



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

فصل چهارم ریاضی هفتم

(هندسه و استدلال)



فصل ۴ هندسه و استدلال



به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیای از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

- روابط بین باز، خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- تبدیلات هندسی
- شکل‌های مسابری (هم‌نهشت)

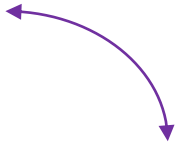
کاری از استاد مسعود زیرکاری

(دبیر ریاضی ناحیه ۱ زاهدان)

دانلود از سایت ریاضی سرا

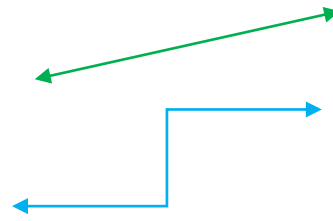
www.riazisara.ir

(ب) خط خمیده (منحني)



انواع خط: الف) خط راست

ج) خط شکسته



خط راست: خطی است که ابتدا و انتها ندارد و خط را با حروف کوچک انگلیسی نام گذاری می کنند:



پاره خط: خطی است (خط راست) که از دو طرف بسته (محدود) باشد و پاره خط را با حروف بزرگ انگلیسی

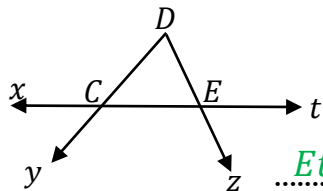


نام گذاری می کنند:

نیم خط: خطی است (خط راست) که از یک طرف بسته و از یک طرف باز باشد و نیم خط را از طرفی که بسته



است با حرف بزرگ و طرفی که باز است با حرف کوچک نام گذاری می کنند:



مثال: با توجه به شکل مقابل جاهای خالی را کامل کنید:

نام یک خط: xt نام دو پاره خط: DC و CE نام دو نیم خط: Cy و Et

نکته: برای به دست آوردن تعداد پاره خط روی یک خط راست از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

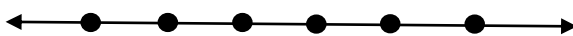
$$\text{تعداد پاره خط ها} = \frac{\text{یکی کمتر} \times \text{تعداد نقاط}}{2}$$

مثال: روی یک خط ۱۰ نقطه قرار داشته باشند تعداد پاره خط چند تاست؟ پاره خط $۴۵ = \frac{۱۰ \times ۹}{2}$

نکته: الف) برای به دست آوردن تعداد نیم خط ها اگر نقاط روی یک خط قرار داشته باشند از رابطه ی زیر استفاده

می کنیم: $۲ \times \text{تعداد نقاط} = \text{تعداد نیم خط ها}$

ب) اگر نقاط روی یک نیم خط قرار داشته باشند فقط تعداد نقاط را می شماریم.

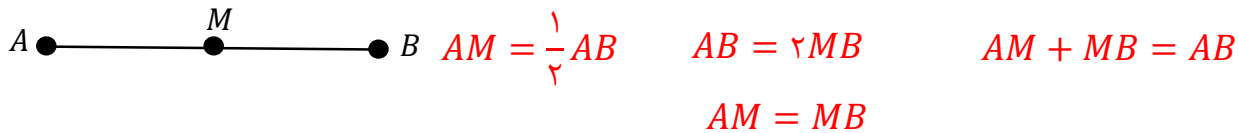


مثال: تعداد نیم خط های شکل مقابل چند تاست؟

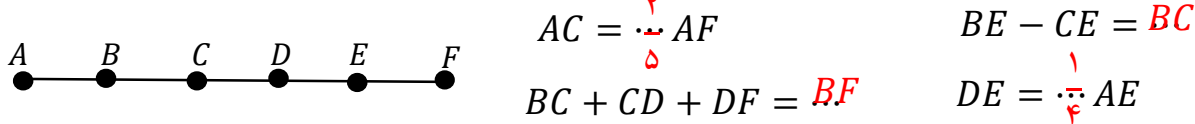
$$\text{نیم خط } ۱۲ = ۶ \times ۲$$

هندسه و استدلال

مثال: اگر نقطه M وسط پاره خط AB قرار داشته باشد. ۴ رابطه ی درست برای این پاره خط ها بنویسید؟

