



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

فصل اول

مجموعه ، الگو

و دنباله

مجموعه های متناهی و نامتناهی

مجموعه اعداد

مجموعه اعداد طبیعی: $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعه اعداد حسابی: $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = N \cup \{0\}$, $W - N = \{0\}$

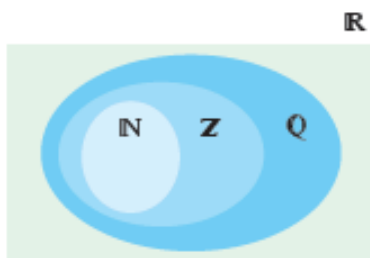
مجموعه اعداد صحیح: $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعه اعداد گویا: $Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\} \rightarrow 0, -\frac{2}{3}, -1.3$

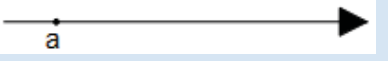
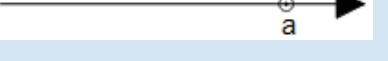
مجموعه اعداد کنگ: $R - Q \rightarrow \sqrt{2} = 1.4142 \dots$

هر نقطه روی محور اعداد، یک عدد حقیقی و هر عدد حقیقی، یک نقطه روی محور اعداد را نشان می دهد $R = Q \cup \dot{Q}$: مجموعه اعداد حقیقی

$$\dot{Q} \subseteq R, N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$



نمایش هندسی	نمایش مجموعه ای	بازه	نوع بازه
	$\{x \in R a < x < b\}$	(a, b)	باز
	$\{x \in R a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	بسته
	$\{x \in R a \leq x < b\}$	$[a, b)$	نیم باز
	$\{x \in R a < x \leq b\}$	$(a, b]$	نیم باز

نمایش هندسی	نمایش مجموعه ای	بازه	نوع بازه
	$\{x \in R x > a\}$	$(a, +\infty)$	باز
	$\{x \in R x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	نیم باز
	$\{x \in R x \leq a\}$	$(-\infty, a]$	نیم باز
	$\{x \in R x < a\}$	$(-\infty, a)$	باز
	R	$(-\infty, +\infty)$	باز

اگر $A = (-1, 4]$ و $B = (2, +\infty)$ بازه های $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را نشان دهید.

مثال

چند تعداد از عبارت های زیر نادرست است؟

تست

الف) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{2}, 2)$

ب) $-2 \in (-2, 0]$

پ) $0 \in (-2, 0]$

ت) $-2 \in \{-2, 0\}$

ث) $-1 \in \{-2, 0\}$

ج) $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$

چ) $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$

ح) $Q \subseteq (-17, 0]$

خ) $[2, 5) = (2, 5)$

د) $\sqrt{2} \in (0, 1)$

ذ) $6.022 \times 10^{23} \in [3, +\infty)$

7 (4

6 (3

5 (2

4 (1

حاصل هر یک از مجموعه های زیر را با رسم بازه های آن ها روی یک محور به دست آورید.

مثال

ب) $(-\infty, 6] \cap (2, 9)$

الف) $(-3, 0) \cup (-2, 5]$

ت) $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty)$

پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10]$

ج) $[2, 4) - (3, +\infty)$

ث) $(3, +\infty) - [2, 4)$

تست

اگر $A = [-3, 4]$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (-x) \in A\}$ ، آن گاه مجموعه ی $A - B$ کدام بازه ی زیر است؟

(4 و -4) (4

(3 و -3) (3

(2 و -4) (2

(1 و 3) (1

مجموعه هایی که تعداد اعضای آن ها یک عدد حسابی است، مجموعه ی متناهی و مجموعه هایی که نتوانیم تعداد اعضای آن را با یک عدد بیان کنیم، مجموعه های نامتناهی می نامیم.

مثال

وضعیت مجموعه های زیر را بررسی کنید.

مجموعه	نامتناهی	متناهی	تعداد اعضا (در مورد مجموعه های متناهی)
مجموعه اعداد اول یک رقمی		✓	4 عضو دارد {2 و 3 و 5 و 7}
مجموعه انسان های روی زمین		✓	7,500,000,000
مجموعه اعداد طبیعی فرد	✓		
مجموعه سلول های عصبی مغز یک انسان		✓	530,000,000,000
مجموعه تمام دایره های به مرکز مبدأ مختصات	✓		
مجموعه دانش آموزان مدرسه ی شما		✓	270
مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی		✓	$10^{10} - 10^9$
مجموعه درخت های جنگل های آمازون		✓	390,000,000,000
مجموعه کسره های مثبت با صورت یک	✓		
مجموعه مضرب های طبیعی عدد 10	✓		
پاره (0 و 1)	✓		
مجموعه مولکول های موجود در یک مول مشخص از آب		✓	6.02×10^{23}

تست

چه تعداد از مجموعه های زیر نامتناهی هستند؟

پ) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد 36

الف) مجموعه اعداد طبیعی

ع) $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 < x < 2\}$

پ) پاره $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

ت) مجموعه ی مضرب های طبیعی عدد 100

2 (4

3 (3

4 (2

5 (1

تست

اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد و B مجموعه ی اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیر تهی است؟

$A - (A \cup B)$ (4

$A \cap B$ (3

$B - A$ (2

$A - B$ (1

تست

اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه متناهی است؟ ($B \subseteq A$)

$(A - B) - A$ (4

$A - B$ (3

$B - A$ (2

$A \cap B$ (1

نکته

هرگاه U مجموعه مرجع باشد و $A \subseteq U$ ، آن گاه مجموعه ی $U - A$ را متمم A می نامیم و آن را با نماد A' نشان می دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U است که در A نیستند.

مثال

$A' =$

(1 اگر $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و $A = \{1, 3\}$ ، آن گاه:

$A' =$

(2 اگر $U = \mathbb{Z}$ و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ ، آن گاه:

$B' =$

(3 اگر $U = \mathbb{R}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$ ، آن گاه:

اگر U مجموعه مرجع و A زیر مجموعه ی دلخواهی از آن باشد:

$$\begin{aligned} \phi &= U, & U &= \emptyset, & A \cup A' &= U, & A \cap A' &= \emptyset \\ A - A' &= A, & A' - A &= A', & A - U &= \emptyset, & U - A &= A' \end{aligned}$$

N مجموعه ی مرجع است، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) مجموعه ای نامتناهی مثل A وجود دارد که A' هم نامتناهی باشد.

ب) مجموعه ای نامتناهی مثل B وجود دارد که B' هم نامتناهی باشد.

