



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

# فهرست مطالب

۲	۱ مجموعه ، الگو و دنباله
۲	۱.۱ مجموعه های متناهی و نامتناهی
۷	۲.۱ متمم یک مجموعه
۱۳	۳.۱ الگو و دنباله
۱۶	۴.۱ دنباله های حسابی و هندسی
۲۴	۲ مثلثات
۲۴	۱.۲ نسبت های مثلثاتی
۲۸	۲.۲ دایره مثلثاتی
۳۳	۳.۲ روابط بین نسبت های مثلثاتی
۳۶	۳ توان های گویا و عبارت های جبری
۳۶	۱.۳ ریشه و توان
۳۸	۲.۳ ریشه <sup>n</sup> ام
۴۰	۳.۳ توان های گویا
۴۳	۴.۳ عبارت های جبری
۴۷	۴ معادله ها و نامعادله ها
۴۷	۱.۴ معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن
۵۱	۲.۴ سهمی
۵۴	۳.۴ تعیین علامت

۵۹	۵	تابع
۵۹	۱.۵	مفهوم تابع و بازنمایی های آن
۶۱	۲.۵	دامنه و برد توابع
۶۶	۳.۵	انواع توابع
۷۴	۶	شمارش، بدون شمردن
۷۴	۱.۶	شمارش
۷۹	۲.۶	جایگشت
۸۲	۳.۶	ترکیب
۸۸	۷	آمار و احتمال
۸۸	۱.۷	احتمال یا اندازه گیری شانس
۹۵	۲.۷	مقدمه ای بر علم آمار، جامعه و نمونه
۹۷	۳.۷	متغیر و انواع آن

# فصل ۱

## مجموعه ، الگو و دنباله

### ۱.۱ مجموعه های متناهی و نامتناهی

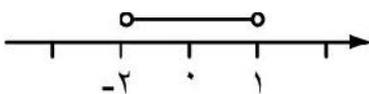
**بازه ها:** دسته ای دیگر از زیر مجموعه ها ، مجموعه ی اعداد حقیقی که کاربرد زیادی دارند بازه ها هستند. که سه نوع می باشند: الف) بازه ی باز (ب) بازه بسته (پ) بازه نیم باز

**بازه باز:** مجموعه ی  $\{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$  را که زیر مجموعه ای از اعداد حقیقی است بازه ی باز از  $a$  تا  $b$  می

نامند و با نماد  $(a, b)$  نمایش می دهند:

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$$

و به صورت زیر روی محور اعداد حقیقی نشان می دهند. مانند بازه باز  $(-2, 1)$



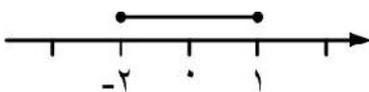
دقت کنید که اعداد  $-2$  و  $1$  عضو بازه  $(-2, 1)$  نیستند.

**بازه بسته:** مجموعه ی  $\{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$  را که زیر مجموعه ای از اعداد حقیقی است بازه ی بسته از  $a$  تا  $b$  می

نامند و با نماد  $[a, b]$  نمایش می دهند:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$$

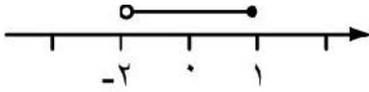
و به صورت زیر روی محور اعداد حقیقی نشان می دهند. مانند بازه  $[-2, 1]$



**بازه نیم باز:** مجموعه  $\{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$  را که زیر مجموعه ای از اعداد حقیقی است بازه ی نیم باز از  $a$  تا  $b$  می نامند و با نماد  $(a, b]$  نمایش می دهند:

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

و به صورت زیر روی محور اعداد حقیقی نشان می دهند. مانند بازه  $(-2, 1]$



که نوع دیگر آن نیز مانند  $(-2, 1)$  است که از سمت چپ بسته و از سمت راست باز می باشد.

**مجموعه های متناهی:** مجموعه هایی هستند که تعداد اعضایش عددی حسابی است. به عبارت دیگر تعداد آن ها از یک عدد خیلی بزرگ کمتر هستند. مانند: مجموعه اعداد اول یک رقمی، مجموعه درختان روی کره زمین، مجموعه انسان های روی زمین و ...

**مجموعه های نامتناهی:** مجموعه هایی هستند که تعداد اعضایش از هر عددی که در نظر بگیرید، بزرگتر است. مانند: مجموعه اعداد طبیعی، بازه  $(0, 1)$  و ...

