



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

پاسخ تشریحی سوالات درس ریاضی / رشته تجربی ۹۵ / وحید حسین طلایی - مسلم احمدیان /

۱۲۶- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ، جمله هشتم این دنباله، کدام است؟

۲۵۵ (۴)

۲۴۷ (۳)

۱۵۹ (۲)

۱۲۷ (۱)

۱، ۳، ۷، ۱۵، ۳۱، ۶۳، ۱۲۷، ۲۵۵

۱۲۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

۲ (۴)

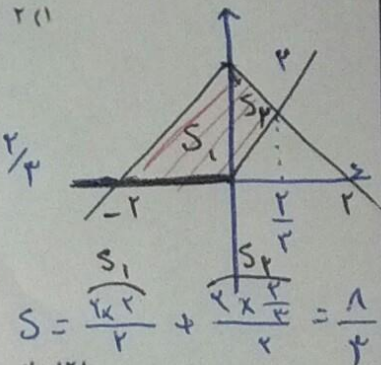
$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

۲ (۱)

$$y = x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 0 \rightarrow 2x \leq 2 - x \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

$$y = 2 - |x| = \begin{cases} 2 - x & x \geq 0 \\ 2 + x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow x < 0 \rightarrow 2 + x \leq 0 \Rightarrow x \leq -2$$



$$S = \frac{S_1}{2} + \frac{S_2}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۲۸- از معادله لگاریتمی $\log_2(2x^2 + 1) - \log_2(x + 2) = 1$ ، مقدار لگاریتم $\log_2(2x - 1)$ در پایه ۸، کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

$$= \log_2 \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 2 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\log_2 2x - 1 = \log_2 5 - 1 = \log_2 \frac{5}{2} = \frac{2}{3}$$

۱۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، وارون ماتریس $A \times B$ ، کدام است؟

$$A \times B = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^{-1} = \frac{1}{3(-8) - 4(-5)} \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 5 & -8 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$$

نصف اول در ۱۵۰

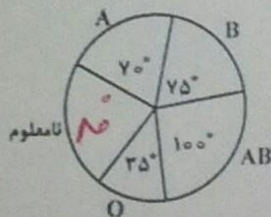
۱۳۰- نمودار دایره‌ای روبه‌رو، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است. گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده است. چند نفر از آنها، دارای نوع خون B هستند؟

۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۳۶ (۳)

۴۰ (۴)



$$\frac{100}{360} = \frac{32}{n} \Rightarrow n = 144$$

$$B \text{ گروه خونی} = \frac{75}{360} \times 144 = 30$$

پاسخ تشریحی سوالات درس ریاضی / رشته تجربی ۹۵ / وحید حسین طلایی - مسلم احمدیان /

۱۳۱- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات 0.2 محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

۲۲۹ (۱) ۲۳۲ (۲) ۲۳۴ (۳) ۲۳۶ (۴)

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}} = 0.2 \Rightarrow \frac{S}{15} \Rightarrow S = 3$$

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 3^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - 15^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 9 + 225 = 234$$

میانگین مساحت مربع

۱۳۲- هریک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

۰/۳ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴)

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$\text{حالت مضرب ۳} \quad \boxed{123} \quad \boxed{135} \quad \boxed{234} \quad \boxed{345} = 4 \times 3!$$

$$P(A) = \frac{4 \times 3!}{5 \times 4 \times 3} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۱۳۳- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$ به صورت کدام بازه‌ها است؟

(۱, ۳) (۱, ۲) (۲, ۵) (۲, ۳) (۲, ۴) (۳, ۵)

$$|2-x| > |2x-3| \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 - 2x + x^2 > 4x^2 - 12x + 9 \Rightarrow 3x^2 - 10x + 5 < 0 \Rightarrow 1 < x < \frac{5}{3} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

ریشه صحیح

که متأسفانه در این زمینه خطی.