پ) مجموعه ای نامتناهی مثل C وجود دارد که C' هم نامتناهی باشد.

ت) مجموعه ای نامتناهی مثل D وجود دارد که D' هم نامتناهی باشد.

4 (4

3 (3

2 (2

1 (1

وقتی مجموعه ی مرجع متناهی باشد، تمام مجموعه ها و متمم های آن ها نیز متناهی

هستند، اما وقتی مجموعه ی مرجع نامتناهی باشد:

A' نامتناهی $\Rightarrow A$ متناهی

وضعیت A' معلوم نیست $\Rightarrow A$ نامتناهی

1) $(A')' = A$

2) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

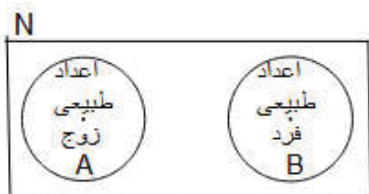
3) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

مجموعه های جدا از هم

به هر دو مجموعه A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو

مجموعه جدا از هم یا مجزا می گوئیم.

$$A \cap B = \emptyset$$



نکته

اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

و اگر A و B مجزا باشند ($A \cap B = \emptyset$):

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

تست

اگر $n(A) = 15$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(A \cup B) = 30$ ، آن گاه $n(B)$ کدام است:

10 (4

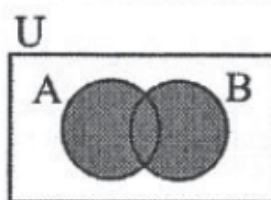
15 (3

25 (2

20 (1

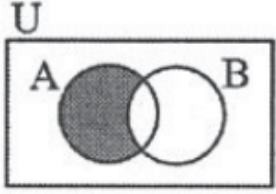
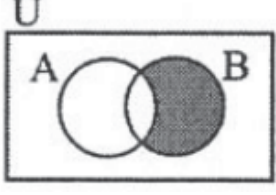
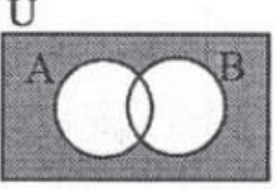
نمودار ون

یعنی عضوهایی که در A یا B یا در هر دوی آن ها است. (حداقل یا دست کم عضو یکی باشند.)



$A \cup B$ (1

ریاضی دهم کنکور ----- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

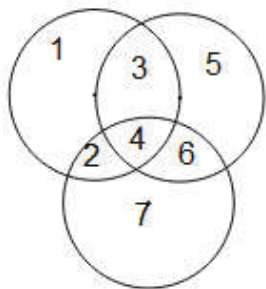
یعنی عضوهایی که هم در A و هم در B هستند.		$A \cap B$ (2)
یعنی عضوهایی که در A هستند ولی در B نیستند (فقط در A هستند).		$A - B = A \cap \bar{B}$ (3)
یعنی عضوهایی که در B هستند ولی در A نیستند (فقط در B هستند).		$B - A = B \cap \bar{A}$ (4)
یعنی عضوهایی که نه در A هستند و نه در B و نه در هر دوی آن ها (در هیچ کدام هستند).		$(A \cup B)' = \bar{A} \cap \bar{B}$ (5)
یعنی عضوهایی که در A یا B یا هر دوی آن ها نیستند. (حداقل یا دست کم عضو یکی هستند).		$(A \cap B)' = \bar{A} \cup \bar{B}$ (6)

تست

بر اساس نمودار و ن مقابل، مجموعه ی $(A \cap B) \cup (B - C)$ کدام است؟

{1,2,6} (2) {1,2,3,4,6} (1)

{1,2,4,6} (4) {2,3,4,6} (3)



تست

بر اساس نمودار و ن مطرح شده در تست قبل، $A - (B - C)$ کدام است؟

{4} (4) {3,4} (3) {3} (2) {3,5} (1)

مثال

فرض کنیم A و B زیرمجموعه هایی از مجموعه ی مرجع باشند، به طوری که $n(A) = 60$ ، $n(U) = 100$ و $n(B) = 40$ ، $n(A \cap B) = 20$ ، مطلوب است:

الف) $n(A \cup B)$

ب) $n(A \cap B)$

پ) $n(\bar{A} \cap B)$

ت) $n(\bar{A} \cap \bar{B})$

تست

در یک کلاس 25 نفری، تعداد 15 نفر عضو تیم فوتبال و 11 نفر عضو تیم بسکتبال هستند. اگر 5 نفر عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر از آن ها عضو هر دو تیم هستند؟

5 (1) 6 (2) 20 (3) 10 (4)

مثال

در یک کلاس 31 نفری، تعداد 14 نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود و 19 نفر آن ها عضو تئاترند. اگر 5 نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:
(الف) تعداد دانش آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
(ب) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.

مثال

در یک نظرسنجی از 110 مشتری یک فروشگاه زنجیره ای، مشخص شد که 70 نفر آن ها در یک ماه گذشته از محصولات شرکت A و 57 نفرشان از محصولات شرکت B خرید کرده اند. هم چنین 32 نفر از آنان نیز اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت خرید کرده اند. چه تعداد از این 110 نفر در یک ماه گذشته:
(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.
(ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند.
(پ) دقیقاً از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.
(ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند.

تست

اجتماع دو مجموعه ی A و B دارای 40 عضو است. مجموعه های $(A-B)$ و $(B-A)$ به ترتیب 12 و 18 عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه های A و B ، 9 عضو برداشته شود، از مجموعه ی اشتراک آن ها 4 عضو کم می شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه ی جدید کدام است؟

22 (1) 23 (2) 24 (3) 26 (4)

تست

مجموعه ی A دارای 36 عضو و مجموعه ی B دارای 28 عضو است. اشتراک آن ها 15 عضو دارد. اگر 16 عضو از مجموعه ی A حذف شود، از اشتراک آن ها 9 عضو حذف می شود، تعداد عضوهای اجتماع جدید با مجموعه ی B ، کدام است؟

40 (1) 41 (2) 42 (3) 45 (4)

تست های تکمیلی

تست

کدام مجموعه، زیرمجموعه سایر گزینه هاست؟

N (1) Z (2) W (3) Q (4)

تست

کدام یک از مجموعه های زیر، مجموعه ی منتهای است؟

- (1) مجموعه ی خطوط گذرنده از مبدأ مختصات
- (2) مجموعه ی تمام درخت های یک جنگل
- (3) مجموعه ی اعداد صحیح موجود در بازه ی (1 و 0)
- (4) مجموعه ی تمام اعداد حقیقی موجود در $(-\infty, 1] \cap [1, +\infty)$