**مثال ۱،۱.** مجموعه  $(3, 10) \cup [1, 4]$  را به شکل بازه بنویسید.

**مثال ۱،۲.** مجموعه  $(-1, +\infty) \cap [2, 4)$  را به شکل بازه بنویسید.

**مثال ۱،۳.** اگر  $A = (-\infty, 3]$  و  $B = (-1, +\infty)$ ، مجموعه های  $A - B$  و  $B - A$  را به شکل بازه بنویسید.

**تمرین ۱،۱.** مجموعه  $(-3, 6] \cap (0, 3)$  را به شکل بازه بنویسید.

مثال ۱,۴. نمایش هندسی دو بازه  $A = (-۴, ۲]$  و  $B = (-۱, ۳]$  را روی محور رسم کرده و سپس حاصل عبارت های زیر را بنویسید.



الف)  $A \cap B =$

ب)  $A \cup B =$

پ)  $A - B =$

ت)  $B - A =$

تمرین ۱,۲. اگر  $A = [-۳, ۴]$  و  $B = (-\infty, ۲)$  باشند، سپس حاصل عبارت های زیر را بنویسید.

الف)  $A \cap B =$

ب)  $A \cup B =$

پ)  $A - B =$

ت)  $B - A =$

تمرین ۱,۳. حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با رسم بازه های آن ها روی محور به دست آورید:

$$\text{الف)} (-3, 0) \cup (-2, 5] =$$

$$\text{ب)} (-\infty, 6] \cap (2, 9) =$$

$$\text{پ)} (3, +\infty) \cap (6, 10] =$$

$$\text{ت)} (-\infty, 10) \cup [1, +\infty) =$$

$$\text{ث)} (3, +\infty) - [2, 4) =$$

$$\text{ج)} [2, 4) - (3, +\infty) =$$

تمرین ۱,۴. عبارت های زیر را در صورت امکان ساده کنید.

الف)  $[-۳, ۱] \cap (-۴, ۰] =$

ب)  $[-۵, ۵] \cap (-۵, ۶) =$

پ)  $(-۵, +\infty) \cap (-\infty, ۳] =$

ت)  $(-۳, ۱) \cup [۱, ۱۰) =$

ث)  $[-۳, ۱] \cup (-\infty, -۴) =$

تمرین ۱,۵. مجموعه  $\mathbb{R} - \{۳\}$  را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

تمرین ۱,۶. اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه ای متناهی باشد، آن گاه  $A$  متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

تمرین ۱,۷. دو زیر مجموعه ی نامتناهی از مجموعه ی اعداد طبیعی که از هم جدا باشند و اجتماع آن ها برابر  $\mathbb{N}$  باشند.

## ۲.۱ متمم یک مجموعه

**مجموعه مرجع:** در هر مبحث، مجموعه ای را که همه ی مجموعه های مورد بحث، زیر مجموعه آن باشند، مجموعه ی مرجع می نامیم و آن با  $U$  نشان می دهیم.

**متمم یک مجموعه:** هر گاه  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subseteq U$ ، آن گاه مجموعه  $U - A$  را متمم  $A$  می نامیم و آن را با نماد  $A'$  نشان می دهیم.  $A' = U - A$

**نکته ۱،۱.** برای هر دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، اگر  $A \subseteq B$ ، آن گاه  $B' \subseteq A'$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \quad (A \cup B)' = A' \cap B' \quad (A')' = A \quad \phi' = U \quad U' = \phi$$

$$A - B = A \cap B' \quad A - A' = A$$

**تمرین ۱،۸.**  $\mathbb{R}$  را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هر یک از مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید.

الف)  $A = [-2, 3)$

ب)  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

پ)  $C = (0, \infty)$

ت)  $D = (-\infty, 1]$

**تمرین ۱،۹.**  $\mathbb{N}$  را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید.

الف) مجموعه ای نامتناهی مثل  $A$  مثال بزنید که  $A'$  هم نامتناهی باشد.

ب) مجموعه نامتناهی مثل  $B$  مثال بزنید که  $B'$  متناهی باشد.

پ) مجموعه ای نامتناهی مثل  $C$  مثال بزنید و  $C'$  را بدست آورید.  $C'$  متناهی است یا نامتناهی؟

تمرین ۱,۱۰. فرض کنید مجموعه ی مرجع  $\mathbb{R}$  باشد و  $A = (0, 4]$  ,  $B = (-3, 3]$  را مشخص کند.

