



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

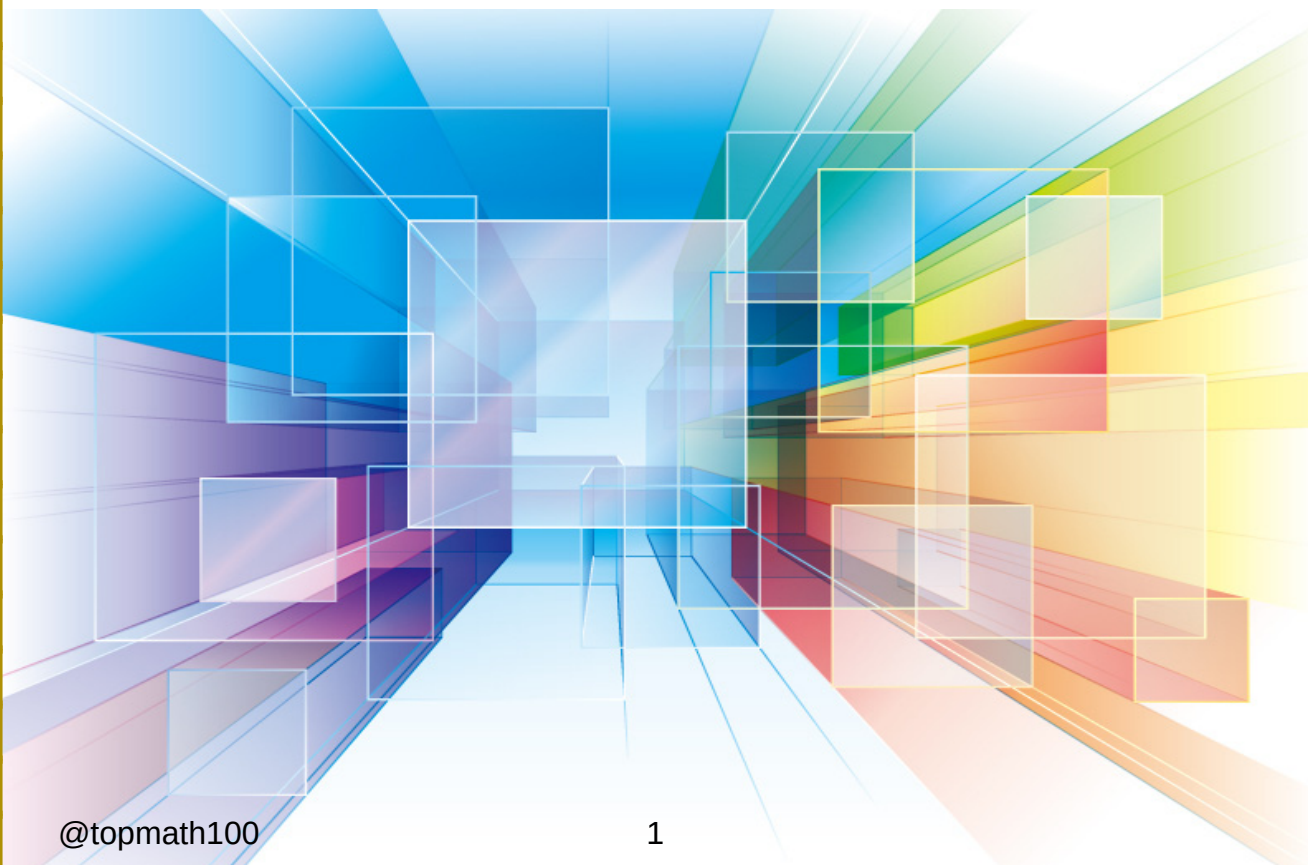


تابع دهم



مهندس حمید رضا بنیانی
طراح آزمون های قلمچی
09362009530
@topmath100

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



مفهوم تابع

معرفی توابع را به چند روش ببینید:

نکته ۱

فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. قاعده‌ای که:

به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B را مربوط کند!

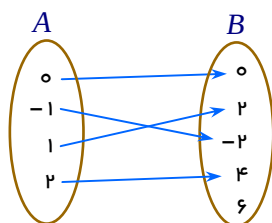
یک «تابع» نامیده می‌شود. توابع را معمولاً با حروف کوچک f ، g و ... نام گذاری می‌کنیم.

تست: کدام عبارت زیر بیان‌گر یک تابع نیست؟

- ① قاعده‌ای که به هر شخص اندازه‌ی قد او را بر حسب سانتی‌متر نسبت می‌دهد.
- ② قاعده‌ای که به هر شخص نام اولین کتابی که خوانده است را نسبت دهد.
- ③ قاعده‌ای که به هر عدد مجذور آن را نسبت دهد.
- ④ قاعده‌ای که به هر عدد یک مقسوم علیه آن را نسبت دهد.