تست

کدام گزینه نادرست است؟

- (1) $-2.1 \in \mathbb{N}$
- (2) $2\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$
- (3) $\frac{-0.1}{3} \in \mathbb{Q}$
- (4) $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$

تست

کدام بازه شامل تعداد بیشتری از اعداد طبیعی است؟

- (1) $[-3, 5) \cap (2, 5]$
- (2) $[0, 3) \cup (1, 5)$
- (3) $[1, 6] - [2, 3]$
- (4) $(0, 6) \cap [1, 7)$

تست

کدام مجموعه تهی نیست؟

- (1) $W \cap (Z - N)$
- (2) $N \cap (Z - W)$
- (3) $W \cap (R - Q)$
- (4) $N \cap (Q - Z)$

تست

اگر بازه ی $[2n-1, 3n+14]$ شامل عدد 5 باشد، حداقل مقداری که n می تواند اختیار کند، کدام است؟ $(n > -15)$

- (1) 3 (2) -2 (3) -3 (4) 2

تست

اگر $A = \{n \in X | 0 < n < 2\}$ یک مجموعه ی متناهی باشد، مجموعه ی X مجموعه ی می باشد.

- (1) R (2) Q (3) Z (4) Q'

تست

کدام گزاره زیر درست است؟

- (1) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه ی B نامتناهی باشد، مجموعه ی A حتماً نامتناهی است.
- (2) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه ی A نامتناهی باشد، مجموعه ی B می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.
- (3) مجموعه ی شمارنده های طبیعی عدد 20، نامتناهی است.
- (4) اگر A مجموعه اعداد صحیح و B مجموعه اعداد حسابی باشد، آنگاه $B - A$ متناهی است.

تست

اگر $A = \{1, 2, 2\}$ باشد و بدانییم بازه ی $B = \{x, 4x\}$ طوری تعریف شده است که $x \in A$ است، آنگاه اشتراک تمام B ها کدام است؟

- (1) $\{3 \text{ و } 4\}$ (2) $\{3\}$ (3) $\{4 \text{ و } 1\}$ (4) $\{\}$

تست

اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ مجموعه ی مرجع، $A = \{3, 6, 9, \dots, 48\}$ و $B = \{1, 2, \dots, 10\}$ باشد، $n(A - B)$ کدام است؟

28 (4

24 (3

34 (2

27 (1

تست

اگر مجموعه ی مرجع، مجموعه ی اعداد صحیح و $A = \{n \in \mathbb{N} | 1 - n \leq 1\}$ و

$B = \{\text{شمارنده های اول عدد 12}\}$ باشد، مجموعه ی $B - A$ چند عضو دارد؟

8 (4

4 (3

2 (2

1 (1

تست

متمم مجموعه ی $A \cup (B - A)$ کدام است؟

$A - B$ (4

$B - A$ (3

$A - B$ (2

$A \cup B$ (1

تست

اگر مجموعه ی مرجع، مجموعه ی اعداد صحیح نامنفی و $A = \{\text{اعداد اول یک رقمی}\}$ و

$B = \{\text{اعداد طبیعی زوج کوچک تر از 10}\}$ باشد، مجموعه ی $(A \cap B) - B$ چند عضو دارد؟

5 (4

3 (3

1 (2

عضوی ندارد. (1

تست

متمم مجموعه ی $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)$ کدام است؟

$\{\}$ (4

$A \cup B$ (3

B (2

A (1

تست

اگر $n(A) = 15$ ، $n(B') = 22$ ، $n(U) = 40$ و $n(A \cup B) = 32$ باشد، $n(A - B)$ کدام است؟ (U) مجموعه ی مرجع است.

15 (4

14 (3

13 (2

12 (1

تست

اگر A' و B' نامتناهی باشند، الزاماً کدام مجموعه ی زیر نامتناهی است؟

$A' \cap B'$ (2

$A \cap B'$ (1

(4) تمام گزینه ها می توانند متناهی یا نامتناهی باشند.

$B - A'$ (3

تست

در یک کلاس 30 نفری، اگر 9 نفر در برنامه های پژوهشی و 4 نفر هم در هر دو نوع برنامه ی پژوهشی و پرورشی شرکت کرده باشند و 7 نفر در هیچ کدام از برنامه ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در برنامه های پرورشی شرکت کرده اند؟

15 (4

10 (3

13 (2

14 (1

تست

کلاسی 38 دانش آموز دارد. 8 نفر اصلاً ورزش نمی کنند. تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می کنند، سه برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می کنند و تعداد تمام افرادی که فوتبال بازی می کنند، پنج برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می کنند. در این کلاس چند نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند؟

20 (4

15 (3

10 (2

5 (1

تست

اگر $n(U) = 59$ ، $n(A - B) = 15$ ، $n(B - A) = 22$ و $n(A) = 32$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام است؟
(U، مجموعه ی مرجع است).

14 (4

17 (3

10 (2

12 (1

تست

اجتماع دو مجموعه ی A و B برابر با مجموعه ی B است. اگر B مجموعه ای 10 عضوی و A مجموعه ای 4 عضوی باشد، حداقل تعداد اعضای متمم مجموعه ی A کدام است؟

10 (4

6 (3

14 (2

1 صفر

الگو و دنباله

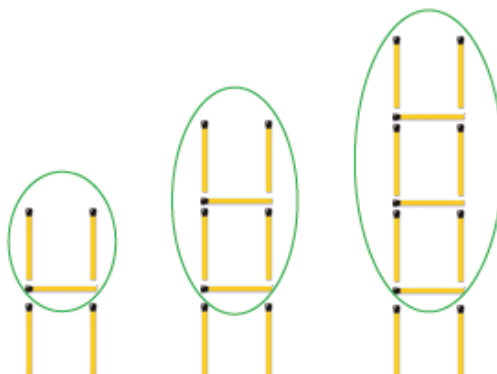
الگو

ساختاری منظم از اشکال یا اعداد است و همه سعی ما پیدا کردن نظم می باشد که در نتیجه بتوانیم جمله عمومی الگو را به دست آوریم و از آن جا به تمام جملات آن الگو، دسترسی پیدا کنیم.

