



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

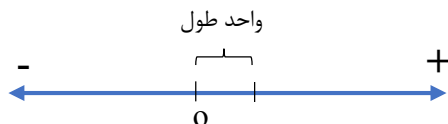


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

* هندسه تحلیلی:

✓ محور: خط جهت داری که روی آن نقطه ای به عنوان مبدا و طولی به نام واحد اندازه گیری در

نظر گرفته می شود، محور نام دارد.



✓ هر نقطه روی محور، دارای طول می باشد که این طول را با x نشان می دهند اگر نقطه سمت راست مبدا باشد طول مثبت و در غیر این صورت طول آن منفی است.

* فاصله دو نقطه واقع بر یک محور:

✓ اگر طول نقاط A و B روی محور اعداد حقیقی به ترتیب x_A و x_B باشد در این صورت فاصله ی بین A و B برابر است با:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

✓ همچنین اگر M وسط A و B باشد آنگاه:

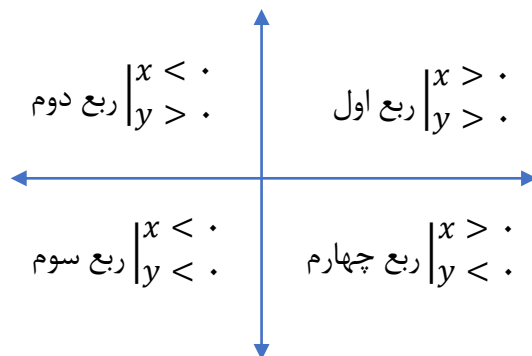
$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$$

مثال ۱: اگر $x_A = 5$ و $x_B = -7$ باشد آنگاه فاصله دو نقطه A و B و وسط آن را بدست آورید.

✍

* دستگاه مختصات و کارتی :

✓ هر گاه دو محور $x'x$ و $y'y$ در مبداء یعنی نقطه ی 0 در یک صفحه بر هم عمود باشد، به آن محور ها ، محور های مختصات و آن صفحه را صفحه ی مختصات می گوئیم هر نقطه در دستگاه مختصات دارای طول و عرض می باشد.



مثال ۲ : به ازای چه مقدار m ، نقطه ی $A(2m - 3 - 6 - 3m)$

مثال

۲

الف) روی محور x ها قرار دارد.

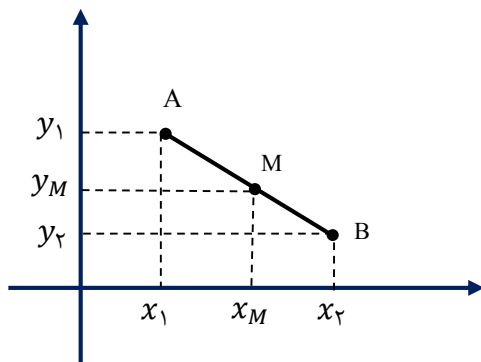
ب) در ناحیه سوم قرار دارد.

✍

* فاصله ی دو نقطه و مختصات وسط پاره خط:

✓ فرض کنید $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ دو نقطه ی دلخواه در دستگاه مختصات باشند آنگاه به کمک رابطه ی

فیثاغورس فرمول زیر را برای محاسبه ی طول پاره خط AB بدست می آید.



$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M = \begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال ۳ : اگر $A(۲, -۵)$ و $B(-۳, ۴)$ دو نقطه در دستگاه مختصات باشند طول پاره خط AB و مختصات وسط AB را بدست آورید.

✍

مثال ۴ : فاصله ی مبداء مختصات را تا وسط دو نقطه $A(۲, ۶)$ و $B(-۴, ۲)$ بدست آورید.

✍

مثال ۵ : اگر $A(-۱, ۵)$ و $B(۵, -۳)$ دو سر قطر یک دایره باشند مختصات مرکز و مساحت دایره را بدست آورید.

✍

نقاط $A(1, 1)$ و $B(-1, 3)$ و $C(2, 2)$ سه رأس یک مثلث هستند.

الف) مثلث را رسم کنید.

ب) طول اضلاع مثلث را به دست آورید.

پ) نوع مثلث را مشخص کنید.

ت) طول میانه وارد بر ضلع BC را بدست آورید.



نکته ۱

اگر $A(x_1, y_1)$ یک نقطه از خط و m شیب خط باشد آن گاه معادله خط برابر است با:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

نکته ۲

اگر دو خط با هم موازی باشند شیب آنها با هم برابر است.

نکته ۳

اگر دو خط بر هم عمود باشند شیب آنها معکوس و قرینه است.

$$m = \frac{-1}{m'} \text{ یا } mm' = -1$$

مثال ۷: معادله ی عمود منصف پاره خط و اصل بین دو نقطه ی $A(-2, 1)$ و $B(3, 4)$ را بنویسید.

