



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷۰۲۰۲۷

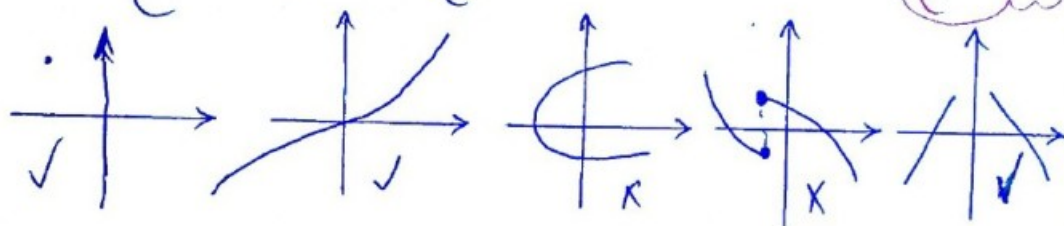


(ضابطه تابع - دامنه و برد - یک به یک - ترکیب توابع
صعودی و نزولی - همگرایی)

این فصل را با ما بخوان
تا از ما شوی...

هر خط مولاری مصوری هاء بنایه نفورل تابع را حد اکثر درین نقطه قطع کنه.

تقریب تابع



$$A = \{(1, 0), (2, 4), (4, 8)\} \checkmark$$

یعنی x مساوی نباشه با ۰

$$B = \{(4, 0), (5, 4), (8, 2), (2, 8)\} \checkmark$$

اگر y هاء با هم مساوی باشه با ۰ با هم مساوی نیست

$$C = \{(1, 2), (4, 2), (1, 9)\} \times$$

اگر x هاء با هم مساوی بود، برای اینکه تابع باشه باید y هائیز با هم مساوی باشه.

مثال: اگر رابطه $\{(1, m^2 - m), (2, 1), (m, 3), (1, 2)\}$ تابع باشه، m کدوم اس؟

$$(1, 2) \quad (2, 1) \quad (3, 2) \quad (4, 1)$$

$$(1, m^2 - m) = (1, 2) \rightarrow m^2 - m = 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow m = 2, -1$$

$$\{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (1, 2 - 2)\}$$

$m = 2$ درس نیست زیرا در (نفور) دارد
پس فقط $m = -1$ جواب اس. گزینه ۴ صحیح

مثال: به ازای کدوم مقدار a ، رابطه $\{(2, a^2 - 1), (a, 4), (2, 3), (3, 4)\}$ تابع اس؟

$$(2, a^2 - 1) = (2, 3) \rightarrow$$

$$(1, 2) \quad (2, 3) \quad (3, 2) \quad (4, 1)$$

$$a^2 - 1 = 3 \rightarrow a = \pm 2 \rightarrow$$

$$a = 2 \rightarrow \{(2, 3), (2, 4), (3, 4)\} \times$$

$$a = -2 \rightarrow \checkmark$$

گزینه ۳ صحیح

مثال ۱۴۹: به ازای کدام مقادیر b رابطه $f_z \{ (1,3), (2,4), (3,1), (b,2) \}$ تابع است؟
 ۱) ± 2 ۲) 2 ۳) -2 ۴) هیچ مقادیر b

جواب: $\rightarrow$ بررسی می‌کنیم $\rightarrow$ $(1,3) = (1, b^2 - 1) \rightarrow b^2 - 1 = 3 \rightarrow b^2 = 4 \rightarrow b = \pm 2$

$b = 2 \rightarrow \{ (1,3), (2,4), (2,2), (3,1) \}$ $\times$

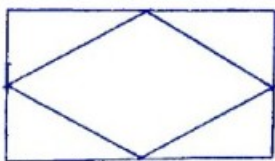
$b = -2 \rightarrow \checkmark$
 (توجه: در اینجا $(2,2)$ و $(2,4)$ وجود دارد پس جواب صحیح نیست)

مثال ۱۵۰: رابطه $A = \{ (3, m^2), (2, 1), (-2, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4) \}$ به ازای m کدام مقادیر m تابع است؟
 ۱) -2 ۲) -1 ۳) 2 ۴) هیچ مقادیر m

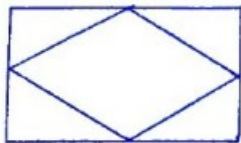
مثال ۱۵۱: اگر $f(\sqrt{x}) = x + \sqrt{x}$ باشد، حاصل $f(x) + f(1)$ کدام است؟