مثال

با توجه به شکل های زیر و تعداد چوب کبریت های به کار رفته جمله عمومی الگو را به دست آورید.
برای به دست آوردن a_n به سه روش رفتار می کنیم، ببینید:

روش اول:



$$a_1 = 1(3) + 2$$

$$a_2 = 2(3) + 2$$

$$a_3 = 3(3) + 2$$

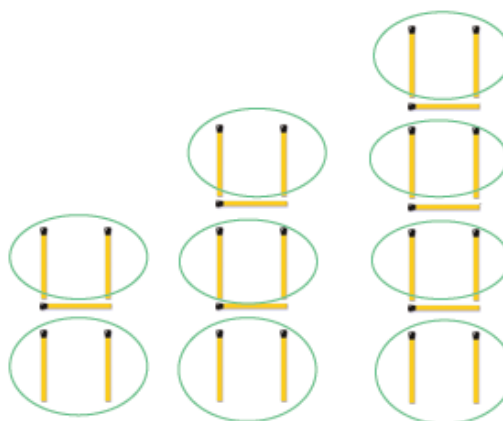
$$a_4 = 4(3) + 2$$

....

$\Rightarrow$

$$a_n = n \times 3 + 2 = 3n + 2$$

روش دوم:



$$a_1 = 1 + 2(2)$$

$$a_2 = 2 + 3(2)$$

$$a_3 = 3 + 4(2)$$

چوب های عمودی چوب های افقی

$$a_4 = 4 + 5(2)$$

....

$\Rightarrow$

$$a_n = n + (n + 1) \times 2 = 3n + 2$$

روش سوم: به جای تمرکز روی شکل ها، روی تعداد چوب کبریت ها متمرکز می شویم:

$$a_1 = 5 = 5 + 0 \times 3$$

$$a_2 = 8 = 5 + 1 \times 3$$

$$a_3 = 11 = 5 + 2 \times 3$$

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

تست

در الگوی مطرح شده در مثال قبل، تعداد چوب کبریت ها در چندمین شکل، 77 است؟

62 (4)

64 (3)

48 (2)

25 (1)

الگوی خطی

وقتی جمله عمومی یک الگو $t_n = an + b$ (a و b حقیقی و ثابت) باشد، الگو را خطی می نامیم. در این الگوها، اختلاف مقدار هر دو جمله متوالی ثابت و برابر a (ضریب n) است.
در الگوی خطی نقاط (n, t_n) بر روی خط $y = ax + b$ قرار می گیرند.

تست

در یک الگوی جملات چهارم و دهم به ترتیب 17 و 41 است. جمله بیستم این الگو کدام است؟

81 (4)

45 (3)

33 (2)

29 (1)

تست

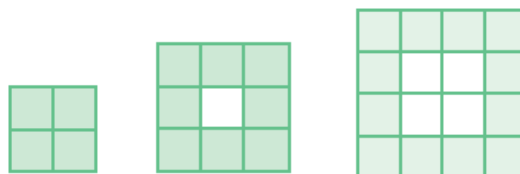
در الگوی زیر در چه مرحله ای تعداد مربع های رنگی برابر 144 است؟

11 (4)

46 (3)

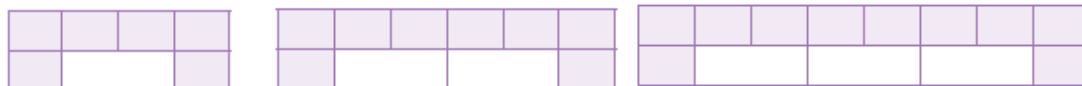
36 (2)

32 (1)



مثال

به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل بعدی را رسم کنید و تعداد کاشی های تیره ی آن را مشخص کنید.

ب) تعداد کاشی های تیره در هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله ی هفتم آن بنویسید.

پ) اگر n تعداد کاشی های سفید و t_n تعداد کاشی های تیره باشد، مقدار t_n را بر حسب n بنویسید.

ت) برای 100 کاشی سفید، چند کاشی تیره لازم است؟

ث) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل 50 کاشی تیره باشد؟ اگر هست، تعداد کاشی های سفید آن چندتا است؟

تست

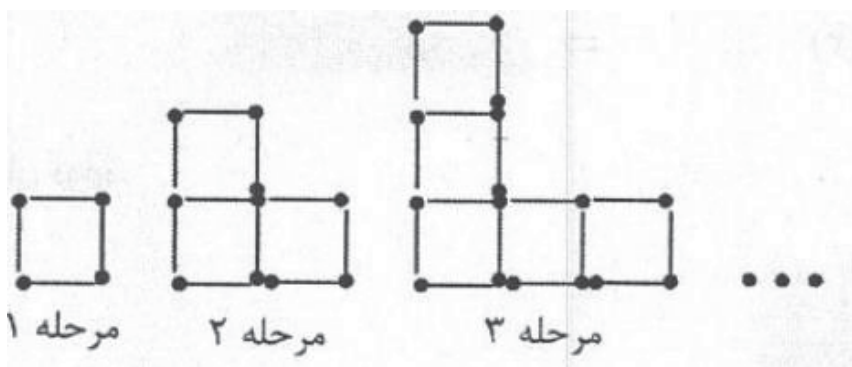
تعداد چوب کبریت ها در مرحله ی دهم کدام است؟

76 (4)

70 (3)

64 (2)

58 (1)



مرحله ۱

مرحله ۲

مرحله ۳

تست

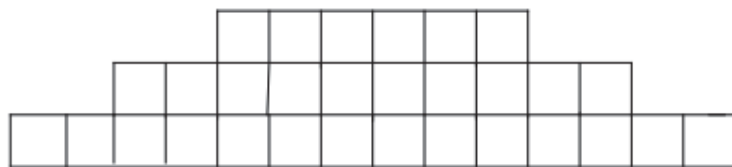
در شکل، چیدمان صندلی ها در یک سالن تئاتر مشخص شده است. تعداد صندلی ها در ردیف هفتم چقدر است؟

50 (4)

40 (3)

30 (2)

20 (1)

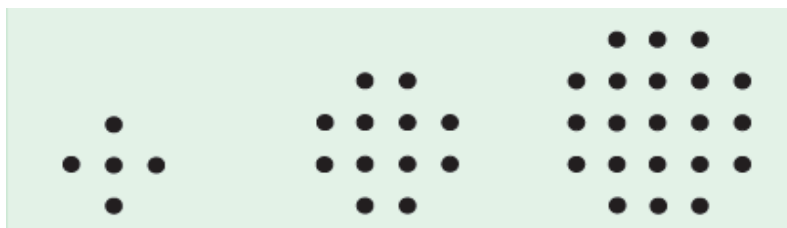


الگوی غیر خطی

الگوهایی هستند که اختلاف هر دو جمله متوالی آن‌ها، مقدار ثابتی نیست.

