



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

1-1 - اگر $\alpha^4 + \beta^4 - \alpha\beta$, $\alpha^4 + \beta^4 + \alpha\beta$ باشند حاصل عبارت $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2} + 4}$ و $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2} - 4}$. کدام است؟

$$7\sqrt{2} \quad (4)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\alpha^2 + \beta^2)^2 - \alpha^2\beta^2 &= \alpha^4 + \beta^4 + \alpha^2\beta^2 = 3\sqrt{2} - 4 + 3\sqrt{2} + 4 + (\sqrt[4]{18-16})^2 \\ &= 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

1-2 - به ازای کدام مجموعه مقادیر m , منحنی به معادله $y = (m-2)x^3 - 2(m+1)x + 12$, محور x را در دو نقطه به طول‌های منفی، قطع می‌کند؟

$$4) \text{ هیچ مقدار } m \quad (4)$$

$$m \text{ هر مقدار} \quad (3)$$

$$-1 < m < 2 \quad (2)$$

$$m > 2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta > 0 &\rightarrow \text{ضرب ریشه‌ها} - \text{مجموع ریشه‌ها} && \text{جمعیت اسیدی ندارد} \\ \Rightarrow S < 0 &\rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \rightarrow -1 < m < 2 && \checkmark \\ \Rightarrow P > 0 &\rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \rightarrow m > 2 && \cancel{\checkmark} \\ \Rightarrow \Delta > 0 &\quad \cancel{\underline{\quad}} && \cancel{\checkmark} \end{aligned}$$

1-3 - تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3$ و $g(x) = (\frac{1}{9})^x$, در نقاطی به طول ۱- متقطع هستند. اگر

پاشد، مقدار $f^{-1}(27)$, کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

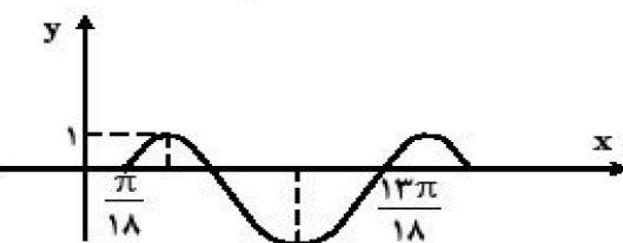
$$1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} f(2) = \frac{1}{3} &\rightarrow 3^{\frac{2a+b}{3}} = 3^{-1} \rightarrow 2a+b = -1 \rightarrow a = -1 \rightarrow \\ g(-1) = 9 &= f(-1) \rightarrow 3^{-a+b} = 3^2 \rightarrow -a+b = 2 \rightarrow b = 1 \rightarrow \\ \Rightarrow f(x) = 3^{\frac{-x+1}{3}} &= 27 = 3^3 \rightarrow \boxed{x = -2} \quad f(-2) = -2 \end{aligned}$$

1-4 - شکل زیر، قسمتی از تابع $y = a - 2\cos(bx + \frac{\pi}{2})$, کدام است.



- $\frac{1}{2} \quad (1)$
- $1 \quad (2)$
- $\frac{3}{2} \quad (3)$
- $2 \quad (4)$

$$f = a - 2\cos(bx + \frac{\pi}{2}) = a + 2\sin bx$$

$$\max y = 1 \Rightarrow a + 2(1) = 1 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$y = 0 \Rightarrow 2\sin bx = -1 \Rightarrow \sin bx = -\frac{1}{2} \Rightarrow bx = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$b = \frac{\pi}{6} \times \frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{6} \times \frac{18}{\pi} = 3 \quad \boxed{b = 3}$$

$$\boxed{a+b = 2}$$

- ۱۰۵ - اگر عبارت $x^3 - 2x + 1$, پخش پذیر باشد، a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 \quad P(1) = a+4-14+10-a=0$$

$$\begin{aligned} P'(1) = 0 &\Rightarrow 3x^2 + 8x - 14 = P'(x) \\ &\Rightarrow 3a + 8 - 14 = 0 \Rightarrow \boxed{a=2} \end{aligned}$$