۱۳۴- اگر $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$ کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{2}{8}$ (۲) $\frac{2}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{4} = 1 - \sin 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

۱۳۵- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیه محدود به نمودار تابع g و خط به معادله $y=3$ کدام است؟

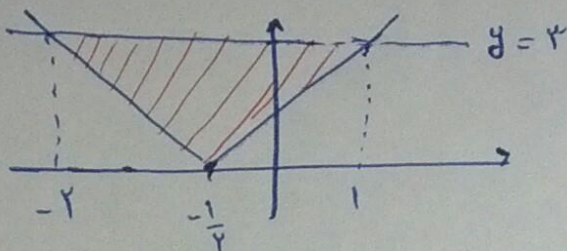
۶ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$g = f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$



$$S = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

۱۳۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2}$ اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ باشد، آنگاه حد $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{5}{6}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{ax + 2x}{2x} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{2x + 2} \stackrel{H\&P}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + \frac{1}{2}\sqrt{4x^2 + 5}}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۳۷- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x} & ; x \neq 0 \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است؟

هیچ مقدار a (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos x}{(1 - \cos^2 x)(\cos x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos x - 1)}{(1 - \cancel{\cos x})(1 + \cos x) (2)} = -\frac{1}{2} = a$$

۱۳۸- در تابع با ضابطه $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^2$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ کدام است؟
 (۱) -۲۱ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

$$f(x) = \left(\frac{x+2}{2x-3} \right)^{\frac{3}{2}} \rightarrow f'(x) = \frac{3}{2} \left(\frac{x+2}{2x-3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{-7}{(2x-3)^2} \right)$$

$$f'(2) = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{-7}{1} = -\frac{21}{4}$$

۱۳۹- احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر ۰/۹ و برای شخص B برابر ۰/۸ است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

(۱) ۰/۹۲ (۲) ۰/۹۴ (۳) ۰/۹۶ (۴) ۰/۹۸

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.9 + 0.8 - 0.72 = 0.98$$

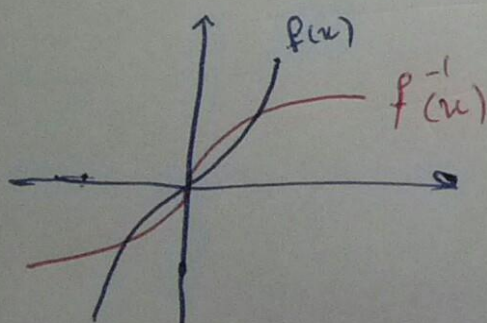
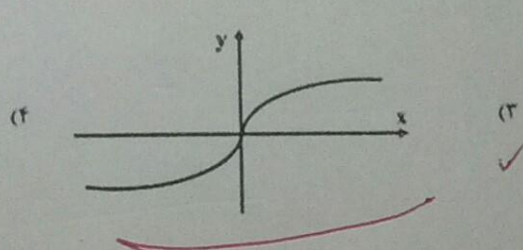
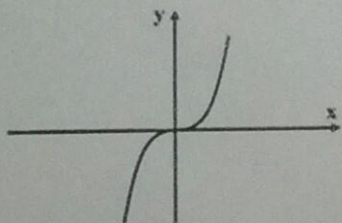
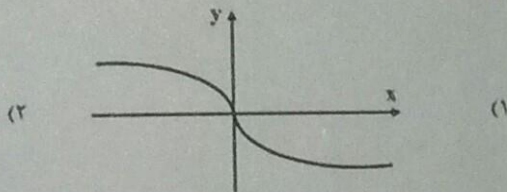
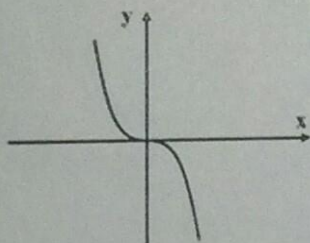
مستقل

۱۴۰- آزمایشی فقط دو نتیجه دارد، احتمال پیروزی در هر بار $\frac{3}{4}$ است. در تکرار ۶ بار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی

چند برابر احتمال ۳ پیروزی است؟

$$\frac{P(X=2)}{P(X=3)} = \frac{\binom{6}{2} \left(\frac{3}{4}\right)^2 \left(\frac{1}{4}\right)^4}{\binom{6}{3} \left(\frac{3}{4}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{2}$$

۱۴۱- اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



۱۴۲- در یک دنباله هندسی نزولی هر جمله آن، نصف مجموع تمام جملات بعدی است. قدر نسبت آن کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$$a_n = \frac{1}{r} (a_{n+1} + a_{n+2} + \dots) \Rightarrow a_n = \frac{1}{r} \times \frac{a_{n+1}}{1-q}$$

$$aq^{n-1} = \frac{1}{r} \times \frac{aq^n}{1-q} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{r-2q} \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

۱۴۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $2\sin^2 x + 2\cos x = 0$ کدام است؟

