



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

یادآوری ☒

تعریف تابع ☒

دامنه و برد تابع ☒

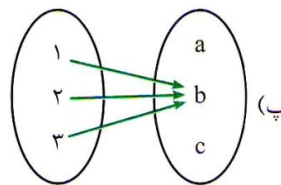
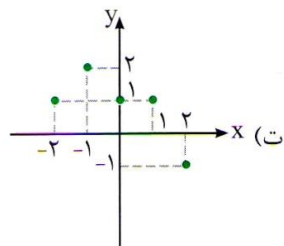
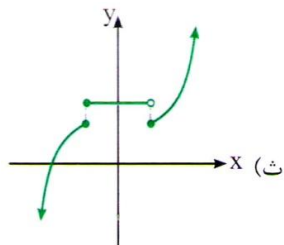
مقدار تابع در یک نقطه از روی ضابطه ☒

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

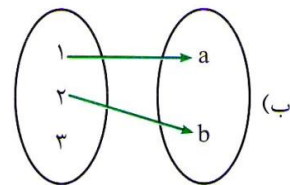
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

کدام یک از روابط زیر تابع است ؟

مثال



$$R = \{(1, 5), (2, 2), (2, \sqrt{4})\} \quad (\bar{a})$$



در هر یک از موارد زیر a و b را طوری تعیین کنید که رابطه داده شده یک تابع باشد.

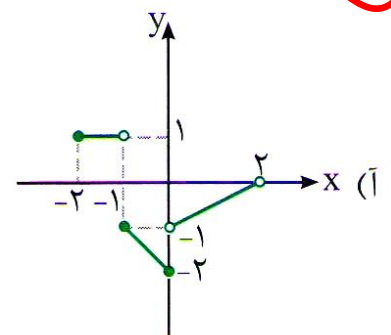
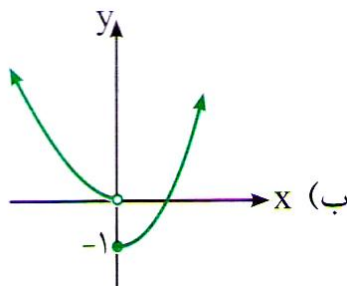
مثال

$$R = \{(1, a^2), (2, 3), (a, -1), (1, a+2), (2, b-1)\} \quad (\bar{a})$$

$$R = \{(1, a+b), (2, 5), (1, 3), (2, a-b)\} \quad (\text{ب})$$

دامنه و برد هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

مثال



اگر تابع $f = \{(a+b, 1), (2, a+c), (b+c, 3)\}$ همانی باشد، مقادیر a، b، و c را تعیین کنید.

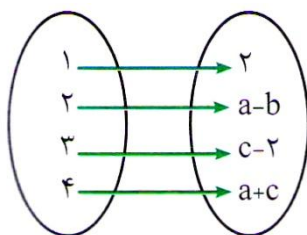
مثال

و c را تعیین کنید.

مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال



مقادیر a ، b و c را طوری تعیین کنید که نمودار پیکانی

شکل مقابل مربوط به یک تابع ثابت باشد.

توابع گویا

تابع گویا تابعی است که ضابطه اش را بتوان به صورت $f(x) = \frac{p(x)}{g(x)}$ نوشت به طوری که $p(x)$ و $g(x)$ دو تابع چند جمله ای باشند و $g(x) \neq 0$ (یعنی $g(x)$ چند جمله ای صفر نباشد).

مثال

کدام یک از ضابطه های زیر ضابطه یک تابع گویا می باشد؟

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \quad (\text{آ})$$

$$f(x) = 4x^2 - \sqrt{3}x \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x+2} \quad (\text{د})$$

دامنه توابع گویا

ضابطه تابع گویایی بنویسید که دامنه آن، مجموعه داده شده باشد.

مثال

$$R = \{0, 1, 4\} \quad (\text{ج})$$

$$R = \{0\} \quad (\text{ب})$$

$$R = \{1, -2\} \quad (\text{د})$$

$$R \quad (\text{آ})$$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

دامنه توابع زیر را به دست آورید.

$$y = \frac{x - \sqrt{2}}{x^2 - 5x + 6} \quad (پ)$$

$$y = \frac{x + 5}{x^2 - 4x + 4} \quad (آ)$$

$$y = \frac{-x^2 + 3}{x^2 - 3x + 4} \quad (ب)$$

$$y = \frac{1}{x^3 + 2x} \quad (ج)$$

مثال

دامنه تابع $f(x) = \frac{4x - 1}{x^2 + ax + b}$ ، مجموعه $R - \{-2, 5\}$ می باشد a و b را به دست

آورید.

مثال

حدود m را چنان مشخص کنید که دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + mx + m}$ برابر R شود.

شود.

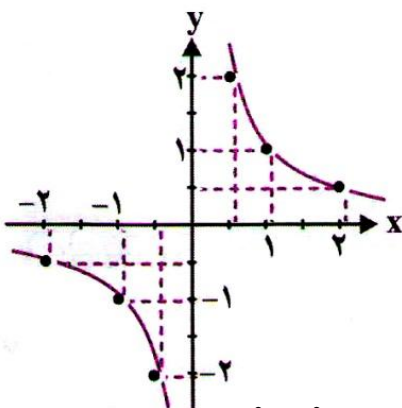
مثال

اگر دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 + ax + b}$ برابر $R - \{-2\}$ باشد، حاصل

$a + b$ کدام است؟

نمودار تابع گویای $f(x) = \frac{1}{x}$ ✓

نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ با دامنه و برد $R - \{0\}$ به صورت مقابل است:



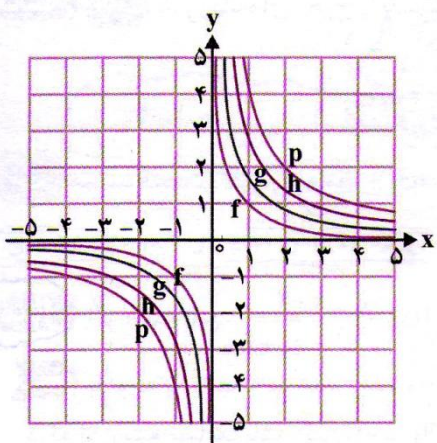
مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

* نمودار تابع محور x ها را قطع نمی کند ، چون به ازای هیچ مقدار x تابع $y = \frac{1}{x}$ برابر صفر نمی شود .

* نمودار تابع محور y ها را قطع نمی کند ، چون $x = 0$ عضو دامنه نیست تا به ازای آن نمودار با محور y ها برخورد کند .

$$\text{نمودار تابع گویای } f(x) = \frac{k}{x} \quad (k \in \mathbb{Z})$$



نمودار توابع $g(x) = \frac{2}{x}$ و $h(x) = \frac{3}{x}$ و $p(x) = \frac{4}{x}$...
 همانند تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ است با این تفاوت که هر چه صورت کسر بزرگتر می شود ، انحنای منحنی کم تر می شود . مطابق شکل مقابل :

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ و $D_f = [-\infty, \infty] - \{0\}$ را رسم کنید .

مثال

به کمک انتقال ، نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید .

مثال

$$y = \frac{x-1}{x-2} \quad (\text{پ})$$

$$y = \frac{1}{x+1} - 1 \quad (\text{ب})$$

$$y = \frac{1}{x-3} \quad (\text{آ})$$

مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

نمودار توابع زیر را به دست آورید.

$$g(x) = \frac{1+2x}{x} \quad \text{ب}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{آ}$$

تست های تکمیلی

۱) تابع $f(x) = \frac{2}{x+2}$ با برد $\{-1, 1, 2\}$ چه دامنه ای است؟

(۱) $\{-4, 0, -1\}$ (۲) $\{1, 3, 4\}$ (۳) $\{2, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\}$ (۴) $\{-3, -1, 0\}$

۲) اگر $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 + 2x + 4}$ ، آن گاه حاصل $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$

کدام است؟

(۱) ۰- (۲) -۸ (۳) -۶ (۴) -۴

۳) در یک رودخانه، هزینه پاک سازی x درصد از آلودگی با ضابطه $p(x) = \frac{700x}{100-x}$ محاسبه

می شود (برحسب میلیون تومان). با ۳۰۰ میلیون تومان، چند درصد از رودخانه پاک سازی می شود؟

(۱) ۳۰ (۲) ۵۰ (۳) ۷۰ (۴) ۹۰

۴) میزان رطوبت یک شهر، t ساعت پس از باران برابر با $f(t) = \frac{0.24t}{t^2+2}$ است. در چه زمانی

پس از باران، میزان رطوبت پیش از ۰.۰۸ است؟

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

(۱) در ساعت اول (۲) در دو ساعت اول (۳) در ساعت دوم (۴) در دو ساعت دوم

دامنه تابع $f(x) = \frac{5-x}{2x+1}$ کدام است؟

۵

(۱) R (۲) $R - \{-\frac{1}{2}\}$ (۳) $R - \{5\}$ (۴) $R - \{\frac{5}{2}\}$

تابع $f(x) = \frac{1}{3x^2 - mx + 1}$ به ازای چه مقادیری از m همواره تعریف شده است؟

۶

(۱) $|m| < 6$ (۲) $|m| < 12$ (۳) $|m| < 3$ (۴) $|m| < 16$

اگر نمودار تابع $y = \frac{2}{x}$ را به اندازه ۲ واحد به بالا و ۳ واحد به راست انتقال دهیم، ضابطه

۷

تابع حاصل کدام است؟

(۱) $y = \frac{x-4}{2x-3}$ (۲) $y = \frac{2x-4}{x-3}$ (۳) $y = \frac{x+4}{2x-3}$ (۴) $y = \frac{2x+4}{x+3}$

نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را ۴ واحد به بالا و ۳ واحد به چپ انتقال دهیم. نمودار حاصل،

۸

محورها را در کدام نقاط قطع می کند؟

(۱) $(\frac{13}{4}, 0), (0, \frac{13}{3})$ (۲) $(\frac{13}{4}, 0), (0, -\frac{13}{3})$
(۳) $(-\frac{13}{4}, 0), (0, \frac{13}{3})$ (۴) $(-\frac{13}{4}, 0), (0, -\frac{13}{3})$

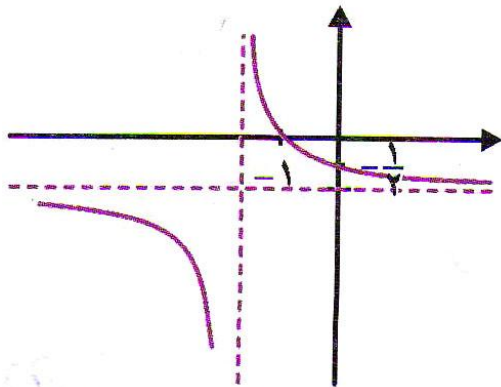
نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را به اندازه a واحد به پایین و b واحد به چپ منتقل کرده ایم. حاصل

۹

ab کدام است؟

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



۱) (۱)

۲) (۲)

۳) (۳)

۴) (۴)

کدام یک از توابع زیر ضابطه یک تابع گویا نمی باشد؟

۱۰

$$g(x) = -4 \quad \text{ب}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+2} \quad \text{آ}$$

$$m(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x}+1} \quad \text{ع}$$

$$h(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x+3} \quad \text{ح}$$

هزینه پاک سازی x درصد آلودگی از رودخانه ای با ضابطه $f(x) = \frac{255x}{100-x}$ به دست می آید

۱۱

که $f(x)$ هزینه پاک سازی بر حسب میلیون تومان است. هزینه پاک سازی ۴۰ درصد از این رودخانه چند میلیون تومان است؟

۱۸۰ (۴)

۱۷۴ (۳)

۱۷۰ (۲)

۱۶۵ (۱)

اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{x-3}$ باشد، مقدار $f\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

۱۲

۴ (۴)

$\frac{1}{10}$ (۳)

$-\frac{1}{10}$ (۲)

-4 (۱)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

دامنه کدام تابع زیر ، مجموعه اعداد حقیقی است ؟

۱۳

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-2} \quad (۲)$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3+1} \quad (۱)$$

$$m(x) = \frac{3}{x^2-x+2} \quad (۴)$$

$$h(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \quad (۳)$$

اگر برد تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ برابر $R_f = \{0, 2, \frac{5}{2}\}$ باشد ، کدام یک از اعداد زیر در

۱۴

دامنه تابع f قرار ندارد ؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x^3-4x}$ به صورت $R - \{0, a, b\}$ است . مقدار ab کدام است ؟

۱۵

۱۶ (۴)

۴ (۳)

-۱۶ (۲)

-۴ (۱)

اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x+2}{x^2+ax+b}$ مجموعه $R - \{0, 1\}$ باشد ، کدام a است ؟

۱۶

۱ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

دامنه تابع $f(x) = \frac{x^3-\sqrt{3}}{x^2+ax+b}$ ، مجموعه $R - \{3\}$ است . $a+b$ کدام است ؟

۱۷

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۸) دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{2x}{(x-1)(x^2+ax+b)}$ برابر $R - \{1\}$ است. حدود m

کدام است؟

(۱) $3 < m < 1$ - (۲) $1 < m < 3$ -

(۳) $2 \leq m < 2$ - (۴) $2 < m < 2$ -

۱۹) نمودار $f(x) = \frac{1}{x}$ را ابتدا ۲ واحد به سمت چپ و سپس یک واحد به سمت بالا انتقال می

دهیم تا نمودار تابع g به دست آید. مجموع ریشه های معادله $f(x) = g(x)$ کدام است؟

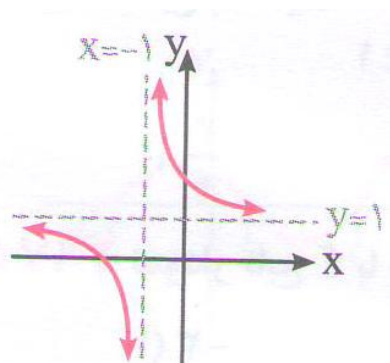
(۱) -2 - (۲) -3 - (۳) 2 - (۴) 3

۲۰) نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{1}{x-1} - 2$ از کدام نواحی زیر می گذرد؟

(۱) اول، دوم و چهارم (۲) اول، سوم و چهارم

(۳) اول و سوم (۴) دوم و چهارم

۲۱) نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{2x+5}{x+2}$ به صورت مقابل می باشد. $a-b$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1

(۳) 2 (۴) $\frac{3}{2}$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۱	۱۲	۱
۲	۱	۱۳	۴
۳	۱	۱۴	۳
۴	۳	۱۵	۱
۵	۲	۱۶	۱
۶	۲	۱۷	۳
۷	۲	۱۸	۳
۸	۳	۱۹	۱
۹	۴	۲۰	۲
۱۰	۴	۲۱	۲
۱۱	۲		

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تساوی دو تابع

شرط این که دو تابع f و g با هم مساوی باشند این است که :

اولاً دامنه دو تابع برابر باشند . $(D_f = D_g)$

ثانیاً برای هر $x \in D_f = D_g$ داشته باشیم $f(x) = g(x)$. یعنی روی دامنه یکسان ، ضابطه دو تابع نیز با هم برابر باشند .

