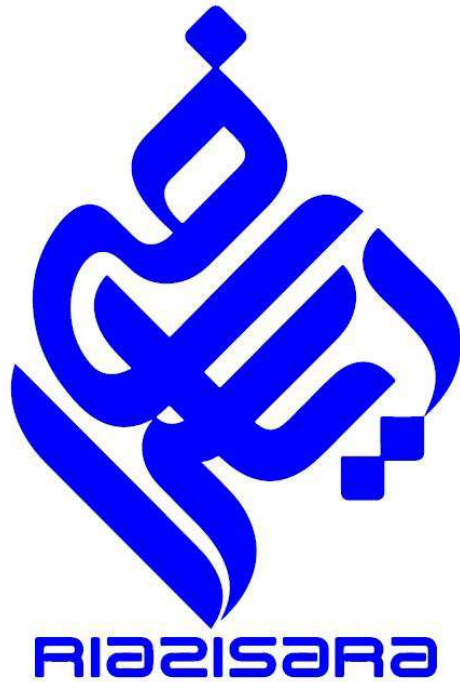




حل تشریحی سوالات ریاضی

کنکور سراسری **دیماه** ۱۴۰۱

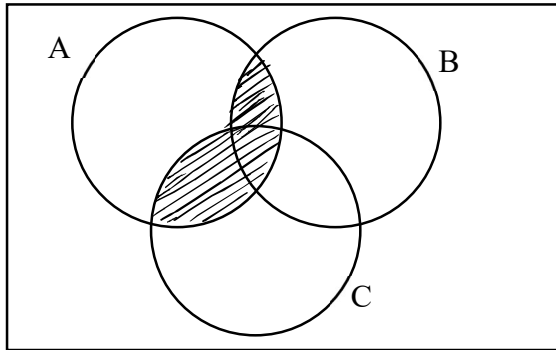
رشته علوم انسانی

تهیه و تنظیم: عزیز اسدی

دانلود از سایت ریاضی سرا

سوال ۱:

سه پیشامد A ، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده، نادرست است؟



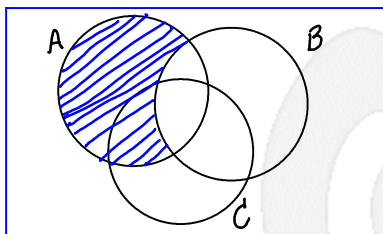
(۱) $A \cap (B \cup C)$

(۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

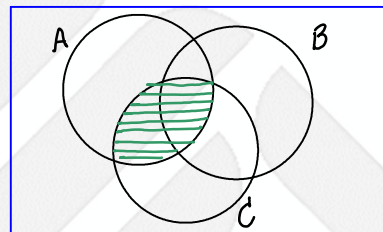
(۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$

(۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

حل:

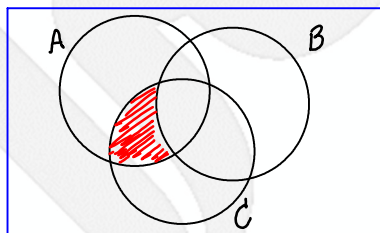


$A - (A \cap B)$



$A \cap C$

انتخاب در مجموع بالا



$(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۲:

می‌خواهیم دور تا دور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده، $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

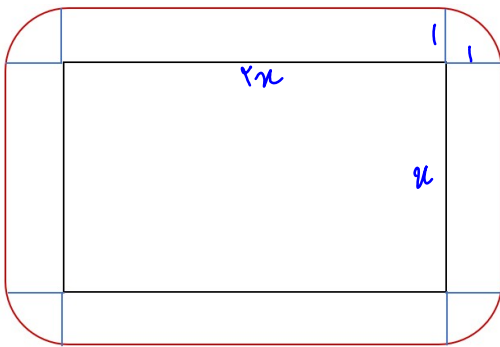
۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

حل:



طول مستطیل: $2x$

عرض مستطیل: x

مساحت باغچه: $S_1 = (2x)(x) = 2x^2$

مساحت کل: $S_2 = (2x)(x) + 2(2x) + 2(x) + \pi(1)^2 = 2x^2 + 4x + \pi$

$$S_2 = S_1 + \left(1 + \frac{\pi}{18}\right) S_1 \rightarrow 2x^2 + 4x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{\pi}{18}\right) 2x^2 \rightarrow 4x + \pi = \left(\frac{18 + \pi}{18}\right) 2x^2$$

$$\rightarrow \frac{4x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18} \rightarrow x = 3$$

طول مستطیل = $2 \times 3 = 6$ گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۳:

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟

- (۱) $2\alpha + 3\beta$ (۲) $-2\alpha - 3\beta$ (۳) $-\beta$ (۴) β

حل:

$$\alpha + \beta = -7$$

$$(\alpha + 7 = -\beta)$$

$$\alpha\beta = -3 \xrightarrow{\alpha > 0} \beta < 0 \Rightarrow \begin{cases} |\alpha| = \alpha \\ |\beta| = -\beta \end{cases}$$

$$|\underbrace{\alpha + \beta}_{-7} + \beta| + |\alpha| - |\beta| = |-7 + \beta| + \alpha - (-\beta)$$

$$= 7 - \beta + \alpha + \beta = 7 + \alpha = -\beta$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۴:

برای برخی مقادیر x زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

$\frac{17}{3}$ (۴)

$\frac{13}{3}$ (۳)

$\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

حل:

$f(x) = x$

$(x - x, 3x^2 - 17x + 10) = (0, 0)$

$3x^2 - 17x + 10 = 0 \rightarrow x = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 120}}{6} = \frac{17 \pm 13}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$

$5 - \frac{2}{3} = \frac{13}{3}$

گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۵:

رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

۴۲ (۴)

۲۴ (۳)

۲۰/۵ (۲)

۲/۵ (۱)

حل:

$$\begin{cases} x+y=m^2-1=4 & \rightarrow m^2=5 \\ x-y=m^2=5 \end{cases}$$

$$\frac{2x=9}{2x=9} \rightarrow x=\frac{9}{2} \rightarrow y=4-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$x^2+y^2=\frac{81}{4}+\frac{1}{4}=\frac{82}{4}=20\frac{1}{2}$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۶:

ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

۲۸ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

حل:

چون تابع دارای $\max$ (بیشترین مقدار) است پس ضریب x^2 منفی است. یعنی $k < 0$ است.

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-4k-5}{2k}$$

چون ضرایب معادله عدد صحیح هستند باید k مضرب $\frac{1}{2}$ باشد.

$$k = -\frac{1}{2} \rightarrow P = \frac{-3}{-1} = +3$$

$$k = -1 \rightarrow P = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

به ازای $k \leq -\frac{3}{2}$ مقدار P منفی می‌شود؛ بنابراین $k = -\frac{1}{2}$ قابل قبول است و معادله به صورت زیر است:

$$-x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(-1)(-2) = 16 - 12 = 4$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۷:

تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = [x]$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع $f \cdot g$ باشد، کدام عدد عضو A است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$D_f = \mathbb{R} \quad , \quad D_g: -1 \leq x \leq 1 \quad \longrightarrow \quad D_f \cap D_g: -1 \leq x \leq 1$$

حل:

$$g(x) = \begin{cases} -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = |2x - 2| = -2x + 2 \quad \text{باتوجه به دامنه:}$$

$$(f \cdot g)(x) = \begin{cases} (-2x + 2) \times (-1) & -1 \leq x < 0 \\ (-2x + 2) \times 0 & 0 \leq x < 1 \\ 0 \times 1 & x = 1 \end{cases}$$

$$\longrightarrow (f \cdot g)(x) = \begin{cases} 2x - 2 & -1 \leq x < 0 \longrightarrow -4 \leq y < -2 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \longrightarrow y = 0 \\ 0 & x = 1 \longrightarrow y = 0 \end{cases}$$

باتوجه به گزینه ها، عدد ۳ در مجموعه برد قرار دارد.

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۸:

شیب خط $y = ax + b$ ، $1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = (\frac{c}{2}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

$x = -\frac{7}{4}$ (۴) $x = -\frac{3}{2}$ (۳) $x = -3$ (۲) $x = -2$ (۱)

حل:

$$(-2, 0) \rightarrow -2a + b = 0 \xrightarrow{a = -\frac{3}{2}c} 3c + b = 0 \rightarrow b = -3c$$

$$(-2, 0) \rightarrow -2c + d = 0 \rightarrow d = 2c$$

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \left(\frac{c}{2}x + 2c\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}cx - 3c\right)^2 = \\
 &= \left(\frac{c^2}{4}x^2 + 2c^2x + 4c^2\right) - \left(\frac{9}{4}c^2x^2 + 9c^2x + 9c^2\right) \\
 &= -2c^2x^2 - 7c^2x - 5c^2
 \end{aligned}$$

$$\text{محور تقارن: } x = \frac{7c^2}{-4c^2} = -\frac{7}{4}$$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۹:

برای رسم نمودار تابع $y = -\frac{1}{2}|2x + 1|$ به کمک نمودار $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

«ابتدا نمودار قدر مطلق را $\frac{1}{2}$ واحد به سمت جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور رسم می‌کنیم.»