پاسخ:

مثال: تابعی در نظر بگیرید که به هر عضو از $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ، دو برابر آن را از مجموعه‌ی $B = \{0, -2, 2, 4, 6\}$ نسبت می‌دهد. این تابع را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



به این نوع نمایش تابع، «نمودار پیکانی» یا «نمودار ون» گویند.

خواص نمودار ون:

در نمودار ون مربوط به یک تابع، خواص مهم زیر برقرار هستند:

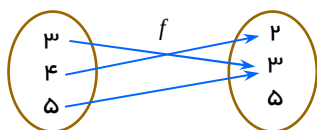
■ از هر عضو شکل سمت چپ دقیقاً یک فلش خارج می‌شود؛ بنابراین:

نباید هیچ عضو سمت چپ بدون فلش باشد یا از یک عضو سمت چپ ۲ فلش خارج شود!

■ ممکن است به برخی اعضای سمت راست بیشتر از یک فلش وارد شود و یا:

■ به برخی اعضای سمت راست هیچ فلشی وارد نشود.

به عنوان نمونه، در نمودار مقابل f یک تابع است:



در ادامه با آوردن یک مفهوم، تابع را به روش دیگری بیان می‌کنیم:

نکته ۲

اگر a و b دو شیء یا دو عدد باشند و در عبارت (a, b) ترتیب قرار گرفتن a و b مهم تلقی شود، به آن «زوج

مرتّب» گفته می‌شود. بنابراین در کل:

$$(a, b) \neq (b, a)$$

بعلاوه:

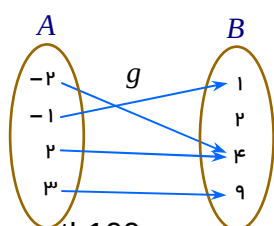
دو زوج مرتّب وقتی برابرند که مؤلفه‌های نظیر آنها برابر باشند:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c, b = d$$

مثال: اگر $(a - b, 2) = (16, a - b)$ باشد، حاصل $a^2 + b^2$ را بیابید.

پاسخ:

نمونه‌ی بعدی نشان می‌دهد چگونه می‌توان یک تابع را با زوج‌های مرتّب نمایش داد:



مثال: تابع g در شکل مقابل، به تعدادی عدد مجذور هر یک را مربوط کرده است:

برای نمایش این تابع بر حسب زوج‌های مرتب:

عدد شروع هر پیکان را در مؤلفه‌ی اول و عدد انتها را در مؤلفه‌ی دوم آن قرار می‌دهیم:

سپس همه‌ی زوج‌ها را در یک مجموعه به نام g قرار می‌دهیم:

$$g = \{(-2, 4), (-1, 1), (2, 4), (3, 9)\}$$

نکته ۳

هنگامی که یک رابطه (قاعده) بر حسب زوج‌های مرتب بیان می‌شود، شرط تابع بودن این است که:

مؤلفه‌های اول هیچ دو زوج مرتبی برابر نباشند!

به بیان معادل:

اگر دو زوج مؤلفه‌ی اول برابر داشتند، مؤلفه‌های دوم آن‌ها هم برابر باشند!

مثال: مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که رابطه‌ی زیر یک تابع باشد.

$$\{(a-1, 2), (5, a-2), (a-2, b+3), (3, 5), (5, 3)\}$$

پاسخ: 

تست: در تابع زیر حاصل $r^2 + s$ کدام است؟

$$\{(1, 3), (2, 2), (1, r-2s), (2, r^2-s), (3, 2)\}$$

۲ **4**

۱ **3**

-۱ **2**

$-\frac{3}{2}$ **1**

پاسخ: 

اکنون شرط هندسی نمایش توابع را ببینید:

نکته ۴

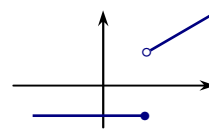
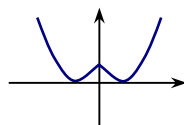
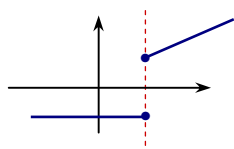
اگر تمام زوج‌های مرتب یک رابطه یا تابع را در یک دستگاه مختصات مشخص کنیم، نمودار آن بدست می‌آید.

توجه کنید:

یک نمودار هندسی وقتی نمودار یک تابع است که:

هر خط موازی محور y آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند!

نمونه: در شکل‌های زیر، نمودار سمت چپ تابع نیست، ولی دو نمودار دیگر تابع هستند:



۲ دامنه و ضابطه

در این بخش به بیان و بررسی مفاهیم دامنه، برد و ضابطه‌ی توابع می‌پردازیم.

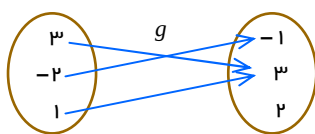
نکته ۵

در یک تابع f که به صورت زوج‌های مرتب بیان شده:

به مجموعه‌ی مؤلفه‌های اول: «دامنه» و به مجموعه‌ی مؤلفه‌های دوم آن: «برد» گفته می‌شود و آن‌ها را به ترتیب با D_f و R_f نشان می‌دهیم.