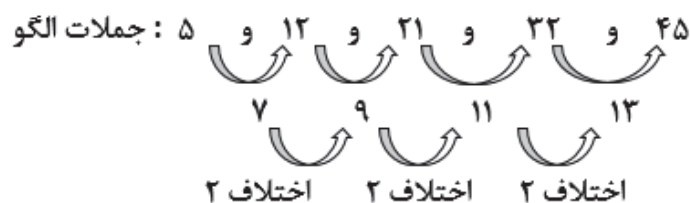
مثال

با توجه به شکل‌های زیر، جمله‌ی عمومی الگو را به دست آورید.



الگوی درجه دوم

هر الگو با جمله عمومی $t_n = an^2 + bn + c$ را یک الگوی درجه دوم می‌نامیم. در این الگو اختلاف هر دو جمله ی متوالی، خود یک الگوی خطی تشکیل می‌دهد.
در مثال قبل:



مثال

الگوی زیر را در نظر بگیرید.



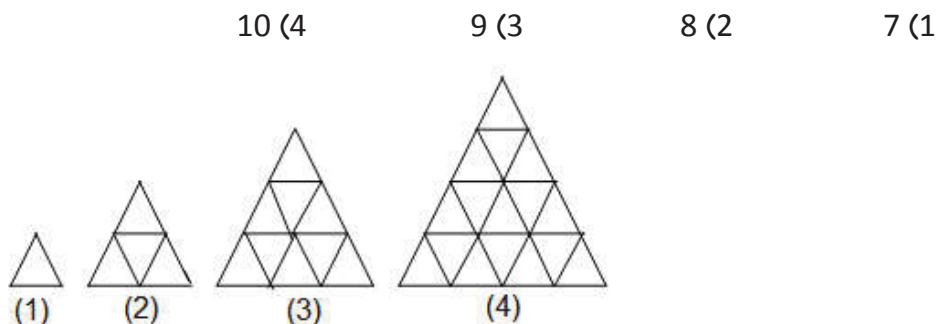
الف) شکل بعدی را رسم کنید، سپس تعداد نقاط هر مرحله را به صورت یک دنباله تا جمله ی ششم آن بنویسید.

ب) جمله ی عمومی الگو را بیابید.

پ) شکل دهم در این الگو چند نقطه دارد؟

تست

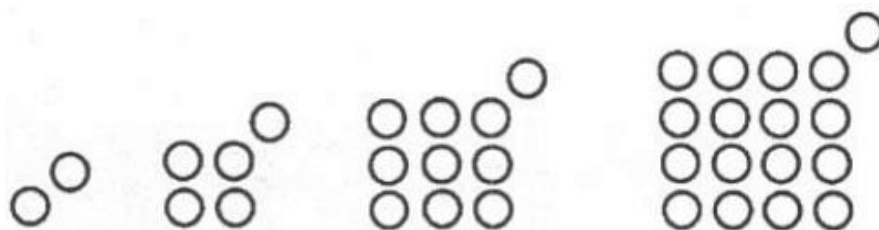
در الگوی هندسی زیر در کدام مرحله، 81 مثلث داریم؟



تست

با توجه به الگوی زیر، a_6 کدام است؟

39 (4) 37 (3) 42 (2) 50 (1)



دنباله

هر تعداد عدد را که پشت سر هم قرار می گیرند، یک دنباله می نامیم، این اعداد جملات دنباله نامیده می شوند.

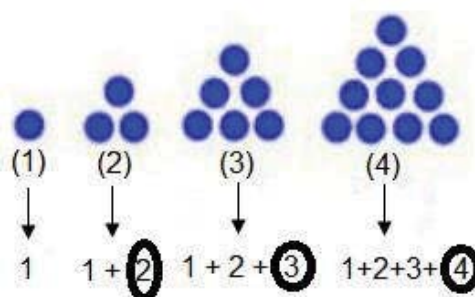
نکته

دنباله فیبوناچی : 1,1,2,3,5,8, ...

دنباله مثلثی : 1,3,6,10,15, ...

دنباله مثلثی

در دنباله مثلثی هر جمله، مساوی مجموع شماره همان جمله و اعداد طبیعی قبل از آن است. $(a_n = 4 + 1)$
 $(1 + 2 + 3) = 10$
 الگوی هندسی دنباله مثلثی به صورت زیر است:



در دنباله مثلثی جمله ی عمومی به صورت زیر است:

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مثال

برای دنباله های درجه دو زیر، یک الگوی هندسی تطبیق کنید و به کمک آن جمله ی عمومی هر دنباله را بیابید.
 الف) 5, 8, 13, 20, 29, ...
 ب) 5, 12, 22, 35, 51, ...

تست

جمله n ام دنباله ای $3n + k$ و جمله ی $(3n + 1)$ ام آن برابر $9n + 1$ است. k کدام است؟

(1) -2 (2) 2 (3) 1 (4) -1

تست

در دنباله ی $\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \dots$ جمله ی صدم کدام است؟

(1) $\frac{1}{101}$ (2) $\frac{1}{100}$ (3) $\frac{1}{99}$ (4) $\frac{1}{98}$

دنباله های حسابی و هندسی

دنباله های حسابی

دنباله ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله ی قبل از خودش به دست می آید، یک دنباله ی حسابی نامیده می شود و به آن عدد ثابت، قدر نسبت دنباله می گویند. (جمله اول را با t_1 و قدر نسبت را با d نمایش می دهیم).

$$t_n = t_1 + (n - 1)d$$

توجه

جمله عمومی یک دنباله حسابی، یک دنباله خطی و به صورت $a_n = a + bn$ است که ضریب n همان d است.

مثلاً؛ اگر $a_n = 20 + 30n$ جمله عمومی یک دنباله حسابی باشد، $d = 30$ است.

