n + 5 = 2n^2 - n - 10 \Rightarrow 2n^2 + n - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2n-5)(n+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -3 \\ n = \frac{5}{2} \end{cases}$$

مقدار n باید کمتر از ۲ باشد.

۱۴۱) کمترین مقدار تفاضل کمران با کمران بالای دنباله با جهات عمومی

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}$$

نیز کمران است $u_n = \frac{n^2+n}{3n^2-1}$
 نیز کمران است $u_1 = 1, u_2 = \frac{6}{11}, \dots, u_\infty = \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۴۲) کارگر عادی در یک کارخانه به از t ماه اشتغال می تواند روزانه $40 - 2.5t$ واحد کار را کامل کند. بعد از چه مدت تجربه کاری، انتظاری در روزانه ۴۰ واحد کار را کامل کند؟

۳ ماه و ۱۴ روز

۳ و ۱۹ روز

۳ ماه و ۹ روز

$$40 - 2.5t = 40 \Rightarrow e^{-2.5t} = 2$$

$$\Rightarrow e^{-2.5t} = \frac{2}{40} \Rightarrow \ln e^{-2.5t} = \ln \frac{2}{40}$$

نیز کمران است $-2.5t = -\ln \frac{40}{2} = -9.1 \Rightarrow t = \frac{-9.1}{-2.5} = 3.64$

$$0.46 \times 30 = 13.8$$

۳ ماه و ۱۴ روز

۳ و ۱۹ روز

کمی از محاسباتی که در این مسئله شده است که فاجعه سوال را بخواند. وقتی در قسمت سوال e می دهد و در راهنما مقدار h می دهد یعنی باید داده e را در آن طرف h بگذارد و در h می دهد و در e می دهد. پس باید $\ln \frac{2}{40}$ را در e بگذارد و در h بگذارد. پس باید $\ln \frac{40}{2}$ را در e بگذارد و در h بگذارد.

$$\ln \frac{a}{b} = -\ln \frac{b}{a}$$

۱۴۳ جواب صحیح معادله مثلثاتی $\tan^3 n = 1$ کدام است؟

$$\frac{k\pi}{4}$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$$

$$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$\tan^3 n = \frac{1}{\tan n} \Rightarrow \tan^4 n = \cot^2(n) \xRightarrow{\tan(\frac{\pi}{4}-n) = \cot n} \tan^3 n = \tan(\frac{\pi}{4}-n)$$

$$3n = k\pi + \frac{\pi}{4} - n \Rightarrow 4n = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow n = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}$$

۱۴۴ اگر تابع با تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4 & x \geq -2 \\ x^2 - x & x < -2 \end{cases}$ همواره متعلق به یک مجموعه باشد، $f(1)$ کدام است؟

$$\begin{array}{c|c} -3 & \text{صحیح} \\ 1 & \\ 2 & \end{array}$$

مجموعه از آنجا که گفته همواره متعلق به یک مجموعه باشد، تابع باید یک تابع یکنواخت باشد. در $x = -2$ به هم پیوند می‌دهیم. $n = -2$ نیز در مجموعه باشد، تابع یکنواخت.

$$\begin{cases} f(-2) = 4a - 2b + 4 \\ \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1 - (-2) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 4a - 2b + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b + 4 = -1 \\ 4a - 2b = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ x^2 - x = 1 \end{cases} \xrightarrow{x = -2} \begin{cases} -4 + b = 1 \\ 4 - (-2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ 6 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -5 \\ -4a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} &+ \\ &\hline -b &= -4 \Rightarrow b = 4 \end{aligned} \quad , \quad a = -\frac{3}{2}$$

$$f(1) = -3(1)^2 - (1) + 4 = -3 - 1 + 4 = 0$$

۱۴۵) شیب خط قائم بر منحنی به معادله $\sqrt{7x^2 - 2y} + y^2 = 10$ در نقطه $(1, 3)$ کدام است؟