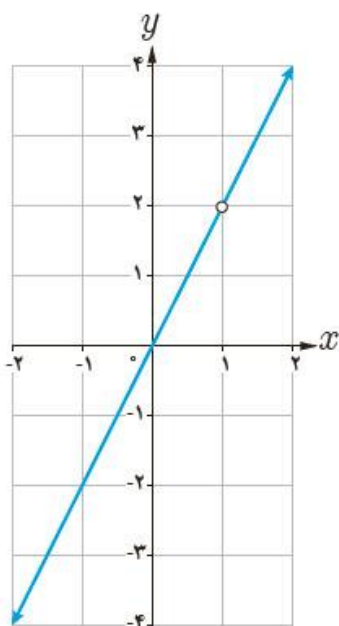
اگر دو تابع با هم مساوی باشند باید نمودارشان دقیقاً روی هم قرار گیرند .

آیا دو تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2}{x}$ و $g(x) = x$ با هم برابرند ؟ چرا ؟

مثال

نمودار مقابل مربوط به کدام یک از توابع زیر است ؟ مسئله چند جواب دارد ؟

مثال



$$g(x) = 2x$$

$$D_g = \mathbb{R} \quad \text{(الف)}$$

$$g(x) = 2x$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\} \quad \text{(ب)}$$

$$g(x) = 2x$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{(پ)}$$

$$g(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x - 1}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{1\} \quad \text{(ت)}$$

$$g(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x - 2}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\} \quad \text{(ث)}$$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

در هر مورد آیا دو تابع داده شده با هم برابرند؟

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{|x|}{x} \quad \text{ب) } f(x) = x-2, \quad g(x) = \frac{x^2-4}{x+2}$$

مثال

در هر حالت تعیین کنید آیا توابع f و g مساویند یا خیر؟

$$\text{الف) } f(x) = \frac{x+2}{x-3}, \quad g(x) = \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$$

$$\text{ب) } f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2} & ; \quad x \neq -2 \\ 12 & ; \quad x = -2 \end{cases}$$

مثال

در هر یک از قسمت های زیر مشخص کنید دو تابع داده شده با هم برابر هستند یا خیر.

$$\text{الف) } f(x) = \frac{x}{x}, \quad g(x) = 1 \quad \text{ب) } f(x) = \frac{1}{x+1}, \quad g(x) = \frac{x+1}{x^2+2x+1}$$

مثال

$$\text{اگر توابع } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x-1} & ; \quad x \neq 1 \\ -1 & ; \quad x = 1 \end{cases} \text{ و } g(x) = x-3 \text{ با هم مساوی باشند،}$$

آن گاه مقدار a را بیابید.

مثال

در هر یک از قسمت های زیر، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که دو تابع داده شده با هم برابر باشند.

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & ; \quad x \neq 4 \\ ax - 1 & ; \quad x = 4 \end{cases}, \quad g(x) = x + 4$$

$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 9 & ; \quad x \neq \frac{3}{2} \\ a & ; \quad x = \frac{3}{2} \end{cases}, \quad g(x) = 2x + b$$

مثال دو تابع $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$ و $g(x) = \frac{a}{x - 2}$ با هم مساوی اند. حاصل ab کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(گزینه صحیح: ۱)

مثال اگر دو تابع $f = \{(1, 4), (a, 5), (6, 2)\}$ و

$g = \{(3, b), (a + 3, c), (d, e)\}$ با هم برابر باشند، حاصل $a + b + c + d + e$ کدام

است؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

(گزینه صحیح: ۲)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

به توابع زیر توجه کنید :

مثال

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}, g(x) = x + 1 \quad \text{کدام درست است}$$

$$p(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^2 + x + 1}, q(x) = x \quad \text{است؟}$$

$$p(x) = q(x) \quad (2)$$

$$f(x) = g(x) \quad (1)$$

(۴) هیچ کدام درست نیست.

$$p(x) = q(x) \text{ و } f(x) = g(x) \quad (3)$$

(گزینه صحیح: ۲)

$$f(x) = \frac{3}{x-2} \text{ و } g(x) = \frac{ax+b}{x^2+cx+d} \text{ با هم برابر هستند. حاصل}$$

مثال

$a + b + c + d$ کدام است؟

$$-4 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

(گزینه صحیح: ۳)

$$g(x) = 2x + 1 \text{ و } f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1} & x \neq \frac{1}{2} \\ 4x + k & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

اگر دو تابع با ضابطه های

مثال

با هم برابر باشند، مقدار k کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

(گزینه صحیح: ۳)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال اگر دو تابع با ضابطه های

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2 - 4}{3x - 2} & x \neq -\frac{2}{3} \\ 3ax + 2 & x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$g(x) = 3x + b$ با هم برابر باشند، مقدار $a - b$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۵

(گزینه صحیح: ۱)

کدام دو تابع زیر با هم برابر نمی باشند؟

(۲) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

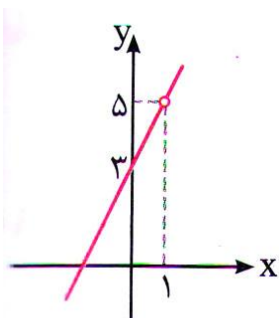
(۱) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

(۴) $f(x) = \frac{1}{x-1}$, $g(x) = \frac{x-1}{x^2 - 2x + 1}$

(۳) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x-1}$, $g(x) = x$

(گزینه صحیح: ۳)

نمودار تابع f به صورت مقابل رسم شده است. ضابطه تابع f کدام است؟



(۲) $f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x+1}$

(۱) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x+1}$

(۴) $f(x) = \frac{x^2 + x - 3}{x-1}$

(۳) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x-1}$

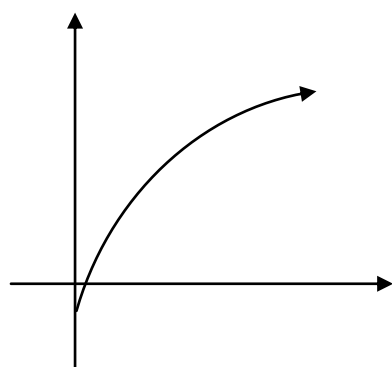
(گزینه صحیح: ۴)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

توابع رادیکالی

تابع $f(x) = \sqrt{x}$



ساده ترین تابع رادیکالی است که نمودارش به صورت مقابل است :

دامنه و برد این تابع اعداد حقیقی نامنفی است .

مثال تابع f با ضابطه $f(x) = -3 + \sqrt{x-5}$ مفروض است .

آ مقدار $f\left(\frac{29}{4}\right)$ و $f(f(16))$ را به دست آورید .

ب) نمودار f ، محور x ها را با کدام طول قطع می کند ؟

مثال نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ ، محور x ها را در نقطه ای به طول ۵ قطع

می کند . اگر نمودار این تابع از نقطه $(-2, 1)$ بگذرد، مقادیر a و b را به دست آورید .

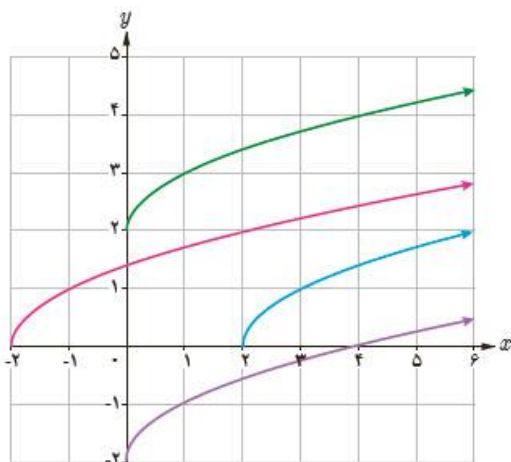
مثال در شکل مقابل با کمک انتقال نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ نمودار مربوط ، به هر

یک از توابع زیر رسم شده است . مشخص کنید که هر نمودار، مربوط به کدام تابع است . سپس

دامنه آنها را تعیین کنید .

مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



الف) $g(x) = \sqrt{x-2}$ $D_g = \dots\dots\dots$

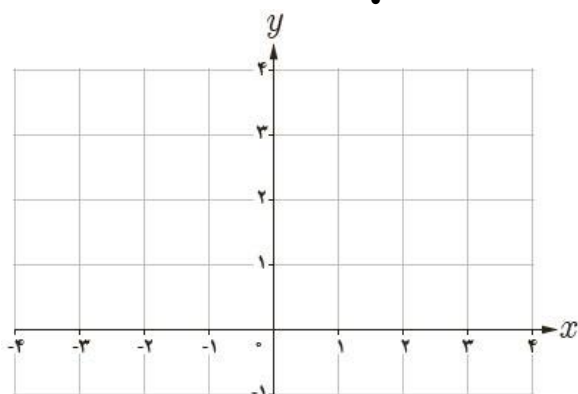
ب) $k(x) = \sqrt{x+2}$ $D_k = \dots\dots\dots$

پ) $h(x) = \sqrt{x} + 2$ $D_h = \dots\dots\dots$

ت) $l(x) = \sqrt{x} - 2$ $D_l = \dots\dots\dots$

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ را رسم کنید؛ سپس دامنه آن را بیابید.

مثال



نمودار تابع با ضابطه $g(x) = -3 + \sqrt{x-4}$ را رسم کنید.

مثال

نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

مثال

ب) $y = 2 + \sqrt{x+1}$

آ) $y = \sqrt{x} - 1$

نمودار هر یک از توابع زیر را به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم کنید.

مثال

ب) $g(x) = -3 + \sqrt{x-1}$

آ) $f(x) = 2 - \sqrt{x+1}$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

دامنه توابع رادیکالی

برای تعیین دامنه توابع رادیکالی دو حالت در نظر می گیریم :

❖ اگر فرجه رادیکال فرد باشد :

❖ اگر فرجه رادیکال زوج باشد :

دامنه هر یک از توابع زیر را به دست آورید .

مثال

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - x}{x - 2}} \quad (ب)$$

$$y = 3\sqrt{\frac{x + 4}{x^2 - 2x}} \quad (آ)$$

$$y = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} \quad (د)$$

$$y = \sqrt{4 - \sqrt{x + 1}} \quad (ج)$$

دامنه هر یک از توابع زیر را به دست آورید .

مثال

$$g(x) = \sqrt{\frac{2 - x}{x + 3}} \quad (ب)$$

$$f(x) = 2 - \sqrt{x - 3} \quad (آ)$$

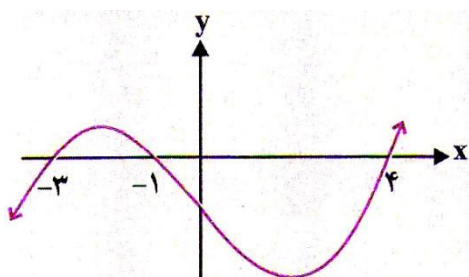
$$m(x) = \sqrt{\frac{-x^2}{x - 3}} \quad (د)$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \quad (ج)$$

شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است .

مثال

دامنه تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{xf(x)}$ را بیابید .



مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

دامنه تابع $y = \sqrt{35 - x^2}$ شامل چند عدد صحیح است ؟



۱

۱۷ (۴)

۱۱ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt{-x^2(x^2 - 4)^2}$ چند عضو دارد ؟



۲

۴ پی شمار

۳ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + \sqrt{1-2x}$ کدام است ؟



۳

$R - (-1, 1)$ (۴)

$R - [-1, 1]$ (۳)

$(-\infty, -1)$ (۲)

$(-\infty, \frac{1}{2}]$ (۱)

اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه تابع $f(3 - x)$ کدام است ؟ (سراسری تجربی ۹۲)



۴

$[1, 3]$ (۴)

$[1, 2]$ (۳)

$[0, 3]$ (۲)

$[0, 2]$ (۱)

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x-1}}$ کدام است ؟



۵

$[-5, 5]$ (۴)

$[1, 5]$ (۳)

$[5, +\infty)$ (۲)

$[1, +\infty)$ (۱)

دامنه تعریف تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - |x|} - 2$ کدام گزینه است ؟



۶

R (۴)

$-2 < x < 2$ (۳)

$-1 < x < 1$ (۲)

$x \geq 2, x \leq -2$ (۱)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x}}}$ کدام است؟

۷

(۱) $[0, +\infty)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $[0, \sqrt{2}]$ (۴) $\{0\} \cup [1, +\infty)$

تابع $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ مفروض است . اگر دامنه آن $[-4, +\infty)$ و پیرد آن

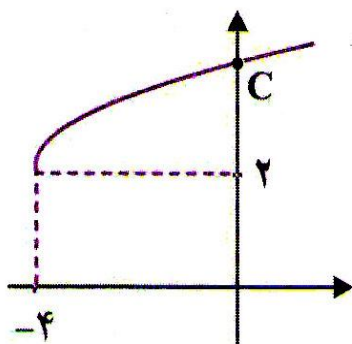
۸

$[-3, +\infty)$ باشد، آن گاه این نمودار محور x ها را در کدام نقطه قطع می کند؟

(۱) $(5, 0)$ (۲) $(6, 0)$ (۳) $(7, 0)$ (۴) $(8, 0)$

نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ به شکل رو به رو است . مقدار C کدام است؟

۹



(۱) ۲

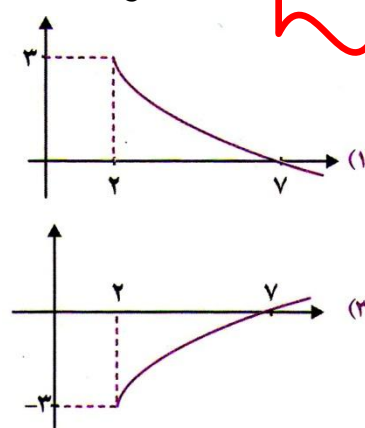
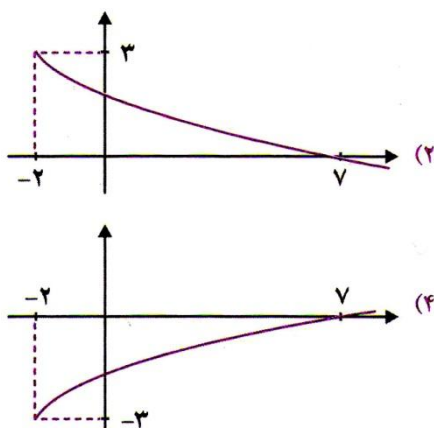
(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{x+2}$ شبیه کدام گزینه است؟

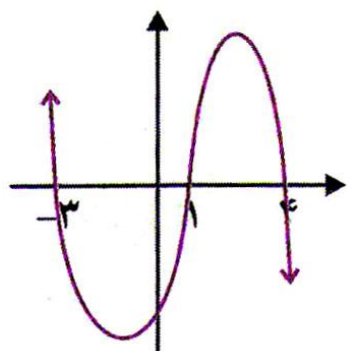
۱۰



مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱) شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می دهد. دامنه تابع $y = \sqrt{x f(x)}$ کدام است؟