تمرین ۱,۱۱. فرض کنید مجموعه ی مرجع  $\mathbb{R}$  باشد و  $A = [-3, 3] \cup [2, 3]$  . بزرگ ترین زیر مجموعه ی  $\mathbb{R}$  که اشتراکش با  $A$  تهی باشد، چه مجموعه ای است؟.

تمرین ۱,۱۲. فرض کنید  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  مجموعه ی مرجع باشد.  $A = \{1, 2, 4, 6\}$

و  $B = \{1, 2, 5\}$  نشان دهید  $(A \cup B)' = A' \cap B'$

تمرین ۱,۱۳. فرض کنید  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  مجموعه ی مرجع باشد و  $A = \{1, 2, 3, 5\}$  ,  $B = \{2, 4, 5\}$  نشان

دهید که  $(A \cap B)' = A' \cup B'$

تمرین ۱,۱۴. فرض کنید  $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  مجموعه ی مرجع باشد و  $A = \{2, 3, 4, 6\}$  ,  $B = \{2, 4, 7, 8, 9\}$  ,

نشان دهید که  $A - B = A \cap B'$

## تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه

دو مجموعه جدا از هم: به هر دو مجموعه مثل  $A$  و  $B$  که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا می نامند.

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه ی جدا از هم باشند، آن گاه  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

نکته ۱،۲. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه از فرمول زیر بدست می آید.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته ۱،۳. برای هر دو مجموعه ی  $A$  و  $B$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad \text{و} \quad n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(A - B) + n(B - A)$$

تمرین ۱،۱۵. اگر  $n(A) = ۱۵$ ،  $n(A \cap B) = ۵$  و  $n(A \cup B) = ۳۰$  آن گاه  $n(B)$  را محاسبه کنید.

تمرین ۱،۱۶. فرض کنید  $A$  و  $B$  زیر مجموعه هایی از مجموعه ی مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = ۱۰۰$ ،

$n(A) = ۶۰$ ،  $n(B) = ۴۰$  و  $n(A \cap B) = ۲۰$  مطلوب است:

الف)  $n(A \cup B) =$

ب)  $n(A \cap B') =$

پ)  $n(A' \cap B) =$

ت)  $n(A' \cap B') =$

**تمرین ۱,۱۷.** در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آن ها عضو گروه تئاترند اگر ۵ نفر از دانش آموزان اسن کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:

الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.

**تمرین ۱,۱۸.** در یک نظر سنجی از ۱۱۰ مشتری یک فروشگاه زنجیره ای، مشخص شد که ۷۰ نفر آن ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک ماه گذشته:

الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند.

پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند.

**تمرین ۱,۱۹.** در یک کلاس ۱۸ نفر در فوق برنامه های ورزشی و ۲۱ نفر در فوق برنامه های علمی شرکت می کنند. اگر ۲ نفر در هیچ یک از این دو فوق برنامه ورزشی و علمی شرکت نکنند، آن گاه:

الف) چند نفر در هر فوق برنامه شرکت می کنند؟

ب) چند نفر فقط در یک فوق برنامه شرکت می کنند؟

**تمرین ۱,۲۰.** هر یک از مسافران هواپیمایی که ۳۵۰ نفر مسافر دارد ، دست کم به یکی از دو زبان فارسی و عربی صحبت می کند. ۲۷۰ نفر می توانند فارسی صحبت کنند و ۹۰ نفر می توانند عربی صحبت کنند. چند نفر فقط می توانند فارسی صحبت کنند؟

**تمرین ۱,۲۱.** از ۷۵ نفر ساکنان یک آپارتمان مسکونی ۴۳ نفر چای سبز دوست دارند ، ۳۷ نفر قهوه دوست دارند و ۱۰ نفر نه چای سبز دوست دارند و نه قهوه .

الف) چند نفر هم چای سبز دوست دارند و هم قهوه؟

ب) چند نفر فقط قهوه دوست دارند؟

**تمرین ۱,۲۲.** از ۲۰۰ نفر دانش آموزان پایه ی دهم یک مدرسه ، ۱۷۵ نفر علاقه مند به فوتبال و ۱۷۰ نفر علاقه مند به شطرنج هستند. در این پایه دست کم چند دانش آموز هم علاقه مند به فوتبال و هم علاقه مند به شطرنج هستند؟

## ۳.۱ الگو و دنباله

**الگویابی:** هرگاه یک شکل با استفاده شکل قبلی اش به دست آمده باشد به طوری که با آن، اشتراک و اختلاف هایی داشته باشد که با مقایسه شکل ها مشخص می کنیم که چه ویژگی های ثابت و چه ویژگی هایی تغییر می کنند. این کار را الگویابی می نامند.