$\frac{5}{7}$
 $\frac{5}{4}$
 $\frac{3}{4}$
 $\frac{1}{4}$

$$\frac{14x - 2y'}{2\sqrt{7x^2 - 2y}} + 2yy' = 0 \xrightarrow{(1,3)} \frac{14 - 2y'}{2\sqrt{7-6}} + 4y' = 0$$

$$\Rightarrow \frac{14 - 2y'}{2} + 4y' = 0 \Rightarrow 14 - 2y' = -8y' \Rightarrow 14 = -6y' \Rightarrow y' = -\frac{7}{3}$$

$$y' = -\frac{7}{3}$$

شیب خط قائم (قدیم معکوس) $\leftarrow \frac{5}{7}$

۱۴۶) نمودار تابع $y = x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}$ در کدام بازه نزولی و مقعر آن رو به پایین است؟

$(-2, 1)$

$(0, 1)$

$(-2, 0)$

$(-\infty, -2)$

برای مشخص کردن نزولی و صعودی بودن از مشتق اول
تقریب از مشتق دوم استفاده می‌کنیم

$$y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{4\sqrt[3]{x}}{3} - \frac{4}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4\sqrt[3]{x}\sqrt[3]{x^2} - 4}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4\sqrt[3]{x^3} - 4}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{4x - 4}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$y' = \frac{4x - 4}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$4x - 4 = 0 \Rightarrow x = 1$$

1
-
+

 نزولی صعودی

① $(-\infty, 1)$ نزولی

$$y'' = \frac{4}{9}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{8}{9}x^{-\frac{5}{3}} = \frac{4}{9x^{\frac{2}{3}}} + \frac{8}{9x^{\frac{5}{3}}} = \frac{4x + 8}{9x^{\frac{5}{3}}}$$

-2	0	4
+	-	+

② $(-2, 0)$ مقعر رو به پایین

$$\Rightarrow (-2, 0) \text{ است } \textcircled{2}$$

$$(-\infty, 1) \cap (-2, 0) = (-2, 0)$$

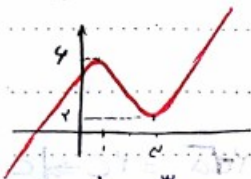
۱۴۷) با توجه به نمودار تابع $f(x) = x^3 - 4x^2 + 9x + 2$ ، برای کدام یک از مقادیر m ، معادله $f(x) = m$ سه جواب دارد؟

مقطع‌های یک رسم حقیقی است؟
 فقط یک نقطه داشته باشد. یعنی محل برخورد m و $y = x^3 - 4x^2 + 9x + 2$.
 فقط یک نقطه داشته باشد.

$m > 4$ و $m < 2$
 $m > 4$ و $m < 2$
 $m > 4$ و $m < 2$
 $m > 4$ و $m < 2$ ✓

$$y = x^3 - 4x^2 + 9x + 2$$

$$y' = 3x^2 - 8x + 9 = 0 \Rightarrow 3(x-3)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$



تابع درجه ۳ در $x=1$ و $x=3$ است. رسم کرد.

$$f(1) = (1)^3 - 4(1)^2 + 9(1) + 2 = 4 \text{ max}$$

$$f(3) = (3)^3 - 4(3)^2 + 9(3) + 2 = 2 \text{ min}$$

خط $y=m$ که یک خط موازی محور x ها می‌باشد در چه صورت با نمودار بالا فقط یک برخورد دارد.
 $m < 2$ و $m > 4$

۱۴۸) فاصله نقطه $M(x, y)$ از نقطه $A(3, 4)$ برابر فاصله آن از مبدأ مختصات است. بیابانیم.

دایره از مرکز نقاط M کدام است؟

$2\sqrt{5}$
 $2\sqrt{5}$
 $4\sqrt{5}$
 $4\sqrt{5}$ ✓

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = 2 \sqrt{x^2 + y^2} \xrightarrow{\text{مربع}}$$

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4(x^2 + y^2) \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 4x^2 + 4y^2 \Rightarrow 3x^2 + 4x + 3y^2 + 12y = 45$$

$$3x^2 + 4x + 3y^2 + 12y = 45 \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} x^2 + \frac{4}{3}x + y^2 + 4y = 15$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{4}{3}x + y^2 + 4y - 15 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 15 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 20 = r^2$$

$$r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \Rightarrow \text{قطر} = 2r = 4\sqrt{5}$$

سوال هفتم: دو دایره در صفحه مختصات به مرکزیت $F(1+\sqrt{5}, 2)$ و $F'(1-\sqrt{5}, 2)$ ، کانون های هذلولی و $A(0, 2)$ یکی از رأس های آن است. معادله بجانب هذلولی با شیب مثبت، کدام است

