



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)



مجموعه دسته ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیر تکراری) است .
آن اشیاء را عضو های مجموعه نامیده و همگی را در نماد آکولاد $\{ \}$ گذاشته و بین عضو ها حرف "و" می نویسیم .
معمولاً مجموعه ها را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند . به طور مثال مقسوم علیه های مثبت عدد ۱۲ را به صورت

مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ نمایش می دهیم .

سوال : آیا دسته دانش آموزان باهوش مجتمع صالحین آبادان ، یک مجموعه است ؟

پاسخ : خیر زیرا دقیقاً نمی توان مشخص کرد ، کدام دانش آموز درون این دسته است و کدام دانش آموز عضو این دسته نیست ،

بنابراین نمی تواند مجموعه باشد .

مجموعه ی $K = \{a, b, 5, 7\}$ را در نظر بگیرید ، برای این که نشان دهیم a عضوی از مجموعه ی K است ، می نویسیم $a \in K$

و می خوانیم " a عضو K است" و چون عدد ۴ عضو این مجموعه نیست ، می نویسیم $4 \notin K$ و می خوانیم " 4 عضو K نیست" .

قرار داد : تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را با نماد $n(A)$ نمایش می دهیم . به عنوان مثال اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ آنگاه $n(A) = 4$ است .

مجموعه های معروف اعداد :

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: مجموعه اعداد طبیعی

$W = \{0, 1, 2, \dots\}$: مجموعه اعداد حسابی

$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$: مجموعه اعداد صحیح

مجموعه اعداد گویا (مُنطِق) : مجموعه اعداد که بتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت ، که با نماد $\mathbb{Q}$ نمایش می دهیم .

مجموعه اعداد گنگ (أَصَم) : مجموعه اعدادی که نتوان آنها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد ، مانند $\sqrt{2}$ و π و ...

مجموعه اعداد گنگ با نماد $\mathbb{Q}'$ نمایش داده می شود .

مجموعه اعداد حقیقی : مجموعه ای که شامل تمام اعداد گویا و گنگ می باشد و با نماد $\mathbb{R}$ نمایش می دهیم .

توجه : هر عدد طبیعی که شامل فقط دو مقسوم علیه متمایز باشد را عدد اول نامیم مانند ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱ و ۱۳ و ... این اعداد

را در یک مجموعه نوشته و به عنوان مجموعه اعداد اول می شناسیم : $P = \{2, 3, 5, \dots\}$.

تعریف : مجموعه هایی که تعداد اعضای آنها یک عدد حسابی است ، مجموعه های متناهی می نامیم .

همچنین مجموعه هایی که نمی توان تعداد اعضای آنها را با یک عدد بیان کرد یعنی بی شمار عضو دارند را مجموعه های نامتناهی می نامیم .



سوال : تعیین کنید کدام یک از مجموعه های زیر متناهی و کدام نا متناهی است .

الف) مجموعه انسان های روی زمین $\leftarrow$ متناهی

ب) مجموعه اعداد گویای بین ۱ و ۲ $\leftarrow$ نا متناهی ، زیرا بی شمار عدد مثل $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ و ... عضو این مجموعه اند .

پ) مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدا مختصات $\leftarrow$ نا متناهی ، زیرا بی شمار دایره به مرکز مبدا مختصات و شعاع های متمایز می توان رسم کرد .

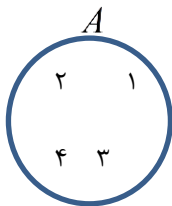
تعریف : اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد ، آن را **مجموعه تهی** (null set) می نامیم و با نماد $\emptyset$ یا $\{ \}$ نمایش می دهیم . بدیهی است که : $n(\emptyset) = 0$.

نمایش مجموعه ها : مجموعه ها را به یکی از صورت های زیر نمایش می دهیم .

الف) **نمایش تفصیلی :** همه یا تعدادی از اعضای مجموعه نوشته می شوند مانند :

$$A = \{1, 2, 3\} \quad \text{و} \quad B = \{2, 4, 6, \dots, 98\} \quad \text{و} \quad C = \{-1, -3, -5, \dots\}$$

ب) **نماد ریاضی :** برای مثال ، مجموعه اعداد طبیعی زوج (مضرب های ۲) را به صورت $E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$ نمایش می دهیم .