$\left. \begin{aligned} f(1) \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} \quad 1 + \sqrt{x+1} = 2 \\ f(2) \frac{\sqrt{x+2}}{x+2} \quad 4 + \sqrt{x+2} = 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow f(x) + f(1) = 8$

مثال ۱۵۲: در مستطیلی به عرض w و صاف l مرکز یک لوزی صاف شده است. هر رأس لوزی دقیقاً بر وسط یکی از اضلاع منطبق است. مساحت S لوزی به عنوان تابعی از عرض w مستطیل کدام است؟



- ۱) $S = w(2l - w)$ و $w \in (0, 2l)$
- ۲) $S = w(2l - w)$ و $w \in (0, l)$
- ۳) $S = \frac{1}{2}w(2l - w)$ و $w \in (0, l)$
- ۴) $S = \frac{1}{2}w(2l - w)$ و $w \in (0, 2l)$



$$\text{طول} = 20 - w \rightarrow 40 = \text{طول} + 2w \text{ یا } 20 = \text{طول مستطیل}$$

بنابر این قطرهای لوزی برابر است با w و $20 - w$

$$S_{\text{لوزی}} = \frac{\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}}{2} = \frac{(20 - w)(w)}{2}$$

و w می تواند در بازه $(0, 20)$ تغییر کند $\leftarrow$ کمینه ۳ مسطح

* بررسی ده درجعات با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ و مقدار $f(\frac{1}{4})$ و $f(\sqrt{3})$ است؟

$$\begin{array}{cccc} 1,75 & 2,25 & 2,75 & 3,25 \end{array}$$

$$\text{بع} \rightarrow f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}^2 - 2[\sqrt{3}] = 3 - 2(1) = 1$$

$$\text{حال} \rightarrow f(\frac{1}{4}) = f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{16} - 2(-1) = 2,25$$

کمینه ۲ مسطح

* مثال اگر $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{p, q\}$ و $A \sim B$ و وجود دارد؟

$$2^4 = 16 \text{ کمینه ۳ مسطح} \quad \begin{array}{cccc} 24 & 14 & 12 & 8 \end{array}$$

اگر A و B عضو دسته باشند و مقادیر تابع

$$\begin{array}{l} \text{از } A \sim B \text{ برابر است با } n^m \\ \text{از } A \sim B \text{ برابر است با } m^n \end{array}$$

دایره تابع (x, y) ضابطه اول

$$f(x) = \{(2, 4), (4, 2), (-2, 4)\} \rightarrow D_f = \{2, 4, -2\}$$

یعنی مقادیری که x می تواند داشته باشد.

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 9x - 2 \rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

(۱×) تابع دایره ای و

$$f(x) = \frac{4x^2 - 4x - 2}{x^2 - 4}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2, -2\}$$

(۲×) تابع دایره ای و

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow D = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

* مثال اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + ax + b}$ دایره ای و $\{ -1 \}$ $\mathbb{R}$ باشد، $a+b$ را بیابید.

یعنی (-1) ریشه مضرب است پس $(x+1)^2$ مضرب است

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = x^2 + ax + b \rightarrow a = 2, b = 1 \rightarrow a+b = 3$$

(۳×) دایره ای با فرجه فرد: همان دایره زیر را بیابید است یعنی دایره ای با فرجه فرد.

(۴×) دایره ای با فرجه زوج: باید زیر را بیابید نیز ریشه مضرب و اصل نامضرب و مقادیر x را بیابید.

$$* f(x) = \sqrt{0} \rightarrow 0 \geq 0$$

$$* f(x) = \frac{\square}{\sqrt{0}} \rightarrow 0 > 0$$

$$* f(x) = \frac{\sqrt{\square}}{0} \rightarrow \square > 0$$

$$* f(x) = \sqrt{\frac{\square}{0}} \rightarrow \frac{\square}{0} \geq 0 \rightarrow \square \geq 0$$

ولی ریشه مضرب نباید باشد

دامنه توابع زیر را بنویسید.

