

RIAZISARA

حل تشریحی سوالات کنکور اردیبهشت 1403

گروه آزمایشی ریاضی و فنی



RIAZISARA

تهیه و تنظیم: عزیز اسدی

دانلود از سایت ریاضی سرا

مقادیر a ، $1+2a$ و $5-a$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر a جمله نخست این دنباله باشد، جمله نهم کدام است؟

(۱) $2/75$

(۲) $4/25$

(۳) $12/25$

(۴) $14/75$

$$a, 1+2a, 5-a$$

$$2(1+2a) = a + (5-a) \rightarrow 2+4a = 5 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

جمله n : $\frac{3}{2}, \frac{10}{2}, \frac{17}{2} \rightarrow d = \frac{7}{2}$

$$a_9 = a_1 + 1d = \frac{3}{2} + 1\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{10}{2} = 5$$

گزینه ۴

اگر P گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$ هم‌ارز منطقی کدام گزاره است؟

T (۲)

$\sim r$ (۳)

$\sim T$ (۴)

$$\begin{aligned}
 & (P \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q) \\
 \equiv & (\sim P \vee r) \Rightarrow (\sim r \vee q) \\
 \equiv & (P \wedge \sim r) \vee (\sim r \vee q) \\
 \equiv & (T \wedge \sim r) \vee (\sim r \vee T) \\
 \equiv & (\sim r) \vee (\sim r) \equiv \sim r
 \end{aligned}$$

گزینه ۳

نقاط $(-1/5, -4)$ و $(3, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\text{میانگین طول دو نقطه هم عرض} = \text{طول رأس کجی} \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{(-1/5) + 3}{2}$$

$$\rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{3}{2} \quad (S = \frac{-b}{a}) \quad \text{گزینه ۱}$$

توضیح: باید در صورت مسئله قید می نشده که تابع دو صفر دارد زیرا ممکن است دو نقطه داده شده روی یک کجی قرار بگیرد که اصلاً محور را قطع نکنند، یعنی صفر نداشته باشند.

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 + 2kx + 5 = 0$ برابر $\frac{4}{3}k$ است. مقدار $\left[\frac{k^2}{2} \right]$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{4}{3}k$$

$$\rightarrow 4k^2 - 20 = \frac{16}{9}k^2 \rightarrow \frac{20k^2}{9} = 20 \rightarrow k^2 = 9$$

$$\left[\frac{k^2}{2} \right] = \left[\frac{9}{2} \right] = 4 \quad \text{گزینه ۴}$$

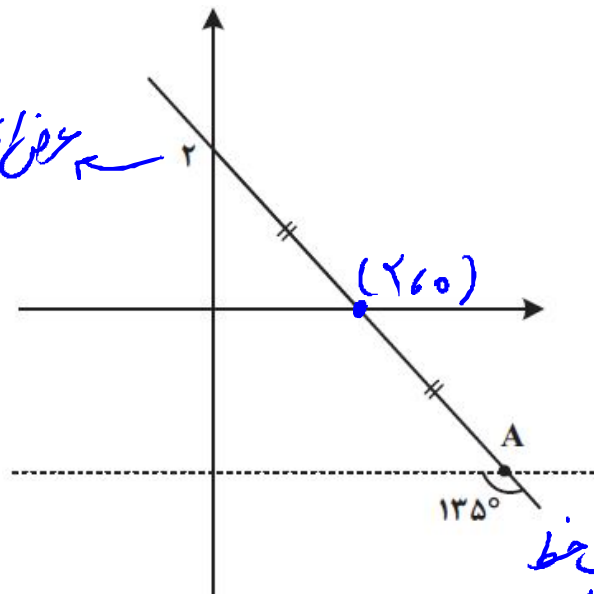
در شکل زیر، فاصله نقطه A از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $2\sqrt{5}$

۲) $3\sqrt{6}$

۳) $4\sqrt{3}$

۴) $5\sqrt{2}$



شیب خط: $m = \tan 135^\circ = -1$

معادله خط: $y = -x + 2$

$A(4, -2)$

$OA = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

گزینه ۱

برای چند مقدار صحیح و یک رقمی a ، جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ ، عددی صحیح است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \rightarrow \cancel{x} - a = a^2 + \cancel{x} - 2a\sqrt{x} \rightarrow a^2 + a(1 - 2\sqrt{x}) = 0$$

$$\rightarrow a(a + 1 - 2\sqrt{x}) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 2\sqrt{x} = \underbrace{a+1}_{\text{زوج}} \rightarrow a \text{ فرد است} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \end{cases}$$