پ) **نمودار ون :** مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خطوط شکسته بسته نمایش داد .

به عنوان نمونه مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را به صورت رو به رو نمایش می دهیم .

مثال : مجموعه های زیر را با نوشتن عضوهایشان (نمایش تفصیلی) مشخص کنید .

الف) $A = \{5n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow A = \{8, 13, 18, 23, \dots\}$

ب) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 3\} \Rightarrow B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

پ) $C = \left\{ \frac{x}{x+2} \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = 9 \right\} \Rightarrow \left\{ 3, \frac{3}{5} \right\}$

مثال : مجموعه اعداد گویا را می توان با نماد ریاضی به یکی از صورت های زیر نوشت :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{یا} \quad \mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

مثال : مجموعه ی $E = \{0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$ را با نماد ریاضی بنویسید .

پاسخ : هر عضو این مجموعه مربع عدد طبیعی منهای یک است مانند $0 = 1^2 - 1$ و $3 = 2^2 - 1$. بنابراین : $B = \{m^2 - 1 \mid m \in \mathbb{N}\}$



تساوی مجموعه ها : دو مجموعه A و B با هم برابرند هر گاه ، هر عضو A ، عضوی از B و هر عضو B ، عضوی از A باشد و می نویسیم $A = B$.

مثال : m و n را چنان بیابید که $\left\{ \frac{2}{5}, m, \frac{4}{3}, \frac{9}{3} \right\} = \left\{ \frac{0}{4}, 3, \frac{-\sqrt{44}}{(-2)^2}, n, \sqrt{25} \right\}$ باشد.

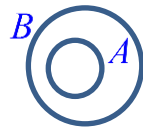
پاسخ : با ساده کردن می توان تساوی فوق را به صورت $\left\{ \frac{2}{5}, m, \frac{4}{3}, 3 \right\} = \left\{ \frac{2}{5}, 3, -3, n, 5 \right\}$ نوشت . بنابراین $m = -3$ و $n = 4$ می باشد .

تعریف : اگر هر عضو مجموعه A ، عضوی از مجموعه B باشد گوییم A زیر مجموعه B است و می نویسیم $A \subseteq B$.

نکته : واضح است که هر مجموعه زیر مجموعه ی خودش است ، یعنی $A \subseteq A$.

نکته : مجموعه ی تهی زیر مجموعه ی هر مجموعه ی دلخواه است ، یعنی $\emptyset \subseteq A$.

نکته : اگر بتوانیم عضوی در A بیابیم که در B نباشد ، گوییم A زیر مجموعه B نیست و می نویسیم $A \not\subseteq B$.



توجه : $A \subseteq B$ را به کمک نمودار ون نیز می توان نمایش داد (شکل مقابل) :

مثال : اگر $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}\}$ ، کدام یک از روابط زیر صحیح است ؟

$a \in A \Rightarrow$ صحیح	$\{a\} \in A \Rightarrow$ صحیح	$a \subseteq A \Rightarrow$ غلط	$\{a\} \subseteq A \Rightarrow$ صحیح
$\{\{a\}\} \subseteq A \Rightarrow$ صحیح	$\{b\} \subseteq A \Rightarrow$ غلط	$b \in A \Rightarrow$ غلط	$\{\emptyset\} \subseteq A \Rightarrow$ غلط

سوال : اگر B مجموعه ی متناهی و $A \subseteq B$ فرض شود ، آنگاه A متناهی است یا نامتناهی ؟

پاسخ : A متناهی است ، زیرا اگر نا متناهی باشد بیشمار عضو دارد و نمی تواند زیر مجموعه ی B باشد .

سوال : اگر A مجموعه ای نا متناهی و $B \subseteq A$ ، آنگاه در مورد B چه می توان گفت ؟

پاسخ : B می تواند متناهی یا نا متناهی باشد .