- ۱۰۶ - اگر مجموعه جواب نامعادله $\sqrt{3x+4} > 2|x-1| - x$ باشد، طول وسط این بازه، کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{3x+4} > 2x - 2 - x \Rightarrow 3x+4 > x^2 - 4x + 4 \quad !$$

$$x^2 - 7x < 0 \Rightarrow \boxed{1 < x < 7} \quad ①$$

$$x < 1 \Rightarrow \sqrt{3x+4} > 2 - 3x \Rightarrow 3x+4 > 4 - 12x + 9x^2$$

$$9x^2 - 15x < 0 \Rightarrow \boxed{x < \frac{5}{3}} \quad ②$$

$$① \cup ② \Rightarrow (0, 7) \Rightarrow \boxed{\text{وسط بازه} = \frac{7}{2}}$$

- ۱۰۷ - دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^3 - 3x)}$

(۰, ۵] (۴)

[-۲, ۳] (۳)

[-۲, ۰] \cup (۳, ۵) (۲)

[-۲, ۰] \cup (۳, ۵) (۱)

$$① \quad 1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1 \Rightarrow$$

$$x^2 - 3x \leq 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 5$$

$$② \quad x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ و } x > 3$$

$$① \cap ② \Rightarrow \boxed{[-2, 0) \cup (3, 5]}$$

- ۱۰۸ - مجموع تمام جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin 4x = \sin^2 x - \cos^2 x$, در بازه $[0, \pi]$, برابر کدام است؟

$\frac{11\pi}{4}$ (۴)

$\frac{5\pi}{4}$ (۳)

$\frac{9\pi}{4}$ (۲)

$\frac{7\pi}{4}$ (۱)

$$\sin 4x = \sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow \sin 4x = -\cos 2x \Rightarrow 2\cos 2x \sin 2x + \cos 2x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 0 \quad x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

$$\cos 2x (2\sin 2x + 1) = 0 \Rightarrow 2\sin 2x + 1 = 0 \quad x = \frac{7\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} = \boxed{\frac{5\pi}{2}}$$

۱۰۹- نمودار تابع $y = \cos(\tan^{-1} x)$ و خط به معادله $y = mx$ ، به ازای کدام مجموعه مقادیر m در یک نقطه مشترک هستند؟

(۰, +∞) (۴)

(-∞, ۰) (۳)

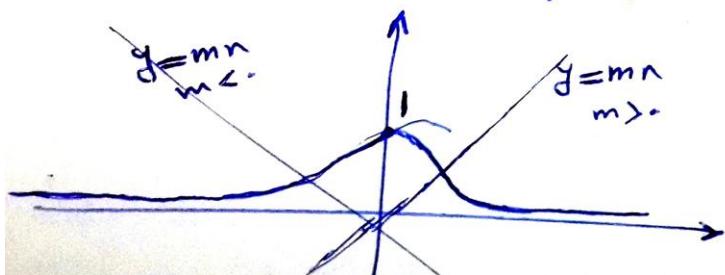
(-∞, +∞) (۲)

(-∞, +∞) - {۰} (۱)

$$\cos(\tan^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} = mx$$

$m \neq 0$
جهل سمت چپ همچو صفر نیست

$$\Rightarrow (-\infty, +\infty) - \{0\}$$



۱۱۰- حد عبارت $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} [\sin(x - \frac{\pi}{3})] \cos^3 x + [\tan^2 x]$ کدام است؟ (نماد) [به مفهوم جزء صحیح است.]

۴) حد ندارد.

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\text{حد راست} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \overset{\infty}{\underset{-1}{\sim}} [\sin(0^+)] \cdot \overset{3}{\underset{-1}{\sim}} \cos(\pi^+) + [3^+] = 3$$

$$\text{حد چپ} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} \overset{-1}{\underset{\infty}{\sim}} [\sin(0^-)] \cdot \overset{2}{\underset{-1}{\sim}} \cos(\bar{\pi}) + [3^-] = 3$$

حد با بر ۳ عیان

۱۱۱- تعداد نقاط تابیوسته تابع با فاصله $[-1, 2]$ ، در بازه $[f(x) = [x^2]]$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

در نقاط که x^2 صحیح است بیان شوند

بینز عدد صفر

$$x = -1, 0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2$$

\Rightarrow

۵ نقطه

«از نصف پیش»

۱۱۲ - به ازای کدام مقادیر m خط به معادله $(m+2)y = mx$ میکنی از خطوط متعارض بر منحنی $y = \sqrt{1+x^2}$ است؟

$m < 1$ (۴)

$m > 1$ (۳)

$m < -1$ (۲)