→ ۲ جواب

گزینه ۲

اگر $f(x) = x^2 - [x]$ و $f(af(\sqrt{5})) = 2$ باشد، کدام می تواند مقدار a باشد؟

$$-\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 5 - 2 = 3$$

$$f(af(\sqrt{5})) = 2 \rightarrow f(3a) = 2 \rightarrow 9a^2 - [3a] = 2 \rightarrow [3a] = 9a^2 - 2$$

جایگزینی

- $\rightarrow a = \frac{1}{3} \rightarrow [1] = 1 - 2 \quad \times$
- $\rightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow [-1] = 1 - 2 \quad \checkmark$
- $\rightarrow a = \frac{1}{5} \rightarrow \left[\frac{3}{5}\right] = \frac{9}{25} - 2 \quad \times$
- $\rightarrow a = -\frac{1}{5} \rightarrow \left[-\frac{3}{5}\right] = \frac{9}{25} - 2 \quad \times$

گزینه ۲

به ازای کدام مقدار a ، نمودار تابع وارون تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$ خط $10y - x = -10$ را در نقطه‌ای به عرض 1 قطع می‌کند؟

۵ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

نقطه تقاطع $\rightarrow A(20, 1)$ $\rightarrow x = 20 \rightarrow 10(1) - x = -10 \rightarrow y = 1$

$f'(20) = 1 \rightarrow f(1) = 20 \rightarrow 1 + 6 + a + 1 = 20 \rightarrow a = 12$

گزینه ۲

اگر $\log_2(x^2 + 2x + 4) + \log_2(x - 2) = 3$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{2}} x$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$$\log_2(x^2 + 2x + 4)(x - 2) = 3 \rightarrow x^2 - 1 = 1 \rightarrow x^2 = 14 \rightarrow x = \sqrt{14}$$

$$\log_{\sqrt{2}} x = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{14} = \log_2 14 = 3$$

گزینه ۴

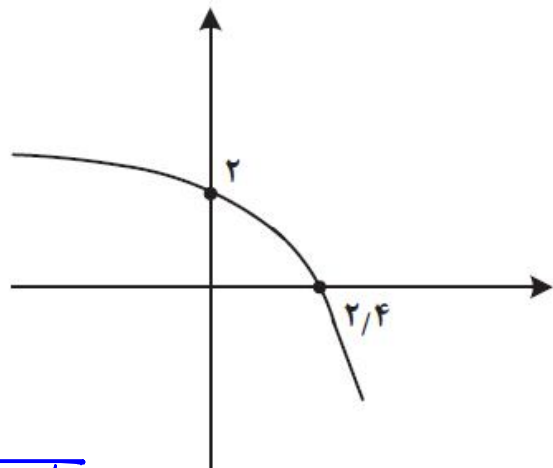
نمودار تابع $y = c + \log_{\Delta}(ax+b)$ به صورت زیر است. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$$\begin{cases} f(0) = 2 \rightarrow c + \log_{\Delta} b = 2 \\ f(2/4) = 0 \rightarrow c + \log_{\Delta} (2/4a + b) = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \log_{\Delta} b - \log_{\Delta} (2/4a + b) = 2 \rightarrow \log_{\Delta} \frac{b}{2/4a + b} = 2$$

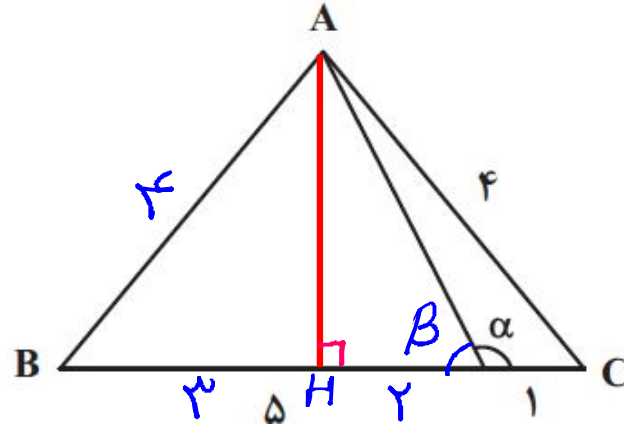
$$\rightarrow \frac{b}{2/4a + b} = \Delta^2 \rightarrow b = \Delta \cdot a + \Delta^2 b \rightarrow -\Delta^2 b = \Delta \cdot a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-\Delta^2}{\Delta} = \frac{-\Delta}{5}$$