مثال: در هر یک از توابع زیر دامنه و برد را مشخص کنید:

- تابع $f = \{(0,1), (1,5), (2,5), (3,3)\}$
- تابع g با نمودار ون به صورت مقابل:



پاسخ:

وقتی زوج مرتب (x, y) عضو تابع f باشد:

نکته ۶

می‌توان تصور کرد تابع f مانند یک دستگاه x را به عنوان ورودی گرفته، روی آن اثر کرده و مقدار y را در خروجی تحویل داده است:



اثر گذاری تابع f را به صورت $f(x) = y$ نوشته و به آن «ضابطه‌ی تابع» گفته می‌شود که در واقع همان قانون این تابع است. بنابراین:

دو عبارت $(x, y) \in f$ و $y = f(x)$ دارای یک معنی هستند!

مثال: در تابع $f(x) = -x^2 + 3$ مقادیر $f(-1)$ و $f(f(0))$ را بیابید.

پاسخ: 

تست: اختلاف دو عدد برابر ۹ است. حاصل ضرب آن دو عدد به صورت تابعی از عدد کوچکتر کدام است؟

④ $x^2 + 9x$

③ $x + 9$

② $x^2 + 9$

① $x^2 - 9x$

پاسخ: 

نکته ۷

هرگاه فقط معادله‌ای بر حسب x و y داده شود. در این صورت:
هنگامی آن معادله مربوط به یک تابع است که به ازای هر x از دامنه، فقط یک مقدار برای y بدست آید.

مثال: نشان دهید عبارت $y^2 = x$ ضابطه‌ی یک تابع نیست، ولی $|x| + y = 2$ و $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 0$ هر دو توابعی را معرفی می-کنند.

پاسخ: 

تست: کدام یک از موارد زیر مربوط به معادله‌ی یک تابع است؟

4 $|y|=1$

3 $|y|=x^2-1$

2 $|y|=2x-x^2-1$

1 $(x-1)(y-x^2)=0$

پاسخ: 

تابع چند ضابطه‌ای:

گاهی یک تابع با بیش از یک ضابطه بیان می‌شود؛ به عنوان نمونه:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ x^2 + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

یعنی:

■ مقدار تابع برای عددهای مثبت از ضابطه‌ی اول بدست می‌آید:

$$f(2) = -2 \quad \text{و} \quad f(\underbrace{\sqrt{12-3}}_{>0}) = -2$$

■ ولی اگر عددی کمتر یا مساوی صفر باشد، مقدار تابع در آن از ضابطه‌ی دوم محاسبه می‌گردد:

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

تست: اگر در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x-1} & x > 1 \\ x+b & x \leq 1 \end{cases}$ داشته باشیم $f(-2)=0$ و $f(2)=2$ ، مقدار $a-2b$ کدام است؟

4 3

3 1

2 -1

1 -3

پاسخ: 

توجه کنید:

وقتی تابعی با چند ضابطه بیان می‌شود، دامنه‌ی آن از اجتماع دامنه‌های مربوط به هر ضابطه بدست می‌آید.
به عنوان نمونه، در تابع:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-3x}{x-1} & x > 1 \\ x^2 + 2 & x \leq 0 \end{cases}$$

دامنه عبارت است از:

$$(-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$$

دامنه و برد توابع با استفاده از نمودار مختصاتی:

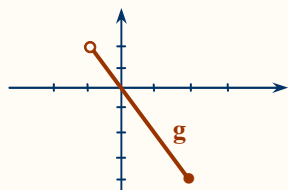
نکته ۸

وقتی نمودار یک تابع در دستگاه مختصات داده شود:

- دامنه عبارت است از نقاطی روی محور طول که در بالا یا پایین آن‌ها نمودار موجود باشد.
به بیان دیگر:
- برد عبارت است از نقاطی روی محور عرض که در چپ یا راست آن‌ها نمودار موجود باشد.
به بیان دیگر:

کافی است نمودار را بر محور عرض‌ها تصویر کنید!

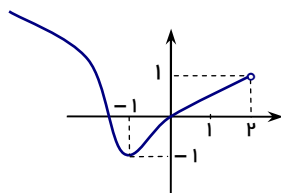
برای نمونه:



$$D_g = (-1, 2] \quad , \quad R_g = [-4, 2)$$

دامنه و برد تابع زیر را هم ببینید:

- طول‌های نقاط از $-\infty$ شروع شده و تا نقطه‌ی ۲ (غیر از خود ۲) ادامه دارند و بنابراین:
 $D = (-\infty, 2)$
- عرض‌های نقاط نیز کمترین مقدارشان ۱- بوده و تا انتهای محور عرض ادامه دارند:
 $R = [-1, +\infty)$