$k\pi - \frac{\pi}{3}$ (۴)

$2k\pi \pm \frac{5\pi}{6}$ (۳)

$2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۲)

$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۱)

$$2(1-\cos^2 x) + 2\cos x = 0 \Rightarrow -2\cos^2 x + 2\cos x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 2 \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

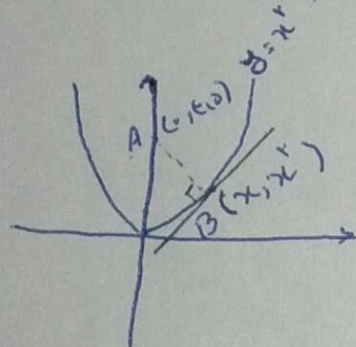
۱۴۴- از نقطه $A(0, 4/5)$ خطی بر منحنی $y = x^2$ عمود شده است. طول پای عمود با علامت مثبت، کدام است؟

$2/5$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

$2/2$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)



حاصلضرب
شیبها $= -1$

$$m_{AB} = \frac{x^2 - 4/5}{x - 0}$$

$$m_{\text{ماس}} = 2x$$

$$\Rightarrow 2x \times \frac{x^2 - 4/5}{x} = -1 \Rightarrow x^2 = 1/10 \Rightarrow x = \pm 1/\sqrt{10}$$

پای عمود با علامت مثبت $x = 1/\sqrt{10}$

۱۴۵- در نقطه‌ای از منحنی به معادله $x + \sqrt{xy} + y = 12$ ، خط مماس بر منحنی، عمود بر نیمساز ربع اول است. طول نقطه تماس، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$y' = \frac{-(1 + \frac{y}{2\sqrt{xy}})}{(\frac{x}{2\sqrt{xy}} + 1)}$$

$$\text{شیب نیمساز ربع اول} = 1 \Rightarrow y' = -1 \Rightarrow x = y$$

$$x + \sqrt{x^2} + x = 12 \Rightarrow 2x + |x| = 12 \Rightarrow x = 4$$

ربع اول مثبت

۱۴۶- مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x$ در بازه $[-4, 3]$ کدام است؟
 (۱) -18 و 24 (۲) -45 و 27 (۳) -36 و 27 (۴) -27 و 36

$$f'(x) = x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

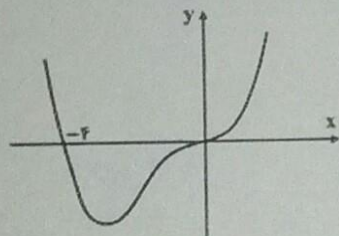
غلط (در بازه نیست)

$$f(-3) = 27 \text{ max}$$

$$f(-2) = \frac{71}{3}$$

$$f(3) = -25 \text{ min}$$

۱۴۷- شکل روبه رو، نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ است. با تعیین مقادیر a و b ، می نیمم تابع، کدام است؟



$$f'(-3) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f(-2) = 0 \Rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

- (۱) -36
 (۲) -32
 (۳) -27
 (۴) -24

$$f(x) = x^3 + 4x^2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

$$f(-\frac{4}{3}) = -\frac{256}{27}$$

۱۴۸- دایره ای به مرکز $(2, -1)$ و مماس بر خط به معادله $x - y = 1$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می کند؟
 (۱) 1 و 3 (۲) 1 و 4 (۳) 2 و 3 (۴) 4 و $1/5$

$$R = \frac{|2 + 1 - 1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 2$$

$$\begin{aligned} y=0 & \Rightarrow (x-2)^2 = 2-1=1 \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \rightarrow x=3 \\ x-2=-1 \rightarrow x=1 \end{cases} \end{aligned}$$

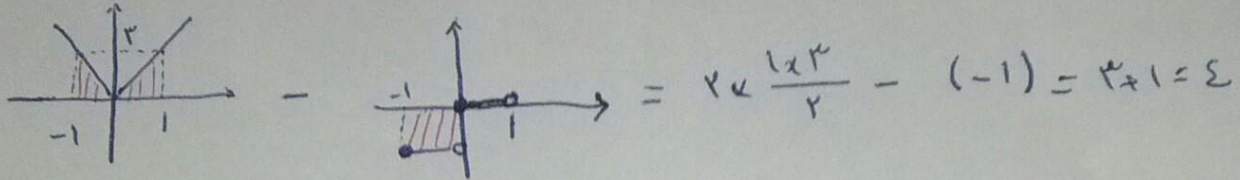
۱۴۹- به ازای کدام مقدار k ، خروج از مرکز هذلولی به معادله $kx^2 - 2y^2 + 4y = 4$ برابر $\sqrt{3}$ است؟
 (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

$$\frac{x^2}{\frac{4}{k}} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1$$

$$\sqrt{3} = \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{4}{k}}} \Rightarrow \sqrt{1 + \frac{k}{4}} = \sqrt{3} \Rightarrow k = 8$$