- $-\frac{2}{5}$ (1)
 $-\frac{4}{5}$ (2)
 $-\frac{1}{5}$ (3)
 $-\frac{2}{10}$ (4)
 $-\frac{4}{10}$ (5)



گزینه 1

در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین است. مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



$$AH^2 = r^2 - 1^2 \rightarrow AH = \sqrt{4} = 2$$

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan \alpha = \tan(\pi - \beta) = -\tan \beta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

گزینه ۳

- (۱) $-\frac{2}{5}$
 (۲) $-\frac{2}{5}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
 (۵) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

حاصل عبارت $(3 \cos 4x + \sqrt{2} \sin x - \sqrt{2} \cos x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$3 \cos 4x + \sqrt{2} (\sin x - \cos x) = 3 \cos 4x + 2 \sin(x - \frac{\pi}{4})$$

$$= 3 \cos 4(\frac{\pi}{12}) + 2 \sin(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4}) = 3(\frac{1}{2}) + 2(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲

RIAZISARA

حاصل عبارت $\frac{\sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

$\sin^2 \alpha$ (۴)

$\cos^2 \alpha$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\begin{aligned} & \frac{(\sin^2 \alpha)^2 + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{(\cos^2 \alpha)^2 + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{(1 - \cos^2 \alpha)^2 + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{(1 - \sin^2 \alpha)^2 + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{1 - 2 \sin^2 \alpha + \sin^4 \alpha + 4 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{(1 + \cos^2 \alpha)^2}{1 + \cos^2 \alpha} - \frac{(1 + \sin^2 \alpha)^2}{1 + \sin^2 \alpha} = (1 + \cos^2 \alpha) - (1 + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \end{aligned}$$

گزینه ۳

مجموع جواب‌های معادله $\cos 2x + \sin^2 x = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\pi$ (۳) -3π (۴) -4π

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) + \sin^2 x = 0$$

$$\rightarrow \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x \in \left\{ -3\pi + \frac{\pi}{2}, -2\pi + \frac{\pi}{2}, -\pi + \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$$

مجموع $\rightarrow -4\pi$

گزینه ۴

مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - [x^2]}$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - x} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cancel{x-2}}{(\cancel{x-2})(x+2)} = \frac{1}{4}$$

$$0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

گزینه ۱

اگر $f(x) = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ و $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، نقطه تلاقی مجانب‌های نمودار تابع $f-g$ کدام است؟

(1, 0) (4)

(3, 1) (3)

(-3, 0) (2)

(-1, 1) (1)

$$(f-g)(x) = \frac{4}{(x-1)(x+3)} - \frac{1}{x-1} = \frac{4-x-3}{(x-1)(x+3)} = \frac{-x+1}{(x-1)(x+3)} = \frac{-1}{x+3} \quad (x \neq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{-1}{x+3} = 0 \rightarrow$$

مجاوب افقی: $y=0$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^{\pm}} \frac{-1}{x+3} = \mp \infty \rightarrow$$

مجاوب قائم: $x=-3$

تلاقی $\rightarrow (-3, 0)$

گزینه ۲

تابع

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)[x] + (3a^2-1)[-x] & x \notin \mathbb{Z} \\ b \sin\left(\frac{\pi}{a}\right) & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

روی مجموعه اعداد حقیقی

بررسی رادری $x=0$ بررسی کنیم

پیوسته است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= a-1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= -3a^2+1 \end{aligned} \right\} \rightarrow -3a^2+1 = a-1 \rightarrow 3a^2+a-2=0$$

(1) صفر

(2) 1

(3) 2

(4) 3

غیر

$$a = -1 \rightarrow b \sin(-\pi) = -2$$

$$a = \frac{2}{3} \rightarrow b \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{1}{3} \rightarrow b = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

حزین

(۱) صفر

اگر $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۱

$$g'(1) \times \frac{f(1)g(1) - g'(1)f(1)}{g'(1)}$$

$$= g'(1) \cdot \left(\frac{f}{g}\right)'(1)$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)' \cdot (0) = 0$$

گزینه ۱

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$= (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})$$

$$= x+1 - x = 1$$

$$\rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = 0$$

به ازای چند مقدار صحیح m تابع $y = \frac{mx+2}{x-1+m}$ روی بازه $(1, +\infty)$ نزولی است؟ ($m \neq 2$)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$y' = \frac{m(x-1+m) - (mx+2)}{(x-1+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x-1+m)^2} \leq 0$$

m	-1	2
$m^2 - m - 2$	$+$	$-$

$$\rightarrow -1 \leq m \leq 2$$

$$\left. \begin{array}{l} -1 \leq m \leq 2 \\ \text{مجاوب قائم: } x=1-m \leq 1 \rightarrow 0 \leq m \end{array} \right\} \xrightarrow{m \neq 2} m \in \{0, 1\}$$