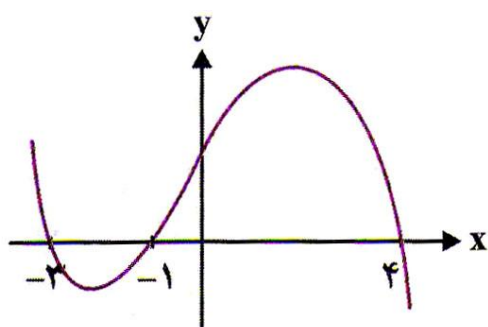
(۱) $(-\infty, -3] \cup [1, 4)$

(۲) $[-3, 1) \cup [4, +\infty)$

(۳) $[-3, 0] \cup [1, 4]$

(۴) $(-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$

۲) شکل رو به رو نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است. دامنه تابع $y = \sqrt{x f(x)}$ کدام است؟



(۱) $(-1, 1) \cup [0, 6]$

(۲) $[-3, 1) \cup [0, 2]$

(۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$

(۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$

۳) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} & x \geq 3 \\ 2x+3 & x \leq 3 \end{cases}$ مقدار $f(f(5)) + f(f(1))$ کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندسی مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۴ اگر $f(x) = \sqrt{x + 2|x|}$ ، مقدار $f(f(-144))$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

(۱) تعریف نشده

۱۵ اگر $f(x) = \sqrt{2 - x - x^2}$ ، مقدار $f(f(-1))$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

(۱) تعریف نشده

۱۶ نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = a + \sqrt{x + b}$ ، از دو نقطه $(-1, -1)$ و $(4, 0)$

می گذرد. مقدار $f(-4)$ کدام است؟

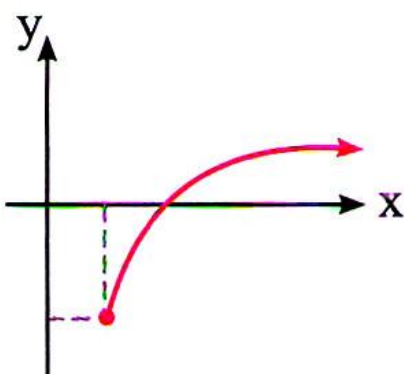
۵ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۱۷ نمودار کدام یک از توابع زیر، می تواند به صورت رو به رو باشد؟



(۱) $y = -1 + \sqrt{x + 1}$

(۲) $y = -2 + \sqrt{x - 1}$

(۳) $y = 2 + \sqrt{x - 1}$

(۴) $y = 1 + \sqrt{x + 1}$

۱۸ نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را ابتدا ۵ واحد به سمت چپ و سپس ۲ واحد به سمت پایین انتقال

می دهیم تا نمودار تابع f به دست آید. مقدار $f(1)$ کدام است؟

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۹ نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را ابتدا به اندازه k واحد به سمت راست و سپس به اندازه ۲ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا نمودار تابع f به دست آید. اگر $f(۱) = -\frac{۳}{۴}$ باشد، مقدار k کدام است؟

۵ (۱)

۱ (۲)

۳ (۳)

۱ (۴)

۲۰ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را ابتدا به اندازه ۳ واحد به سمت راست و سپس به اندازه ۲ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم. نمودار حاصل محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

۱۲ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

۲ (۴)

۲۱ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا به اندازه ۷ واحد به سمت چپ و سپس به اندازه یک واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا نمودار تابع g به دست آید. فاصله نقطه تلاقی نمودار توابع f و g از مبدأ مختصات کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۲۲ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$ کدام است؟

مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$(2) (1, 3)$$

$$(1) (-\infty, 1] \cup (3, +\infty)$$

$$(4) (-\infty, 3)$$

$$(3) [1, +\infty)$$

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{4 - \frac{1}{x^2}}$ کدام است؟

۲۳

$$(2) [-2, 2] - \{0\}$$

$$(1) \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] - \{0\}$$

$$(4) (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$(3) (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt{\sqrt{x} - x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۲۴

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۳	۱۳	۴
۲	۳	۱۴	۲
۳	۲	۱۵	۱
۴	۴	۱۶	۲
۵	۳	۱۷	۲
۶	۱	۱۸	۱
۷	۴	۱۹	۳
۸	۱	۲۰	۲
۹	۲	۲۱	۴
۱۰	۲	۲۲	۲
۱۱	۳	۲۳	۴
۱۲	۴	۲۴	۳

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

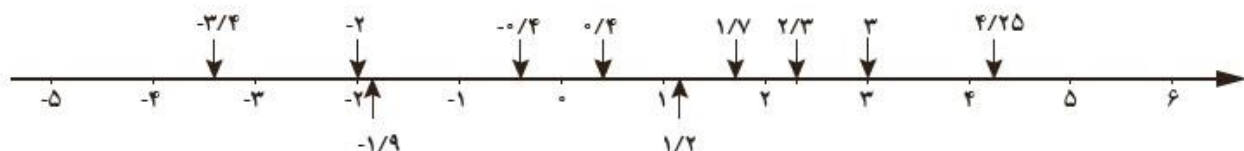
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ تعریف جزء صحیح

اگر x عدد حقیقی باشد، جزء صحیح x یا پراکت x که با نماد $[x]$ نشان می دهیم، بزرگ ترین عدد صحیحی است که کوچک تر یا مساوی x است. به عنوان مثال داریم :

با کمک گرفتن از محور اعداد، جزء صحیح اعداد خواسته شده را به دست آورید.

مثال



$$\begin{array}{ccccc} [-3/4] = & [-2] = & [-1/9] = & [0/4] = & [-0/4] = \\ [4/25] = & [3] = & [2/3] = & [1/7] = & [1/2] = \end{array}$$

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

مثال

$$\left[\frac{41}{37} \right] = \quad \left[-\frac{13}{51} \right] =$$

حاصل عبارت های مقابل را حساب کنید.

مثال

$$[-103/003] \quad [-2309/54]$$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ ویژگی های تابع جزء صحیح

$$۱) [x] \leq x \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = x \\ \text{اگر } x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [x] < x \end{cases}$$

$$۲) [x] \leq x < [x] + ۱ \Rightarrow ۰ \leq x - [x] < ۱$$

$$۳) [x] + [-x] = \begin{cases} ۰ & ; x \in \mathbb{Z} \\ -۱ & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

✓ معادلات شامل جزء صحیح

در حالت کلی برای معادله $|f(x)| = n$ داریم : معادله جواب ندارد $\Rightarrow n \notin \mathbb{Z}$ اگر

$$\text{اگر } n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \leq f(x) < n + ۱$$

هر یک از معادلات زیر را حل کنید .

مثال

$$۳[x] + ۴ = ۰ \quad (ع) \quad [x^۲ - x] = -۲ \quad (پ) \quad \left[\frac{x-۱}{۲} \right] = -۱ \quad (ب) \quad [x+۱] = ۳ \quad (آ)$$

مجموعه جواب معادلات زیر را بدست آورید .

مثال

$$الف) [۳x] = \frac{۱}{۴}$$

$$ب) [x] + [x+۲] = ۸$$

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

رسم نمودار جزء صحیح 

مثال

تابع پله ای رو به رو را رسم کنید .

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \in [0, 1) \\ 0 & x \in [1, 5] \\ 2 & x \in (6, 7] \end{cases}$$

مثال

تابع با ضابطه $f(x) = [x] + 2$ و دامنه $D_f = [-3, 3]$ را رسم کنید .

مثال

نمودار هر یک از توابع پله ای زیر را رسم کنید .

$$g(x) = \begin{cases} -1 & ; & x \geq 0 \\ 1 & ; & -1 < x \leq 1 \text{ (ب)} \\ 2 & ; & x \leq -1 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} 2 & ; & 0 < x \leq 5 \\ -1 & ; & x \leq 0 \end{cases} \quad (\text{آ})$$

مثال

نمودار هر یک از توابع زیر را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید .

$$y = x + [x] \text{ (پ)}$$

$$y = 2[x] + 3 \text{ (ب)}$$

$$y = [x] + 1 \text{ (آ)}$$

مثال

نمودار تابع $y = -[x] + 1$ را در بازه $[-2, 1]$ رسم کنید .

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

اگر $f(x) = |[5x]| - |[3x]|$ مقدار $f\left(-\frac{1}{3}\right)$ کدام است؟

۱

۱) -

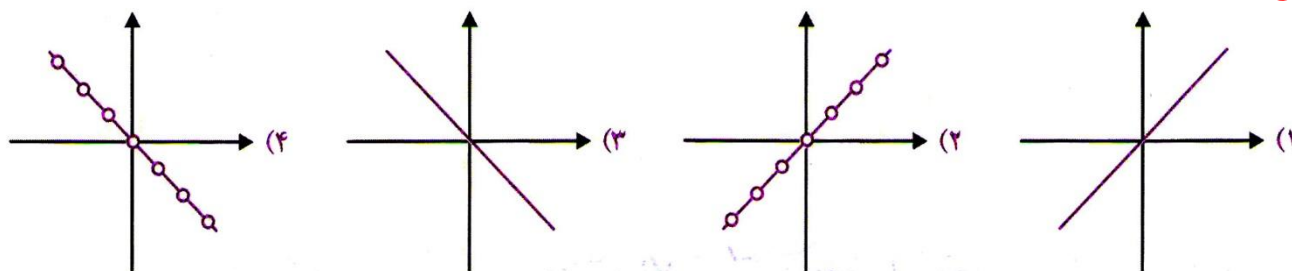
۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

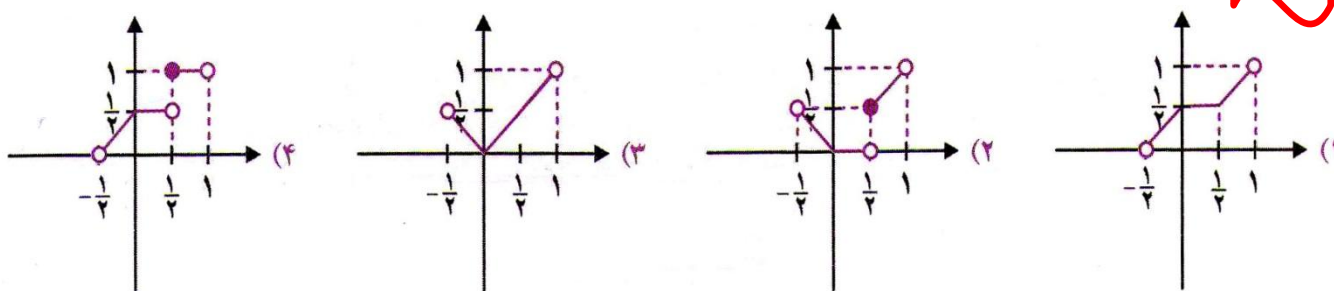
نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x}{[x]+[-x]}$ شبیه کدام گزینه است؟

۲



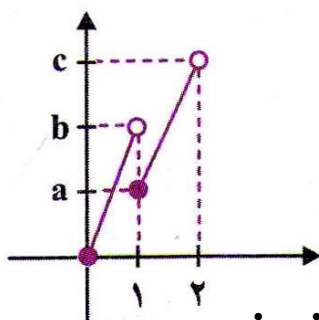
نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x[2x]$ در بازه $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$ کدام است؟

۳



نمودار $f(x) = x(3 - [x])$ به شکل رو به رو است. حاصل $\frac{a+c}{b}$ کدام است؟

۴



۲) ۲

۱) ۱

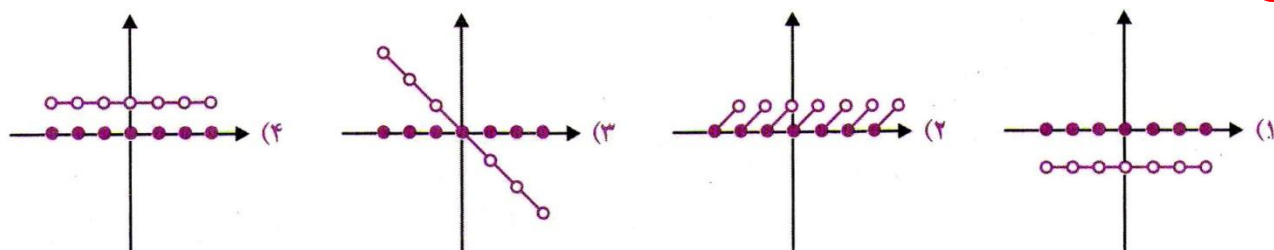
۴) ۴

۳) ۳

مبحث: آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۵ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x[x] + [-x]$ کدام است؟



۶ جواب‌های معادله $[3x - 2] = -4$ کدام است؟

(۱) $[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}]$ (۲) $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}]$ (۳) $(-1, -\frac{2}{3}]$ (۴) $(-1, -\frac{2}{3})$

۷ کدام گزینه درست است؟

(۲) $[-\frac{1}{3} = 0]$

(۱) $[\frac{7}{5} = 2]$

(۴) $[\frac{52}{17} = 3]$

(۳) $[-\sqrt{5} = -3]$

۸ اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = \frac{x}{x-2}$ ، آن‌گاه $f(g(\sqrt{2}))$ کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) ۲

۹ در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ ، مقدار $f(-\frac{1}{2}f(\sqrt{3}))$ کدام است؟ [] نماد

جزء صحیح است.