۱۵۰- حاصل $\int_{-1}^1 (|3x| - |x|) dx$ کدام است؟ (نماد | به مفهوم جزء صحیح است.)

۵ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) ۴



۱۵۱- اگر $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x})}{x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{x}} f(x) + C$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟

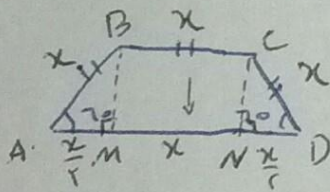
۲ (۱) $2x+2$ (۲) $2x-1$ (۳) $x-2$ (۴) $x+2$

$$= \int \frac{x\sqrt{x} - x + x - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int \left(\frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^2} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^2} \right) dx = \int (x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}) dx$$

$$= 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} + C = \frac{1}{\sqrt{x}} (2x+2) + C$$

۱۵۲- در دوزنقه متساوی الساقین، با زاویه 60° درجه، قاعده کوچکتر برابر ساق آن است. اگر محیط این دوزنقه 30 واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

۲۴ (۱) $24\sqrt{3}$ (۲) $24\sqrt{2}$ (۳) 48 (۴) 54



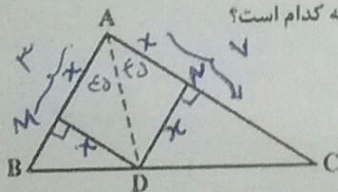
$$ND = AM = ED \text{ و } \angle D = 60^\circ \Rightarrow \frac{CD}{2} = \frac{x}{2}$$

$$\text{محیط} = 3x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 30 \Rightarrow x = 7$$

$$\text{ارتفاع} = BM = x \sin 60^\circ = 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{1}{2} \times (7+14) \times \frac{7\sqrt{3}}{2} = 21\sqrt{3}$$

۱۵۳- در مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}\sqrt{2}$

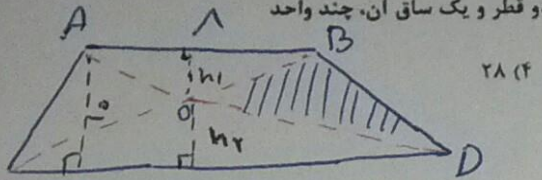


نقطه D در عمود بر اضلاع AB و AC

$$DNC \sim ABC \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{7-x}{7} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$AD = \text{مقدار مربع} = x\sqrt{2} = \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

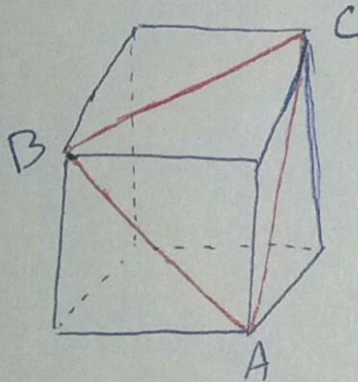
۱۵۴- در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟



$$S_{OBD} = S_{ABD} - S_{AOB} = \frac{12 \times 10}{2} - \frac{8 \times 8}{2} = 28$$

$\Delta AOB \sim \Delta COD \Rightarrow \frac{h_1}{8} = \frac{h_2}{12} \Rightarrow h_1 = \frac{2}{3} h_2$
 $h_1 + h_2 = 10 \Rightarrow \frac{2}{3} h_2 + h_2 = 10 \Rightarrow h_2 = 6, h_1 = 4$

۱۵۵- در یک مکعب به طول یال ۴ واحد، بر انتهای سه یال گذرا بر یک رأس، صفحه‌ای می‌گذرد. مساحت مقطع این صفحه با مکعب کدام است؟



مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC
طول عرض آن برابر قطر وجه مکعب است

$ساق\ مثلث = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 $مساحت\ مثلث\ متساوی\ الساقین = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}$