گزینه ۲

$$f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$$

$x < a$

$x \geq a$

به ازای هر مقدار حقیقی و ناصفر a ، تابع

روی \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار ac کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = ab + c$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) = \frac{1}{a}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = ab + c \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) = \frac{1}{a} \end{array} \right\} \rightarrow ab + c = \frac{1}{a} \rightarrow ab + ac = 1 \quad (1)$$

-۱ (۱)

۱ (۲)

-۲ (۳)

۲ (۴)

$$f'(x) = \begin{cases} b & x < a \\ \frac{-1}{x^2} & x > a \end{cases}$$

$$f'_-(a) = f'_+(a) \rightarrow b = \frac{-1}{a^2} \rightarrow ab = -1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow -1 + ac = 1 \rightarrow ac = 2$$

گزینه ۲

RIAZISARA



خط مماس بر منحنی $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ در نقطه $(-1, -4)$ از منحنی عبور می‌کند. حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

○/۳ (۱)

○/۴ (۲)

○/۶ (۳)

○/۸ (۴)

در تابع درجه ۳ نقطه ای که مماس بر منحنی از آن عبور کند، نقطه عطف تابع است.

$$y' = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow y'' = 6x + 2a = 0 \xrightarrow{x=-1} -4 + 2a = 0 \rightarrow a = 3$$

$$-4 = -1 + 3 - b - 1 \rightarrow b = 5$$

نقطه $(-1, -4)$ روی نمودار تابع قرار دارد.

$$\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{5} = 0/6$$

گزینه ۳

یک کودک ۳ مکعب مستطیل یکسان با رنگ‌های مختلف دارد. او به چند طریق می‌تواند با روی هم قرار دادن یک یا چند تا از آنها یک ستون بسازد؟

۴۲ (۴)

۶۶ (۳)

۷۸ (۲)

۱۵ (۱)

نکته: هر مکعب مستطیل به دو حالت عمودی و افقی می‌تواند قرار گیرد.

$$۲ \times ۸ = ۱۶$$



① استفاده از حوضه مکعب: (ترتیب رنگ‌ها: ۳، ۱، ۲) ، حالت قرار دادن: ۲

$$۲ \times ۴ = ۸$$



② استفاده از دو مکعب: (ترتیب رنگ‌ها: ۳، ۲) ، حالت قرار دادن: ۲

$$۳ \times ۲ = ۶$$



③ استفاده از یک مکعب: (اشکال رنگ: ۳) ، حالت قرار دادن: ۲

$$۱۶ + ۸ + ۶ = ۳۰$$

گزینه ۲

دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال عدد ظاهر شده یکی از تاس ها اول بوده و مجموع آنها حداقل ۶ است؟

$$\frac{13}{18} \quad (4)$$

$$\frac{11}{18} \quad (3)$$

$$\frac{5}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (1)$$

سوال را در دو حالت بررسی می کنیم.

① دقیقاً یکی از تاس ها اول باشد و مجموع حداقل ۶ باشد:

$$A = \{(1, 5), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 6), (4, 2), (4, 3), (4, 6), (5, 1), (5, 4), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 5)\}$$

$$P(A) = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

② حداقل یکی از تاس ها اول و مجموع حداقل ۶ باشد:

$$B = A \cup \{(2, 5), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)\} \rightarrow P(B) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

جواب صحیح $\frac{7}{18}$ است که در گزینه ها نیست!! اصلاً منظور طراح گزینه ۲ است که اشتباه است!

میانگین دسته اول با ۴ داده برابر میانگین دسته دوم با ۵ داده است. یک داده از دسته اول را با یک داده از دسته دوم جابه جا می کنیم به طوری که میانگین دسته های جدید مجدداً برابر خواهند شد. اگر واریانس دسته اول قبل از جابه جایی داده ها برابر $1/25$ باشد، واریانس دسته اول بعد از جابه جایی داده ها کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۷۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

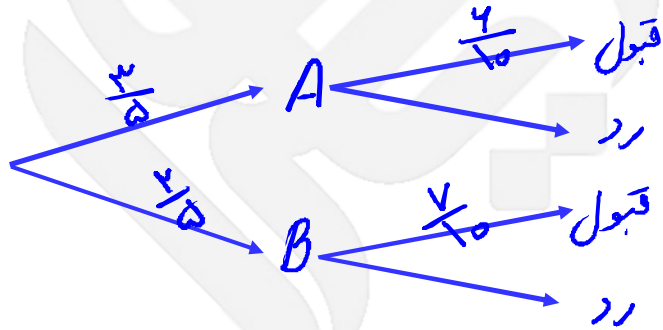
چون با جابجایی دو داده از دو دسته، میانگین تغییر نکرده، پس دو داده با هم برابر بوده اند.
بنابراین در کل داده ها تغییر نکرده اند و واریانس ثابت می ماند.

