



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

بنام خدا

محسن خوارزمی دبیر طرح کنکور تیزهوشان لاهیجان

ریاضی

(صفحه اول)

« نکات مهم کلاسی »

استاد خوارزمی

دانلود از سایت ریاضی سارا

www.riazisara.ir

۱۰۱- اگر $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$ باشند حاصل عبارت $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ کدام است.

جواب گزینه ۴

۶۱۱

$$\begin{aligned} (2) \quad (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2 \beta^2 &= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2 \beta^2 \\ &= 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + (\sqrt[4]{16-14})^2 \\ &= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

۱۰۲- با ازای کدام مجموعه مقادیر m معضی به معادله $g = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$ محور x را در دو نقطه به طول های منفی قطع می کند.

جواب گزینه ۴

$m > 2$

$$\begin{aligned} (1) \quad -1 < m < 2 &\Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \\ (2) \quad m < -1 &\Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \Rightarrow m > 2 \\ (3) \quad m \text{ هر مقدار} & \\ (4) \quad m \text{ هیچ مقدار} & \end{aligned}$$

بنابراین $\Delta > 0$ نیاز به بررسی نیست $\Rightarrow$ جوابی برای m نداریم $\Rightarrow$ ۲ و ۱ از $\Rightarrow$

۱۰۳- نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^x + b$ و $g(x) = (\frac{1}{9})^x$ در نقطه ای به طول ۱- متقاطع هستند اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد مقدار $f^{-1}(27)$ کدام است.

جواب گزینه ۲

-۳

$$(1) \quad f(-1) = g(-1) \Rightarrow 3^{-a+b} = (\frac{1}{9})^{-1} = 3^2 \Rightarrow a+b=2$$

-۲

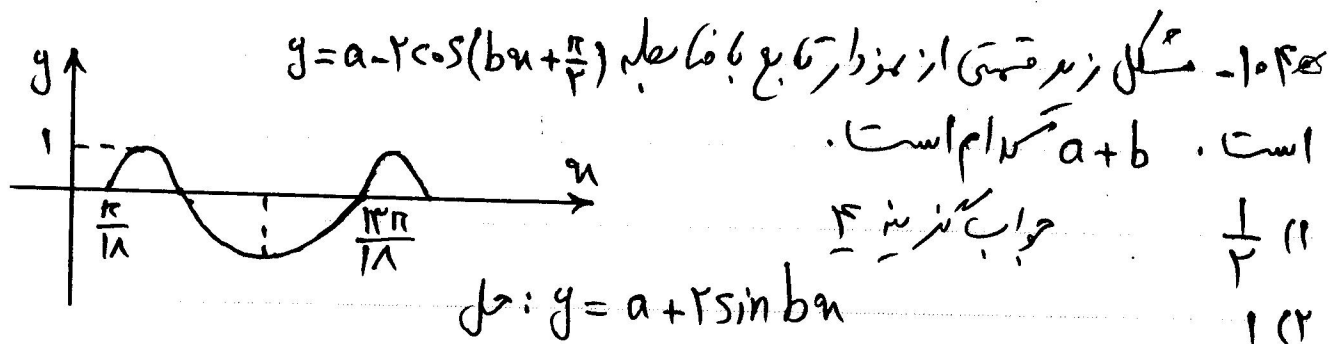
$$(2) \quad f(2) = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a+b=-1$$

۱

$$(3) \quad 2 \text{ از } \Rightarrow a=-1, b=1 \Rightarrow f(x)=27=3^3 \Rightarrow -x+1=3 \Rightarrow x=-2$$

۳

ریاضی (صفحه دوم) نکات مهم کلاسی



$\max = 1 \Rightarrow a + 2 = 1 \Rightarrow a = -1$ (۱)
 $y = 0 \Rightarrow 2 \sin bx = 1 \Rightarrow \sin bx = \frac{1}{2} \Rightarrow bx = \frac{\pi}{6}$ (۲)
 $b(\frac{\pi}{18}) = \frac{\pi}{6} \Rightarrow b = 3$ (۳) $\Rightarrow a+b=2$ (۴)

۱۰۵- اگر عبارت $ax^2 + 4x^2 - 14x + 10 - a$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، a کدام است.

جواب گزینه ۲

حل: $f(1) = 0 \Rightarrow a + 4 - 14 + 10 - a = 0$ همواره برقرار

$f'(1) = 0 \Rightarrow 2a + 1 - 14 = 0 \Rightarrow a = 2$ (۱)
 (۲)
 (۳)
 (۴)

۱۰۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{3x+4} > 2|x-1| - 9$ بازه (a, b) باشد، طول وسط این بازه کدام است.