به عنوان نمونه اگر $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ آنگاه $B = \{1, 3\}$ یا $B = \{3, 5, 7, \dots\}$ می تواند باشد .

مثال : تمام زیر مجموعه های مجموعه $K = \{a, b, c\}$ را بنویسید .

پاسخ : ابتدا زیر مجموعه ی هیچ عضوی ، سپس یک عضوی ها و بعد دو عضوی ها و در آخر سه عضوی را می نویسیم :

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$$



در مثال قبل ، هر عضو مجموعه ی K می تواند درون زیر مجموعه باشد یا نباشد در نتیجه برای هر عضو آن دو حالت وجود دارد .

یعنی برای a ، b ، c حالت و برای b ، c حالت و برای c نیز دو حالت وجود دارد که با ضرب این تعداد حالات ، تعداد زیر مجموعه ها به دست می آید . یعنی $2 \times 2 \times 2 = 8$ زیر مجموعه برای A خواهیم داشت .

مثال : مجموعه ی $H = \{1, 5, 7, 9\}$ چند زیر مجموعه دارد ؟

پاسخ : $2^4 = 16 \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2$: تعداد حالات
 $\begin{matrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 5 & 7 & 9 \end{matrix}$

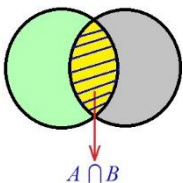
مثال : مجموعه $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ را در نظر بگیرید . چه تعداد از زیر مجموعه های آن شامل اعضای b, g هستند

ولی عضو d درون آنها نیست ؟ پاسخ : $2^5 = 32 \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $\begin{matrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ a & b & c & d & e & f & g & h \end{matrix}$

تمرین : چه تعداد مجموعه مانند X می توان تعریف کرد ، به طوری که $\{1, 2, 3\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 9\}$.

مجموعه ی مرجع : مجموعه ای که همه ی مجموعه های مورد بحث ، زیر مجموعه ی آن باشند ، **مجموعه ی مرجع** نامیم و آن را با U نشان می دهیم .

به عنوان نمونه مجموعه $U = \{2, 5, 7, 9, 11\}$ می تواند مجموعه ی مرجع هر یک از مجموعه های $A = \{2, 7, 9\}$ یا $B = \{7\}$ باشد ولی نمی توان آن را مرجعی برای مجموعه ی $C = \{1, 2, 5, 7\}$ در نظر گرفت .



اشتراک : اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شامل همه ی عضو هایی است که

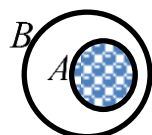
هم عضو مجموعه ی A و هم عضو مجموعه ی B است . این مجموعه را با نماد

$A \cap B$ نشان می دهیم .



مثال : اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A \cap B = \{y, z\}$ خواهد بود .

نکته : واضح است که $A \cap B = B \cap A$ و $A \cap \emptyset = \emptyset$ و $A \cap U = A$.



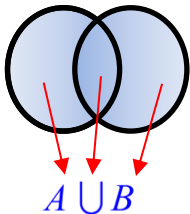
نکته : با توجه به شکل مقابل ، اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cap B = A$ خواهد بود .



نکته: به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه ی جدا از هم یا مجزا می گوئیم.



در شکل مقابل دو مجموعه A و B مجزا هستند:

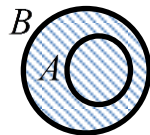


اجتماع: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه ای شامل همه ی عضو هایی است که حداقل در یکی از

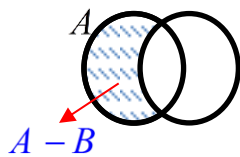
دو مجموعه ی A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می دهیم.

مثال: اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A \cup B = \{x, y, z, t, w\}$ خواهد بود.

نکته: واضح است که $A \cup B = B \cup A$ و $A \cup \emptyset = A$ و $A \cup U = U$.



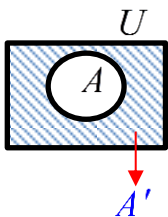
نکته: با توجه به شکل مقابل، اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A \cup B = B$ خواهد بود.