مثال

در دنباله های حسابی زیر با مشخص کردن قدر نسبت، سه جمله بعدی را می نویسیم و سپس جمله ی عمومی هر کدام را به دست می آوریم:

الف) $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots$, $d = 5$, $a_n = 5 + (n - 1) \times 5 = 5n$

ب) $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$, $d = 2$, $b_n = 1 + (n - 1) \times 2 = 2n - 1$

پ) $5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, \dots$, $d = 4$, $c_n = 5 + (n - 1) \times 4 = 4n + 1$

ت) $13, 7, 1, -5, -11, -17, -23, \dots$, $d = -6$, $d_n = 13 + (n - 1) \times (-6) = -6n + 19$

تست

کدام یک از دنباله های زیر حسابی نیست؟

$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$ (4) $1, 2, 4, \dots$ (3) $2, 2, 2, \dots$ (2) $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \dots$ (1)

تست

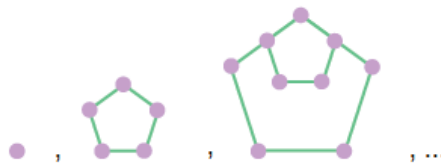
در دنباله ی حسابی $4, 11, 18, 25, \dots$ جمله ی شانزدهم چه قدر است؟

109 (4) 107 (3) 105 (2) 103 (1)

تست

جمله ی چندم الگوی زیر 397 است؟

110 (4) 100 (3) 98 (2) 120 (1)



تست

در یک دنباله حسابی، جمله سوم و هفتم به ترتیب 20 و 56 است. در این دنباله جمله دهم چه قدر است؟

- 83 (1) 72 (2) 64 (3) 56 (4)

تست

در یک دنباله حسابی، مجموعه سه جمله اول 3 و مجموع سه جمله بعدی آن 39 است. در این دنباله جمله اول چقدر است؟

- 4 (1) -3 (2) -4 (3) 3 (4)

تست

100 قرص نان را بین 5 نفر چنان تقسیم کرده ایم که سهم های دریافت شده، دنباله حسابی ساخته اند و هم چنین یک سوم مجموع سه سهم بزرگ تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک تر شده است. بزرگترین سهم چقدر است؟

- 30 (1) 35 (2) 27 (3) 42 (4)

تست

تفاضل جمله ی دهم از جمله ی دوازدهم یک دنباله عددی 5 و مجموع دو جمله ی دهم و دوازدهم 25 است. جمله ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

38/5 (4)

37/5 (3)

36 (2)

35 (1)

واسطه حسابی

اگر سه عدد a ، b و c تشکیل دنباله حسابی دهند، آن گاه $b = \frac{a+c}{2}$ و b را واسطه حسابی بین دو عدد a و c می گوئیم.

تست

بین 18 و 62 سه عدد را چنان درج می کنیم که پنج عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی بدهند. مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

160 (4)

140 (3)

120 (2)

90 (1)

نکته

اگر بین a و b ، m تا واسطه حسابی درج کنیم:

$$d = \frac{b-a}{m+1}$$

دنباله های هندسی

دنباله ی هندسی، دنباله ای است که در آن هر جمله (به جز جمله ی اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیر صفر به دست می آید. این عدد ثابت را قدر نسبت دنباله می نامیم. (جمله اول را t_1 و قدر نسبت را r نمایش می دهیم).

جمله ی n ام دنباله ی هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدر نسبت می باشد. ($t_1, r \neq 0$)

مثال

در دنباله های هندسی زیر با مشخص کردن قدر نسبت، دو جمله ی بعدی را می نویسیم و سپس جمله عمومی هر کدام را به دست می آوریم:

الف) $2, 6, 18, 54, \dots$

ب) $5, 10, 20, 40, \dots$

پ) $6, -60, 600, -6000, \dots$

ت) $4, 2, 1, \dots$

تست

کدام یک از دنباله های زیر هندسی نیست؟

1, $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$ (4)

5, 5, 5, ... (3)

7, 28, 112, ... (2)

$2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 6\sqrt{5}, \dots$ (1)

تست

چند دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{4}{5}$ می توان ساخت؟

(2) نامحدود

(1) محدود

(4) غیر قابل بررسی است.

(3) تعداد بستگی به جمله ی اول دارد.

تست

چه تعداد گزاره های زیر درست است؟

الف) هر دنباله یا حسابی است یا هندسی.

ب) دنباله ای وجود ندارد که هم حسابی باشد و هم هندسی.

ج) در دنباله های هندسی یا همه ی جملات مثبت و یا همه ی جملات منفی هستند.

(4) صفر

(3) 1

(2) 2

(1) 3

تست

جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب 12 و 96 است. جمله ی دهم این دنباله کدام است.

1536 (4

2048 (3

768 (2

3072 (1

تست

حاصل ضرب پیست جمله اول دنباله ی هندسی ... 2,4,8, کدام است؟

2^{210} (4

2^{105} (3

2^{420} (2

2^{460} (1

تست

علی دوچرخه ای را به قیمت A تومان خرید. فرض کنید دوچرخه دسته دوم، در هر سال 20 درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد. دوچرخه ی او 5 سال بعد چه قیمتی خواهد داشت؟

$(\frac{1}{5})^4 A$ (4

$(\frac{1}{5})^5 A$ (3

$(\frac{4}{5})^4 A$ (2

$(\frac{4}{5})^5 A$ (1

واسطه هندسی

اگر سه عدد a, b و c تشکیل دنباله هندسی دهند، آن گاه: $b^2 = ac$ را واسطه هندسی بین دو عدد a و c می گوئیم.

نکته

بین دو عدد 3 و 48 یک واسطه هندسی درج می کنیم. این واسطه بدین صورت به دست می آید:

مثال

پین 3 و 48 سه واسطه هندسی درج کنید. آیا جواب ها یکتاست؟

تست

اگر a و b ، 2 و a سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، واسطه‌ی حسابی پین دو عدد $\frac{1}{2-a}$ و $\frac{1}{2-b}$ کدام است؟

- (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{6}$

تست‌های تکمیلی

تست

با توجه به الگوی زیر، تعداد پاره خط‌ها در شکل چندم برابر 87 است؟



- (1) 21 (2) 22 (3) 23 (4) 24

تست

اگر در یک دنباله حسابی، جمله $(n-1)$ ام به صورت $3n-2$ باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر 76 می باشد؟
($n > 1$)

(4) سی ام

(3) بیست و پنجم

(2) بیست و سوم

(1) بیستم

تست

در یک الگوی غیر خطی درجه دوم، جملات اول تا چهارم دنباله برابر $t_1 = 2$ ، $t_2 = 5$ ، $t_3 = 10$ و $t_4 = 17$ است. جمله ی یازدهم دنباله کدام است؟

92 (4)

122 (3)

120 (2)

88 (1)

تست

اگر $5, \dots, m + 3, 5m - 3, 2m + 5$ سه جمله ی اول یک دنباله حسابی باشند، آن گاه جمله ی عمومی دنباله حسابی کدام است؟

$$a_n = 2n + 1 \quad (2)$$

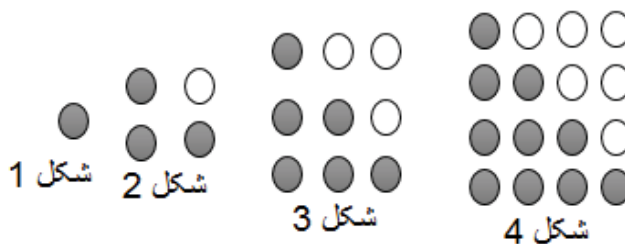
$$a_n = n + 5 \quad (1)$$

$$a_n = 3n + 2 \quad (4)$$

$$a_n = 2n + 3 \quad (3)$$

تست

با توجه به الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره های سیاه و سفید در شکل یازدهم کدام است:



14 (3)

12 (2)

11 (2)

10 (1)

تست

در یک الگوی خطی، جمله ی پنجم 23 و جمله ی هفتم 31 است. جمله ی عمومی این الگو کدام است؟

$$t_n = 3n + 4 \quad (2)$$

$$t_n = 4n + 3 \quad (1)$$

$$t_n = 3n - 4 \quad (4)$$

$$t_n = 4n - 3 \quad (3)$$

تست

در یک دنباله ی حسابی، جمله ی اول دنباله برابر 1 و مجموع پنج جمله ی اول آن برابر با یک چهارم مجموع پنج جمله ی بعدی است. قدر نسبت دنباله کدام است؟

$$-6 \quad (4)$$

$$-4 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

تست

بین دو عدد $\frac{3}{5}$ و $\frac{21}{2}$ سه واسطه ی حسابی درج کرده ایم. مجموع این سه واسطه کدام است؟

$$\frac{321}{20} \quad (4)$$

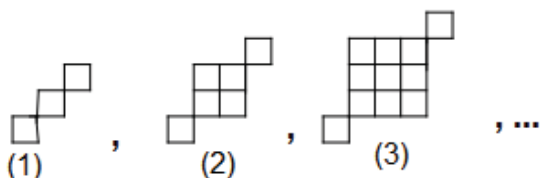
$$\frac{333}{20} \quad (3)$$

$$\frac{321}{40} \quad (2)$$

$$\frac{567}{40} \quad (1)$$

تست

در الگوی شکل زیر، تعداد قوطی کبریت ها، در مرحله ی یازدهم کدام است؟ (□: یک قوطی کبریت)



$$123 \quad (4)$$

$$76 \quad (3)$$

$$210 \quad (2)$$

$$121 \quad (1)$$

تست

در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات سوم و هفتم، هشت برابر جمله چهارم است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

10 (4

8 (3

6 (2

4 (1

تست

اگر در یک الگوی خطی، جملات سوم و هشتم به ترتیب 30 و 15 باشد، جمله پانزدهم کدام است؟

1 (4

3 (3

-6 (2

-4 (1

تست

اگر a, b, c به ترتیب جملات متوالی و متمایز از یک دنباله هندسی باشند، اعداد کدام گزینه با ترتیب ذکر شده تشکیل دنباله هندسی نمی دهند؟

$\frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ (2

$2c, 2b, 2a$ (1

$c + 2, b + 2, a + 2$ (4

c^2, b^2, a^2 (3

تست

مجموع جملات سیزدهم و ششم از یک الگوی خطی با مجموع جمله سوم و کدام جمله این الگو برابر است؟

4) هفدهم

3) چهاردهم

2) پانزدهم

1) شانزدهم

تست

حاصل ضرب پنج جمله اول یک دنباله هندسی 32×3^{10} است. جمله سوم این دنباله کدام است؟

18 (4

24 (3

32 (2

36 (1

تست

چند جمله از دنباله‌ی حسابی ... , 84, a , 89 مثبت است؟

37 (1) 36 (2) 35 (3) 38 (4)

تست

در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دوم، هشتم و دهم از سه برابر جمله‌ی ششم 10 واحد بیشتر است. تفاضل جملات نهم و چهارم، مربع کدام عدد است؟

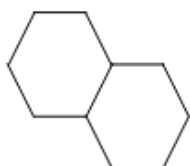
8 (1) 7 (2) 6 (3) 5 (4)

تست

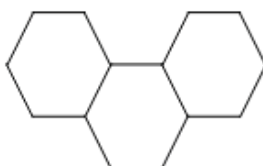
با توجه به الگوی زیر، در شکل چندم این الگو 46 پاره خط وجود دارد؟



شکل (1)



شکل (2)



شکل (3)

8 (1) 9 (2) 7 (3) 10 (4)

تست

اگر سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی $3k + 3$, $2k - 4$, $k + 1$ باشند، مقدار k کدام است؟

-10 (1) 10 (2) -12 (3) 12 (4)

تست

الگوی زیر از چه نوعی و جمله‌ی عمومی آن کدام است؟

2,8,18,32, ...

(2) غیرخطی و $a_n = 2n^2$

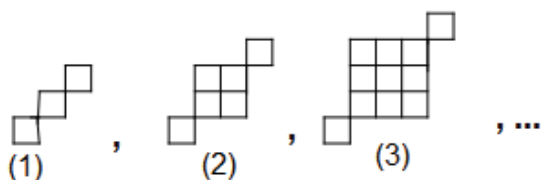
(1) خطی و $a_n = 2n^2$

(4) غیرخطی و $a_n = 2n^2 - 1$

(3) خطی و $a_n = 2n^2 - 1$

تست

در الگوی شکل زیر، تعداد قوطی کبریت‌ها، در مرحله‌ی یازدهم کدام است؟ (□: یک قوطی کبریت)



123 (4)

76 (3)

210 (2)

121 (1)

تست

اگر در یک الگوی خطی، جملات سوم و هشتم به ترتیب 30 و 15 باشد، جمله‌ی پانزدهم کدام است؟

1 (4)

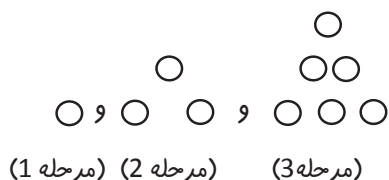
3 (3)

-6 (2)

-4 (1)

تست

در دنباله‌ی مثلثی شکل زیر، مرحله‌ی بیستم شامل چند دایره است.