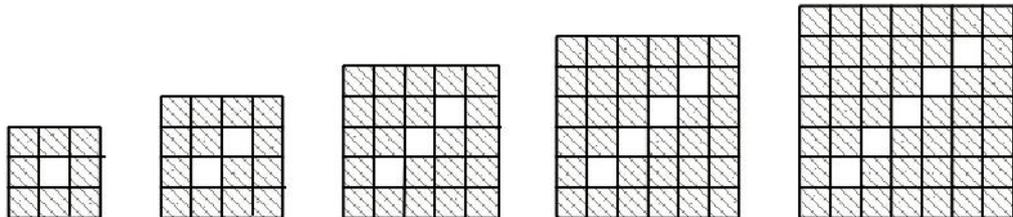
که آن دو نوع است :

**الگوهای خطی:** به طور کلی الگوهایی را که جمله ی عمومی آن ها به صورت  $t_n = an + b$  است، الگوهای خطی می نامیم که در آن  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی و ثابت هستند.

**الگوهای غیر خطی:** الگوهایی که جملات آن روی یک خط راست قرار نمی گیرند.

**تمرین ۱،۲۳.** در الگوی خطی، جمله های سوم و دوازدهم به ترتیب ۱۱ و ۴۷ هستند. جمله ی عمومی این الگو را پیدا کنید.

**تمرین ۱،۲۴.** تعداد مربع های کوچک رنگی در شکل  $n$  ام الگوی زیر چند تا است؟



**تمرین ۱،۲۵.** به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی های هاشور خورده را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی های هاشور خورده در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله هفتم آن بنویسید.

پ) اگر  $n$  تعداد کاشی های سفید و  $t_n$  تعداد کاشی های هاشور خورده باشد ، مقدار  $t_n$  را بر حسب  $n$  بنویسید.

ت) برای ۱۰۰ کاشی سفید ، چند کاشی هاشور خورده لازم است؟

ث) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی هاشور خورده باشد؟ اگر هست ، تعداد کاشی های سفید آن چند تا است؟

**دنباله:** هر تعداد عدد را که پشت سر هم قرار می گیرند ، یک دنباله می نامیم . این اعداد ، جملات دنباله نامیده می شوند. که این اعداد ترتیب دارند.

**تمرین ۱,۲۶.** جمله عمومی چند دنباله داده شده است. در هر مورد چهار جمله اول دنباله را بنویسید و سپس به هر یک از آن ها یک الگوی هندسی نظیر کنید.

الف)  $a_n = 4n$

ب)  $b_n = 3n + 1$

پ)  $c_n = n^2 + 2$

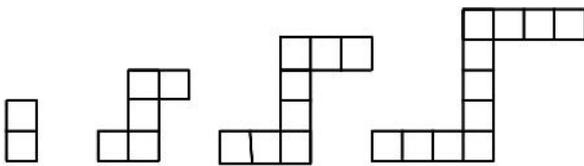
ت)  $d_n = n^2 + n$

**تمرین ۱,۲۷.** برای دنباله های درجه دو زیر ، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله عمومی هر دنباله را بیابید.

الف) ۵, ۸, ۱۳, ۲۰, ۲۹, ...

ب) ۵, ۱۲, ۲۲, ۳۵, ۵۱, ...

تمرین ۱,۲۸. در الگوی زیر، شکل  $n$ ام از چند مربع کوچک درست شده است؟ شکل چندم از ۹۵ مربع کوچک درست شده است؟



تمرین ۱,۲۹. در هر قسمت جمله ی عمومی یک دنباله داده شده است. چهار جمله ی اول دنباله های زیر را مشخص کنید.

الف)  $a_n = n^2 + 1$

ب)  $b_n = \frac{2n}{n+2}$

پ)  $c_n = \frac{(-1)^n}{n}$

ت)  $d_n = (-1)^{n+1}(2n+1)$

ث)  $d_n = \frac{n(n-3)}{2}$

تمرین ۱,۳۰. چندمین جمله ی دنباله با جمله عمومی  $a_n = \frac{3n-1}{n+5}$  برابر  $\frac{13}{7}$  می باشد؟

تمرین ۱,۳۱. یک جمله عمومی برای هر یک از دنباله های زیر بنویسید.