(۴) ۲/۷۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۲/۲۵

(۱) ۱/۷۵

مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۰) اگر $n \in N$ باشد، حاصل تابع $\left[\sqrt{9n^2 + 3n} \right] - \left[\sqrt[3]{n^3 + 3n} \right]$ کدام است؟

۲n (۱) n - ۱ (۲) -۱ (۳) ۳n (۴)

۱۱) برای هر عدد طبیعی $n > ۲$ ، حاصل $\left[\sqrt{4n^2 - 3n + ۱} \right] - \left[\sqrt{n^2 - 2n} \right]$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲) اگر تابع $[3x - 1] = 5$ باشد، حدود x کدام است؟

۳ ≤ x < ۴ (۱) ۲ ≤ x < ۳ (۲)

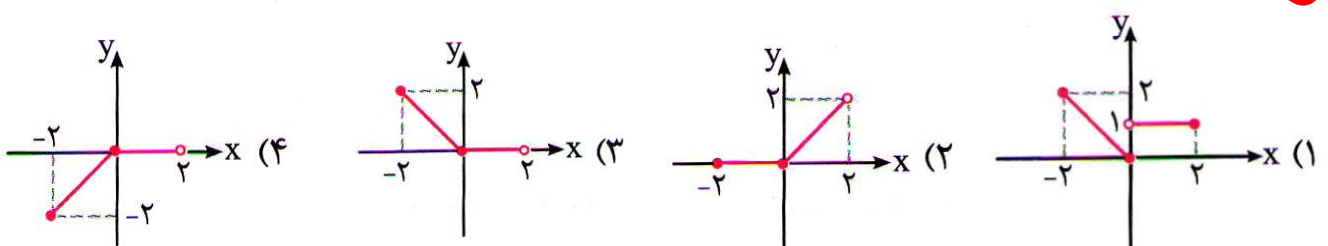
۵/۳ ≤ x < ۲ (۳) ۲ ≤ x < ۷/۳ (۴)

۱۳) اگر $[x - ۳] + ۲[x + ۱] = 5$ باشد، حدود x کدام است؟

۰ ≤ x < ۱ (۱) ۳ ≤ x < ۴ (۲)

۱ ≤ x < ۲ (۳) ۲ ≤ x < ۳ (۴)

۱۴) نمودار تابع $y = x \left[\frac{x}{۲} \right]$ در بازه $[-۲, ۲]$ به کدام صورت است؟



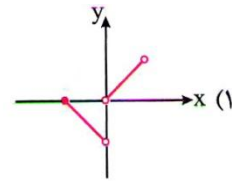
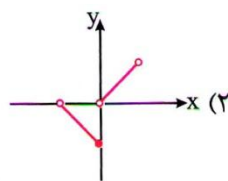
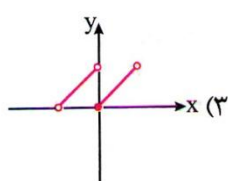
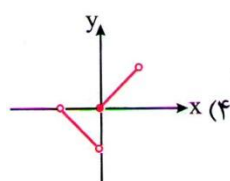
مبحث : آشنایی با برخی از انواع تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نمایش هندسی تابع با ضابطه اگر $f(x) = |x| + [x]$ در فاصله $-1 < x < 1$ کدام شکل

۱۵

است ؟



پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۴	۹	۲
۲	۲	۱۰	۱
۳	۲	۱۱	۳
۴	۲	۱۲	۴
۵	۳	۱۳	۴
۶	۱	۱۴	۳
۷	۳	۱۵	۴
۸	۳		

مبحث : آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

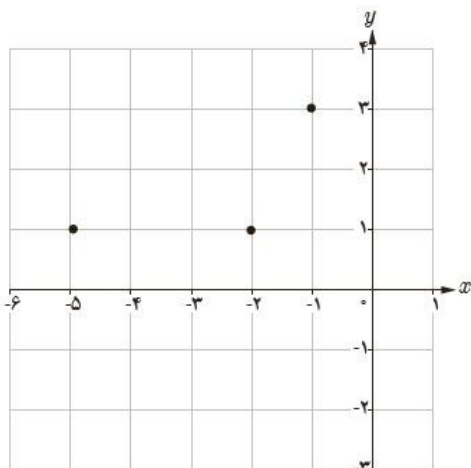
تایید یک به یک

- ۱- اگر تابع به صورت مجموعه زوج مرتب نمایش داده شده باشد ، در صورتی یک به یک است که در آن هیچ دو زوج مرتبی با مؤلفه های دوم یکسان وجود نداشته باشد .
- ۲- اگر تابع به صورت نمودار پیکانی (وِن) نمایش داده شده باشد ، در صورتی یک به یک است که به هر عضو مجموعه دوم فقط یک پیکان وارد شده باشد .
- ۳- اگر نمودار تابع را داشته باشیم ، در صورتی آن تابع یک به یک است که هر خط موازی محور x ها ، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند .
- ۴- برای اثبات یک به یک بودن تابع با ضابطه $y = f(x)$ باید با فرض $f(x_1) = f(x_2)$ بتوان نتیجه گرفت $x_1 = x_2$ است .

مثال

در شکل داده شده ، با وصل کردن نقاط مشخص شده به هم ، نموداری رسم کنید که تابع

باشد .



الف) آیا تابعی که رسم کرده اید یک به یک است ؟

ب) با کامل کردن عبارت زیر مشخص کنید که چگونه با در

دست داشتن نمودار یک تابع ، می توان تشخیص داد که آیا

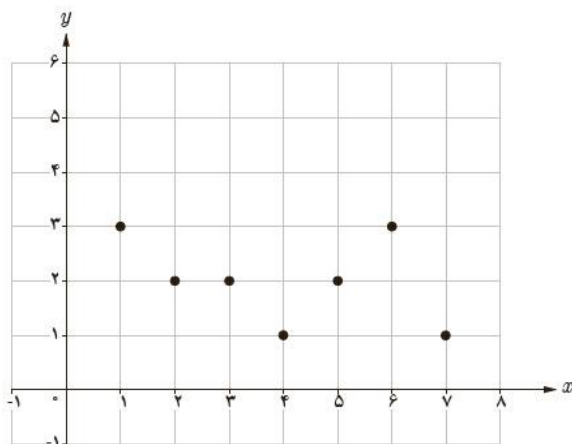
آن تابع یک به یک است یا خیر ؟

مبحث : آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

یک به یک بودن تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ را بررسی کنید .

مثال



می خواهیم با حذف تعدادی از نقاط نمودار

مثال

مقابل، آن را به یک تابع یک به یک تبدیل کنیم .

حداکثر چند نقطه می تواند باقی بماند ؟

نمودار تابعی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[2, 5]$ را رسم کنید :

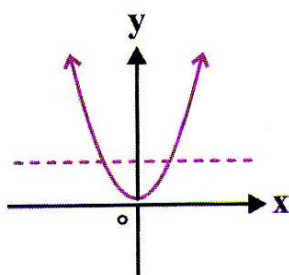
مثال

الف) به شرطی که این تابع یک به یک باشد .

ب) به شرطی که این تابع یک به یک نباشد .

تذکر

هر گاه تابعی یک به یک نباشد ، معمولاً می توان با محدود



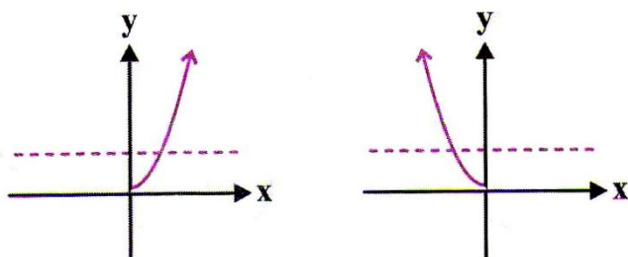
کردن دامنه ، به یک تابع یک به یک رسید . مثلاً تابع $f(x) = x^2$ با دامنه R

تابعی غیر یک به یک مطابق شکل مقابل است :

اما اگر دامنه تابع را به بازه $[0, +\infty)$ و یا $(-\infty, 0]$ محدود کنیم می بینیم که تابع در این دامنه های

محدود شده یک به یک می شود . مطابق شکل های

مقابل :



مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

الف) به نمودار تابع با ضابطه

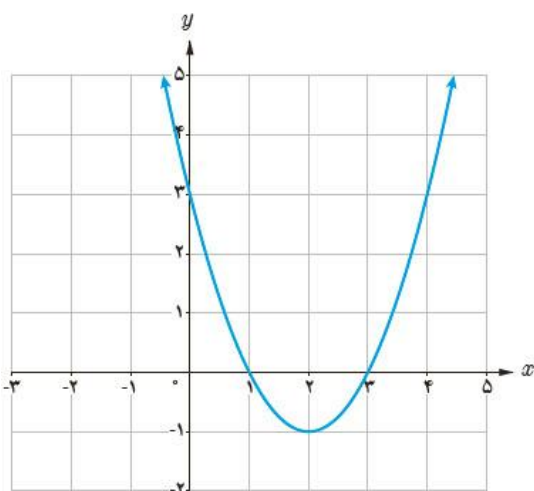
$f(x) = x^2 - 4x + 3$ در شکل مقابل، دقت کنید.

با محدود کردن دامنه این تابع روی کدام بازه های زیر

می توان یک تابع یک به یک ساخت؟

☐ $[1, 4]$

☐ $[0, 2]$

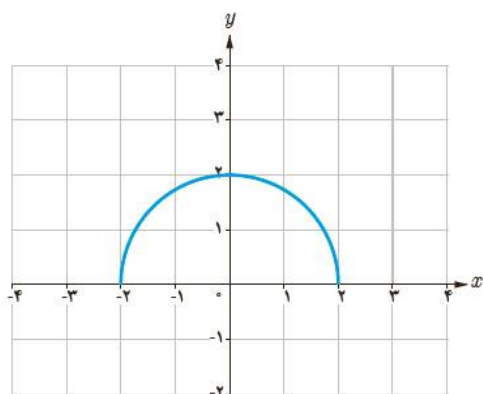


ب) آیا هر تابع درجه ۲، تابعی یک به یک است؟ چرا؟

مثال

با حذف بخشی از نمودار نیم دایره داده شده،

نمودار یک تابع یک به یک را مشخص کنید.



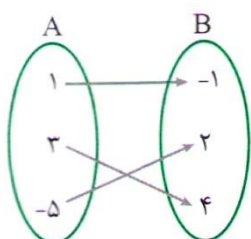
مثال

کدام یک از نمایش های زیر، نمایش تابعی یک به یک است؟ چرا؟

الف) $f = \{(-2, -1), (-1, 0), (1, 4), (2, -1)\}$

ب) $g = \{(-3, 1), (-1, 4), (0, 2), (1, 5), (-1, 4)\}$

پ) $f = \{(-1, 1), (4, 2), (0, 5), (4, 6)\}$



ت)

مثال در هر یک از قسمت های زیر، مقادیر a و b را طوری به دست آورید که تابع داده شده،

تابعی یک به یک باشد.

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

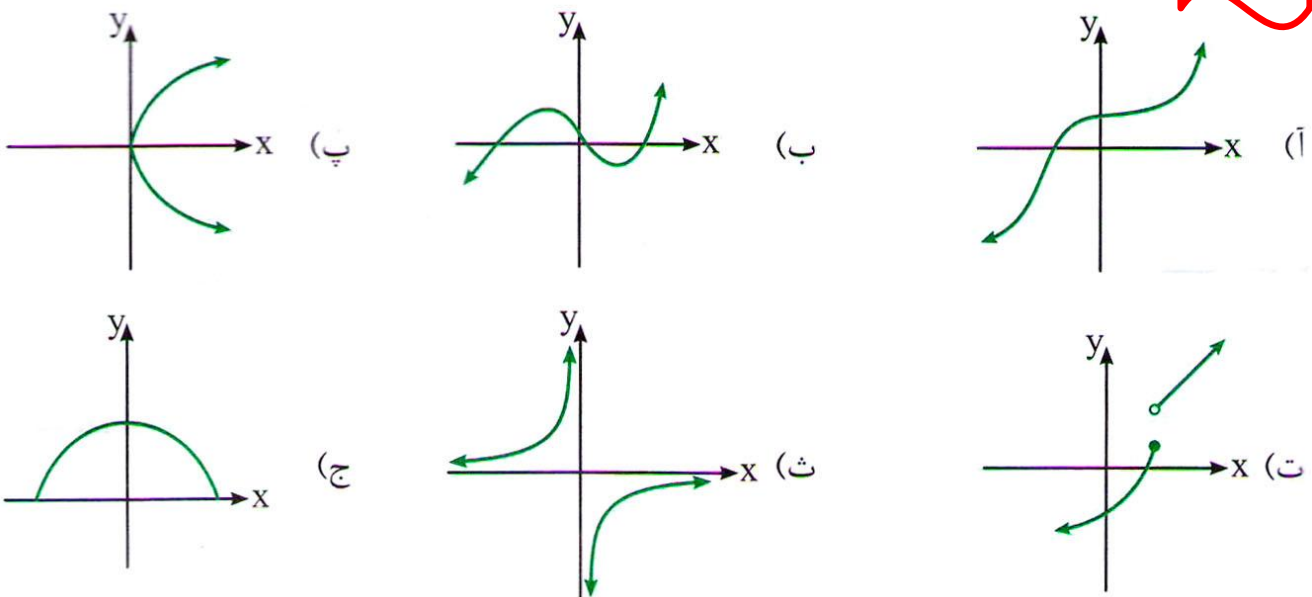
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$f = \{ (1, a-b), (2, 4), (3, 2a+b), (a-b, 4), (3, 7) \} \quad (\text{آ})$$

$$g = \{ (-1, 2), (3, 5), (-1, a^2 - a), (a, a+3), (b+1, a+3) \} \quad (\text{ب})$$

کدام یک از نمودارهای داده شده، نمودار یک تابع یک به یک را مشخص می کند؟

مثال



نمودار تابعی با دامنه $[-1, 1]$ و برد $[1, 4]$ رسم کنید به طوری که:

مثال

(ب) یک به یک نباشد.

(آ) یک به یک باشد.

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

اگر تابع $\{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\}$ یک به یک باشد، a کدام

۱)
است؟

۲(۴

۱(۳

-۱(۲

-۲(۱

به ازای کدام مقدار m ، رابطه $\{(2, 5), (3, 1), (m^2 - m, 5), (3, m)\}$ یک تابع

۲)
یک به یک است؟

۴(هیچ مقدار

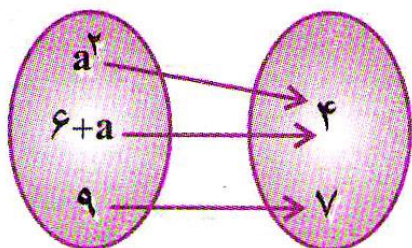
۲(۳

۱(۲

-۱(۱

نمودار و n رو به رو مربوط به یک تابع یک به یک است. مقدار a کدام است؟

۳)
۳(۱



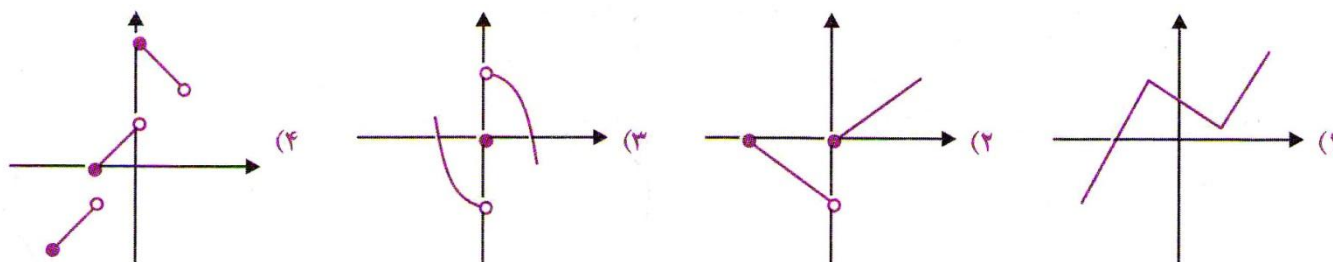
۲(۲

-۲(۴

-۳(۳

کدام نمودار متعلق به تابعی یک به یک است؟

۴)
۱)



مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

کدام تابع یک به یک است؟

۵

$$y = \sqrt[3]{x^3} \quad (۴)$$

$$y = \sqrt{x-1} \quad (۳)$$

$$y = |x| \quad (۲)$$

$$y = x^2 \quad (۱)$$

کدام یک از توابع زیر تابعی یک به یک می باشد؟

۶

$$\{(1, 0), (3, -1), (2, 0), (5, 1)\} \quad (۱)$$

$$\{(-5, 0), (-1, 2), (3, -1), (0, 1)\} \quad (۲)$$

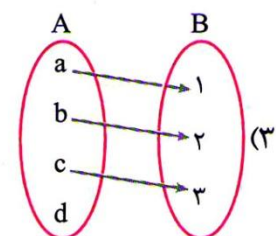
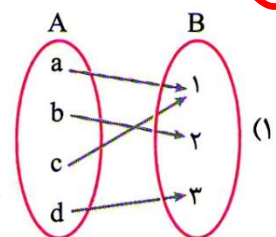
$$\{(1, 5), (2, 1), (3, -1), (0, 1)\} \quad (۳)$$

$$\{(2, 2), (3, 3), (-1, 2), (-3, -2)\} \quad (۴)$$

کدام یک از توابع زیر، یک به یک است؟

۷

$$f = \{(1, 2), (-1, -2), (-2, 1)\} \quad (۲)$$



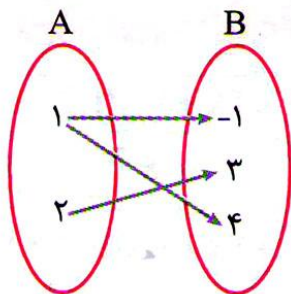
$$f = \{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, 1)\} \quad (۴)$$

نمودار پیکانی رابطه R به صورت مقابل می باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۸

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



(۱) R تابع است و R^{-1} تابع یک به یک است.