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ y &= 2x-1 \\ 2y &= x \\ 2y &= x-1 \end{aligned}$$

در F و F' مقدار y یکی می باشد و فقط مقدار x است که تغییر کرده است بنابراین هذلولی افقی است

فاصله دو کانون هذلولی برابر $2c$ می باشد.

$$|FF'| = 2c \Rightarrow |FF'| = \sqrt{(1+\sqrt{5} - (1-\sqrt{5}))^2 + (2-2)^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5} = 2c \Rightarrow \underline{c = \sqrt{5}}$$

فاصله بین دو رأس هذلولی برابر $2a$ می باشد. نصف آن a می شود.
(a ، فاصله رأس تا مرکز هذلولی)

مرکز می شود وسط دو کانون

$$O = \text{مرکز} = \left(\frac{1+\sqrt{5} + 1-\sqrt{5}}{2}, \frac{2+2}{2} \right) = (1, 2)$$

$$|OA| = a \Rightarrow |OA| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-2)^2} = 1 = a \Rightarrow \underline{a = 1}$$

$$c^2 - a^2 = b^2 \Rightarrow \underline{b = 2}$$

شیب مثبت $\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{2}{1} = 2$

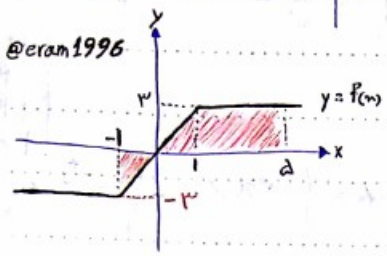
$$y' = \pm \frac{b}{a} \Rightarrow \text{شیب بجانب}$$

جانب با شیب 2 و گذرنده از مرکز هذلولی

$$y - 2 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2 = 2x - 2 \Rightarrow$$

$$\underline{y = 2x}$$

مقدار $\int_{-1}^5 f(x) dx$ کدام است؟



@eram1996

تشریح کنی که در این سوال وجود دارد
این است که خط طلست ~~خط~~ که از
مبداء می آید لرزد ~~خط~~ بدان بازه خاص
یک تابع فرد است یعنی

$$f(-x) = -f(x) \iff f(x) = -f(-x)$$

تابع مقدار f در $x = -1$ برابر -3 می شود
حال ادامه کار به راحتی انجام می شود

✓ اشتغال f می شود مساحت محصور بین تابع f و محور x که بالا محور مثبت
و زیر محور منفی است

مساحت قسمت های بالا زده می شود مقدار اشتغال مورد نظر

(اول)

$$S_1 = \frac{1}{2} (4+5) \times 3 = 13,5 \xrightarrow{\text{بالا محور}} +13,5 \quad S_2 = \frac{1}{2} (3)(1) = 1,5 \xrightarrow{\text{زیر محور}} -1,5$$

$$13,5 + (-1,5) = 12$$

(دو)

محور در بازه $[a, b]$ خاص یک تابع فرد است بنابراین نسبت به
مبداء متقارن می باشد اشتغال در بازه $[a, -a]$ برابر منفی می شود

$$\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx = 4 \times 1 = 4$$

f در این بازه فرد
بازه اشتغال متقارن
مقدار آن صفر

نکته ۱) اشتغال تابع فرد در بازه ای متقارن برابر صفر است

۲) اشتغال تابع زوج در بازه ای متقارن برابر است با دو برابر مقدار بازه مثبت

پ. کد نام. اس. $\int_1^k \frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2} dx$

حاصل (۲۹) ۱۲۱

تبدیل به دو کسر $\frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2}$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$$\int_1^k \frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int_1^k \frac{2x^3}{x^2} dx - \int_1^k \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} dx = \int_1^k 2x dx - \int_1^k x^{-\frac{3}{2}} dx$$

~~$$= \left[x^2 \right]_1^k - \left[-\frac{2}{\frac{3}{2}} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^k = (k^2 - 1) - (-1 - (-2)) = k^2 - 1 + 1 - 2 = k^2 - 2$$~~

$$= x^2 - \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = x^2 + 2x^{\frac{1}{2}} = x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \Big|_1^k =$$