۱) $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{|x|-1}$ $\rightarrow \begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \\ |x|-1 \neq 0 \rightarrow |x| \neq 1 \rightarrow x \neq \pm 1 \rightarrow \mathbb{R} - \{\pm 1\} \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{استخراج}}$

$$D = [-2, 2] - \{\pm 1\}$$

۲) $y = \frac{1}{\sqrt{1+x}} - \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ $\rightarrow \begin{cases} 1+x > 0 \rightarrow x > -1 \\ 1-x > 0 \rightarrow x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{استخراج}} D = (-1, 1)$

۳) $y = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}}$ $\rightarrow \frac{1-|x|}{1+|x|} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} 1-|x| \geq 0 \rightarrow |x| \leq 1 \rightarrow x \in [-1, 1] \\ 1+|x| > 0 \rightarrow \mathbb{R} \end{cases} \xrightarrow{\text{استخراج}} D = [-1, 1]$

۴) دامنه توابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + |x| - 2}$ $\rightarrow \begin{cases} x^2 + |x| - 2 \geq 0 \\ x^2 + |x| - 2 < 0 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$ $\rightarrow D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

۵) دامنه توابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + |x| - 2}$ $\rightarrow \begin{cases} x^2 + |x| - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \text{ or } x \leq -1 \\ x^2 + |x| - 2 < 0 \rightarrow -1 < x < 1 \end{cases}$ $\rightarrow D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$$D = [1, +\infty) \cup (-\infty, -1] = \mathbb{R} - (-1, 1)$$

۶) دامنه توابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{y}} = \sqrt{a}$ $\rightarrow \begin{cases} x + \sqrt{y} \geq 0 \\ x + \sqrt{y} < 0 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} x \geq -\sqrt{y} \\ x < -\sqrt{y} \end{cases}$ $\rightarrow D = [-\sqrt{y}, +\infty)$

۷) دامنه توابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{y}} = \sqrt{a}$ $\rightarrow \begin{cases} x + \sqrt{y} \geq 0 \rightarrow x \geq -\sqrt{y} \\ x + \sqrt{y} < 0 \rightarrow x < -\sqrt{y} \end{cases}$ $\rightarrow D = [-\sqrt{y}, +\infty)$

* مثال ۱۵۲ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{3-x-1}$ را بیابید؟

- ۱) $(-\infty, +\infty)$ ۲) $[-1, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 1]$ ۴) $[0, 1]$

$$3-x-1 \geq 0 \rightarrow 3 \geq x-1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4 \geq x-1 \rightarrow x-1 \leq 1 \rightarrow x \leq 2$$

نیز به صورت $x-1 \leq 1 \rightarrow x \leq 2$ اشتراک $x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$ را در یکال داخلی قرار می‌دهیم

* تمرین ۱۵۲ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1-\log(x-1)}$ را بیابید؟

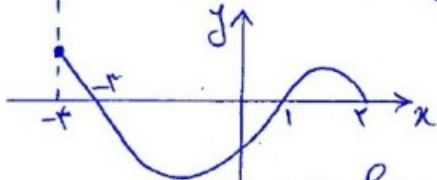
- ۱) $(1, 2]$ ۲) $[1, 11]$ ۳) $[1, 11]$ ۴) $(1, 11)$

$$1-\log(x-1) \geq 0 \rightarrow \log(x-1) \leq 1 \rightarrow x-1 \leq 10 \rightarrow x \leq 11$$

نیز به صورت $x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$ اشتراک $x-1 \leq 10 \rightarrow x \leq 11$

* تمرین ۱۵۲ شکل زیر، نمودار تابع $f(x)$ است. دامنه تابع $f(x)$ را بیابید؟

- ۱) $[0, 2]$ ۲) $[-2, 2]$ ۳) $[-2, 2] \cup [1, 2]$ ۴) $[-2, 0] \cup [1, 2]$



$$f(x) \geq 0 \rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \oplus \text{ } f(x) \text{ و } x \text{ هر دو} \rightarrow [1, 2] \\ \ominus \text{ } f(x) \text{ و } x \text{ هر دو} \rightarrow [-2, 0] \end{array} \right\} \cup$$

نیز به صورت

* مثال دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt{3-x} - \sqrt{1-4x}$ شامل چند عدد صحیح است؟
 $\Delta(4) \quad 4(3) \quad 2(2) \quad 3(1)$

$$3 - \sqrt{1-4x} \geq 0 \rightarrow 3 \geq \sqrt{1-4x} \rightarrow 9 \geq 1-4x \rightarrow 4x \geq -8 \rightarrow x \geq -2$$

$$1-4x \geq 0 \rightarrow 1 \geq 4x \rightarrow x \leq \frac{1}{4} \quad \xrightarrow{\text{اشتراک}} \quad \left[-2, \frac{1}{4}\right]$$

اعداد صحیح در این بازه عبارتند از: $-2, -1, 0$ یعنی $\checkmark$ $\overline{3}$ عدد صحیح.