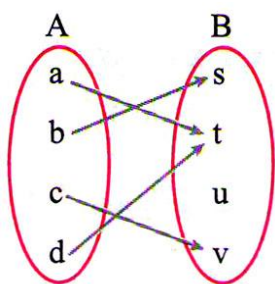
(۲) R تابع است و R^{-1} تابع یک به یک نمی باشد.

(۳) R تابع نیست و R^{-1} تابع یک به یک است.

(۴) R تابع نیست و R^{-1} تابع یک به یک نمی باشد.

تابع f با نمودار مقابل نمایش داده شده است. f تابعی و f^{-1}

۹ می باشد.



(۲) غیر یک به یک غیر تابع

(۱) یک به یک - تابع -

(۴) غیر یک به یک - تابع

(۳) یک به یک - غیر تابع

اگر رابطه $f = \{ (۳, ۲), (a, ۵), (۳, a^۲ - a), (b, ۲), (-۱, ۴) \}$ تابع یک

۱۰.

به یک باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

(۲, ۳) (۴)

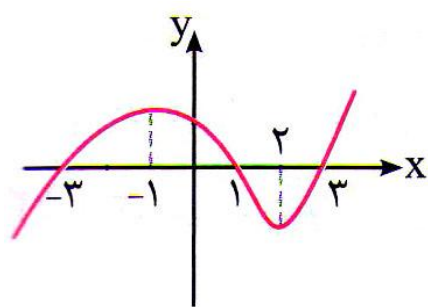
(۲, ۱) (۳)

(-۱, ۳) (۲)

(-۱, ۱) (۱)

نمودار تابع f به صورت مقابل است. روی کدام بازه زیر f^{-1} تابع است؟

۱۱)



(-۳, ۰) (۲)

(-∞, ۲) (۱)

(-۱, ۲) (۴)

(۱, ۳) (۳)

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۱۲ نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ ، با دامنه $R - \{2\}$ ، نمودار وارون نمود را با کدام طول قطع

می کند؟

۴ (۴)

۴- (۳)

۴- (۲)

۴- (۱)

۱۳ اگر f و g وارون یکدیگر باشند، کدام گزینه صحیح است؟

$$D_g = R_f, D_f = R_g \quad (۲)$$

$$R_f = R_g, D_f = D_g \quad (۱)$$

$$R_f = R_g, D_f = R_g \quad (۴)$$

$$D_g = R_g, D_f = R_f \quad (۳)$$

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۴	۸	۴
۲	۴	۹	۲
۳	۴	۱۰	۴
۴	۴	۱۱	۴
۵	۳	۱۲	۲
۶	۲	۱۳	۲
۷	۲		

مبحث : آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

وارون یک تابع

۱- اگر در همه زوج های مرتب تابع f مؤلفه های اول و دوم را جابجا کنیم ، رابطه ای جدید بدست می آید که به آن وارون تابع f می گویند و آن را با f^{-1} نشان می دهند .

یک تابع وارون پذیر است اگر و تنها اگر یک به یک باشد .

نکته

مثال الف) هر مایل تقریباً $1/6$ کیلومتر است . تعیین کنید که هر یک از جملات سمت راست مربوط به کدام یک از رابطه های سمت چپ است .

$$f(x) = \frac{8}{5}x$$
$$g(x) = \frac{5}{8}x$$

این رابطه برای تبدیل تقریبی « مایل » به « کیلومتر » است .

این رابطه برای تبدیل تقریبی « کیلومتر » به « مایل » است .



ب) تندی 30 مایل بر ساعت تقریباً معادل تندی

چند کیلومتر بر ساعت است ؟

وارون تابع $f = \{ (2, 3), (-2, 1), (-1, 2) \}$ را به دست آورید .

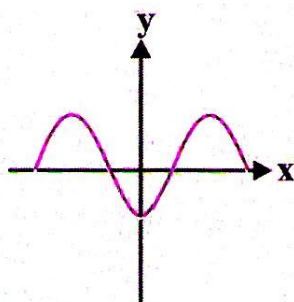
مثال

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

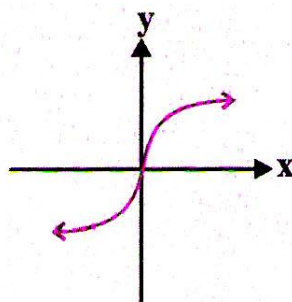
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

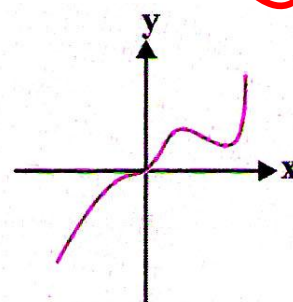
کدام یک از شکل های زیر به عنوان یک تابع دارای تابع وارون است؟



(الف)



(ب)

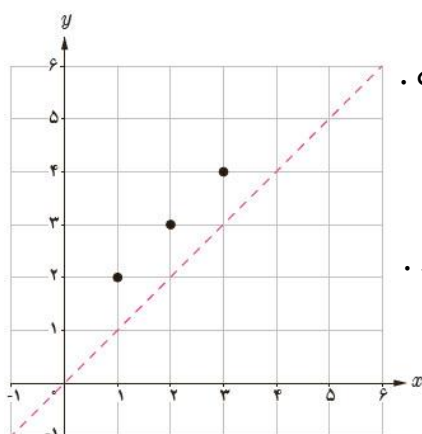


(ج)

نکته

نمودار تابع f و نمودار وارون اش یعنی f^{-1} ، نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (خط $y = x$) قرینه اند پس برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرینه نمودار تابع را نسبت به خط $y = x$ رسم کنیم.

مثال



در دستگاه مختصات داده شده نمودار تابع f رسم شده است.

(الف) تابع f را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب نمایش دهید.

(ب) تابع f^{-1} را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب نمایش دهید.

(پ) در همین دستگاه مختصات، نمودار f^{-1} را رسم کنید.

(ت) نمودار f و f^{-1} چه ارتباطی با هم دارند؟

«نمودار f و f^{-1} نسبت به قرینه یکدیگرند.»

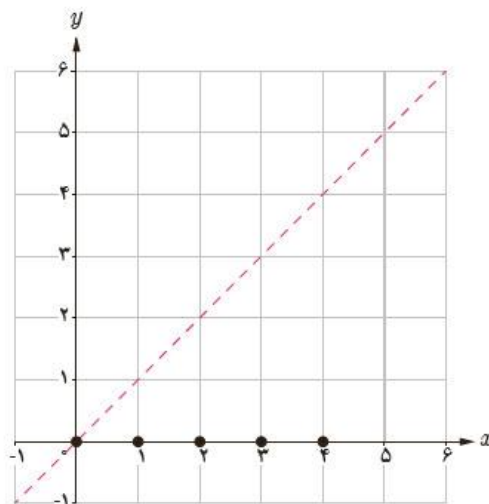
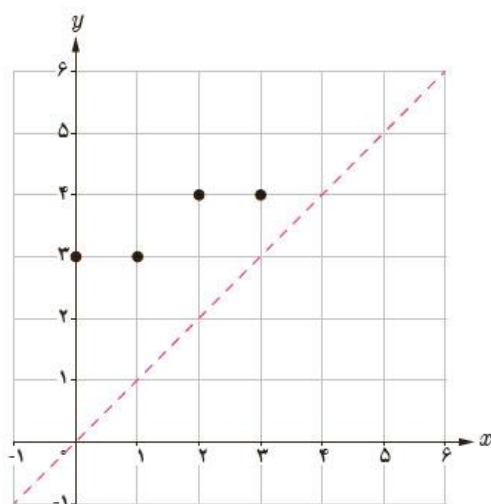
مثال

(الف) در هر مورد بیان کنید چرا نمودار داده شده معرف یک تابع است و سپس وارون

آن را رسم کنید.

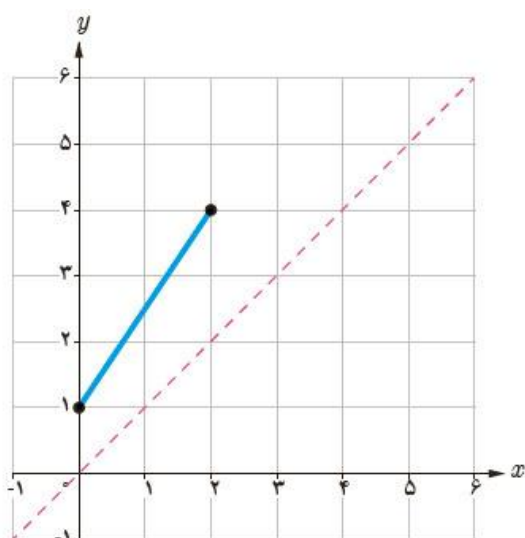
مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



ب) عبارت زیر را کامل کنید.

برای رسم نمودار وارون یک تابع کافی است قرینه نمودار آن تابع را نسبت به رسم کنید.

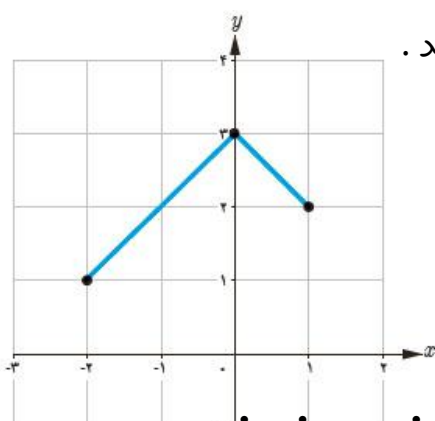


نمودار وارون تابع داده شده را رسم کنید.

مثال

مثال

نمودار وارون تابع داده شده در شکل مقابل را رسم کنید.



مبحث : آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

✓ به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک

برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون از روی ضابطه تابع $y = f(x)$ ، ابتدا به جای نماد $f(x)$ از نماد y استفاده می کنیم. سپس با توجه به ضابطه وارد شده x را بر حسب y تعیین می کنیم و در آخر به جای y از نماد x و به جای x از نماد $f^{-1}(x)$ استفاده می کنیم.

ضابطه تابع وارون هر یک از توابع یک به یک را بدست آورید.

مثال

مثال

هر تابع خطی غیر ثابت یک به یک است. (چرا ؟) وارون هر یک از توابع خطی زیر را به

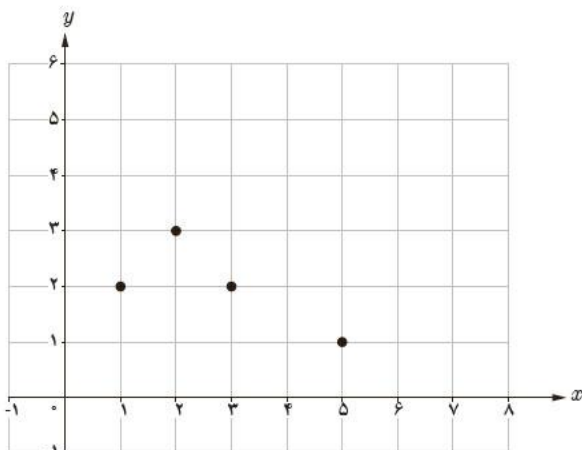
دست آورید.

الف) $f(x) = x + 5$

ب) $g(x) = 4x$

پ) $u(x) = 2x + 3$

ت) $v(x) = \frac{2}{3}x - 4$



الف) چرا نمودار داده شده،

مثال

نمودار یک تابع یک به یک نیست؟

ب) با حذف تنها یک نقطه، نمودار مقابل را

به یک تابع یک به یک تبدیل کنید.

مسئله چند جواب دارد؟

بحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

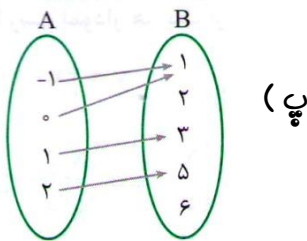
ضابطه وارون هر یک از توابع با ضابطه های زیر را بیابید.

$$f(x) = \frac{-7x+3}{5} \quad (\text{پ})$$

$$f(x) = \frac{3}{5}x + 4 \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = 5x - 2 \quad (\text{الف})$$

وارون هر یک از تابع های زیر را مشخص کنید.

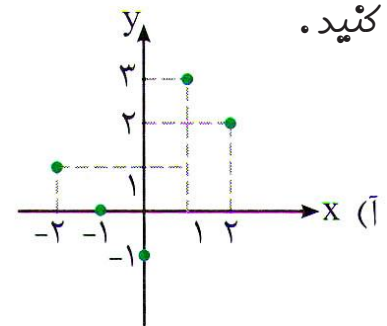
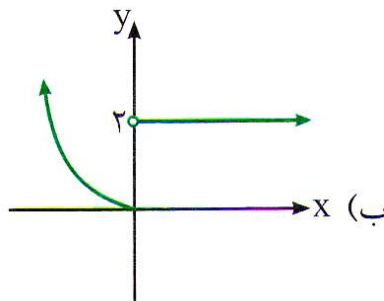
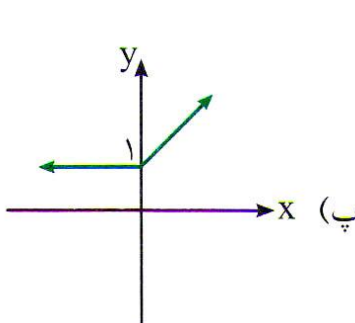


$$f = \{ (1, 2), (3, -2), (4, 1), (5, 0) \} \quad (\text{آ})$$

$$g = \{ (-2, 0), (4, 1), (5, 1), (6, 2) \} \quad (\text{ب})$$

مثال

در هر یک از شکل های زیر، نمودار تابعی رسم شده است. نمودار وارون این توابع را رسم کنید.