جواب گزینه ۳

حل: $y = \begin{cases} x-2 & x \geq 1 \\ -3x+2 & x < 1 \end{cases}$

$\sqrt{3x+4} = -3x+2 \Rightarrow x=0$ طرفین به توان ۲
 $\sqrt{3x+4} = x-2 \Rightarrow x=7$
 $(a, b) = (0, 7) \Rightarrow \text{وسط} = \frac{0+7}{2} = \frac{7}{2}$ (۱)
 (۲)
 (۳)
 (۴)

۱۰۷- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ برابر کدام صورت بوده است.

جواب گزینه ۱: $[-2, 0) \cup (3, 5]$ (۱)

حل: $1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1$ $[-2, 0] \cup (3, 5)$ (۲)

$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow (x - 5)(x + 2) \leq 0$ $[-2, 5]$ (۳)

$\Rightarrow -2 \leq x \leq 5$ (۱) $(0, 5]$ (۴)

$0 < x^2 - 3x \Rightarrow x(x - 3) > 0 \Rightarrow x < 0$ یا $x > 3$ (۲)

از ۱ و ۲ $\Rightarrow x \in [-2, 0) \cup (3, 5]$

۱۰۸- مجموعه کما جواب که معادله مثلثاتی $\sin^4 x = \cos^4 x$ در بازه $[0, \pi]$ برابری کدام است.

حل: $2 \sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$\cos^2 x (2 \sin^2 x + 1) = 0$ جواب گزینه ۳: $\frac{7\pi}{4}$ (۱)

$\cos^2 x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ (۲)

$\sin^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4}$ و $\frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12}$ و $\frac{11\pi}{12}$ (۳)

$\Rightarrow$ مجموعه جوابها $= \frac{5\pi}{12}$ (۴)

۱۰۹- نمودار تابع $y = \cos(\tan^{-1} x)$ و خط مماس در $y = mx$ به ازای کدام مجموعه

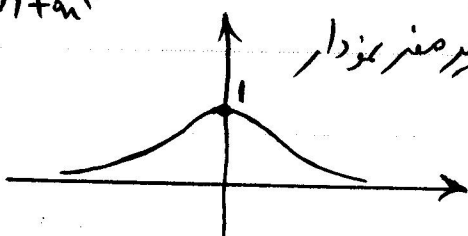
مقادیر m در یک نقطه مشترک هستند. $\tan^{-1} x = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = x$ حل:

$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ $r = \sqrt{1+x^2}$ جواب گزینه ۱: $(-\infty, +\infty) - \{0\}$ (۱)

$(-\infty, +\infty)$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = m \Rightarrow$ از طریق رسم نمودار $(-\infty, 0)$ (۳)

$(0, +\infty)$ (۴)



در خط مماس در $y = mx$ به ازای $m \in \mathbb{R} - \{0\}$ در یک نقطه قطع می‌کند.

نکات مهم کلاسی (صفحه چهارم)

ریاضی

۱۱۰- حد عبارت $\left[\tan^n x \right] \cos^3 x + \left[\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$ وقتی $\frac{\pi}{3} \rightarrow x$ کدام است؟

حل: (نادر [] : مفهوم جز صریح است) $\Rightarrow [0+] \cos \pi + [3+] = 3$ حد راست

۱(۱) جواب گزینیه ۳ $\Rightarrow [0-] \cos \pi + [3-] = (-1)(-1) + 2 = 3$ حد چپ

۲(۲)

۳(۳)

۴(۴) حد ندارد

۱۱۱- تعداد نقاط ناپیوسته تابع با ضابطه $f(x) = [x^2]$ در بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

حل: جواب گزینیه ۳

۳(۱) حل از طریق رسم نمودار تابع $y = [x^2]$

۴(۲) در دامنه $[-1, 2]$ شامل ۵ نقطه

۵(۳) ناپیوسته است.