گزینه ۱

دانش آموزان دو مدرسه A و B در یک آزمون شرکت کرده‌اند. ۶۰ درصد از دانش آموزان مدرسه A و ۷۰ درصد از دانش آموزان مدرسه B در آزمون قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش آموزان مدرسه A، $\frac{3}{2}$ تعداد دانش آموزان مدرسه B باشد و فردی به تصادف از قبول شدگان انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد از مدرسه A است؟

$$\frac{3}{8} \quad (۴) \qquad \frac{5}{8} \quad (۳) \qquad \frac{7}{16} \quad (۲) \qquad \frac{9}{16} \quad (۱)$$

تعداد دانش آموزان مدرسه A، $\frac{3}{2}$ تعداد دانش آموزان مدرسه B $\rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$ ، $P(B) = \frac{2}{5}$



قانون بیز

$$P(A | \text{قبول}) = \frac{P(A \cap \text{قبول})}{P(\text{قبول})} = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{4}{10}}{\frac{3}{5} \times \frac{4}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{10}}$$

$$= \frac{\frac{12}{50}}{\frac{32}{50}} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8} \quad \text{گزینه ۱}$$

فاصله کدام نقطه از سه ضلع مثلث ABC، همواره یکسان است؟

- (۱) تلاقی سه ارتفاع (۲) تلاقی سه میانه (۳) تلاقی سه نیمساز (۴) تلاقی سه عمود منصف

نقطه‌ای که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن قرار دارد.

بنابراین نقطه‌ای که از سه ضلع یک مثلث به یک فاصله باشد، روی محل تلاقی ^۳ نیمساز قرار دارد (مرکز دایره محاطی مثلث)

گزینه ۳

در شکل زیر، $\widehat{DAE} = \widehat{ACD}$ و $BE = DC$ است. اندازه DC کدام می تواند باشد؟

$$\widehat{D} = \widehat{ACD} + A_1 = \widehat{DAE} + \widehat{A}_1$$

$$\xrightarrow{\text{ز}} \triangle AED \sim \triangle CEA$$

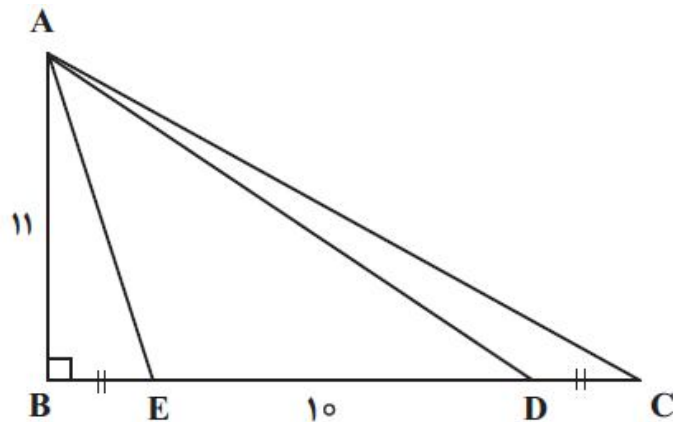
$$\frac{AE}{10+x} = \frac{10}{AE} \rightarrow AE^2 = 100 + 10x \quad (1)$$

$$ABE : AE^2 = 121 + x^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \rightarrow 121 + x^2 = 100 + 10x$$

$$\rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

گزیده ۲

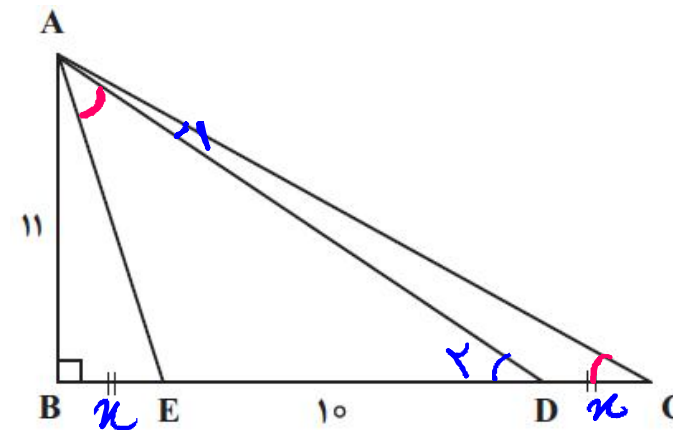


۸ (۱)