مثال

ضابطه وارون هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} \quad (\text{پ})$$

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + 2 \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = 4x - 1 \quad (\text{آ})$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = x^2 + 1, \quad x \geq 0 \quad (\text{د})$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} - 1 \quad (\text{ت})$$

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

تست های تکمیلی

۱) به ازای کدام مقدار a رابطه $\{ (2, 5), (a, 1), (4, 6), (1, 3), (4, a^2 + a) \}$ تابع وارون پذیر است؟

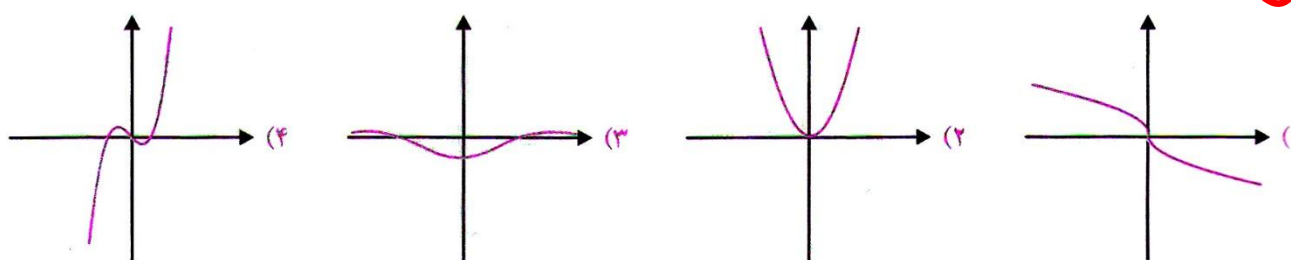
(۱) -3 (۲) 2 (۳) -2 (۴) هیچ مقدار a

۲) تابع $f: \{ (1, -6), (2, -2), (3, -3) \}$ معروض است و وارونش

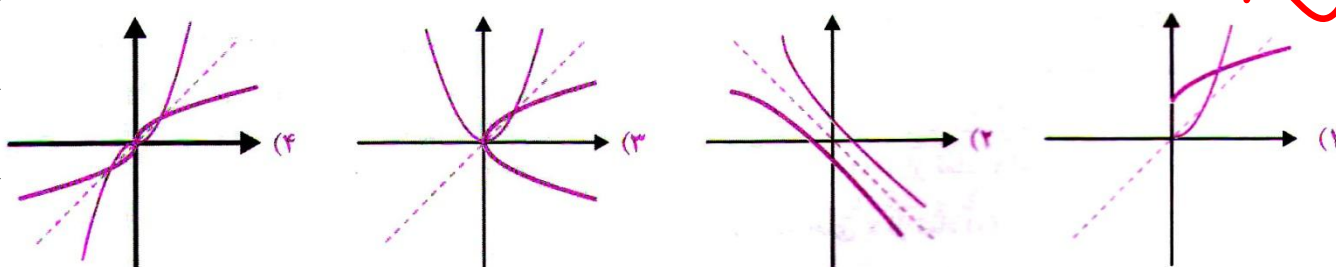
$f^{-1}: \{ (a^2 + 5a, 1), (a, 2), (b, c) \}$ است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) 3 (۳) -4 (۴) 1

۳) کدام یک از توابع زیر وارون پذیر است؟



۴) در کدام گزینه، به درستی نشان دهنده نمودار تابع f و معکوس آن f^{-1} است؟



مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

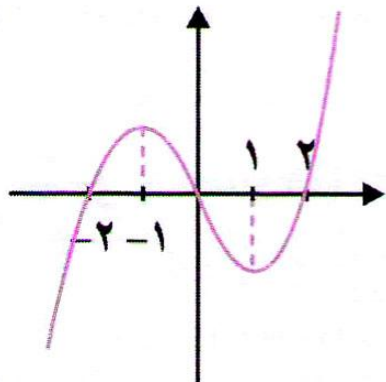
مجموعه نقاط تلاقی نمودارهای f و f^{-1} نسبت به کدام خط متقارن هستند؟

۵

(۱) نیمساز ربع اول (۲) محور x ها (۳) محور y ها (۴) نیمساز ربع دوم

نمودار تابع $f(x)$ به صورت رو به رو است. تابع f در کدام بازه محدود شود تا وارون پذیر باشد؟

۶



(۱) $(-2, 0)$

(۲) $(0, 2)$

(۳) $(-1, 2)$

(۴) $(-1, 1)$

اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و نقطه $(a, 4)$ روی نمودار f^{-1} باشد، a کدام است؟

۷

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

f و g دو تابع وارون پذیر هستند و $f(2) = 5$ ، $f^{-1}(7) = 3$ ، حاصل $f^{-1}(5) + g(3)$

۸

کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

اگر $f(x) = \begin{cases} 4x + 3 & , x \geq 3 \\ x + 1 & , x < 3 \end{cases}$ آن گاه $f^{-1}(5)$ کدام است؟

۹

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$۴(۴)$$

$$-۶(۳)$$

$$-۲(۲)$$

$$-۴(۱)$$

اگر $f(x) = \sqrt{x + ۴}\sqrt{x - ۴}$ ، آن گاه حاصل دو تایی $f^{-1}(۳)$ کدام است؟

۱۰

$$۹(۴)$$

$$۵(۳)$$

$$۳(۲)$$

$$۱(۱)$$

ضابطه وارون تابع با ضابطه $f(x) = ۲x + ۳$ کدام است؟

۱۱

$$\frac{1}{۲}x + ۳(۲)$$

$$۲x + ۳(۱)$$

$$\frac{1}{۲}x - \frac{۳}{۲}(۴)$$

$$۲x - ۳(۳)$$

ضابطه معکوس تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟

۱۲

$$) - x^۲, x \geq ۰(۲)$$

$$) + x^۲, x \geq ۱(۱)$$

$$) + x^۲, x \geq ۰(۴)$$

$$) - x^۲, -۱ \leq x \leq ۱(۳)$$

ضابطه معکوس تابع $f(x) = ۲ - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟

۱۳

$$y = -x^۲ - ۴x + ۵; x \leq ۲(۲)$$

$$y = x^۲ - ۴x + ۵; x \leq ۲(۱)$$

$$y = -x^۲ - ۴x + ۵; x \geq ۱(۴)$$

$$y = x^۲ - ۴x + ۵; x \geq ۱(۳)$$

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

ضابطه وارون تابع $y = \frac{x}{1+x}$ کدام است؟

۱۴

(۴) $\frac{x}{x-1}$

(۳) $\frac{x}{1-x}$

(۲) $\frac{1-x}{x}$

(۱) $\frac{1+x}{x}$

ضابطه تابع معکوس $f(x) = -x^2$ وقتی که $x \leq 0$ باشد، کدام گزینه است؟

۱۵

(۲) $f^{-1}(x) = -\sqrt{x}$

(۱) $f^{-1}(x) = \sqrt{-x}$

(۴) $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

(۳) $f^{-1}(x) = -\sqrt{-x}$

اگر $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$ باشد، f^{-1} کدام است؟

۱۶

(۲) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}$

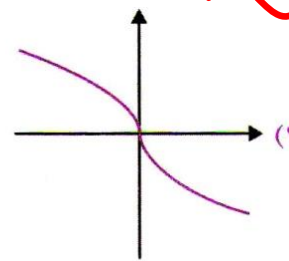
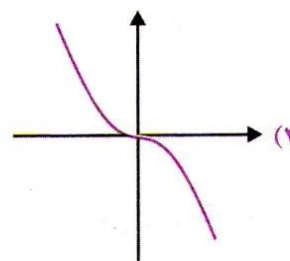
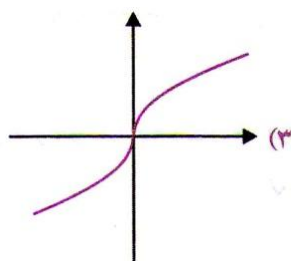
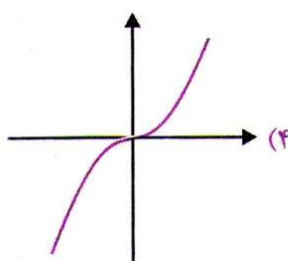
(۱) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 1$

(۴) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} - 1$

(۳) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} - 1$

اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟

۱۷



ضابطه وارون تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , x < 0 \\ -\sqrt{x} & , x \geq 0 \end{cases}$ کدام است؟

۱۸

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$f^{-1}(x) = -x^2, x < 0 \quad (۲)$$

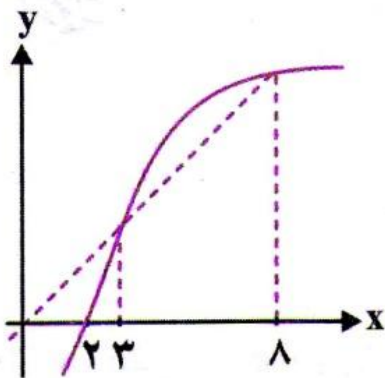
$$f^{-1}(x) = x|x|, x \in R \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \pm x|x|, x \in R \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \pm x^2, x \in R \quad (۳)$$

۱۹ شکل رو به رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع با ضابطه

$$\sqrt{x - f^{-1}(x)}$$
 کدام است؟



$$(0, 2] \quad (۱)$$

$$[2, 3] \quad (۲)$$

$$[2, 8] \quad (۳)$$

$$[3, 8] \quad (۴)$$

۲۰ اگر $A = \{-4, -2, 2, 4\}$ و $f = \{(x, y) \mid x \in A, y = \frac{x}{y} + 1\}$ باشد، وارون

تابع f کدام است؟

$$\{(-1, -2), (1, -1), (0, 2), (3, 4)\} \quad (۲)$$

$$\{(-1, -4), (0, -2), (2, 2), (3, 4)\} \quad (۱)$$

$$\{(0, -2), (-2, 2), (-1, 4), (3, 4)\} \quad (۴)$$

$$\{(-1, -4), (0, -1), (2, 2), (3, -1)\} \quad (۳)$$

۲۱ اگر $f(x) = 3x^2 - 4x$ و $g = \{(-1, 2), (0, 4), (3, 5), (2, 2)\}$ دو تابع باشند،

مقدار $f(g^{-1}(2))$ کدام است؟

$$۷ \quad (۴)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۱۱ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

۲۲ اگر f تابعی خطی با شرایط $f(2) = 8, f^{-1}(3) = 7$ باشد، عرض از مبدأ نمودار f کدام

است؟

۴ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۳ اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = x^3 + x - 1$ باشد، نمودار f^{-1} از کدام نقطه

می گذرد؟

(۴, -۱) (۴)

(۳, ۱) (۳)

(۲, ۰) (۲)

(۱, -۳) (۱)

۲۴ وارون تابع $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2+1}}$ از نقطه $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ می گذرد، a کدام است؟

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۲۵ در تابع با ضابطه $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟

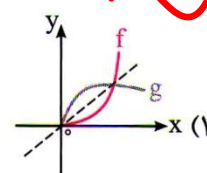
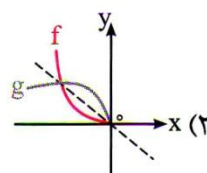
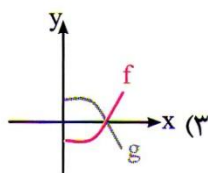
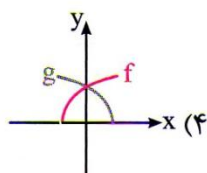
(۴) تعریف نشده

(۳) -۲

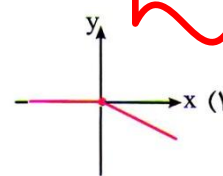
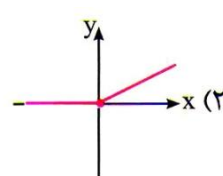
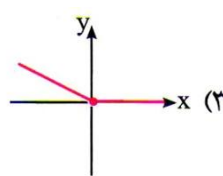
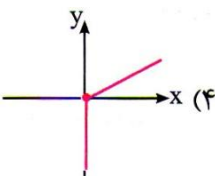
(۲) -۵

(۱) -۸

۲۶ در کدام یک از نمودارهای زیر، دو تابع f و g وارون یکدیگرند؟



۲۷ منحنی نمایش وارون تابع با ضابطه $f(x) = 2x + |2x|$ کدام است؟

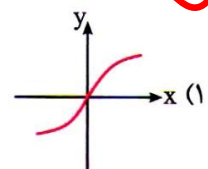
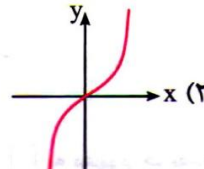
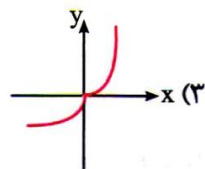
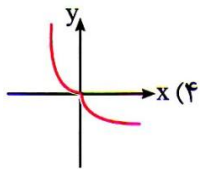


مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

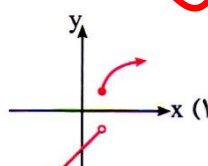
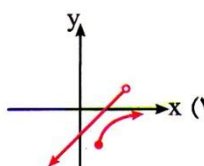
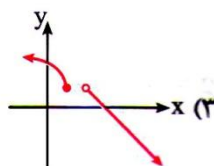
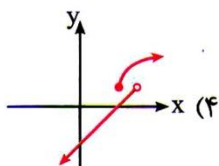
نمایش هندسی وارون تابع: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

۲۸



اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ x + 2 & x < 1 \end{cases}$ باشد، نمودار f^{-1} کدام است؟

۲۹



ضابطه وارون تابع $y = 4 + \sqrt{x+1}$ ، به کدام صورت است؟

۳۰

$$y = x^2 - 4x + 15, x \geq 4 \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 4x + 15, x \leq 4 \quad (۱)$$

$$y = x^2 + 2x, x \leq -1 \quad (۴)$$

$$y = x^2 + 2x, x \geq -1 \quad (۳)$$

ضابطه وارون تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟ (سراسری تجربی - ۹۲)

۳۱

$$y = -x^2 + 4x - 5, x \leq 2 \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 4x + 5, x \leq 2 \quad (۱)$$

$$y = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1 \quad (۴)$$

$$y = x^2 - 4x + 5, x \geq 1 \quad (۳)$$

ضابطه وارون تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹۶ و سراسری

۳۲

تجربی خارج از کشور - ۹)

مبحث: آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$y = x^r, x < 0 \quad (۲)$$

$$y = x|x|, x \in R \quad (۱)$$

$$y = \pm x|x|, x \in R \quad (۴)$$

$$y = \pm x^r, x \in R \quad (۳)$$

۳۳ ضابطه وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟ (سراسری تجربی - ۹)

$$y = \frac{1-|x|}{|x|}, x > 0 \quad (۲)$$

$$y = \frac{x}{1-|x|}, x < 0 \quad (۱)$$

$$y = \frac{|x|-1}{x}, x < 0 \quad (۴)$$

$$y = \frac{x}{|x|-1}, x > 0 \quad (۳)$$

۳۴ ضابطه وارون تابع f با ضابطه $f(x) = |2x-6| - |x+4| + x$ با دامنه $(-4, 3)$

کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -x + 5, x > 2 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = -x + 6, x < -4 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 1, -4 < x < 0 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 1, -4 < x < 3 \quad (۳)$$