تفاضل: مجموعه ی $A - B$ مجموعه ای است شامل تمام عضو های A که عضو B نیستند.

مثال: اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, t, w\}$ آنگاه $A - B = \{x\}$ و $B - A = \{t, w\}$ خواهد بود.

نکته: تفاضل مجموعه ها در حالت کلی خاصیت جابجایی ندارد مگر آنکه دو مجموعه با هم برابر باشند: $A - B \neq B - A$



تعریف: هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ باشد، آنگاه مجموعه $U - A$ را متمم A می نامیم

و آن را با نماد A' نشان می دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضو هایی از مرجع است که درون A نیستند.

مثال: اگر $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه ی مرجع و $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ فرض شود آنگاه $A' = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$ می باشد.

نکته: واضح است که $A \cup A' = U$ و $A \cap A' = \emptyset$ و $A - A' = A$ و $(A')' = A$ و $\emptyset' = U$ و $U' = \emptyset$.

سوال: اگر A مجموعه متناهی باشد، A' چگونه مجموعه ای است؟

پاسخ: بستگی به مجموعه ی مرجع دارد. اگر مرجع متناهی باشد، آنگاه دو مجموعه ی A و A' متناهی هستند

اما در صورتی که مرجع نامتناهی باشد، با توجه به متناهی بودن A ، باید مجموعه ی A' نامتناهی باشد.



تمرین (تست): اگر مجموعه های $A = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \notin \mathbb{N} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x}{\lambda} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ مفروض باشند، کدام یک از مجموعه های زیر

متناهی است؟ (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۱- قانون پخشی: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



مثال: عبارت $A \cup (B \cap A')$ را ساده کنید.

پاسخ: $A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap U = A \cup B$

مثال: ثابت کنید: $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = A$

پاسخ: $\text{چپ} = (A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B')$

$= [(A \cup B) \cup (C \cap C')] \cap (A \cup B')$

$\xrightarrow{C \cap C' = \emptyset} = (A \cup B) \cap (A \cup B')$

$= A \cup (B \cap B') = A \cup \emptyset = A$

۲- قانون دمورگان: $(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

مثال: عبارت $(A \cup B')' \cup (A \cap B)$ را ساده کنید.

پاسخ: عبارت $= (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$

۳- تبدیل تفاضل و اشتراک به یکدیگر: $A - B = A \cap B'$

مثال: نشان دهید $(A - B) \cup (A - C) \cup (A - D) = A - (B \cap C \cap D)$

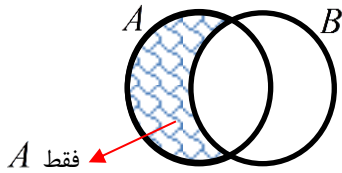
چپ $= (A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D') = A \cap (B' \cup C' \cup D')$

$= A - (B' \cup C' \cup D')' = A - (B \cap C \cap D)$



مثال : ثابت کنید $A - B = B' - A'$

پاسخ : $A - B = B' - A'$



نکته مهم : قسمت رنگ شده در شکل روبه رو را به عنوان $A - B$ (فقط A) می شناسیم .

با کمی دقت متوجه می شویم آن را می توان به عنوان $A - (A \cap B)$ و همچنین به

عنوان $(A \cup B) - B$ نیز در نظر گرفت . بنابراین : $A - B = A - (A \cap B) = (A \cup B) - B$ فقط A

مثال : در آزمون درس فیزیک ۱۰ نفر و در آزمون درس ریاضی ۷ نفر مردود شده اند . در صورتی که ۵ نفر در هر دو آزمون مردود شده باشند ، چند نفر فقط در درس ریاضی مردود شده اند ؟

پاسخ : مجموعه ی مردودی های درس فیزیک را با F و درس ریاضی را با R نمایش می دهیم . بنابراین :

$$n(R - F) = n(R) - n(R \cap F) = 7 - 5 = 2$$

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه

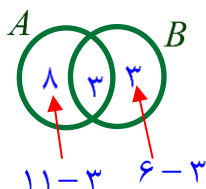
اگر A و B دو مجموعه از مجموعه ی مرجع U فرض شوند آنگاه : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

در صورتی که A و B دو مجموعه مجزا باشند $n(A \cap B) = 0$ بوده و در نتیجه : $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

مثال : اگر $n(A) = 11$ و $n(B) = 6$ و $n(A \cap B) = 3$ باشد ، مقدار $n(A \cup B)$ و $n(A \cap B')$ را به کمک روابط و به کمک نمودار ون محاسبه نمایید .