۷ (۲)

۶ (۳)

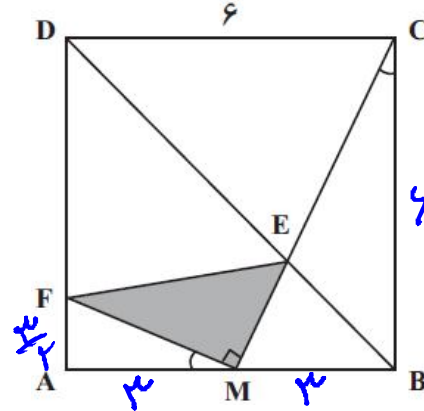
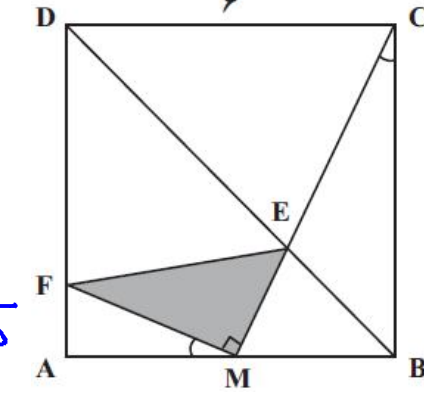
۵ (۴)



در مربع شکل زیر، نقطه M وسط ضلع AB و $\widehat{BCE} = \widehat{AMF}$ است.

مساحت مثلث سایه خورده کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{25}$
- (۲) $\frac{4}{25}$
- (۳) $\frac{3}{25}$
- (۴) $\frac{3}{25}$



$$\triangle MBC \sim \triangle FAM \quad (K=2) \rightarrow AF = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\triangle DEC \sim \triangle BEM \quad (K=2) \rightarrow CE = 2EM \quad (2)$$

$$MC^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \rightarrow MC = 5 \quad (3) \rightarrow ME = \frac{5}{2}$$

$$\triangle FME; FM^2 = 3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{36}{4} \rightarrow FM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$S_{MFE} = \frac{1}{2} (5) \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{15}{4} = 3.75 \quad \text{گزینه ۳}$$

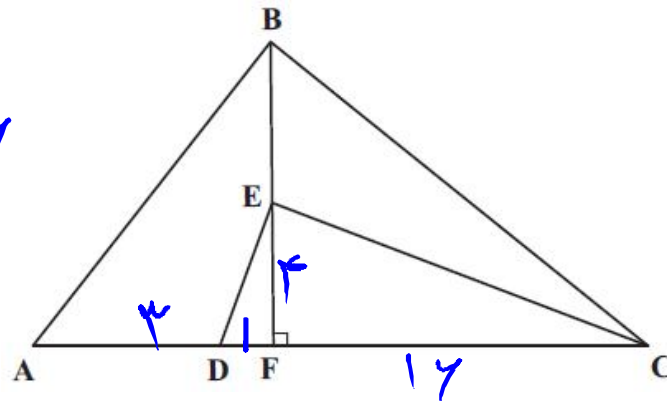
در شکل زیر، $\hat{A}BC = \hat{C}ED = 90^\circ$ است. اگر $AD = 3$ ، $EF = 4$ و $DF = 1$ باشد، اندازه BC کدام است؟

$$\Delta DEC : \underbrace{EF}_{14} = \underbrace{DF}_{1} \cdot FC \rightarrow FC = 14$$

$$\Delta ABC : BC^2 = FC \cdot AC = 14 \times 20$$

$$\rightarrow BC = \sqrt{14 \times 20} = 1\sqrt{5}$$

زنی



(1) $4\sqrt{6}$

(2) $10\sqrt{2}$

(3) $6\sqrt{3}$

(4) $1\sqrt{5}$

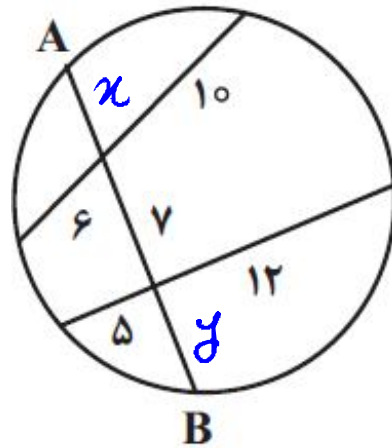
$$\begin{cases} x(v+y) = 10 \times 4 \\ y(v+x) = 12 \times 5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \cancel{v}x + \cancel{xy} = \cancel{vy} + \cancel{xy}$$

$$\rightarrow x=y \rightarrow x(v+x) = 40 \rightarrow \begin{cases} x=5 \checkmark \\ x=-12 \times \end{cases}$$

$$AB = 5 + 7 + 5 = 17$$

گزینه ۲



در شکل زیر، طول وتر AB کدام است؟

۱۶ (۱)