الف)  $a_n = 3, 4, 5, 6, 7, \dots$

ب)  $a_n = 3, -3, 3, -3, \dots$

پ)  $a_n = -5, -3, -1, 1, \dots$

ت)  $a_n = 0/1, 0/01, 0/001, 0/0001, \dots$

ث)  $a_n = \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

## ۴.۱ دنباله های حسابی و هندسی

**دنباله حسابی:** دنباله ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله ی قبل از خودش به دست می آید، یک دنباله حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می گویند.

نکته ۱,۴. جمله  $n$ ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدر نسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n - 1)d$  است.

نتیجه ۱,۱. در دنباله حسابی، تفاضل جمله های متوالی، مقداری ثابت و برابر با قدر نسبت دنباله است.

تمرین ۱,۳۲. از بین دنباله های زیر، دنباله های حسابی را مشخص کنید و در هر یک از آن ها با تعیین قدر نسبت، جمله بیست و یکم را بیابید.

الف)  $۳, ۱۰, ۱۷, ۲۴, \dots$

ب)  $۱, ۲, ۴, ۸, \dots$

پ)  $\sqrt{۳}, ۲\sqrt{۳}, ۳\sqrt{۳}, ۴\sqrt{۳}, \dots$

ت)  $۱۰, ۷, ۴, ۱, \dots$

ث)  $\frac{۲}{۵}, \frac{۳}{۵}, \frac{۴}{۵}, ۱, \dots$

ج)  $۲, ۲, ۲, ۲, ۲, \dots$

تمرین ۱,۳۳. در یک دنباله حسابی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. دنباله را مشخص کنید با بدست آوردن جمله اول و قدر نسبت جملات دنباله را بنویسید.

تمرین ۱,۳۴. در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله ی اول ۳ و مجموع سه جمله ی بعدی آن ۳۹ است. دنباله را مشخص کنید.

تمرین ۱,۳۵. الف) واسطه حسابی بین ۵ و ۱۱ چه عددی است؟

ب) واسطه حسابی بین ۲۰ و ۳۰ چه عددی است؟

تمرین ۱,۳۶. در هر مورد مشخص کنید دنباله ی داده شده می تواند دنباله ی حسابی باشد یا خیر؟ . اگر پاسخ مثبت است. قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

الف)  $5, -1, -7, -13, \dots$

ب)  $3, 3, 3, 3, \dots$

پ)  $1, 4, 9, 16, \dots$

تمرین ۱,۳۷. جمله عمومی دنباله های حسابی زیر پیدا کنید

الف)  $4, 7, 10, 13, \dots$

ب)  $9, 4, -1, -6, \dots$

تمرین ۱,۳۸. جمله ۴۰ام دنباله حسابی زیر را پیدا کنید.  $7, 2, -3, -8, \dots$

تمرین ۱,۳۹. آیا در دنباله حسابی  $3, 7, 11, \dots$  جمله ای وجود دارد که برابر ۲۲۵ باشد؟

تمرین ۱,۴۰. تعداد جمله های حسابی زیر چند تا است؟  $94, \dots, 9, 4, 1, -6$

نکته ۱,۵. تعداد جمله های دنباله ی حسابی متناهی :

تعداد جمله های دنباله حسابی که جمله اولش  $a_1$  ، جمله آخرش  $a_n$  و قدر نسبت آن  $d$  باشد برابر با  $1 + \frac{a_n - a_1}{d}$

نکته ۱,۶. اگر  $a_m$  و  $a_n$  جمله های متمایز از دنباله حسابی باشند ، قدر نسبت این دنباله برابر  $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$

نکته ۱,۷. اگر  $a_s, a_r, a_n, a_m$  جمله های دنباله حسابی باشند و  $m + n = r + s$  آن گاه  $a_m + a_n = a_r + a_s$

تمرین ۱,۴۱. عدد های  $2, a, 16$  جمله های متوالی دنباله حسابی اند. مقدار  $a$  چقدر است؟

درج واسطه حسابی: فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $b > a$  که بین دو عدد  $a$  و  $b$  طوری  $k$  عدد بنویسیم که دنباله ی حاصل ، دنباله ی حسابی باشد آن گاه قدر نسبت این دنباله از فرمول زیر به دست می آید.

$$d = \frac{b - a}{k + 1}$$

تمرین ۱,۴۲. بین عدد های  $7$  و  $39$  سه واسطه حسابی درج کنید.