روش اول (استفاده از روابط) : $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 11 + 6 - 3 = 14$

$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$



روش دوم (استفاده از نمودار ون) : مطابق شکل روبه رو ، ابتدا عدد مربوط به اشتراک

در شکل نوشته شده ، سپس دیگر اعداد با توجه به آن محاسبه و در نمودار نوشته می شوند .

بنابراین طبق شکل می توان گفت :

$n(A \cup B) = 8 + 3 + 3 = 14$ و $n(A \cap B') = n(A - B) = 8$

مثال : در یک کلاس ۳۰ نفره ، ۸ نفر عضو تیم والیبال ، ۱۴ نفر عضو تیم فوتبال و ۳ نفر عضو هر دو تیم هستند .

الف) چند نفر عضو تیم والیبال یا فوتبال (حداقل یکی از آن دو) هستند ؟



ب) چند نفر عضو تیم فوتبال بوده ولی عضو تیم والیبال نیستند ؟

پ) چند نفر عضو هیچکدام از تیم ها نیستند ؟

ت) چند نفر فقط در یک تیم عضو هستند ؟

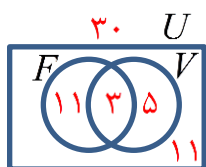
پاسخ (روش اول - استفاده از روابط) : با توجه به فرض های گفته شده داریم $n(V \cap F) = 3$ و $n(F) = 14$ و $n(V) = 8$

الف) $n(V \cup F) = n(V) + n(F) - n(V \cap F) = 8 + 14 - 3 = 19$

ب) $n(F \text{ فقط}) = n(F) - n(F \cap V) = 14 - 3 = 11$

پ) $n(F' \cap V') = n(U) - n(F \cup V) = 30 - 19 = 11$

ت) $n(F \text{ فقط}) + n(V \text{ فقط}) = (14 - 3) + (8 - 3) = 11 + 5 = 16$



پاسخ (روش دوم - استفاده از نمودار ون) : شکل روبرو را رسم کرده

و اعداد درون آن را با توجه به فرض سوال می نویسیم :

الف) $11 + 3 + 5 = 19$

ب) 11

پ) 11

ت) $11 + 5 = 16$

مثال : کلاسی 25 دانش آموز دارد 10 نفر آنها در المپیاد نجوم و 13 نفر از آنها در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند و 5 نفر از آنها در هیچ المپیادی شرکت نکرده اند .

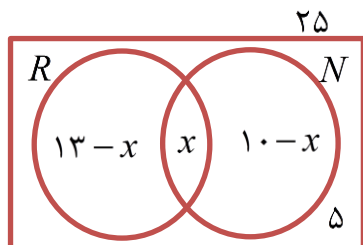
الف) چه تعداد از دانش آموزان در هر دو المپیاد شرکت کرده اند ؟

ب) چه تعداد از دانش آموزان فقط در المپیاد نجوم شرکت کرده اند ؟

پاسخ (روش اول - استفاده از روابط) : واضح است که $n(R \cup N) = 25 - 5 = 20$ و $n(R) = 13$ و $n(N) = 10$

الف) $n(R \cup N) = n(R) + n(N) - n(R \cap N) \Rightarrow 20 = 13 + 10 - n(R \cap N) \Rightarrow n(R \cap N) = 3$

ب) $n(N \text{ فقط}) = n(N) - n(R \cap N) = 10 - 3 = 7$

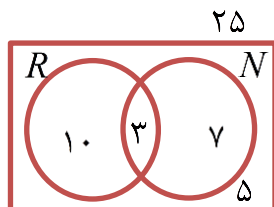


پاسخ (روش دوم - استفاده از نمودار ون) : شکل روبرو را رسم کرده و مقدار اشتراک را

x فرض می کنیم ، بنابراین تعداد افرادی که فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند

$13 - x$ و فقط نجوم $10 - x$ می باشد . در نتیجه :

$$13 - x + x + 10 - x + 5 = 25 \Rightarrow x = 3$$



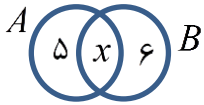
با جایگزین کردن مقدار $x = 3$ در شکل داریم :

ب) 7

الف) 3



مثال: اگر $A \cup B$ و $A - B$ و $B - A$ به ترتیب ۱۸ و ۵ و ۶ عضو داشته باشند، A و B هر کدام چند عضو دارند؟



پاسخ: برای حل این سوال یک نمودار ون رسم می کنیم. بنابراین:

$$5 + x + 6 = 18 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 5 + x = 5 + 7 = 12 \\ n(B) = 6 + x = 6 + 7 = 13 \end{cases}$$



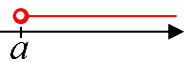
مجموعه ی تمام اعداد حقیقی در یک فاصله روی محور اعداد را **بازه** می گویند.

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند و $a < b$ آنگاه تعریف می کنیم:

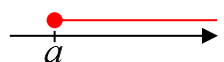
نمایش هندسی	نمایش مجموعه ای	بازه	نوع بازه
	$\{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$	(a, b)	باز
	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بسته
	$\{x \in \mathbb{R} a \leq x < b\}$	$[a, b)$	نیم باز
	$\{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\}$	$(a, b]$	نیم باز

قرار داد:

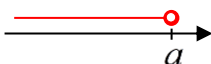
$$\{x \in \mathbb{R} | x > a\} = (a, +\infty)$$



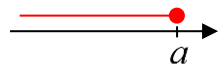
$$\{x \in \mathbb{R} | x \geq a\} = [a, +\infty)$$



$$\{x \in \mathbb{R} | x < a\} = (-\infty, a)$$



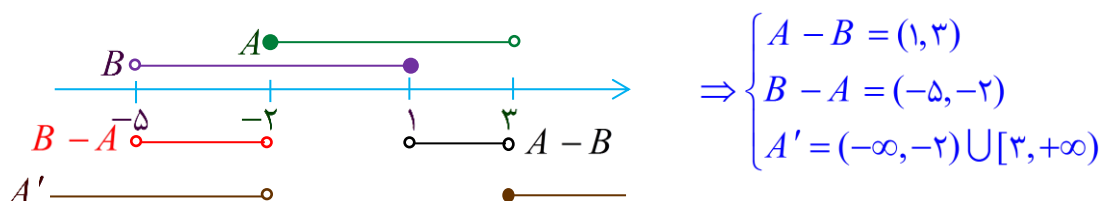
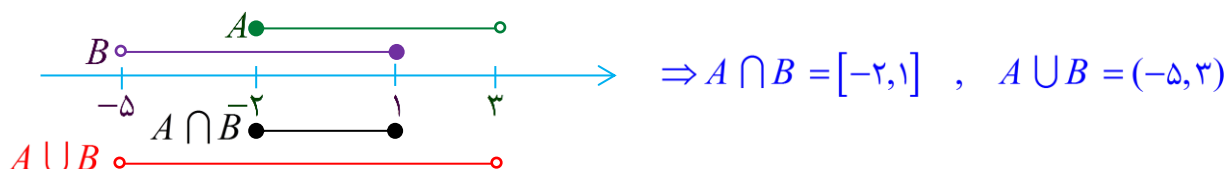
$$\{x \in \mathbb{R} | x \leq a\} = (-\infty, a]$$



مثال: با فرض $A = [-2, 3]$ و $B = (-5, 1]$ ، حاصل هر یک از مجموعه های زیر را به صورت بازه نمایش دهید.

الف) $A \cup B$ ب) $A \cap B$ پ) $A - B$ ت) $B - A$ ث) A'

پاسخ: ابتدا مجموعه ی مفروض را روی محور نمایش داده، سپس موارد خواسته شده را روی محور رسم می کنیم و به صورت بازه می نویسیم.