220 (4)

25 (3)

210 (2)

205 (1)

تست

مجموع جملات سیزدهم و ششم از یک الگوی خطی با مجموع جمله ی سوم و کدام جمله ی این الگو برابر است؟
 (1) شانزدهم (2) پانزدهم (3) چهاردهم (4) هفدهم

تست

در یک دنباله ی حسابی مجموع جملات دهم و بیستم برابر 180 است. در این دنباله حاصل $a_{13} + a_{17}$ کدام است؟

(1) 90 (2) 180 (3) 360 (4) 200

تست

چند جمله از دنباله ی حسابی $89, a, 84, \dots$ مثبت است؟

(1) 37 (2) 36 (3) 35 (4) 38

تست

در یک دنباله ی حسابی مجموع جملات دوم، هشتم و دهم از سه برابر جمله ی ششم 10 واحد بیشتر است. تفاضل جملات نهم و چهارم، مربع کدام عدد است؟

(1) 8 (2) 7 (3) 6 (4) 5

تست

مجموع جملات اول و سوم یک دنباله ی حسابی 8 و حاصل ضرب جملات دوم و چهارم 40 است، قدر نسبت دنباله ی حسابی کدام است؟

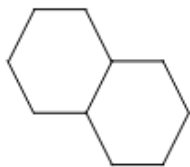
(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

تست

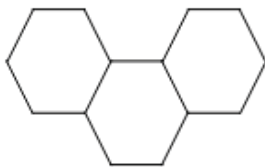
با توجه به الگوی زیر، در شکل چندم این الگو 46 پاره خط وجود دارد؟



شکل (1)



شکل (2)



شکل (3)

10 (4

7 (3

9 (2

8 (1

تست

اگر بین دو عدد 7 و 1701، چهار واسطه هندسی درج کنیم، نسبت بزرگترین واسطه به کوچکترین واسطه کدام است؟

81 (4

27 (3

9 (2

3 (1

تست

اگر در یک دنباله حسابی جملات چهارم و یازدهم به ترتیب 64 و 21 و جمله ی آخر دنباله 20- باشد، این دنباله چند جمله دارد؟

18 (4

17 (3

15 (2

14 (1

تست

جملات دوم، چهارم و هشتم یک دنباله ی حسابی به ترتیب سه جمله ی متوالی و متمایز از یک دنباله ی هندسی هستند. اگر جمله ی اول این دنباله ی هندسی $\frac{1}{4}$ باشد، جمله ی دهم آن کدام است؟

128 (4

112 (3

96 (2

64 (1

تست

در یک دنباله هندسی با جملات افزایشی مجموع جمله‌ی چهارم و ششم برابر 120 و مجموع جمله‌ی پنجم و هفتم برابر 240 است. جمله‌ی چهارم دنباله کدام است؟

- (1) 2 (2) 3 (3) 24 (4) 48

تست

در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، حاصلضرب جمله‌ی اول و پنجم برابر 57 و حاصلضرب جمله‌ی دوم و چهارم برابر 105 است. در این صورت سومین جمله‌ی دنباله کدام است؟

- (1) 9 (2) 11 (3) 13 (4) 15

تست

جمله‌ی بیستم از دنباله‌ی حسابی $3, 0, -3, \dots$ ، با جمله‌ی چندم از دنباله‌ی هندسی $2, 6, 18, \dots$ برابر است؟

- (1) چهارم (2) پنجم (3) هفتم (4) هشتم

تست

در یک دنباله هندسی، $t_1 = 3$ و $t_2 = 1$ است. حاصل $A = \frac{t_{21} + t_{23} + t_{25}}{t_{33} + t_{35} + t_{37}}$ کدام است؟

- (1) $(\frac{1}{3})^{20}$ (2) $(\frac{1}{3})^{12}$ (3) $(\frac{1}{3})^{-12}$ (4) $(\frac{1}{3})^{-20}$

تست

توپ‌ی از ارتفاع 100 متری یک ساختمان رها می‌شود. این توپ هر بار که به زمین می‌خورد، به اندازه‌ی $\frac{9}{10}$ ارتفاع قبلی به بالا می‌رود، این توپ پس از برخورد سوم به زمین، تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

- (1) 90 متر (2) 81 متر (3) $72\frac{2}{9}$ متر (4) $67\frac{1}{10}$ متر

تست

از بین گزینه های زیر، کدام جمله ی عمومی نمی تواند مربوط به جملات نوشته شده از دنباله ی داده شده باشد؟

$$(1) \quad 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{2n}{n+1}, \dots$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, -\frac{1}{2} + n, \dots$$

$$(3) \quad 1, -3, 9, -27, \dots, (-3)^n, \dots$$

$$(4) \quad 1, 0, -1, \dots, 2^n - n^2, \dots$$

تست

بین دو عدد حقیقی و متمایز $k + \sqrt{k}$ و $\sqrt{k} - k$ ، چند عدد پر حساب k باید قرار دهیم تا اعداد حاصل،

تشکیل یک دنباله ی حسابی با قدر نسبت 1 بدهند؟ ($k \in \mathbb{N}$)

$$(1) \quad 2k \quad (2) \quad 2k + 1 \quad (3) \quad 2k - 1 \quad (4) \quad 2k - 2$$

تست

در دو دنباله ی حسابی به صورت های $2, 7, 12, \dots$ و $8, 11, 14, \dots$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

$$(1) \quad 58 \quad (2) \quad 59 \quad (3) \quad 60 \quad (4) \quad 61$$

تست

در الگوی مقابل، شکل دهم از چند مثلث تشکیل شده است؟

△△△

△ △ △ △

△ △ △ △ △

△ △ △ △

△ △ △ △ △

△ △ △ △ △

(۱)

(۲)

(۳)

$$(1) \quad 86 \quad (2) \quad 98 \quad (3) \quad 112 \quad (4) \quad 120$$

تست

در یک دنباله هندسی، مجموع جملات چهارم و پنجم برابر 7- و مجموع جملات هفتم و هشتم برابر 56 است. مجموع جملات اول و سوم کدام است؟

$$(1) -4 \quad (2) \frac{33}{8} \quad (3) \frac{17}{4} \quad (4) \frac{-35}{8}$$

تست

در دنباله حسابی $2, \frac{7}{4}, \dots$ ، اگر به جملات چهارم، هشتم و سیزدهم مقداری ثابت اضافه کنیم، به ترتیب از راست به چپ، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی حاصل می شود، قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$(1) 3 \quad (2) 2 \quad (3) \frac{4}{3} \quad (4) \frac{5}{4}$$

تست

اگر دنباله شماره ی (1) یک دنباله حسابی و دنباله شماره ی (3) یک دنباله هندسی باشد، حاصل $c-b$ کدام است؟

$$(1) 8 \quad (2) 3 \quad (3) 4 \quad (4) 5$$

(1): $1, a, a + b, 10, \dots$, (2): $a, c, 16, 32, \dots$

تست

عدد کدام گزینه، واسطه ی هندسی بین جمله های دهم و شانزدهم دنباله ی حسابی زیر است؟

$$(1) 16 \quad (2) 32 \quad (3) 8\sqrt{10} \quad (4) 16\sqrt{10}$$

4, 8, 12, ...