تمرین ۱,۴۳. مجموع سه عددی که دنباله حسابی تشکیل می دهند برابر  $30$  و حاصل ضرب آن ها برابر  $910$  است . این اعداد را مشخص کنید.

**دنباله هندسی:** دنباله ای است که در آن هر جمله به جز جمله ی اول ، از ضرب کردن عددی ثابت و مخالف صفر در جمله ی قبل از آن به دست می آید . این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله هندسی می نامند.

**تمرین ۱,۴۴.** از بین موارد زیر ، دنباله های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آن ها را بنویسید.

الف)  $7, 28, 112, 448, \dots$

ب)  $2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$

پ)  $1, \frac{-1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{8}, \dots$

ت)  $10, 7, 4, 1, \dots$

ج)  $5, 5, 5, 5, 5, \dots$

**نکته ۱,۸.** جمله عمومی دنباله ی هندسی با جمله ی اول  $a_1$  و قدر نسبت  $q$  ، برابر است با  $a_n = a_1 q^{n-1}$

**نکته ۱,۹.** واسطه ی هندسی : فرض کنید  $a, b, c$  سه جمله ی متوالی دنباله ی هندسی با قدر نسبت  $q$  باشند. در این

$$\text{صورت } b^2 = ac \text{ که } b = \pm\sqrt{ac}$$

**تمرین ۱,۴۵.** از بین موارد زیر ، دنباله های هندسی را مشخص کنید و قدر نسبت آن ها را بنویسید.

الف)  $2, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

ب)  $3, 3, 3, 3, \dots$

پ)  $14, 0, 0, 0, 0, \dots$

ت)  $1, 2, 6, 24, 120, \dots$

تمرین ۱,۴۶. چند دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{4}{5}$  می توان ساخت؟ دو مورد را بنویسید.

تمرین ۱,۴۷. علی دوچرخه ای ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخه دست دوم، در هر ساب ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش دوچرخه اش را داشته باشد، به چه قیمتی می تواند آن را بفروشد؟

ب) قیمت دوچرخه بعد از گذشت  $n$  سال از چه رابطه ای به دست می آید؟

تمرین ۱,۴۸. حاصل ضرب بیست جمله اول دنباله هندسی مقابل را محاسبه کنید.  $2, 4, 8, \dots$

تمرین ۱,۴۹. جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می باشند. این دنباله را مشخص کنید.

تمرین ۱,۵۰. جمله هفتم دنباله ۹, ۳, ۱, ... را به دست آورید.

تمرین ۱,۵۱. در دنباله های هندسی زیر قدر نسبت، دو جمله بعدی و جمله عمومی را به دست آورید.

الف) ۲, ۶, ۱۸, ۵۴, ...

ب) ۵, ۱۰, ۲۰, ۴۰, ...

پ) ۶, -۶۰, ۶۰۰, -۶۰۰۰, ۶۰۰۰۰, ...

درج واسطه هندسی: فرض کنید  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی باشند و  $b > a$  که بین دو عدد  $a$  و  $b$  طوری  $k$  عدد بنویسیم که دنباله ی حاصل، دنباله ی هندسی باشد آن گاه قدر نسبت این دنباله از فرمول زیر به دست می آید.

$$q^{k+1} = \frac{b}{a}$$

تمرین ۱,۵۲. بین دو عدد ۳ و ۴۸ سه واسطه هندسی درج کنید.

تمرین ۱,۵۳. در یک دنباله هندسی جمله اول ۸ برابر جمله چهارم است، جمله دوازدهم چند برابر جمله دهم است؟ ( $a_2 \neq 0$ )

تمرین ۱,۵۴. بین  $\frac{1}{3}$  و ۲۷ سه عدد مثبت درج کنید که پنج عدد، تشکیل دنباله هندسی دهند.

تمرین ۱,۵۵. جمله ی چندم دنباله ی هندسی زیر برابر  $\frac{512}{729}$  است؟  $18, -12, 8, \dots$

تمرین ۱,۵۶. عدد های ۴,  $a$ , ۱۶ جمله های متوالی دنباله های هندسی اند. مقدار  $a$  چقدر است؟

تمرین ۱,۵۷. مجموع سه عدد که دنباله هندسی تشکیل می دهند، برابر  $\frac{21}{4}$  و حاصل ضرب آن ها  $\frac{27}{8}$  است. این اعداد را مشخص کنید.