۱- اگر مجموعه ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$

۲- جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید.

الف) اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آنگاه مجموعه ی A برابر است.

ب) متمم مجموعه ی مرجع ، مجموعه ی است .

پ) $E \cap E' = \dots\dots\dots$ و $E \cup E' = \dots\dots\dots$ است .

ت) هر نقطه روی محور اعداد حقیقی نشان دهنده ی یک مشخص است .

ث) اگر مجموعه ی A نامتناهی و مجموعه ی B متناهی باشد ، $A \cap B$ مجموعه ای و $A \cup B$ مجموعه ای می باشند .

ج) اجتماع دو مجموعه ی $(A \cap B)$ و $(B - A)$ با مجموعه ی مساوی است .

چ) در صورتی که $A - B = B - A$ باشد ، A و B هستند .

۳- یک مجموعه مثال بزنید که هر عضو آن زیر مجموعه ی آن باشد .

۴- سه مجموعه A و B و C بنویسید که مجزا از هم بوده و اجتماع آنها مجموعه ی اعداد طبیعی شود .

۵- اگر $\mathbb{Z}$ مجموعه ی مرجع باشد ، مجموعه های $(W - \mathbb{N})'$ و $(\mathbb{N} - W)'$ را به نوشتن اعضاء مشخص کنید .

۶- اشتراک دو مجموعه ی $[-4, 5]$ و $\mathbb{Z} - W$ چند عضوی است ؟ چرا ؟



۷- نمایش هندسی روبرو را به صورت مجموعه ای و به صورت بازه ای نمایش دهید .

۸- اگر $A = (2, +\infty)$ و $B = [0, 4]$ و $C = (-1, 3]$ باشد ، مجموعه های زیر را با بازه ها نمایش دهید .

الف) $B - C$ ب) $A - B'$ پ) $(A \cup B) - (B \cap C)$ ت) $C' - A'$

۹- با فرض $A = [-1, 3]$ و $B = [1, 4]$ ، مطلوبست $A \cup B$ ، $A \cap B$ و $A - B$ و A' .

۱۰- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه ی اعداد طبیعی اول باشند ، از بین مجموعه های $B - A$ ، $A - B$ ، $A \cap B$ و $A \cup B$ ، کدامیک قطعاً متناهی است ؟

۱۱- اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد آنگاه متناهی یا نا متناهی بودن مجموعه های $B - A$ ، $A - B$ ، $A \cap B$ و $A \cup B$ را تعیین کنید .

۱۲- دو مجموعه نامتناهی مانند A و B مثال بزنید که :

الف) $A \cap B$ متناهی باشد ب) $A - B$ متناهی باشد پ) $A \cup B$ نامتناهی باشد

۱۳- کلمه مناسب را برای جاهای خالی انتخاب کنید .



الف) اشتراک دو مجموعه زیر مجموعه ی دو مجموعه است. (تفاضل - اجتماع)

ب) اشتراک دو مجموعه ی A و B هر یک از دو مجموعه ی A و B است. (زیر مجموعه - متمم)

پ) اجتماع دو مجموعه ی متناهی، مجموعه ای است. (متناهی - نامتناهی)

۱۴- هر گاه $A \subseteq B$ باشد، تعیین کنید کدام عبارت درست و کدام نادرست است.

الف) اگر B متناهی باشد آنگاه A متناهی است. ب) اگر B نامتناهی باشد آنگاه A متناهی است.

پ) اگر A نامتناهی باشد آنگاه B نامتناهی است. ت) اگر A متناهی باشد آنگاه B نامتناهی است.

ت) $B' \subseteq A'$ ج) $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$

۱۵- مجموعه های زیر را با اجتماع چند مجموعه بنویسید.

پ) $\mathbb{R} - (-1, 1)$

ب) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

الف) $\mathbb{R} - \{1\}$

ث) $[-1, 1]'$

ت) $(2, 7) - (3, 4)$

ت) $\mathbb{R} - [-1, 1)$

۱۶- ثابت کنید $[A \cap (A - B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$.