در این بخش چند نوع تابع مقدماتی به صورت کامل معرفی می‌شوند. شناخت هر یک از آن‌ها، بویژه نمودارشان در مباحث آینده اهمیت زیادی دارد:

نکته ۹

اگر ضابطه‌ی یک تابع به صورت چندجمله‌ای باشد، به آن تابع «چندجمله‌ای» گویند.
به عنوان نمونه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + 2 \quad \text{و} \quad g(x) = 2x - x^2$$

بعلاوه: دو تابع چندجمله‌ای اهمیت ویژه‌ای دارند:

■ تابع با ضابطه‌ی درجه ۱ به صورت کلی $f(x) = ax + b$ که «تابع خطی» نام دارد. مانند:

$$y = -2x + 3$$

■ تابع با ضابطه‌ی درجه ۲ که به صورت کلی $f(x) = ax^2 + bx + c$ «تابع سهمی» نیز نامیده می‌شود.
مانند:

$$y = 2x^2 - 4x + 1$$

مثال: در یک تابع خطی که نمودار آن از مبدأ مختصات می‌گذرد داریم $f(2) = -4$. ضابطه‌ی تابع را بدست آورده و آن را در دامنه‌ی $[-1, 2]$ رسم کنید.

پاسخ: 

تست: نمودار تابع خطی f از نقاط $(1, -1)$ و $(-1, 3)$ عبور می‌کند. مقدار $f(-3)$ کدام است؟

④ -۹

③ -۷

② ۷

① ۱۱



نوع دیگری از توابع خاص را ببینید:

نکته ۱۰

هرگاه در یک تابع، به ازای هر مقدار x از دامنه، همیشه یک عدد ثابت (مثلاً عدد k) برای y داشته باشیم، به آن «تابع ثابت» گفته می‌شود:

$$f(x) = k$$

به عنوان نمونه: تابع y که با جدول مقادیر زیر داده شده، تابعی ثابت است:

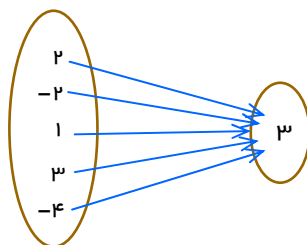
x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۲	۲	۲	۲	۲

تابع ثابت را در حالت‌های مختلف ببینید:

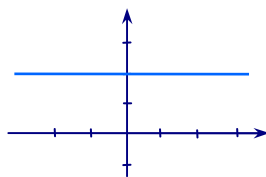
❖ **زوج‌های مرتب:** در نمایش یک تابع ثابت به صورت زوج‌های مرتب، تمام مؤلفه‌های دوم با هم برابر هستند. به عنوان مثال، تابع ثابت بالا در نمایش زوج مرتبی چنین خواهد بود:

$$g = \{(2, 3), (-2, 3), (1, 3), (3, 3), (-4, 3)\}$$

❖ **نمودار ون:** اگر f تابعی ثابت باشد، آنگاه تمام فلش‌ها به یک عدد در شکل سمت راست برده خواهد شد. مثلاً تابع g چنین است:



❖ **نمودار مختصاتی:** اگر دامنه‌ی یک تابع ثابت مجموعه‌ی اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ داده شود، نمودار آن یک خطی افقی، یعنی خطی موازی محور طول‌ها خواهد بود. در صورتی که دامنه کل $\mathbb{R}$ نباشد، باز هم نمودار از نقاطی موازی محور طول‌ها تشکیل می‌شود. به عنوان نمونه تابع $f(x) = 2$:



تست: اگر $f = \{(2, -1), (-1, a-b), (\sqrt{3}, -a+2b)\}$ یک تابع ثابت باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۵ ④

۱ ③

-۱ ②

-۵ ①

پاسخ:

به تابع خاص دیگری توجه نمایید:

نکته ۱۱

هرگاه در یک تابع، برای هر مقدار x از دامنه، مقدار y با x برابر باشد، به آن «تابع همانی» گفته می‌شود.

$$f(x) = x$$

تابع y که در جدول زیر داده شده است، تابعی همانی است:

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	-۲	-۱	۰	۱	۲

تابع همانی در حالت‌های مختلف:

❖ زوج‌های مرتب:

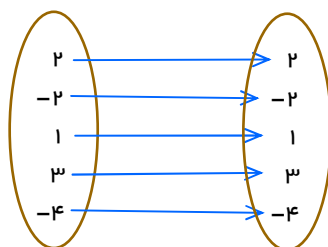
در نمایش یک تابع همانی به صورت زوج‌های مرتب، مؤلفه‌های اول و دوم با هم برابر هستند.