$m > -1$ (۱)

$$y_1 = \frac{m}{m+2}x \quad y'_1 = \frac{m}{m+2}$$

$$y_2 = \sqrt{1+x^2} \quad y'_2 = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \Rightarrow -1 < \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} < 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m}{m+2}\right)^2 < 1 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 > m^2 \Rightarrow m > -1$$

۱۱۳ - دنباله $\left\{ \frac{n^4 + (-1)^n}{2n^4 + 2} \right\}$ چگونه است؟

۴) صعودی - واگرا

۳) نزولی - همگرا

۲) غیریکنرا - همگرا

۱) غیریکنرا - واگرا

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^2} = \frac{1}{2} \quad \text{همگرا می باشد}$$

$$\therefore \Rightarrow 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \dots \quad \text{غیریکنرا می باشد}$$

۱۱۴ - حد عبارت $\frac{1}{x^2}(1-x^2[\frac{1}{x^2}])$ وقتی $x \rightarrow 0$ کدام است؟ (تمام [] به مفهوم جزء صحیح است.)

۴) حد ندارد

۳) ∞

۲)

۱) صفر

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} (1-x^2[\frac{1}{x^2}]) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x^2} - [\frac{1}{x^2}]) \Rightarrow \text{حد ندارد}$$

۱۱۵ - بزرگترین کران پائین دنباله $\left\{ \frac{2n+1}{3n+1} \right\}$ کدام است؟

۱) (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+1} = \frac{2}{3}$$

$$3n+1 = 0 \Rightarrow n = -\frac{1}{3} < - \Rightarrow \text{بلند می باشد}$$

$$y' = -\frac{1}{(3n+1)^2} < 0 \Rightarrow \text{نزولی}$$

جمع دنباله نزولی و بلند می باشد بزرگترین کران حد این

$\frac{2}{3}$ می باشد

۱۱۶- خط مجانب منحنی به معادله $y = \sqrt[3]{8x^3 + 2x^2}$. محور y هارا با کدام عرض قطع می‌کند؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{8x^3 + 2x^2} = \sqrt[3]{8} \left(x + \frac{2}{3 \cdot 8} \right) \rightarrow \text{هم از سر نیستند}\newline \text{حدور بخوبیت}$$

$$\text{همه بخوبیت} \Rightarrow y = 2x + \frac{1}{6} \xrightarrow{x=0} \boxed{y = \frac{1}{6}}$$

۱۱۷- اگر $f^{-1}(x) + f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ باشد. حاصل $f(x) = \frac{1}{x}(x + \sqrt{x^2 + 4})$ کدام است؟

(۴) صفر

$x^2 - 1$ (۳)

$\frac{2}{x}$ (۲)

$2x$ (۱)

$$f(-x) = \frac{1}{2}(-x + \sqrt{x^2 + 4})$$

$$f(x) \cdot f(-x) = \frac{1}{4}(-x^2 + x^2 + 4) = 4/4 = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{m} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{m}\right) = x \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{m}\right) + f^{-1}\left(\frac{1}{\frac{1}{m}}\right) = 0$$

$$f(-x) = m \Rightarrow f^{-1}(m) = -x$$

۱۱۸- خط مماس پر نمودار تابع $f(x) = (x+2)e^{1-x}$ در نقطه $x=1$ با خطا که این نقطه تماس را به مبدأ مختصات وصل کند زاویه α می‌سازد. $\tan \alpha$ کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

$$f'(x) = e^{1-x} - (x+2)e^{1-x} \Rightarrow f'(1) = -2$$

پر خط مماس پر نمودار در نقطه $\frac{1}{e}$

$$x=1 \rightarrow y=3 \Rightarrow y=3x \rightarrow y'=3$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{3 - (-2)}{1 - 6} \right| = 1$$

پر خط مماس پر نمودار در نقطه $\frac{1}{e}$

- ۱۱۹ - خط به معادله $y = 3x - 2$ در نقطه $x = 2$ بر منحنی پیوسته $y = f(x)$ مماس است. حاصل

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 4f(x)}{x - 2}$$

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

$$y = 3x - 2 \Rightarrow y' = m = 3 \quad f'(2) = 3$$

$$f(2) = 6 - 2 = 4 \quad f(2) = 4$$

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{f(n)^2 - 4f(n)}{n - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{لعمایل}} \lim_{n \rightarrow 2} \frac{2f'(n)f(n) - 4f(n)}{1}$$

$$\Rightarrow 2(8)(4) - 4(3) = 12$$

- ۱۲۰ - طول نقطه عطف نمودار تابع $y = (5-x)\sqrt[3]{x^2}$. گدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