$(14+1) - (1+2) = 12$

می توان هر دو را با هم دیا جدا جدا کرد

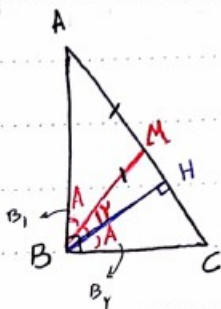
$$x^2 \Big|_1^k = (14-1) = 13$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} \Big|_1^k = (1-2) = -1 \rightarrow 13 + (-1) = 12$$

۲۷) ۱۵۲

در مثل قائم الزامی، ارتفاع و میانه نظیر وتر، زاویه ۱۲ درم با هم ساخته اند. کوچکترین زاویه این مثل، چند درم است؟

۳۶
۳۸
۴۷
۴۹ ✓



$$2A + 12 = 90 \Rightarrow A = 39$$

آنها نبود ۳۹ مقدار C برابر می شود (ن)

c = 51

توضیحات:

✓ میانه طرد بر وتر، نصف وتر است.

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow \overline{BM} = \overline{AM}$$

$$\Rightarrow \hat{A}MB \Rightarrow B_1 = A$$

ABC و BHC در مثل قائم الزامی و یک زاویه مشترک دارند (C)

بنابراین زاویه حاده دیگر آنها هم با یکدیگر برابر است یعنی $B_2 = A$

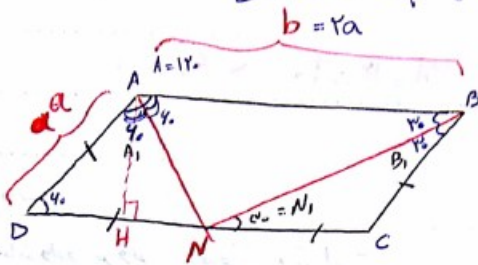
$$\Rightarrow B = 90 \quad 2 \quad B = B_1 + B_2 + 12 = A + A + 12 = 2A + 12$$

$$\Rightarrow 2A + 12 = 90 \Rightarrow A = 39 \quad (\text{ن})$$

۳۹۹ سن A، که ام کوچکتر است ... ۳۹۹

c = 51

سوال هجدهم: در یک متوازی الاضلاع با زاویه ۴۰ درجه، نیمساز ۴۰ در زاویه مجاور ضلع بزرگ و روی ضلع دیگر آن متقاطعه اند. اگر عمیل این متوازی الاضلاع $12\sqrt{3}$ باشد، مساحت آن کدام است؟



$9\sqrt{3}$
18
$12\sqrt{3}$ ✓
$18\sqrt{3}$

$$\text{مساحت} = 12\sqrt{3} \Rightarrow 2(a+b) = 12\sqrt{3} \Rightarrow a+b = 6\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= 40^\circ \\ \hat{D} &= 40^\circ \\ \hat{N} &= 40^\circ \end{aligned} \Rightarrow \triangle ADN \text{ متساوی الاضلاع} \Rightarrow \underline{DN = a}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} \parallel \overline{DC} \text{ و } BN \text{ عمود} &\Rightarrow \hat{N}_1 = 30^\circ \Rightarrow \triangle BNC \text{ متساوی الساقین} \\ \hat{B}_1 &= 30^\circ \Rightarrow \underline{NC = BC = a} \end{aligned}$$

$$\text{ضلع کوچک} = a, \text{ ضلع بزرگ} = DN + NC = a + a = 2a = b$$

$$a+b = 6\sqrt{3} \stackrel{b=2a}{=} a+2a = 3a \Rightarrow 3a = 6\sqrt{3} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$b = 2a = 4\sqrt{3}$$

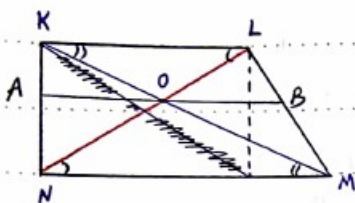
$$S = \frac{ab\sqrt{3}}{2} = \frac{(2\sqrt{3})(4\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{12\sqrt{3}}}$$

$$S = \text{ارتفاع} \times \text{ضلع} \text{ نظیر}$$

$$\text{ارتفاع} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \text{ارتفاع مثلث } \triangle ADN$$

۱۵۴ (۲۹) در سبزه ذوزنقه قائم الزاویه، از نقطه O محل تلاقی قطرها، خط موازی با قاعده رسم شود.