به عنوان مثال، تابع همانی بالا در نمایش زوج مرتبی چنین خواهد بود:

$$g = \{(2, 2), (-2, -2), (1, 1), (3, 3), (-4, -4)\}$$

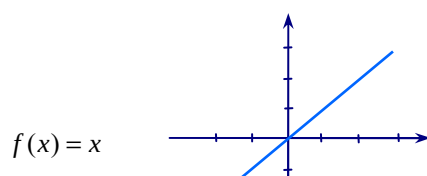
❖ نمودار ون:

اگر f تابعی همانی باشد، آنگاه تمام فلش‌ها به عددی برابر خودشان در شکل سمت راست برده خواهند شد:

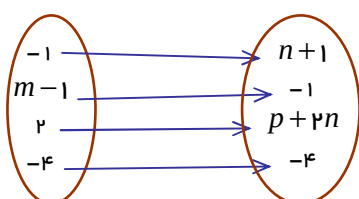


❖ نمودار مختصاتی:

اگر دامنه‌ی یک تابع همانی $\mathbb{R}$ داده شود، نمودار آن نیمساز ربع‌های اول و سوم، یعنی خط $y = x$ خواهد بود. در صورتی که دامنه کل $\mathbb{R}$ نباشد، باز هم نمودار از نقاطی روی همین نیمساز تشکیل می‌شود:



مثال: اگر نمودار ون مقابل مربوط به یک تابع همانی باشد، مقادیر m و n و p را بیابید.



پاسخ:

تست: تابع $y = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c + 3}{x^2 - x + 1}$ همانی است. مقدار $a - b + c$ کدام است؟

۴ -۵

۳ ۵

۲ -۳

۱ ۳

پاسخ:

یکی دیگر از توابع بسیار مهم را معرفی می‌کنیم:

نکته ۱۲

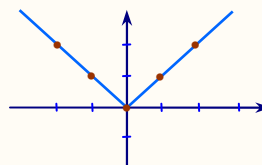
قدر مطلق یک عدد دلخواه x را با نماد $|x|$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

به عبارت دیگر، قدر مطلق، یک عدد منفی را قرینه می‌کند، ولی روی سایر اعداد تأثیری ندارد!

با نقطه‌یابی، نمودار تابع قدر مطلق با ضابطه‌ی $f(x) = |x|$ به صورت زیر است:

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۲	۱	۰	۱	۲



توجه کنید: نمودار این تابع، نیمسازهای نواحی اول و دوم است.

انتقال نمودار

تکنیک‌های انتقال یک نمودار و در نتیجه‌ی آن رسم سریع نمودار سایر توابع، در پاسخ‌گویی به بسیاری تست‌ها اهمیت دارد:

نکته ۱۳

انتقال عمودی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ ، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض آن‌ها را به اندازه‌ی k در جهت عمودی انتقال می‌دهیم. به طور دقیق‌تر:

- اگر k مثبت باشد، نمودار به اندازه‌ی k به بالا منتقل می‌شود.
- اگر k منفی باشد، نمودار به اندازه‌ی k به پایین منتقل می‌شود.

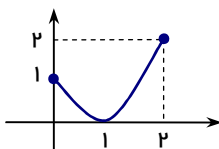
نکته ۱۴

انتقال افقی:

وقتی نمودار تابع $y = f(x)$ را در اختیار داریم، علاوه بر قانون قبلی، چند روش دیگر برای انتقال نمودار وجود دارد که به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

- برای رسم نمودار تابع $y = f(x+a)$ ، نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a و در جهت افقی به سمت چپ منتقل می‌کنیم.
- برای رسم نمودار تابع $y = f(x-a)$ ، نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a و در جهت افقی به سمت راست منتقل می‌کنیم.

مثال: نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است:



نمودار توابع $y = f(x-1)$ و $y = f(x)-1$ را رسم کرده و دامنه و برد هر یک را بنویسید.

پاسخ: 

نکته ۱۵

در رسم نمودار $y = kf(x)$:

- طول نقاط در نمودار $f(x)$ تغییر نمی‌کند.
- عرض نقاط در عدد k ضرب می‌شود.

توجه کنید:

در حالت خاص $k = -1$ ، یعنی در رسم نمودار $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار تابع را نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم.

مثال: نمودار توابع زیر را با انتقال مناسب نمودار تابع درجه دوم $y = x^2$ رسم کنید.

• تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$

• تابع $g(x) = 2x^2 - 1$

پاسخ: 

تست: نمودار تابع $y = |x-1|$ را یک واحد در امتداد محور عرض‌ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را در امتداد محور طول‌ها دو واحد به سمت چپ منتقل کرده و در پایان آن را نسبت به محور طول قرینه می‌کنیم. ضابطه‌ی تابع پایانی کدام است؟

$$y = |x-1| - 1 \quad \textcircled{2}$$

$$y = -|x-3| + 1 \quad \textcircled{4}$$

$$y = |x+1| - 1 \quad \textcircled{1}$$

$$y = -|x+1| + 1 \quad \textcircled{3}$$

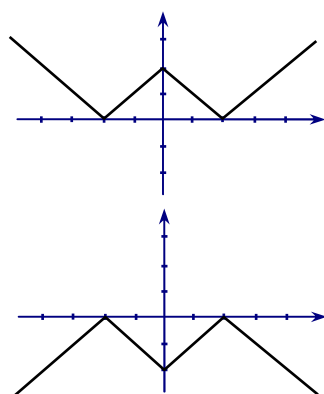
پاسخ:

نکته ۱۶

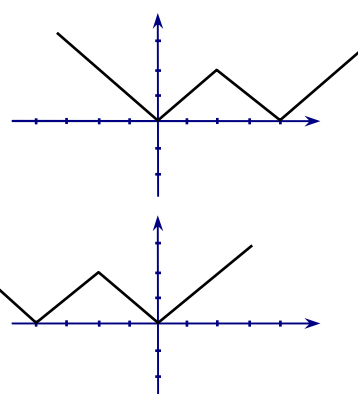
نمودار قدر مطلق:

- برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ ، با استفاده از نمودار $y = f(x)$ ، مراحل زیر را رعایت می‌کنیم:
- در نمودار $y = f(x)$ قسمت‌های بالا و روی محور طول‌ها بدون تغییر باقی می‌ماند.
 - قسمت‌های زیر محور طول‌ها حذف شده و قرینه‌ی آن‌ها در بالای محور رسم می‌گردد.

تست: نمودار تابع $y = ||x| - 2|$ شبیه کدام است؟



2



1

4

3

پاسخ:

ویژه صد درصدی‌ها

در بخش پایانی، نمونه‌هایی پیشرفته‌تر از مباحث این جزوه ویژه‌ی «داوطلبان صد درصدی» آزمون‌ها می‌آوریم:



اگر قادر به درک راه حل‌ها نیستید، بدون نگرانی از این بخش عبور کنید!

تست: در تابع $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 12}$ حاصل $f(2 + \sqrt{7}) + f(2 - \sqrt{7}) - f(2)$ کدام است؟

۶ ④

۴ ③

۸ ②

۲ ①

پاسخ:

تست: اگر $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 7 & , x > 0 \\ -x^3 + 9 & , x < 0 \end{cases}$ باشد، به ازای چه مقادیری از x رابطه‌ی $f(x^4) - f(-x^4) = 0$ برقرار است؟

$\pm \sqrt[4]{2}$ ④

$\pm \sqrt{2}$ ③

± 8 ②

± 2 ①

پاسخ:

تست: با حذف حداقل چند زوج مرتب از رابطه‌ی زیر می‌توان یک تابع به دست آورد؟

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x + y| < 2, |x| \leq 1\}$$

۸ ④

۶ ③

۴ ②

۲ ①

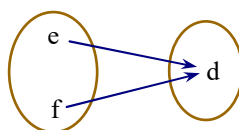
پاسخ:

تست: کدام تابع، قطعاً وجود ندارد؟

- ① تابعی که دامنه‌ی آن تک عضوی باشد.
- ② تابعی که فقط برد آن تک عضوی باشد.
- ③ تابعی تعداد اعضای دامنه‌ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن باشد.
- ④ تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتر از تعداد اعضای دامنه‌ی آن باشد.

پاسخ: 

تست: نمودار ون تابع $g = \{(2a, 3c), (4a - 9c, 2b), (d^2 + 1, a)\}$ مطابق شکل زیر است. حاصل $e + f$ کدام است؟
(a مقداری حقیقی و مثبت است.)



- ① ۱
 - ② ۲
 - ③ ۳
 - ④ ۴
- پاسخ: 

تست: اگر f یک تابع خطی باشد که عرض از مبدأ آن ۲ بوده و نمودار آن از نقطه $(1, 5)$ بگذرد، آنگاه مجموعه جواب نامعادله‌ی $f(-\frac{2}{x}) < 0$ کدام است؟

- ① $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$
- ② $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$
- ③ $(0, 3)$
- ④ $(-3, 0)$

پاسخ: 

تست: نمودار تابع $y = -x^2 + 2x$ در بازه (a, b) پایین‌تر از نمودار تابع $f(x) = -2x^2 + 6x - 3$ قرار دارد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۴ ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ: 

تست: نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ را ابتدا یک واحد به سمت راست و سپس ۵ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. به ازای $x \in (a, b)$ ، نمودار تابع حاصل پایین‌تر از تابع همانی قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱۲ ④

۹ ③

۷ ②

۵ ①

پاسخ: 

تست: اگر $f(x - a) + f(2) = x^2 - ax - 2a + 4$ باشد، $f(2)$ کدام است؟

۴ ④

-۵ ③

۳ ②

۸ ①

پاسخ: 

تست: اگر $۲f\left(\frac{1}{y}-x\right)-f\left(x+\frac{1}{y}\right)=yx-۵$ باشد، حاصل $f(1)$ کدام است؟

۱ -۲

پاسخ: 