۱۷ (۲)

۱۸ (۳)

۱۹ (۴)

در کدام تبدیل، همواره جهت شکل حفظ می شود؟

تبدیل‌های دوران، انتقال و تجانس در حالت کلی جهت شکل را حفظ می‌کنند.

(۱) بازتاب

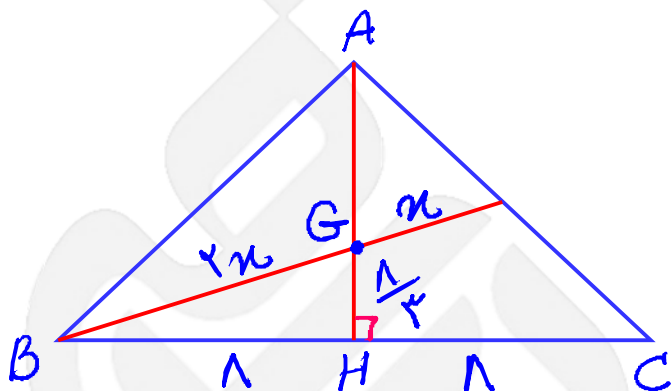
(۲) دوران

(۳) انتقال

(۴) تجانس

مسئله سوال ایراد دارد.

در یک مثلث متساوی الساقین، اندازه قاعده ۱۶ و اندازه میانه وارد بر آن، نصف قاعده است. اندازه میانه نظیر هر ساق کدام است؟



$$AH = 8$$

$$GH = \frac{1}{3} AH = \frac{8}{3}$$

$$(2x)^2 = 8^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2$$

$$4x^2 = 64 + \frac{64}{9}$$

$$x^2 = 14 + \frac{14}{9} = \frac{140}{9} \rightarrow x = \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

$$\rightarrow 3x = 4\sqrt{10}$$

گزینه ۴

$$\frac{11}{2}\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{7}{2}\sqrt{10} \quad (2)$$

$$6\sqrt{5} \quad (3)$$

$$4\sqrt{10} \quad (4)$$

در مثلث نقطه تلاقی میانه‌ها،
 آنرا نسبت ۲ به ۱ تقسیم
 می‌کند.

اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۲ و $AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل ضرب درایه‌های

غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس $B - \frac{3}{2}A \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}$ کدام است؟

بافرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، شرایطی که برقرار است.

- (۱) ۳
- (۲) -۳
- (۳) ۹
- (۴) -۹

$$I \times \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \frac{3}{2} I \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & \frac{4}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ? & 1 \\ -\frac{3}{2} & ? \end{bmatrix} - \frac{3}{2} \begin{bmatrix} ? & \frac{14}{3} \\ \frac{14}{3} & ? \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ? & -2 \\ -\frac{3}{2} & ? \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)(-2) = +3$$

گزینه ۳

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، سطر سوم ماتریس A^3 کدام است؟

$$A^2 = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ - & - & - \\ -10 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & [-10 \quad 1 \quad 5] \quad (1) \\ & [-10 \quad 1 \quad 7] \quad (2) \\ & [7 \quad 5 \quad -5] \quad (3) \\ & [7 \quad 5 \quad -2] \quad (4) \end{aligned}$$

گزینه ۲

کانون‌های یک بیضی نقاطی با طول $x = 3$ و $x = -3$ روی محور x ها هستند.

اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{3}$ باشد، طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

$$2c = (3) - (-3) = 6 \rightarrow c = 3$$

$$\frac{c}{a} = \frac{1}{3} \xrightarrow{c=3} a = 9$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 81 = b^2 + 9$$

$$\rightarrow b = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \rightarrow \text{قطر کوچک: } 2b = 12\sqrt{2}$$

گزینه ۲

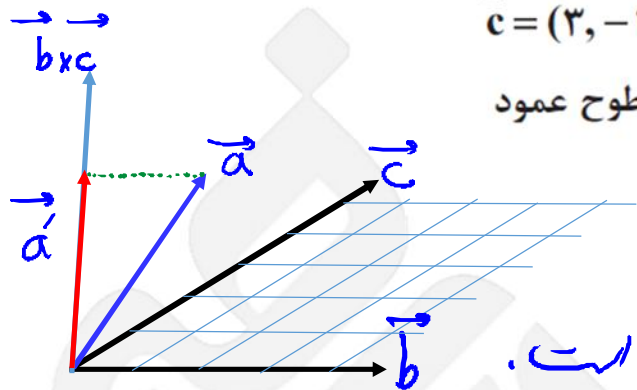
۱۵√۲ (۱)

۱۲√۲ (۲)

۸√۲ (۳)

۶√۲ (۴)

یک متوازی السطوح توسط بردارهای $\vec{c} = (3, -2, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 2, 3)$ ، $\vec{a} = (2, -3, 4)$ تولید شده و صفحه P شامل بردارهای b و c است. اندازه ارتفاع این متوازی السطوح عمود بر صفحه P، کدام است؟



اندازه ارتفاع متوازی السطوح، اندازه تصویر بردار \vec{a} روی بردار $\vec{b} \times \vec{c}$ است.

(1) $\sqrt{5}$

(2) $5\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(4) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

$$\vec{b} \times \vec{c} = (11, 10, -4)$$

$$\vec{a}' = \frac{(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}}{|\vec{b} \times \vec{c}|} (\vec{b} \times \vec{c})$$

$$\vec{a}' = \frac{12 - 20 - 12}{11^2 + 10^2 + (-4)^2} (11, 10, -4) = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right) \rightarrow |\vec{a}'| = \sqrt{\frac{12}{9} + \frac{25}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{5}$$

گزینه 1

یک عدد پنج رقمی با استفاده از دو عدد متوالی کمتر از ۱۰ نوشته شده است.
 اگر مجموع ارقام آن عدد به صورت $23n + 1$ باشد، چند عدد پنج رقمی با این

ویژگی وجود دارد؟

$$n=0 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 \quad \checkmark$$

$$n=1 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 24 \quad \checkmark$$

$$n=2 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 47 \quad \times$$

⋮

مجموع ارقام باید ۱ یا ۲۴ باشد، زیرا مجموع

پنج رقم کمتر از ۴۷ است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۶ (۴)

حالت ① مجموع ارقام = ۱ ← عدد مورد نظر ۱۰۰۰۰۰ ← ۱ (۰.....)

حالت ② مجموع ارقام = ۲۴ ← ارقام مورد نظر ۴، ۵، ۵، ۵، ۵ ← ۵ حالت

$$1 + 5 = 6$$

گزینه ۴

اگر m کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{407r + 592s \mid r, s \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموع ارقام m کدام است؟

۱) (۴)

۲) (۳)

۳) (۲)

۴) (۱)

$$407r + 592s = 37(11r + 16s) = 37$$

کمترین مقدار = ۱ +

به ازای $r=3, s=-2$

→ مجموع ارقام = ۱۰

گزینه ۳

حداقل چند عدد از مجموعه $\{20, \dots, 13, 12, 9, \dots, 4, 3\}$ انتخاب کنیم تا مطمئن شویم حداقل دو عدد از آنها دارای مقسوم علیه مشترک غیر یک هستند؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

هیچ کدام از ۴ عدد اول مجموع $\{19, 17, 13, 7, 5, 3\}$ مقسوم علیه مشترک ندارند.

در بدترین حالت اگر یکی از اعداد مجموع $\{12, 14\}$ نیز به مجموع بالا اضافه شود، باز هم هیچ دو عضوی از مجموع ۷ مقسوم علیه مشترک ندارند. از میان اعداد باقی ماند حرکت کردیم

رایه مجموع اضافه کنیم حداقل با یکی از اعداد مجموع، مقسوم علیه مشترک دارد. بنابراین

باید حداقل ۸ عضو از مجموع داده شده انتخاب شود.

گزینه ۲

در گراف G ، $|V(G)| = 8$ و $|E(G)| = 24$ است. کمترین مقدار ممکن برای $\delta(G)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$|V(G)| = 8$ ، بنابراین گراف کامل K_8 دارای $\binom{8}{2} = 28$ یال است .

کمترین مقدار $\delta(G)$ مربوط به حالتی است که ۴ یال را از بین رأس

گزینه ۳

حذف کنیم. بنابراین $\delta(G) = 28 - 4 = 24$

کلاس های آنلاین ریاضی سرا

متوسطه اول

متوسطه دوم

کنکور



مدرس:

عزیز اسدی

هماهنگی: ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