ساق قائم در A و ساق مقابل در B قطع کند نسبت $\frac{OA}{OB}$ چگونه است



۱. کوچه از ۱

✓ صافی ۱

بزرگ از ۱

متغیر نسبت اضلاع

حل اول (A)

$$\text{در مثل } NKL \quad AO \parallel KL \Rightarrow \frac{NO}{NL} = \frac{AO}{KL} \quad (1)$$

$$\text{در مثل } MKL \quad BO \parallel KL \Rightarrow \frac{MO}{MK} = \frac{BO}{KL} \quad (2)$$

مثلث OKL و OML متشابه هستند

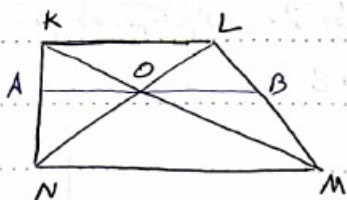
$$KL \parallel MN \Rightarrow \begin{matrix} \hat{L} = \hat{N} \\ \hat{K} = \hat{M} \end{matrix} \Rightarrow OML \sim OKL \Rightarrow \frac{NO}{OL} = \frac{MO}{OK}$$

$$\Rightarrow \frac{NO}{NO+OL} = \frac{MO}{MO+OK} \Rightarrow \frac{NO}{NL} = \frac{MO}{MK} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow$$

$$\frac{AO}{KL} = \frac{NO}{NL} = \frac{MO}{MK} = \frac{BO}{KL} \Rightarrow \frac{AO}{KL} = \frac{BO}{KL} \Rightarrow AO = BO$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{BO} = 1$$



پوش B

NKL مثلث $\Rightarrow \frac{NO}{NL} = \frac{OA}{KL}$ ①

NLM مثلث $\Rightarrow \frac{NO}{NL} = \frac{MB}{ML}$ ②

MLK مثلث $\Rightarrow \frac{MB}{ML} = \frac{MO}{MK}$ ③

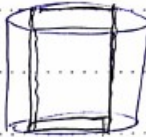
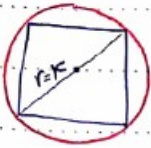
$\frac{MO}{MK} = \frac{OB}{KL}$ ④

②, ③ $\Rightarrow \frac{NO}{NL} = \frac{MO}{MK}$ ⑤

$\Rightarrow ①, ④, ⑤ \Rightarrow \frac{OA}{KL} = \frac{OB}{KL} \xrightarrow{\text{نمونه برابر}} OA = OB \Rightarrow \frac{OA}{OB} = 1$

تفاوت روش A و روش B در قسمتی بوده می خواهیم ثابت کنیم $\frac{NO}{NL} = \frac{MO}{MK}$
 در روش A از شباهت دو مثلث OKL و ONM استفاده کردم
 در روش B شکل هم به صورت اینجا ازش برای کرده و نسبت های برابری

۱۵۵) در داخل یک استوانه به ضلع قاعده ۴ و ارتفاع ۶، بزرگترین منشور قائم با قاعده مربع جای رزق است. حجم این منشور کدام است.



۱۷۴
۱۸۶
۱۹۲ ✓
۱۹۸

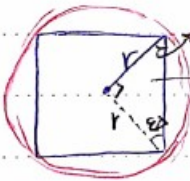
ارتفاع منشور = ارتفاع استوانه = ۶

$$\frac{\text{مساحت قاعده منشور}}{(\text{مساحت مربع})} = \frac{(\text{قطر مربع})^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(8)^2}{2} = ۳۲ \quad \text{قطر مربع} = ۲r = ۸$$

$$\underline{۱۹۲ = ۳۲ \times ۶ = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \text{حجم منشور}}$$

می توانیم برای بدست آوردن مساحت مربع از روشی دیگر استفاده کرد.



$$r^2 + r^2 = ۲r^2 \Rightarrow \text{قطر مربع} = r\sqrt{2}$$

$$\text{مساحت مربع} = (r\sqrt{2})(r\sqrt{2}) = ۲r^2$$

اما این را باید داشت که مربع هم یک محوری با اضلاع برابر و زوایای برابر است. بنابراین مساحت آن می شود نصف حاصلضرب قطر با قطر.

$$\Rightarrow \text{مساحت} = \frac{۲r \times ۲r}{2} = ۲r^2 \quad \text{قطر مربع} = ۲r$$

آقای ارم
خوستان - بهمن
@eram1996 ششم
@shahriyar ایما