۲ ۲

۳ -۷

۴ ۷



۱- اگر $f(x) = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ x^2 + 1 & x \leq 0 \end{cases}$ ، آنگاه $f(f(-x^2))$ کدام است؟

- ۱ ۴- ۲ -۲ ۳ $x^2 + 1$ ۴ $x^4 + 1$

۲- اگر رابطه‌ی $f = \{(2, 1), (-1, a^2 - 1), (5, 0), (a, 3), (-1, 3), (5, a + b)\}$ تابع باشد، مقدار $2a + b$ کدام است؟

- ۱ ۰ ۲ -۱ ۳ ۱ ۴ -۲

۳- به ازای کدام مقدار k ، رابطه‌ی f یک تابع است؟

$$f = \{(-1, 0), (m + 1, 4), (k - 1, -1), (-1, 2m), (1, k^2)\}$$

- ۱ ۴ ۲ -۲ ۳ -۴ و ۴ ۴ -۲ و ۲

۴- در کدام یک از موارد زیر y تابع x است؟

۱ $y^3 + 3y^2 + 3y + x^3 + x = 0$

۲ $y^2 + 2y = x - 1$

۳ $|x| + |y - 1| = 1$

۴ $|y| + \sqrt[3]{x} = 1$

۵- در کدام مورد زیر، y تابعی از x است؟

۱ $y = \begin{cases} x + 1 & x \leq 2 \\ 3 - x & x \geq 2 \end{cases}$

۲ $y^2 - 2x = 1 + y$

۳ $|x - 1| + |y^2 - 1| = 0$

۴ $|y| = \cos\left(\frac{\pi x}{2|x|}\right)$

۶- در مثلثی که طول دو ضلع آن ۵ و ۲ است، زاویه‌ی بین این دو ضلع (θ) را تابعی از ضلع سوم (x) در نظر بگیرید.

ضابطه‌ی $f(x) = \cos(\theta(x))$ کدام است؟

۱ $\frac{20 - x^2}{29}$

۲ $\frac{20 + x^2}{29}$

۳ $\frac{29 - x^2}{20}$

۴ $\frac{29 + x^2}{20}$

۷- به ازای کدام مقدار m رابطه‌ی $y^2 + m = 6y - 2x - x^2$ معرف یک تابع y است؟

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۰ ۴ ۵

۸- تابع $f(x) = \begin{cases} ax+3 & x \geq 1 \\ x-b & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. عرض از مبدا این تابع ۲ است و نیمساز ربع اول را در نقطه‌ای به طول ۴ قطع می‌کند. مقدار ab کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ $-\frac{1}{4}$ ۴ $\frac{1}{4}$

۹- رابطه‌ی زیر یک تابع است. مقدار $a+b$ کدام است؟

$$f = \{(a, 2a+b), (b, a-b), (a, a-b+1), (b, 4)\}$$

- ۱ -4 ۲ -2 ۳ 2 ۴ 4

۱۰- طول یک مستطیل ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. کدام رابطه مساحت این مستطیل را بر حسب عرض آن بیان می‌کند؟

- ۱ $x^2 + 3x$ ۲ $x^2 - 3x$ ۳ $x^2 - x$ ۴ $x^2 + x$

۱۱- در تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b$ ، اگر $f(1) = 5$ و $f(-2) = -1$ باشد، مقدار $3a - 2b$ کدام است؟

- ۱ 0 ۲ -1 ۳ -2 ۴ 1

۱۲- در تابع $f(x) = \begin{cases} 3x-7 & x > 1 \\ ax^2-4x & x \leq 1 \end{cases}$ داریم $f(f(2)) = 5$. مقدار a کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ -1 ۴ 1

۱۳- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور طول‌ها را در به طول ۱ و محور عرض‌ها را به عرض ۶- قطع کرده و از نقطه‌ی $(-2, -6)$ عبور کرده است. مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- ۱ -8 ۲ -7 ۳ -5 ۴ -4

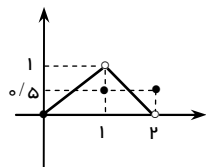
۱۴- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 + ax + b$ و تابع خطی $y = b - 2x$ در نقطه‌ی به طول ۱ روی محور x متقاطع هستند. طول‌های دو نقطه‌ی دیگر تقاطع این دو تابع کدام است؟

- ۱ 2 و -1 ۲ 3 و -1 ۳ 0 و -1 ۴ 2 و 0

۱۵- کدام رابطه‌ی ریاضی مساحت یک دایره به شعاع r را بر حسب محیط آن نشان می‌دهد؟ (S : مساحت دایره، P : محیط دایره)

- ۱ $S = \frac{P}{2\pi}$ ۲ $S = \frac{P^2}{2\pi}$ ۳ $S = \frac{P}{4\pi}$ ۴ $S = \frac{P^2}{4\pi}$

۱۶- با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر، دامنه D و برد R این تابع کدامند؟