۲) صفر

- ۱ (۱)

$$y = 5x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

$$y' = \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x^{-\frac{4}{3}} = -x^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow x = -1$$

$$y'' = -\frac{10}{9}x^{-\frac{7}{3}} - \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} = 0$$

- ۱۲۱ - در ساخت یک قیف به شکل مخروط قائم به حجم $\frac{\pi}{3}$ ، با گدام ارتفاع، کمترین مقدار جنس مصرف می شود؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

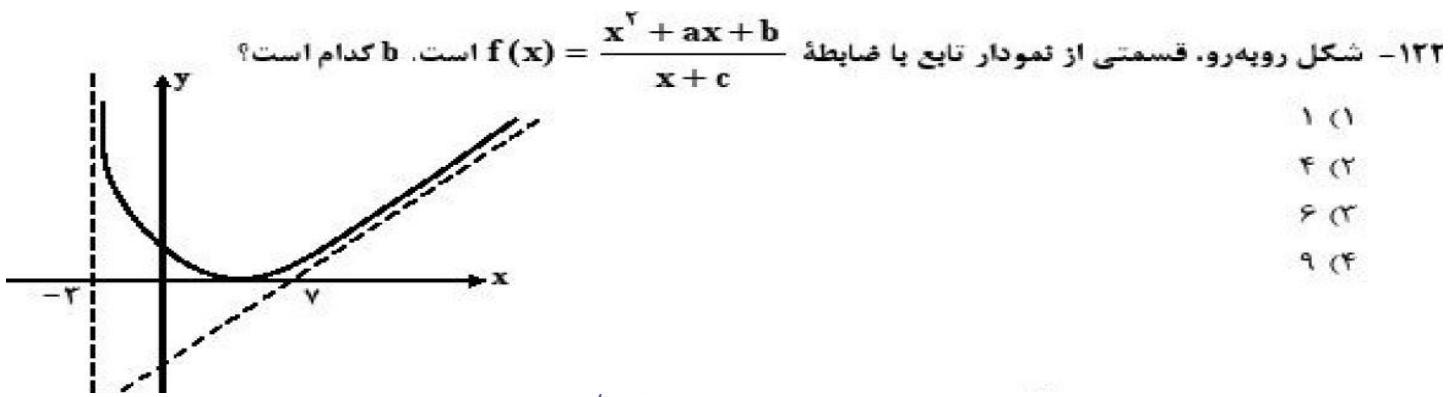
۱ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3} \Rightarrow r^2 h = 1$$

$$S = \pi r \sqrt{r^2 + h^2} = \pi \sqrt{r^4 + r^2 h^2} = \pi \sqrt{\frac{1}{h^2} + h} \Rightarrow S' = 0 \Rightarrow$$

$$h^3 = 2 \Rightarrow h = \sqrt[3]{2}$$



$$x = -3 \rightarrow \text{حاجب ۱} \Rightarrow C = 3$$

$$x = -3 \rightarrow \text{حاجب ۲} \Rightarrow a = -4$$

$$\leftarrow y = x + a - 3 \rightarrow \text{حاجب ۳} \Rightarrow a = -4$$

$$7 + a - 3 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4b = 0 \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{array}{r} x^2 + ax + b \\ \hline x + a - 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{یاد} \\ \text{برای} \\ \text{در} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x \\ \hline -3x + 9a + b \\ \hline 9a - 9a - 3a + 9 \\ \hline -3a + b + 9 \end{array}$$

۱۲۲ - مقدار میانگین تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x}$ بر بازه $[2, 4]$ گدام است؟

$\frac{7}{8}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{11}{16}$ (۳)

$\frac{5}{8}$ (۴)

$$f(c) = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b-a} = \frac{\int_2^4 \frac{x^2 - 2}{x} dx}{4-2} = \frac{x + \frac{2}{x}}{2} \Big|_2^4 = \frac{3}{4}$$

۱۲۴ - حاصل $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin^2 x} dx$ گدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

$\frac{\pi}{2} - 1$ (۲)

$1 - \frac{\pi}{4}$ (۳)

$1 - \sqrt{2}$ (۴)

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos^2 x}{2 \sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 x dx =$$

$$- \cot x - x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$