۱۷- عبارت $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B - (A \cap B)]$ را ساده کنید.

۱۸- تساوی های روبرو را کامل کنید. $(A \cap B \cap C)' =$ پ) $(A \cup B)' =$ ب) $A - B = \dots \cap \dots$ الف)

۱۹- اگر A و B دو مجموعه ی ناتهی باشند، عبارت $A - (B - (A \cap B))$ را ساده کنید.

۲۰- از بین ۴۰ کارمند یک شرکت ۲۰ نفر بیمه ی تامین اجتماعی و ۲۰ نفر بیمه ی حوادث شده اند. اگر ۱۱ نفر، هم بیمه ی تامین اجتماعی و هم بیمه ی حوادث شده باشند:

الف) چند نفر نه بیمه ی تامین اجتماعی و نه بیمه ی حوادث شده اند؟

ب) چند نفر فقط بیمه ی تامین اجتماعی شده اند؟

پ) چند نفر تحت پوشش فقط یکی از بیمه ها شده اند؟

۲۱- در یک کلاس ۳۱ نفره، ۲۰ نفر در درس ریاضی و ۱۳ نفر در درس فیزیک قبول شده اند. اگر ۷ نفر در هر دو درس مردود شده باشند چند نفر در هر دو درس قبول شده اند؟ چند نفر فقط در یکی از این دروس قبول شده اند؟

۲۲- در یک هتل ۳۸ مسافر وجود دارد. ۲۰ نفر آنان تاجر و ۱۷ نفر جهانگرد هستند. اگر ۷ نفر نه تاجر و نه جهانگرد باشند، مطلوبست: الف) چند مسافر فقط تاجرند؟ ب) چند مسافر تاجر جهانگرد در هتل وجود دارد؟

پ) چند نفر فقط تاجر یا فقط جهانگردند؟ ت) چند نفر از مسافران تاجر نیستند؟

۲۳- اگر $n(A - B) + n(B - A) = 4n(A \cap B)$ باشد، مقدار $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ را حساب کنید.



جواب نهایی تمرین ها :

۱- الف) درست ب) نادرست

۲- الف) $\emptyset$ ب) $\emptyset$ پ) $\emptyset$ و U ت) عدد حقیقی ث) متناهی - نامتناهی ج) B

۳- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۴- $A = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\}$ و $B = \{2, 5, 8, 11, 14, \dots\}$ و $C = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

۵- $\{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ و $\{1, 2, 3, \dots\}$

۶- چهار عضوی است $\Rightarrow \{-1, -2, -3, -4\} \cap [-4, 5) = \{-1, -2, -3, -4\}$

۷- $[-2, 5) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 5\}$

۸- الف) $(3, 4]$ ب) $(2, 4]$ پ) $(3, +\infty)$ ت) $(3, +\infty)$

۹- $[-1, 4]$ و $[1, 3]$ و $[-1, 1)$ و $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$

۱۰- نامتناهی ، متناهی ، نامتناهی ، نامتناهی

۱۱- متناهی ، نامتناهی ، نامتناهی ، متناهی

۱۲- الف) $A = [1, 2]$ و $B = [2, 5]$ ب) $A = W$ و $B = \mathbb{N}$ پ) $A = [1, 3]$ و $B = [-2, 2)$

۱۳- الف) اجتماع ب) زیر مجموعه پ) متناهی

۱۴- الف) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$ ب) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$ پ) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

ت) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$ ث) $(2, 3] \cup [4, 7)$ ج) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۱۷- B

۱۸- الف) $A \cap B'$ ب) $A' \cap B'$ پ) $A' \cup B' \cup C'$

۱۹- A

۲۰- الف) ۱۱ نفر ب) ۹ نفر پ) ۱۸ نفر

۲۱- ۹ نفر در هر دو درس قبول شده اند . ۱۵ نفر فقط در یکی از دروس قبول شده اند .

۲۲- الف) ۱۴ نفر ب) ۶ نفر پ) ۲۵ نفر ت) ۱۸ نفر

۲۳- ۵