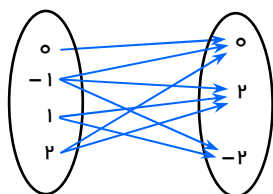
۱ $R = \{x: 0 \leq x \leq 1\}$, $D = \{x: 0 \leq x < 2\}$

۲ $R = \{x: 0 \leq x \leq 1\}$, $D = \{x: 0 \leq x \leq 2\}$

۳ $R = \{x: 0 \leq x < 1\}$, $D = \{x: 0 < x \leq 2\}$

۴ $R = \{x: 0 \leq x < 1\}$, $D = \{x: 0 \leq x \leq 2\}$

۱۷- چند پیکان از نمودار ون روبرو حذف کنیم تا رابطه‌ی حاصل، یک تابع باشد؟



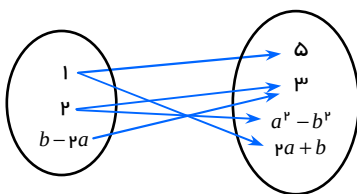
۱ ۲

۲ ۳

۳ ۴

۴ ۵

۱۸- اگر نمودار ون زیر نمایش یک تابع باشد، کدام می‌تواند باشد؟



۱ $\frac{5}{2}$

۲ $\frac{1}{3}$

۳ ۲

۴ $\frac{2}{3}$

۱۹- برد تابع با ضابطه‌ی $g(x) = \begin{cases} -2x-3 & x < 1 \\ x-4 & 1 \leq x \leq 2 \\ x+2 & x > 2 \end{cases}$ کدام است؟

۴ $[-3, 4]$

۳ $(-5, 4)$

۲ $(-5, +\infty)$

۱ $\mathbb{R}$

۲۰- نمودار تابع $y = -|x-4|+2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۴ چهارم

۳ سوم

۲ دوم

۱ اول

۲۱- اگر $3f(x+2) - f(x) = 9$ و $f(0) = 0$ و آنگاه $f(4)$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۲۲- در تابع $f(x) = ax + 5$ ، $(a < 0)$ و $f(f(3)) = 7$ است. $f(-3)$ کدام است؟

۴ ۷

۳ -۲

۲ $\frac{1}{3}$

۱ ۱۱

۲۳- اگر $x \geq 0$ $f(x) = \begin{cases} 2x + \frac{x-1}{|x|+1} \\ b + 2x - 3 \end{cases}$ ضابطه‌ی یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟

- ۴ ① -۴ ② ۲ ③ -۲ ④

۲۴- اگر $x \leq 1$ $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax \\ -x^3 + 2ax \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار $f(\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

- ۱ ① -۱ ② ۲ ③ -۲ ④

۲۵- اگر $4f(x+3) - f(x) = 8$ و منحنی تابع f از مبدا مختصات عبور کند، آنگاه $f(6)$ کدام است؟

- ۲ ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ ۵ ④



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- اگر $f(x) = x - 2f(-x)$ ، آنگاه ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟

- ۱ $-x$ ۲ $3x$ ۳ x ۴ $-\frac{1}{3}$

۲- اگر $f\left(\frac{x}{x^2+x+1}\right) = \frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ ، آنگاه $f(\sqrt{2})$ کدام است؟

- ۱ $\frac{2}{1-\sqrt{2}}$ ۲ $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ ۳ $\frac{2}{1-2\sqrt{2}}$ ۴ $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$

۳- در تابع خطی f می‌دانیم $f(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ و $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ می‌باشد. حاصل $f\left(\frac{1}{2}\right)$ برابر با کدام گزینه‌ی زیر است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$ ۴ $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$

۴- اگر $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 13}{4x^2 - 16x + 15}$ باشد، مقدار $f(2-\sqrt{3})$ کدام است؟

- ۱ $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ ۲ 1 ۳ $\frac{11}{15}$ ۴ $\frac{11}{10}$

۵- در تابع $f(x+1) = x^3 - 3x^2 + 3x$ مقدار $f(\sqrt[3]{3}+2)$ کدام است؟

- ۱ -4 ۲ 4 ۳ $\sqrt[3]{3}$ ۴ $-\sqrt[3]{3}$

۶- در تابع $f = \{(1-x, 1-y), (2+x, y), (1+2x, 1+y)\}$ اعضای دامنه تشکیل یک دنباله‌ی حسابی و اعضای برد تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. مقدار $x+4y^2$ کدام است؟ (ترتیب هر دو دنباله را از چپ به راست در زوج مرتب‌ها در نظر بگیرید.)

- ۱ 0 ۲ -1 ۳ 4 ۴ 5

۷- اگر $f(x) = x+3$ و بدانیم در بازه‌ی (a, b) نمودار تابع با ضابطه‌ی $g(x) = f(x^2)$ زیر نمودار تابع $h(x) = f(3x) + 4$ قرار دارد، آنگاه حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۱ 3 ۲ 4 ۳ 5 ۴ 6