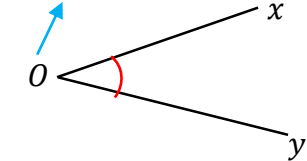


مثال: پاره خط AF به پنج قسمت مساوی تقسیم شده است. جاهای خالی را کامل کنید:



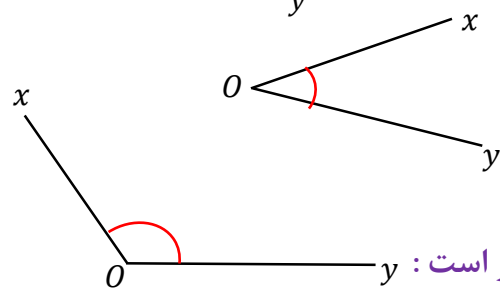
زاویه: از برخورد دو نیم خط در یک نقطه زاویه تشکیل می شود و به نقطه ی برخورد راس زاویه می گویند.

راس زاویه



نام گذاری زاویه: الف) با یک حرف انگلیسی (حرف راس نوشته می شود): \hat{O}

ب) با سه حرف انگلیسی (حرف راس وسط نوشته می شود): \hat{xOy} یا \hat{yOx}



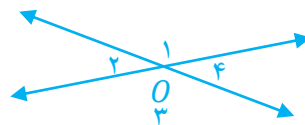
انواع زاویه: (۱) زاویه تند یا حاده: اندازه ی آن از ۹۰ درجه کمتر است:

(۲) زاویه راست یا قائمه: اندازه ی آن ۹۰ درجه است:

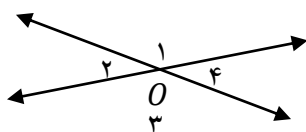
(۳) زاویه باز یا منفرجه: اندازه ی آن از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کمتر است:

(۴) زاویه نیم صفحه: اندازه ی آن ۱۸۰ درجه است:

دو زاویه متقابل به راس: دو زاویه ای که راس مشترک دارند و اضلاع آن در امتداد هم باشند:



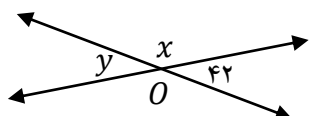
نکته: زاویه های روبه رو در مقابل به راس برابر و زاویه های مجاور مکمل (۱۸۰ درجه) هستند:



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_3 \quad , \quad \hat{O}_2 = \hat{O}_4$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180 \quad , \quad \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$$

مثال: با توجه به شکل داده شده اندازه ی زاویه ها را بنویسید.



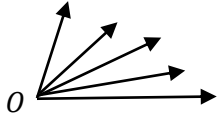
$$\hat{x} = 138 \text{ درجه}$$

$$\hat{y} = 42 \text{ درجه}$$

هندسه و استدلال

نکته: برای به دست آوردن تعداد زاویه ها در یک شکل از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{\text{یکی کمتر} \times \text{تعداد نیم خط ها}}{2}$$



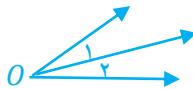
$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

مثال: در شکل مقابل چند زاویه وجود دارد.

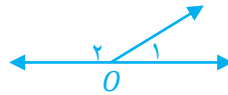
دو زاویه متمم: دو زاویه ای که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد. مانند: $\hat{A} = ۳۷$, $\hat{B} = ۵۳$

دو زاویه مکمل: دو زاویه ای که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند: $\hat{C} = ۴۷$, $\hat{D} = ۱۳۳$

دو زاویه مجاور: دو زاویه ای که راس و یک ضلع مشترک باشند. مانند: \hat{O}_1 , \hat{O}_2

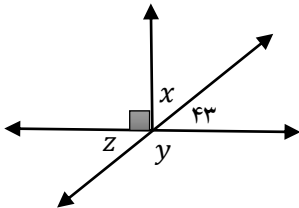


دو زاویه مجانب: دو زاویه ی مجاوری که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد. مانند: \hat{O}_1 , \hat{O}_2