۳۵ ضابطه وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x}, x \geq 0 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x}, x \geq 1 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2, x \geq 0 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2, x \geq -1 \quad (۳)$$

۳۶ ضابطه تابع وارون $y = x^2 - 2x^2 + 1$ با شرط $x \geq 1$ کدام است؟

$$y = \sqrt{1-\sqrt{x}} \quad (۲)$$

$$y = \sqrt{1+\sqrt{x}} \quad (۱)$$

$$y = -\sqrt{1-\sqrt{x}} \quad (۴)$$

$$y = -\sqrt{1+\sqrt{x}} \quad (۳)$$

مبحث : آشنایی با برخی از ویژگی های تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
۱	۱	۱۹	۴
۲	۲	۲۰	۱
۳	۱	۲۱	۴
۴	۴	۲۲	۲
۵	۱	۲۳	۱
۶	۴	۲۴	۱
۷	۳	۲۵	۳
۸	۳	۲۶	۱
۹	۳	۲۷	۴
۱۰	۳	۲۸	۳
۱۱	۴	۲۹	۴
۱۲	۴	۳۰	۲
۱۳	۱	۳۱	۱
۱۴	۳	۳۲	۱
۱۵	۳	۳۳	۱
۱۶	۳	۳۴	۴
۱۷	۳	۳۵	۴
۱۸	۱	۳۶	۱

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

اعمال چپدی روی توابع

دو تابع حقیقی f و g را در نظر می گیریم و فرض می کنیم $D = D_f \cap D_g$ ، دامنه مشترک آن ها و $x \in D$ باشد، در این صورت چهار عمل اصلی بین این دو تابع به صورت زیر تعریف می کنیم :

* (مجموع دو تابع) $(f + g)(x) = f(x) + g(x) \rightarrow$

* (تفاضل دو تابع) $(f - g)(x) = f(x) - g(x) \rightarrow$

* (حاصل ضرب دو تابع) $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) \rightarrow$

* (تقسیم دو تابع) $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0 \rightarrow$

* (تقسیم دو تابع) $(kf)(x) = k \times f(x); k \in R \rightarrow$

دامنه توابع فوق به صورت زیر است :

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{k \cdot f(x)} = D_f$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

برای دو تابع با ضابطه های $f(x) = x^2 + 3x + 1$ و $g(x) = x - 3$ جدول داده شده را

مثال

کامل کنید .

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x)=$	
$f-g$	$(f-g)(x)=$	
$f \cdot g$	$(f \cdot g)(x)=$	
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=$	

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

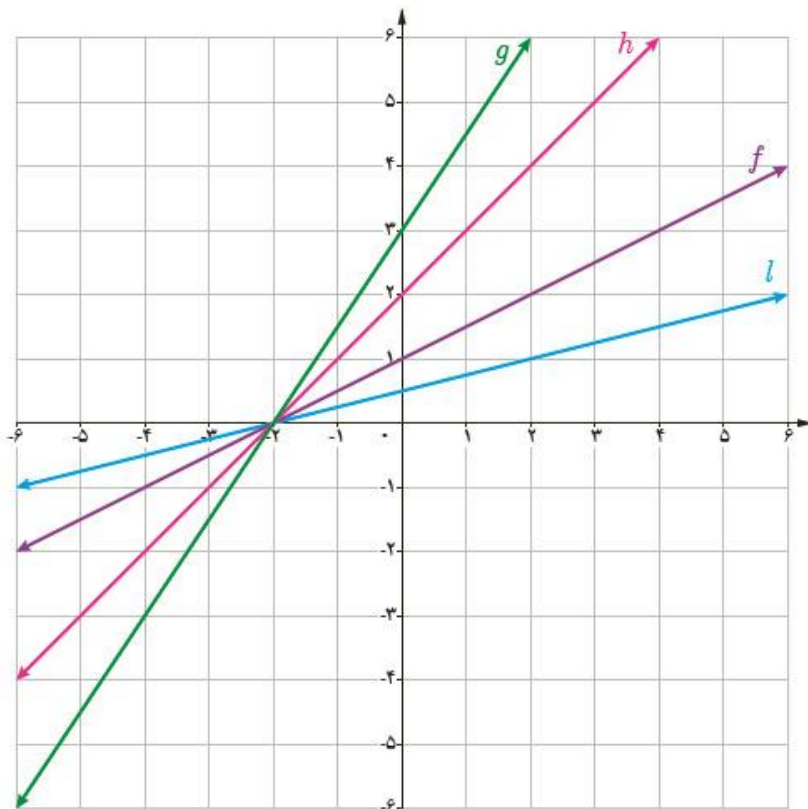
کنید .

برای دو تابع با ضابطه های $u(x) = \sqrt{x} + 1$ و $v(x) = x - 1$ جدول داده شده را کامل

تابع	ضابطه	دامنه
$u+v$	$(u+v)(x) =$	
$u-v$	$(u-v)(x) =$	
$u \cdot v$	$(u \cdot v)(x) =$	
$\frac{u}{v}$	$\left(\frac{u}{v}\right)(x) =$	

مثال

با توجه به شکل دیده می شود که $l(x) = \frac{1}{p} f(x)$. جاهای خالی را پر کنید .



$$g(x) = \dots\dots f(x)$$

$$h(x) = \dots\dots f(x)$$

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

پیاپید .

در هر مورد ، دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و ترکیب دو تابع داده شده را

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$g(x) = x + 2 \text{ (ب)}$$

$$f(x) = |x|$$

$$g(x) = \frac{1}{x} \text{ (الف)}$$

$$f(x) = \frac{x-2}{x+5}$$

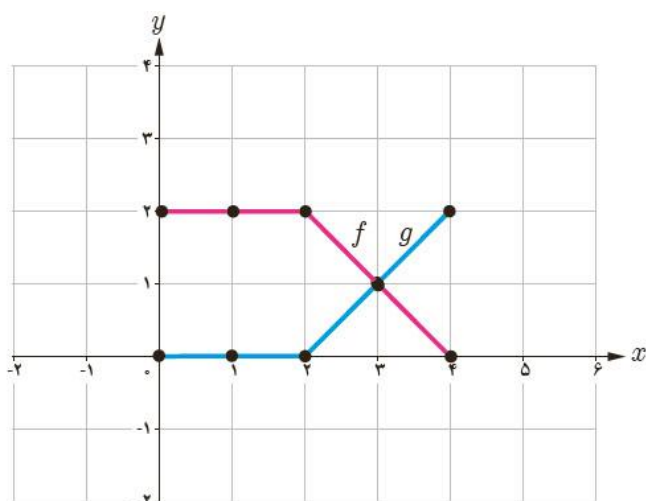
$$g(x) = x^2 + 3x - 10 \text{ (ت)}$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = -\sqrt{x} \text{ (پ)}$$

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\}$$

$$g = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\}$$



مثال

در شکل مقابل، نمودار دو تابع

f و g رسم شده است. نمودار حاصل جمع

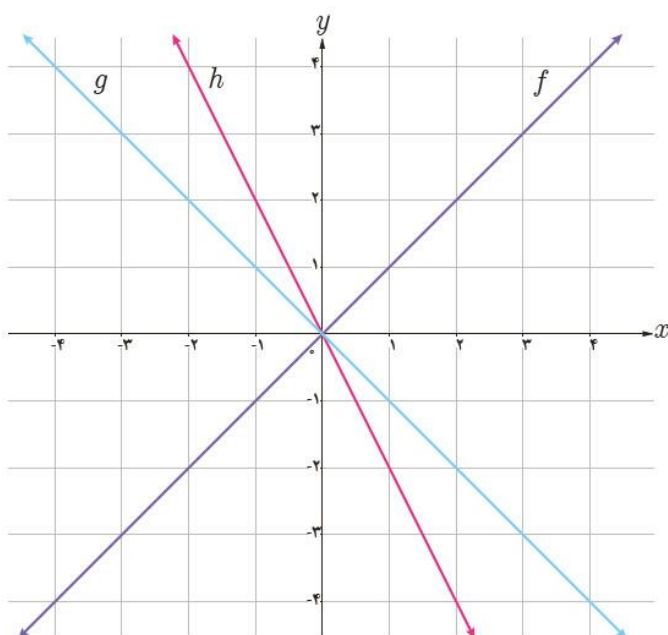
این دو تابع را به دست آورید.

مثال

با توجه به نمودار سه تابع

داده شده، مشخص کنید کدام یک از

آنها برابر مجموع دو تابع دیگر است؟



مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال توابع با ضابطه های $f = \{(1,2), (3,5), (2,-3), (4,0)\}$ و

$g(x) = \{(0,1), (2,4), (3,-2), (4,1)\}$ مقروض است. در این صورت توابع $f - g$ و $\frac{g}{f}$ و $\frac{f}{g}$

$f^2 - g^2$ را تشکیل دهید.

مثال اگر f و g توابعی حقیقی با ضابطه های $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه

توابع $f + g$ و $f \cdot g$ و $\frac{g}{f}$ را بدست آورید.

مثال اگر $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$ مقدار $(3f - g)(2)$ را بیابید.

تمرینات تکمیلی

۱) در هر یک از قسمت های زیر، دامنه و ضابطه هر یک از توابع $f + g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ و $f - g$ را

مشخص کنید.

آ) $f(x) = x^2 - 2x$ ، $g(x) = 3x$ ب) $f(x) = \sqrt{x}$ ، $g(x) = -2\sqrt{1-x}$

۲) دامنه هر یک از توابع زیر را به دست آورید.

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$g(x) = \sqrt[3]{\frac{5}{x^2 + x - 1}} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \frac{-5}{\sqrt{x+1}} \quad (\text{آ})$$

$$k(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{5-x}} + \sqrt{x} \quad (\text{د})$$

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}} \quad (\text{ح})$$

$$n(x) = \sqrt{\frac{-1}{x^2 - 2x}} + \sqrt{1 - \sqrt{x}} \quad (\text{پ})$$

$$m(x) = \frac{1}{x^2 - 4x} + \sqrt{5x - x^2} \quad (\text{ت})$$

اگر $f = \{(-1, 1), (2, 4), (3, 1), (4, 0)\}$ و $g = \{(2, -1), (5, 3), (4, 2), (-1, 6)\}$ دو تابع

۳

باشند، هر یک از توابع زیر را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

$$\frac{g}{f} \quad (\text{پ})$$

$$f - g^{-1} \quad (\text{ب})$$

$$f + 2g \quad (\text{آ})$$

$$\frac{g^2 - f}{2f + g} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{f + g}{f - g} \quad (\text{ت})$$

$$(2f) \cdot (3g) \quad (\text{د})$$

توابع $f(x) = 3 - x^2$ و $g(x) = -2$ داده شده است.

۴

(آ) نمودار تابع $f + g$ را رسم کنید. (راه حل نوشته شود.)

(ب) مقدار $(f \cdot g)(0)$ را محاسبه نمایید.

اگر $f(x) = \sqrt{x+7}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند، مطلوب است:

۵

(آ) محاسبه مقدار $(g + 2f)(2)$

(ب) تعیین دامنه f ، و g دامنه $\frac{f}{g}$ (با استفاده از تعریف)

اگر $f(x) = 3x + 5$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ ، دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.

۶

توابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \frac{2}{x-3}$ داده شده اند.

۷

آ) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) ضابطه تابع $\frac{g}{f}$ را تشکیل دهید.

پ) حاصل عبارت $(-1)(3f - 2g)$ را به دست آورید.

توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده اند.

۸

آ) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

ب) حاصل عبارت $(f \cdot g)(1)$ را تعیین کنید.

توابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 0 \\ 3x - 2 & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 3 - 2x & x \geq 1 \\ 5x + 3 & x < 1 \end{cases}$

۹

مفروض اند. ضابطه توابع $f + g$ و $f - g$ را تعیین کنید.



اگر $f = \{(1,3), (2,5)\}$ و $g = \{(2,3), (5,1)\}$ مجموعه $f + 2g$ کدام است؟



$\{(2,7)\}$ (۲)

$\{(2,11)\}$ (۱)

$\{(2,11), (1,4)\}$ (۴)

$\{(2,7), (1,4)\}$ (۳)

اگر $f = \{(2,7), (3,1), (1,4), (0,2)\}$ و $g = \{(3,4), (0,3), (4,2), (1,2)\}$ برد تابع $f + g$ کدام است؟



$\{6, 5, 4\}$ (۴)

$\{5, 6, 2\}$ (۳)

$\{5, 6, 4\}$ (۲)

$\{5, 6\}$ (۱)

اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ، دامنه تابع $f - g$ کدام است؟



$[-2, -1] \cup [1, 2]$ (۲)

$[-2, 1] \cup [-1, 1]$ (۱)

$[-1, 1] - [-2, 2]$ (۴)

$\mathbb{R} - [-1, 1]$ (۳)

اگر $f = \{(3,1), (2,5), (4,3), (1,6)\}$ باشد، برد تابع $f + f^{-1}$ کدام است؟



$\{4, 8\}$ (۴)

$\{5, 9\}$ (۳)

$\{3, 9\}$ (۲)

$\{5, 8\}$ (۱)

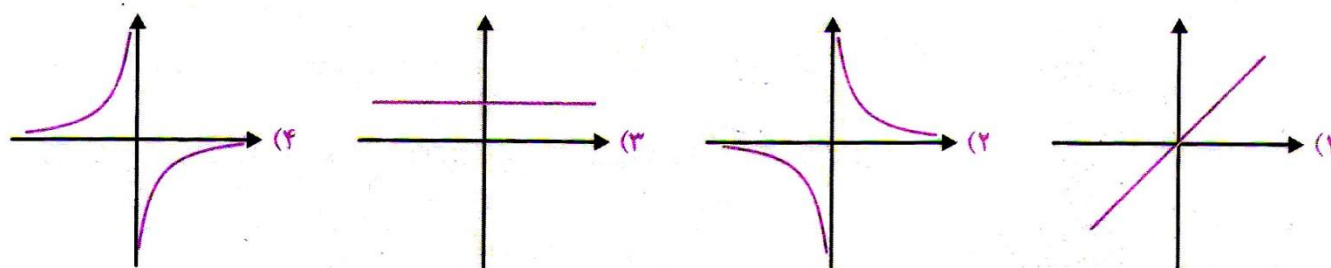
با فرض $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ و $g(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$ ، نمودار تابع $(f \cdot g)(x)$ کدام است؟



است؟

مبحث: اعمال روی تابع

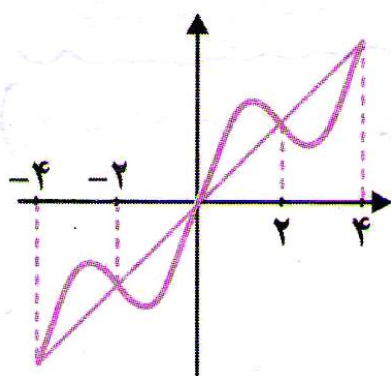
مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