۶(۴)

۱۱۲- برای اینکه تمام مماس بر خط $y = m(x+2)$ موازی یکی از خطوط $y = \sqrt{1+x^2}$ باشد، m باید در چه بازه‌ای قرار گیرد؟

حل: $y = \sqrt{1+x^2}$ است. $\Rightarrow f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ $\Rightarrow -1 < f'(x) < 1$

۱(۱) $m > -1$ جواب گزینیه ۱

۲(۲) $m < -1$

۳(۳) $m > 1$

۴(۴) $m < 1$

حل با نامعادله: $| \frac{m}{m+2} | < 1 \xrightarrow{m \neq -2} |m| < |m+2| \xrightarrow{\text{حل نامعادله}} m^2 < m^2 + 4m + 4 \Rightarrow m > -1$

۱۱۳- دنباله $\left\{ \frac{n^2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} \right\}$ چگونه است. (۱) غیر یکنوا - واکترا

حل: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + (-1)^n}{2n^2 + 2} = \frac{1}{2}$ (۲) غیر یکنوا - واکترا

جواب نرینه ۲ (۳) نردکی - واکترا

و ... $a_1 = 0$ و $a_2 = \frac{5}{2}$ و $a_3 = \frac{1}{10}$ (۴) صعودی - واکترا

جواب نرینه ۱ جواب نرینه ۲

۱۱۴- حد عبارت $\frac{1}{n^2} (1 - n^2 \left[\frac{1}{n^2} \right])$ وقتی $n \rightarrow \infty$ کدام است؟ (۱) []

ب مفهوم جذب صحت است (۱) صفر

حل: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (1 - n^2 \left[\frac{1}{n^2} \right])$ (۲) ۱

جواب نرینه ۴ (۳) ۵

حد دارد $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} - \left[\frac{1}{n^2} \right] \right) =$ (۴) حد ندارد

توجه: $0 < u - [u] < 1$ (۴) حد ندارد

۱۱۵- بزرگترین کران پایین دنباله $\left\{ \frac{2n+1}{3n+1} \right\}$ کدام است.

حل: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+1} = \frac{2}{3}$ (۱) $\frac{2}{3}$

جواب نرینه ۱ (۲) $\frac{5}{3}$

یکنوا ۱ - ریه منجر $3n+1 = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3} < 1$ (۳) $\frac{4}{3}$

نردکی $y' = \frac{4n+2-4n-3}{(3n+1)^2} = \frac{-1}{(3n+1)^2} < 0$ (۴) ۱

بزرگترین کران حد آن $\Rightarrow$ چون دنباله نردکی است

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+1} = \frac{2}{3}$

محسن خوات دبیر طرح کنکور تنزهه‌های لاهیجان ۰۹۱۱۳۴۱۰۰۶۰

(صفحه ۱) نکات مهم کلاسی

ریاضی

۱۱۶ - خط مماس به معادله $y = \sqrt[3]{18x^3 + 2x^2}$ مماس بر کدام یک از این نقاط است

جواب: گزینه ۱ - $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{18x^3 + 2x^2} = \sqrt[3]{18} (x + \frac{2}{3x})$

$$x \rightarrow \infty$$

$$y = 2x + \frac{1}{6}$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} (1)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

$$\frac{5}{6} (4)$$

۱۱۷ - اگر $f(x) = \frac{1}{x} (x + \sqrt{x^2 + 4})$ باشد حاصل $f^{-1}(x) + f^{-1}(\frac{1}{x})$ کدام است

جواب: گزینه ۴

$$f(x) = \frac{1}{x} (\sqrt{x^2 + 4} + x)$$

$\Rightarrow$

$$f(-x) = \frac{1}{-x} (\sqrt{x^2 + 4} - x)$$

$$f(x) \cdot f(-x) = \frac{1}{x^2} (x^2 + 4 - x^2) = 1$$

نکته: در تابع $f(x)$ اگر x قدرش شود y معکوس می شود بنا بر این در تابع

$f^{-1}(x)$ اگر x معکوس شود y قدرش می شود یعنی: $f^{-1}(x) + f^{-1}(\frac{1}{x}) = 0$

است

$$2x (1)$$

$$\frac{2}{x} (2)$$

$$x^2 - 1 (3)$$

$$0 (4)$$

۱۱۸ - خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = (x+2)e^{1-x}$ در نقطه $x=1$ با خطی

که این نقطه تماس را به مبدا مختصات وصل کند زاویه α می سازد. $\tan \alpha$ کدام است

جواب: گزینه ۲ - $x=1 \Rightarrow y = (1+2)e^0 = 3$

نقطه تماس $(1, 3)$

$$(1, 3), (0, 0) \Rightarrow m = \frac{3-0}{1-0} = 3$$

$$m' = f'(1) = (1)e^0 + (-1)e^0(3) = 1 - 3 = -2$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| = 1$$

$$1 (1)$$

$$1/5 (2)$$

$$2 (3)$$

«نکات مهم کلاسی» (صفحه هفتم)

ریاضی

۱۱۹- خط مماس را $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ بر منحنی $y = f(x)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 4f(x)}{x - 2}$ کدام است.