در شکل زیر:

- زاویه ۴۳ و \hat{x} متمم اند
- زاویه ۴۳ و \hat{z} متقابل به راس اند
- زاویه \hat{z} و \hat{y} مکمل اند

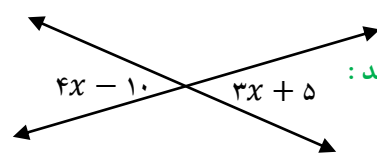


مثال: با توجه به هر شکل اندازه ی زاویه های خواسته شده را بنویسید.

درجه $\hat{x} = ۴۷$

درجه $\hat{y} = ۱۳۷$

درجه $\hat{z} = ۴۳$



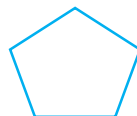
درجه $\hat{x} = ۱۵$
 دو زاویه متقابل به راس برابرند:
 $4x - 10 = 3x + 5$
 $4x - 3x = 5 + 10$
 $x = 15$

(۳) چند ضلعی منتظم

(۲) چند ضلعی مقعر

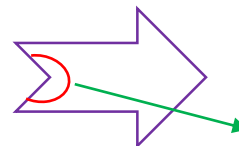
(۱) چند ضلعی محدب

چند ضلعی محدب: چند ضلعی که تمام زاویه های آن کمتر از ۱۸۰ درجه باشد.



مانند:

چند ضلعی مقعر: چند ضلعی که حداقل یکی از زاویه های آن از ۱۸۰ درجه بیشتر باشد.



مانند:

زاویه بزرگتر از ۱۸۰ درجه

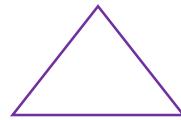
زاویه بزرگتر از ۱۸۰ درجه

هندسه و استدلال

چند ضلعی منتظم: چند ضلعی که تمام اضلاع و تمام زاویه های آن برابر باشند.



مربع



مانند: مثلث متساوی الاضلاع

دوران (۳)

تقارن (۲)

انواع تبدیلات هندسی: (۱) انتقال

انتقال: وقتی شکلی را در صفحه انتقال دهیم تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت شکل اولیه است.

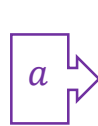


$$a \xrightarrow{\text{انتقال}} b$$

مانند:

تقارن: وقتی قرینه یک شکل را نسبت به یک خط پیدا کنیم تصویر به دست آمده مساوی آن ولی جهت آن

تغییر می کند.



$$a \xrightarrow{\text{تقارن}} b$$

مانند:

دوران: در دوران یک شکل باید مرکز دوران و جهت دوران و مقدار درجه مشخص شود.



o



$$a \xrightarrow{\text{دوران}} b$$

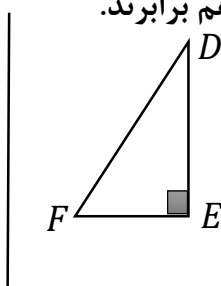
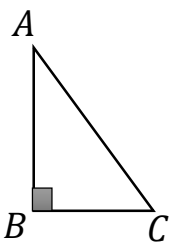
مانند:

دوران ۱۸۰ درجه نسبت به نقطه O

شکل های مساوی (هم نهشت): اگر شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال و تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل

دیگر منطبق کنیم. آن دو شکل با هم مساوی (هم نهشت) هستند.

نکته: در دو شکل هم نهشت اجزای متناظر دو شکل (اضلاع و زاویه ها) با هم برابرند.



$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

مثال: دو مثلث زیر هم نهشت هستند:

الف) نوع تبدیل را مشخص کنید. (تقارن)

ب) هم نهشتی دو مثلث را به زبان ریاضی بنویسید.

ج) اجزای متناظر دو مثلث را کامل کنید.

$$AB = DE$$

$$\hat{A} = \hat{D}$$

$$AC = DF$$

$$\hat{C} = \hat{F}$$

$$BC = EF$$

$$\hat{B} = \hat{E}$$