در شکل رو به رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = x$

۶

رسم شده اند. دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - x}$ کدام است؟



$$[-4, 4] - [-2, 2] \quad (۲)$$

$$[-4, -2] \cup [0, 2] \quad (۱)$$

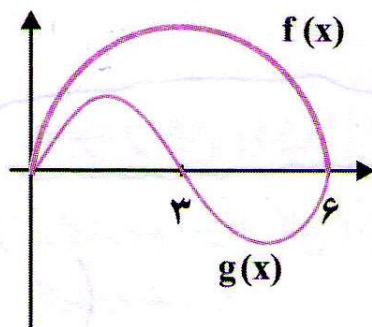
$$[-2, 0] \cup [2, 4] \quad (۴)$$

$$[-4, -2] \cup [2, 4] \quad (۳)$$

در شکل رو به رو، نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$

۷

رسم شده اند. دامنه تابع $y = \sqrt{\left(\frac{f}{g}\right)(x)}$ کدام است؟



$$[0, 3] \quad (۲)$$

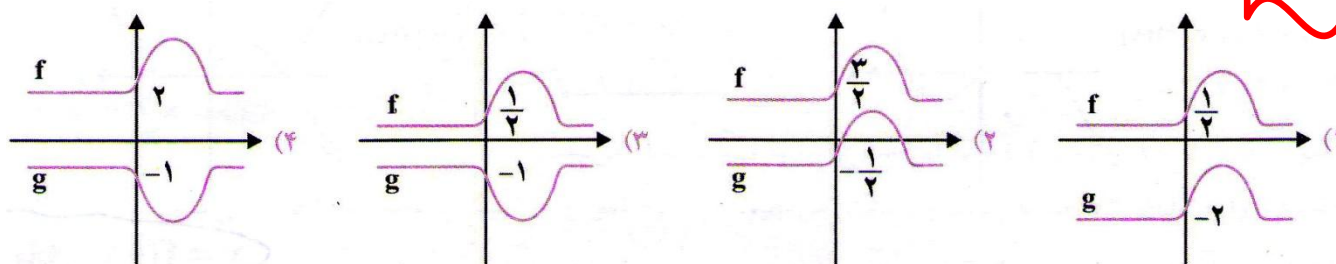
$$[0, 6] \quad (۱)$$

$$(0, 3) \quad (۴)$$

$$(0, 6] \quad (۳)$$

در باره دو تابع f و g می دانیم $(f - g)(x) = 2$. کدام شکل می تواند نمودار دو تابع باشد؟

۸



مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

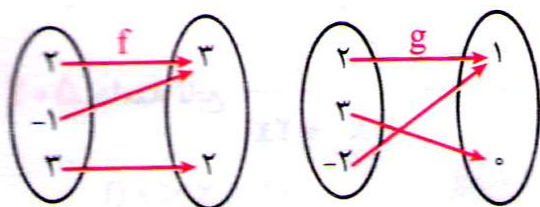
۹ اگر توابع f و g به صورت $f = \{(2, 5)\}$ و $g = \{(2, 7)\}$ تعریف شده باشند، آن گاه تابع

$f \cdot g$ برابر است با :

(۱) $\{(0, 14)\}$ (۲) $\{(4, 35)\}$

(۳) $\{(4, 12)\}$ (۴) $\{(2, 35)\}$

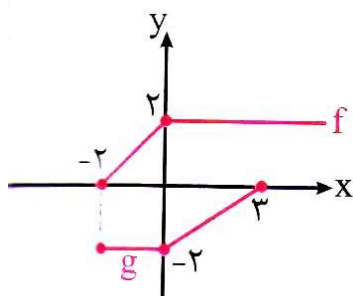
۱۰ با توجه به شکل رو به رو، تابع $\frac{f}{g}$ کدام است ؟



(۱) $\{(1, 3)\}$ (۲) $\{(2, 3)\}$

(۳) $\{(1, 3), (3, 0)\}$ (۴) $\{(2, 3), (3, 0)\}$

۱۱ با توجه به نمودارهای توابع f و g ، حاصل $\frac{(f+g)(-2) - (f-g)(3)}{(f \cdot g)(0)}$ کدام است ؟



(۱) -1 (۲) 1

(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۲ اگر $f = \{(-1, 0), (2, 1), (3, 4)\}$ و $g = \{(-1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ دو تابع باشند، مجموع

مقادیر تابع $2f + g^2$ کدام است ؟

(۱) 24 (۲) 20 (۳) 18 (۴) 16

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x-1 & x \leq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x & x \geq -2 \\ x-1 & x < -2 \end{cases}$ ، حاصل $f+2g$ به

۱۳

ازای $x = f(0)$ چقدر است؟

۳ (۴)

-۶ (۳)

-۴ (۲)

۲ (۱)

هرگاه $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & x \geq 1 \\ 3x+a & x \leq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \sin(\pi x)+2 & x \geq 0 \\ -x+4 & x < 0 \end{cases}$ دو تابع

۱۴

باشند، مقدار $f+g$ به ازای $x = \frac{1}{\pi}$ کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۵ (۲)

۳ (۱)

اگر $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x-1}{3x+1}$ ، مقدار تابع $6f + g^{-1}$ به ازای $x = \frac{1}{\pi}$ کدام

۱۵

است؟

۴ صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ، مقدار $(3f - g)(3)$ کدام است؟

۱۶

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ صفر

-۱ (۱)

اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$ و $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x+3}}$ ، دامنه تابع با ضابطه $\frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟

۱۷

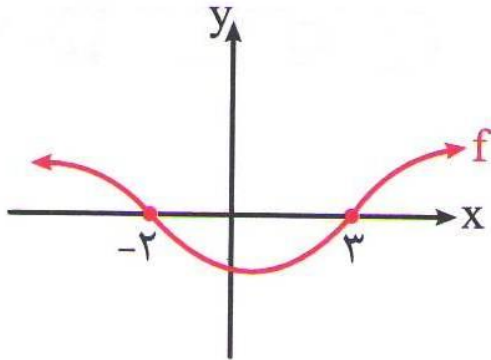
$\mathbb{R} - \{1\}$ (۲)

$(-3, +\infty) - \{1\}$ (۱)

$(-3, +\infty) - \{0\}$ (۴)

$(-3, +\infty)$ (۳)

۱۸) با توجه به نمودار f دامنه تعریف تابع $y = \sqrt{x^3 f(x)}$ کدام است؟



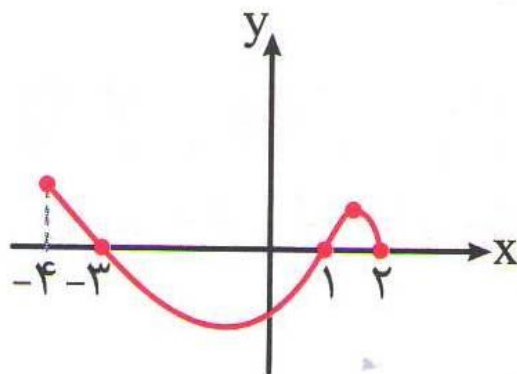
(۱) $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$

(۲) $[-2, +\infty)$

(۳) $[-2, 3)$

(۴) $[-2, 0] \cup [3, +\infty)$

۱۹) شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تعریف تابع $\sqrt{x f(x)}$ کدام است؟



(۱) $[0, 2]$

(۲) $[-3, 2]$

(۳) $[-4, -3] \cup [1, 2]$

(۴) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

پاسخ کلیدی

شماره تست	پاسخ تست
۱	۱
۲	۱
۳	۲
۴	۳
۵	۳
۶	۱
۷	۴
۸	۲
۹	۴
۱۰	۲
۱۱	۲
۱۲	۱
۱۳	۲
۱۴	۲
۱۵	۳
۱۶	۲
۱۷	۱
۱۸	۴
۱۹	۴

رسم نمودار ☒

نمودار تابع $y = kf(x)$ ☒

اگر $k > 0$ باشد، برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $f(x)$ را k برابر کنیم.

اگر $k < 0$ باشد، نمودار تابع f منقبض و اگر $-1 < k < 0$ باشد، نمودار تابع منبسط می شود.

نمودار تابع $y = -f(x)$ ☒

برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

نمودار تابع $y = |f(x)|$ ☒

برای رسم نمودار تابع $y = |f(x)|$ کافی است در نمودار f قسمت هایی از نمودار که زیر محور x ها قرار دارد را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

نمودار تابع $y = f(-x)$ ✓

برای رسم نمودار تابع $y = f(-x)$ کافی است نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

مثال

با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ضابطه نمودار هر یک از توابع با ضابطه های زیر را رسم کنید.

$$h(x) = -|x - 3| \text{ (پ)}$$

$$g(x) = -|x| \text{ (الف)}$$

$$l(x) = 2|x - 2| \text{ (پ)}$$

مثال

با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ضابطه نمودارهای زیر را رسم کنید.

$$s(x) = -\sqrt{x - 2} \text{ (پ)}$$

$$r(x) = 2\sqrt{x} \text{ (الف)}$$

$$u(x) = 1 - \sqrt{x} \text{ (ج)}$$

$$t(x) = -3\sqrt{x} \text{ (پ)}$$

$$v(x) = 1 - \sqrt{x - 3} \text{ (ج)}$$

مثال

نمودار تابع $y = -2|2 - x| + 2$ را با توجه به نمودار $y = |x|$ رسم کنید.

مثال

اگر برد تابع $f(x)$ برابر با $[-3, 2]$ باشد، برد تابع $3 + 2f(x - 2) - k$ کدام است؟

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$(1) \quad (-6, 4]$$

$$(2) \quad [-6, 4)$$

$$(3) \quad (-1, 9]$$

$$(4) \quad [-1, 9)$$

(ج: گزینه ۴ صحیح)

مثال

نمودار $y = \sqrt{x}$ را رسم کرده ایم. این عمل ها را به ترتیب انجام می دهیم :

- نمودار را به اندازه ۲ واحد به سمت چپ انتقال می دهیم .

- عرض هر نقطه از نمودار را ۳ برابر می کنیم .

- نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم .

- نمودار را به اندازه ۲ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم .

ضابطه نمودار حاصل کدام است ؟

$$(1) \quad y = 3\sqrt{x-2} - 2$$

$$(2) \quad y = -3\sqrt{x+2} - 2$$

$$(3) \quad y = 3\sqrt{x-2} + 2$$

$$(4) \quad y = -3\sqrt{x+2} + 2$$

(ج: گزینه ۲ صحیح)

مثال

نمودار $y = 3x - 5$ را رسم کرده ایم. این عمل ها را به ترتیب انجام می دهیم :

- نمودار را به اندازه ۲ واحد به سمت بالا انتقال می دهیم .

- نمودار را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم .

- عرض هر نقطه را $\frac{1}{3}$ برابر می کنیم .

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

- نمودار را ۳ واحد به سمت راست انتقال می دهیم .

- عرض هر نقطه را ۲ برابر می کنیم .

ضابطه نمودار حاصل کدام است ؟

$$y = -2x + 8 \quad (۲)$$

$$y = -2x + 4 \quad (۱)$$

$$y = 2x - 4 \quad (۴)$$

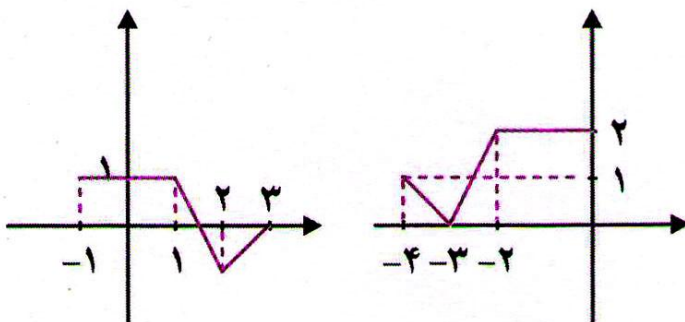
$$y = 2x + 4 \quad (۳)$$

(ج : گزینه ۲ صحیح)

در شکل چپ ، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است . در شکل راست ، نمودار کدام تابع

مثال

رسم شده است ؟



$$y = f(x - 1) + 1 \quad (۱)$$

$$y = f(-x - 1) + 1 \quad (۲)$$

$$y = f(-x - 2) + 1 \quad (۳)$$

$$y = f(-x + 1) + 1 \quad (۴)$$

(ج : گزینه ۲ صحیح)

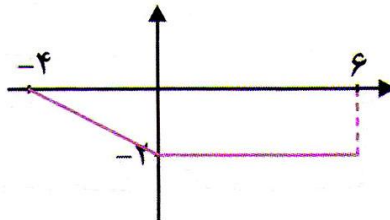
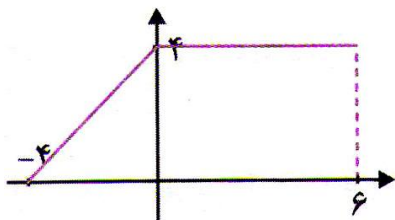
در شکل چپ ، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است . در شکل راست ، نمودار کدام تابع

مثال

رسم شده است ؟

مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷



$$y = \frac{f(-x)}{2} \quad (1)$$

$$y = 2f(-x) \quad (2)$$

$$y = -\frac{f(x)}{2} \quad (3)$$

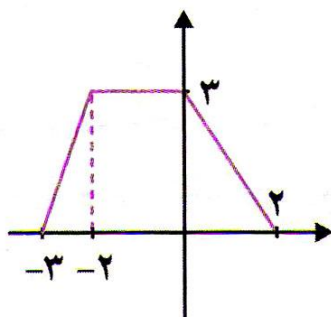
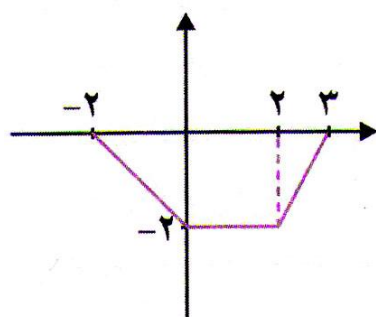
$$y = -2f(x) \quad (4)$$

(ج: گزینه ۳ صحیح)

در شکل چپ، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. در شکل راست، نمودار کدام تابع

مثال

رسم شده است؟



$$y = -\frac{2}{3} f(x) \quad (1)$$

$$y = -\frac{2}{3} f(-x) \quad (2)$$

$$y = -\frac{3}{2} f(x) \quad (3)$$

$$y = -\frac{3}{2} f(-x) \quad (4)$$

(ج: گزینه ۴ صحیح)

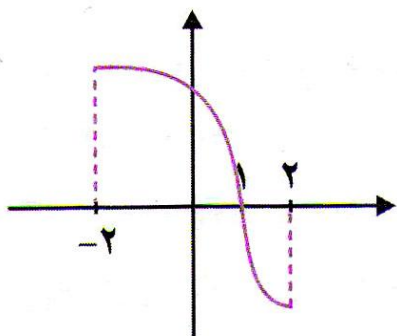
مبحث : اعمال روی تابع

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مثال

نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل رو به رو است. دامنه تابع $y = \sqrt{f(x)f(-x)}$ کدام

است؟



(۱) $[-2, 2]$

(۲) $[-2, 2)$

(۳) $[-2, 2]$

(۴) $[0, 2]$

(ج: گزینه ۲ صحیح)