(۱) چپ - x ها (۲) راست - x ها (۳) بالا - y ها (۴) پایین - y ها

حل:

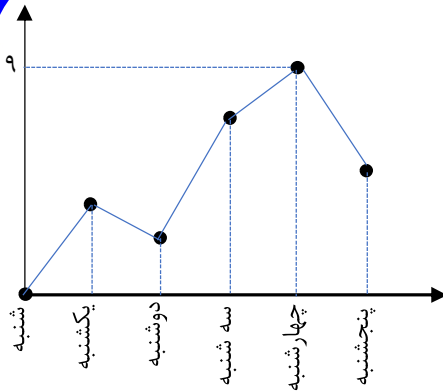
$$y = -\frac{1}{2}|2x+1| = -\left|x+\frac{1}{2}\right|$$

$\frac{1}{2}$ واحد انتقال به سمت چپ و قرینه نسبت به محور x ها

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۱۰:



به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می کنند. نمودار زیر تعداد مراجعه کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز را نشان می دهد. کدام عدد می تواند تعداد بیماران در این هفته باشد؟

٣ (٢

۲ (۱)

 $\gamma(\mathcal{C})$

٦ (٣)

تعداد داده ها زوج است ، بنابراین میانه برابر است با میانگین داده ها سوم و چهارم در بین

حل:

داده‌ها مرتب شده، سومین مقدار مربوط به روز یکشنبه و چهارمین مقدار مربوط به روز پنجشنبه است.

$$x_{\min} \geq 4$$
$$V \leq \text{مخزنه } K$$
$$K_{\text{فرد}} < K_{\text{زوج}}$$

میان	پہلے	دوسرے
۲, ۵	۲	۷
۴	۲	۶
۳, ۵	۲	۵
۳	۲	۴
۲, ۵	۲	۳
۵	۲	۷
۴, ۵	۲	۶
۴	۲	۵
۳, ۵	۲	۴
۵, ۵	۴	۷
۵	۴	۶
۴, ۵	۴	۵
۶	۵	۷
۴, ۵	۵	۶
۶, ۵	۵	۷

باتوضیح جدول اعداد ۷، ۶، ۲

منهرو توانند میانہ باشند.

نہا برام گزینہ ۲ ص ۱۰۰

سوال ۱۱:

با کدام شرط، استدلال گزاره زیر، درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b ، اگر اندازه a ، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می شود»

$$b = \frac{4}{3}a \quad (2)$$

$$b = a \quad (1)$$

(4) برای هر مستطیلی این گزاره درست است.

$$b = \frac{16}{9}a \quad (3)$$

حل:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} : \text{قطر مستطیل}$$

$$\sqrt{\left(\frac{16}{9}a\right)^2 + b^2} = \frac{4}{3}\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\frac{256}{81}a^2 + b^2 = \frac{16}{9}a^2 + \frac{16}{9}b^2$$

$$\frac{112}{81}a^2 = \frac{16}{9}b^2 \xrightarrow{\times \frac{9}{16}} \frac{14}{9}a^2 = b^2 \rightarrow \frac{4}{3}a = b$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۲:

کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ درست است؟

- (۱) هم‌ارز $p \Rightarrow q$ است. (۲) همواره نادرست است.
(۳) همواره درست است. (۴) هم‌ارز $p \Rightarrow \sim q$ است.

حل:

$$\begin{aligned}(p \wedge \sim q) \Rightarrow q &\equiv q \vee \sim(p \wedge \sim q) \\ &\equiv q \vee (\sim p \vee q) \\ &\equiv q \vee \sim p \equiv p \Rightarrow q\end{aligned}$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۱۳:

قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و ۱۳۷/۵ هزار تومان و در سال موردنظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ هزار تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال موردنظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب a و ۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار a چند کیلوگرم است؟

۷۵ (۴)

۶۴ (۳)

۵۰ (۲)

۴۸ (۱)

حل:

$$۲۴۰ = \frac{۱۲۰a + ۲۴۰(۱۶)}{۴۲a + ۱۳۷/۵(۱۶)} \times ۱۰۰$$

$$\cancel{۲۴۰} = \frac{\cancel{۱۲۰}(a + ۳۲)}{۴۲a + ۲۲۰۰} \times ۱۰۰$$

$$۱۴a + ۴۴۰۰ = ۱۰۰a + ۲۲۰۰ \rightarrow ۱۲a = ۱۲۰۰ \rightarrow a = ۷۵$$

گزینه ۴

RIAZISARA

سوال ۱۴:

تابع هزینه برای تولید x کالا از یک محصول، به صورت خطی است. به ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت، حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

حل:

$$C(x) = ax + b \rightarrow \begin{cases} 20a + b = 850 \\ 25a + b = 1000 \end{cases} \rightarrow a = 30, b = 250$$

$$C(x) = 30x + 250 \quad , \quad R(x) = 55x$$

(هزینه) (درآمد)

سوددهی: $R(x) > C(x) \rightarrow 55x > 30x + 250 \rightarrow x > 10$

بنابراین حداقل باید ۱۱ کالا فروخته شود تا سوددهی آغاز شود.

گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۱۵:

محصول تولیدی یک شرکت، در بطری بسته‌بندی می‌شود. بنابر آنچه روی بطری‌ها درج شده، تقریباً حجم ۹۶٪ بطری‌های بسته‌بندی‌شده، بین ۲۲۰ و ۲۳۰ میلی‌لیتر است. واریانس حجم بطری‌ها کدام است؟

۲۵ (۴)

۱۶ (۳)

۶/۲۵ (۲)

۲/۵۶ (۱)

حل:

$$\begin{cases} \bar{x} + 2\sigma = 230 \\ \bar{x} - 2\sigma = 220 \end{cases} \rightarrow \bar{x} = 225, \sigma = \frac{5}{4}$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6.25$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۶:

سه نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۸ (۱)

حل:

□ □ □
■ ■
 $۲! \times ۳! = ۱۲$

□ ■ ■
□ □
 $۲! \times ۳! = ۱۲$
 $۱۲ + ۱۲ + ۱۲ = ۳۶$

■ ■ □
□ □
 $۲! \times ۳! = ۱۲$
گزینه ۳

RIAZISARA

سوال ۱۷:

در یک مسابقه دومیدانی، ۷ نفر شرکت کرده‌اند که ۳ دانش‌آموز از مدرسه A و ۴ دانش‌آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال مقام اول و آخر، از مدرسه A است؟

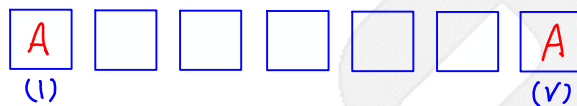
$$\frac{13}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

حل:



$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

گزینه ۲

RIAZISARA

سوال ۱۸:

مقدار $a_3 = \frac{17}{12}$ از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{a_1}{a_n})$ ، تقریبی از $\sqrt{k}$ است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_1 = k$ باشد، مقدار k کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

حل:

$$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + \frac{k}{a_2}) = \frac{17}{12}$$

$$a_2 + \frac{k}{a_2} = \frac{17}{6} \quad (I)$$

$$a_2 = \frac{1}{2}(k + \frac{k}{a_2}) \rightarrow 2a_2 = k + 1 \rightarrow k = 2a_2 - 1 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow a_2 + \frac{2a_2 - 1}{a_2} = \frac{17}{6} \rightarrow a_2^2 + 2a_2 - 1 = \frac{17}{6}a_2$$

$$a_2^2 - \frac{5}{6}a_2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a_2 = \frac{3}{2} \checkmark \\ a_2 = -\frac{2}{3} \text{ غلط} \end{cases}$$

$$\rightarrow k = 2(\frac{3}{2}) - 1 = 2$$

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۱۹:

اگر ریشه دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

۴) -۲

۳) -۱

۲) ۲

۱) ۱

حل:

هندسی: $\sqrt{a_2}, \sqrt{a_4}, \sqrt{a_{16}}$

$$(\sqrt{a_4})^2 = (\sqrt{a_2})(\sqrt{a_{16}}) \rightarrow a_4 = \sqrt{a_2 \cdot a_{16}}$$

$$\rightarrow a_1 + 3d = \sqrt{(a_1 + d)(a_1 + 15d)}$$

$$\rightarrow \cancel{a_1^2} + \cancel{12a_1d} + 9d^2 = \cancel{a_1^2} + \cancel{12a_1d} + 15d^2$$

$$\rightarrow 9d^2 = 15d^2 \rightarrow d = 0$$

$$\rightarrow r = 1$$

دنباله ثابت

گزینه ۱

RIAZISARA

سوال ۲۰:

تابع نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+h}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}f(\frac{1}{4}) = 2$ باشد، مقدار جزء

صحیح $f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

حل:

$$5 - 3^h = 2 \rightarrow 3^h = 3 \rightarrow h = 1$$

$$\frac{1}{2} (5 - 3^{\frac{a}{2}+1}) = 2 \rightarrow 5 - 3^{\frac{a}{2}+1} = 4 \rightarrow 3^{\frac{a}{2}+1} = 1 \rightarrow \frac{a}{2}+1 = 0 \rightarrow a = -2$$

$$\rightarrow f(x) = 5 - 3^{-2x+1}$$

$$f(-\frac{1}{4}) = 5 - 3^{\frac{1}{2}+1} = 5 - 3^{\frac{3}{2}} = 5 - \sqrt{3^3} = 5 - \sqrt{27} \approx 5 - 5.1 = -0.1$$

$$[-0.1] = -1 \quad \text{گزینه ۳}$$

RIAZISARA

حل تشریحی سوالات ریاضی کنکور سراسری گروه آزمایشی علوم انسانی
تهیه و تنظیم: عزیز اسدی (ریاضی سرا) ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲

با آرزوی موفقیت و سربلندی شما عزیزان

عزیز اسدی

RIAZISARA