مثال

۷



مثال ۸: قرینه ی نقطه ی $A(1, -2)$ را نسبت به نقطه ی $M(-1, 3)$ بدست آورید.

مثال

۸

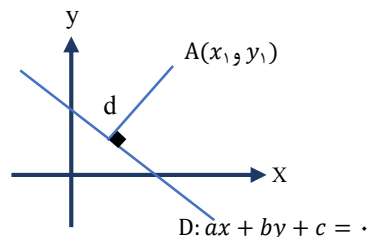


* فاصله یک نقطه از یک خط:

✓ خط D و نقطه ی A خارج از آن مفروض است منظور از فاصله ی نقطه A از خط D ، یعنی خطی که از A بر D عمود شود.

✓ فاصله ی نقطه $A(x_1, y_1)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



مثال ۹: فاصله ی نقطه ی $A(-1, 2)$ را از خط به معادله $y = \frac{4}{3}x + 4$ بدست آورید.



مثال ۱۰: فاصله ی نقطه ی $A(1, -4)$ از خط به معادله $8x + 6y = k$ برابر ۴ می باشد مقدار k

را بدست آورید.



مثال ۱۱: اگر $A(2, 3)$ راس یک مربع و معادله یک ضلع مربع $3x - 4y = 9$ است مساحت مربع

چقدر است .



مثال ۱۲ : دو خط $۲x + ۳y = ۱$ و $۲x - ۳y = ۲$ معادله های دو ضلع یک مستطیل هستند و نقطه $A(۲, ۵)$ یک راس مستطیل است مساحت مستطیل چقدر است.

✍

مثال ۱۳ : خط $۲x + ۳y = ۱$ بر دایره C به مرکز $O(-۱, ۱)$ مماس است، مساحت دایره را بدست

آورید.

✍

مثال ۱۴ : مثلث ABC به راس های $A(-1, 7)$ و $B(-6, -2)$ و $C(3, 3)$ را در نظر بگیرید.

الف) مثلث را رسم کنید.

ب) نشان دهید مثلث متساوی الساقین است.

پ) معادله ی عمود منصف ضلع BC را بدست آورید.

ت) طول ارتفاع AH چقدر است.

✍

* فاصله ی دو خط موازی :

✓ فاصله ی دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

تمرین : مطالب بالا را ثابت کنید.

✍

مثال ۱۵ : فاصله دو خط $3x - 4y + 1 = 0$ و $6x - 8y + 12 = 0$ را بدست آورید.



مثال ۱۶ : مساحت مربعی که معادله ی $2x - y = 1$ ضلع آن به صورت $2x + 9 = y$ باشد

چند واحد است؟



مثال ۱۷ : نقاط $A(4, 2)$ و $B(1, -1)$ و $C(8, -2)$ سه راس مثلث ABC هستند، اگر H و

M به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند طول MH را بدست آورید.



مثال ۱۸ : نقطه ای روی خط $y = 2x$ تعیین کنید که مجموع فاصله های آن تا مبدا مختصات و

نقطه $A(2, 4)$ برابر ۵ باشد.

✍

مثال ۱۹ : سه راس مثلث ABC ، $A(-11, -13)$ ، $B(-3, 3)$ ، $C(3, 1)$ می باشند.

الف) طول عمودی را که از راس B بر میانه نظیر راس C وارد می شود به دست آورید.

ب) مختصات راس D را چنان تعیین کنید که $ABCD$ یک متوازی الاضلاع باشد.

✍

مسائل تکمیلی

- ۱) نقاط $A(a, 3)$ و $B(4, a-1)$ مفروضند اگر وسط پاره خط AB روی محور طول ها باشد a را بدست آورید.
- ۲) به ازای کدام مقدار m نقاط $A(m, 2)$ و $B(3, -1)$ و $C(4, 0)$ رؤس یک مثلث متساوی الساقین در راس A است.
- ۳) فاصله بین دو خط به معادلات $y = x\sqrt{3} + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ را بدست آورید.
- ۴) دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x - 1$ هستند مساحت مربع را پیدا کنید.
- ۵) نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است مساحت این مربع را پیدا کنید.
- ۶) اگر فاصله نقطه $A(a+2, 4)$ از خط $x = 3$ برابر ۵ باشد مقدار a را بدست آورید.
- ۷) فاصله نقطه ای واقع بر نیمساز ربع دوم از خط به معادله $3y - 2x + 4 = 0$ برابر $3\sqrt{13}$ واحد است، عرض آن نقطه را بدست آورید.
- ۸) سه ضلع مثلثی به معادله $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند معادله AH ارتفاع از مثلث مفروض کدام است.
- ۹) دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که حاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است طول این دو نقطه، را بدست آورید.
- ۱۰) فاصله نقطه $A(m, 4)$ از خط $2x - y - 8 = 0$ مساوی $2\sqrt{5}$ است مقدار m را بدست آورید.