جواب گزینه ۳

$$\text{حل - } f(2) = 3(2) - 2 = 4, \quad f'(2) = 3 \quad 3(1)$$

$$\text{H.o.p } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f'(x)f(x) - 4f'(x)}{x - 2} = 2(3)(4) - 4(3) = 12 \quad 4(2)$$

۱۵(۴)

۱۲۰- طول نقطه عطف نمودار تابع $y = (5 - x)\sqrt{x^2}$ کدام است.

$$\text{حل - } y' = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} \quad \text{جواب گزینه ۱} \quad -1(1)$$

$$y'' = -\frac{1}{9}x^{-\frac{4}{3}} - \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{9}\left(\frac{1}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \frac{-10(1+x)}{9x\sqrt{x}} \quad 0(2)$$

$$y'' = 0 \Rightarrow x = -1 \quad 1(3)$$

۲(۴)

۱۲۱- در سخت کبی قیف به شکل مخروط قائم به حجم $\frac{\pi}{3}$ با کدام ارتفاع کمترین مقدار جنس مصرف می شود. جواب گزینه ۳

$$\text{حل - } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{h} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

$$s = \pi \cdot r \cdot l \quad l = \sqrt{r^2 + h^2} \Rightarrow s = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} \quad 1(2)$$

$$s = \pi \sqrt{r^2(r^2 + h^2)} \quad r^2 = \frac{1}{h} \Rightarrow \pi \sqrt{\frac{1}{h}\left(\frac{1}{h} + h^2\right)} = \pi \sqrt{\frac{1}{h^2} + h} \quad \sqrt{2} (3)$$

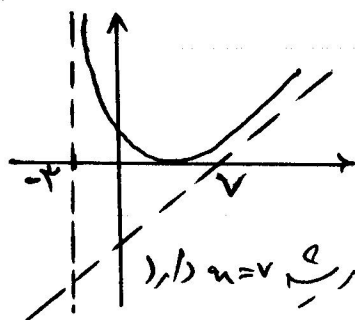
$$s' = 0 \Rightarrow \pi \times \frac{-\frac{1}{h^2} + h^2}{2h^2 \times \sqrt{\frac{1}{h^2} + h}} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{h^2} + h^2 = 0 \Rightarrow h = \sqrt[3]{2}$$

محسن حوات - دبیر مطرح کنکور تیزهوشان (۱۳۹۵) ۰۹۱۱۳۴۱۰۰۷۰

ریاضی (مفاهیم) نکات مهم کلاسی

ریاضی

۱۲۲- شکل روبه روی قسمتی از نمودار تابع ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + c}$ است. b کدام



جواب: $a = -3$ و $b = 4$

۱۱۱- $c = 3 \Rightarrow$ ریشه منفرجه $x = -3$

۴۲۲- $y = x + a - 3$ (خط مماس) تقسیم صورت بر مخرج

۶۲۳- $a = -4 \Rightarrow 0 = x + a - 3 \Rightarrow x = 7$ (ریشه دارد)

۹۱۴- $a^2 - 4b = 0 \Rightarrow$ نمودار بر محور x مماس است پس ریشه

مفاسف در صورت دارد $16 - 4b = 0 \Rightarrow b = 4$

۱۲۳- مقدار میانگین تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2}$ بر بازه $[2, 4]$ کدام است.

$$\text{حل: } f(c) = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b-a} = \frac{\int_2^4 \frac{x^2 - 2}{x^2} dx}{4-2} = \frac{\int_2^4 (1 - 2x^{-2}) dx}{2} = \frac{(x + \frac{2}{x}) \Big|_2^4}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

۱۱۱- $\frac{3}{4}$ جواب: $\frac{3}{4}$

۱۲- $\frac{11}{16}$

۱۳- $\frac{3}{4}$

۱۴- $\frac{5}{8}$

۱۲۴- $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin^2 x} dx$ کدام است.

حل: $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos^2 x}{2 \sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 x dx$$

حسن خواسته - دبیر طرح کنکور

$$= -\cot x - x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

تیزهوشان لاهیجان
۰۹۱۱۳۴۱۰۰۶۰