* مثال دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt{x+1} - \sqrt{x+3}$ شامل چند عدد صحیح است؟
 $\emptyset(4) \quad \{-2, -1\}(3) \quad \{-2, 0, 1\}(3) \quad \{-1, 0, 1\}(3)$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+3} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x+1} \geq \sqrt{x+3} \xrightarrow{\text{بمربع کردن}} x+1 \geq x+3 \rightarrow 1 \geq 3$$

به ازای هیچ مقدار x برقرار نیست یعنی $\checkmark$ $\overline{4}$ عدد صحیح.

* مثال دامنه تابع با ضابطه $\sqrt{-x^2(x^2-4)^2}$ چند عضو دارد؟
 $\emptyset(4) \quad 3(3) \quad 1(2) \quad 0(1)$

$$-x^2(x^2-4)^2 \geq 0 \rightarrow$$

$$\underbrace{x^2}_{+} \underbrace{(x^2-4)^2}_{+} \leq 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{فقط به ازای } x^2(x^2-4)^2 = 0 \text{ برقرار است}$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 4 = 0 &\rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 4 = 0 &\rightarrow x = \pm 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow D = \{0, 2, -2\} \rightarrow$$

$\checkmark$ $\overline{3}$ عدد صحیح

مثال * دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt{\frac{x}{4} + 4 - |x|}$ قابل هند عدد صحیح است؟

تقریب عددها $\frac{x}{4} + 4 - |x| \geq 0$

۱) ۲) ۳) ۴) ۵) ۶) ۷) ۸) ۹) ۱۰)

$$\begin{cases} x > 0 \rightarrow \frac{x}{4} + 4 - x \geq 0 \rightarrow \frac{5x}{4} \leq 4 \rightarrow x \leq \frac{16}{5} \\ x \leq 0 \rightarrow \frac{x}{4} + 4 + x \geq 0 \rightarrow \frac{5x}{4} \geq -4 \rightarrow x \geq -\frac{16}{5} \end{cases} \rightarrow \left[-\frac{16}{5}, \frac{16}{5}\right]$$

اعداد صحیح در بازه فوق: $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ← نزدیک صفر

$$\log \frac{f(x)}{g(x)} \rightarrow \begin{cases} f > 0 \\ g > 0 \\ g \neq 1 \end{cases}$$

مثال * دامنه تابع $\log \frac{f(x)}{g(x)}$

مثال * دامنه تابع $\log \frac{1-x}{1+x}$ است؟

$\frac{1-x}{1+x} \geq 0$

۱) $(-1, 1)$ ۲) $(-1, 1)$ ۳) $(-1, 1)$ ۴) $(-1, 1)$

→ دقت کنید منحنی نباید صفر شود

$D = (-1, 1)$

نزدیک صفر

مثال * اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تعریف $g = \log x f(x)$ چیست؟

۱) $(0, +\infty)$ ۲) $(0, +\infty)$ ۳) $(0, 3)$ ۴) $(0, 3)$

نزدیک صفر

$x f(x) > 0 \rightarrow \begin{cases} x > 0 \text{ و } f(x) > 0 \rightarrow (0, 3) \\ x < 0 \text{ و } f(x) < 0 \rightarrow \emptyset \end{cases} \rightarrow (0, 3)$

دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲ (۵) *
 اگر $f(x) = \sqrt{x+|x+2|}$ و $f(-x)$ زوج باشد؟

$$x > 1 \text{ (ع) } x \leq 1 \text{ (ب) } x > -1 \text{ (ا) } x \leq -1 \text{ (د)}$$

$$x + |x+2| \geq 0 \rightarrow \text{تقسیم بر ۲} \rightarrow \begin{cases} x > -1 \rightarrow x + x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \Rightarrow (x \geq -1) \\ x \leq -2 \rightarrow x - x - 2 \geq 0 \rightarrow -2 \geq 0 \text{ X} \end{cases}$$

$$D_f = [-1, +\infty) \rightarrow -1 \leq x \xrightarrow{x-1} x \leq 1 \rightarrow \text{نیمه باز چپ}$$

* برد تابع
ساز

مؤلفه های دوم یا به عبارتی همان مقادیر y را بهر گویند.

$$f(x) = \{(2, 8), (3, 4), (-2, 4), (0, 9)\} \rightarrow R_f = \{8, 4, 2, 9\}$$

* روش های یافتن برد

* هر حسب x را بهر حسب y می یابیم و سپس رابطه x بهایه برد y است.

* مثال برد تابع $f(x) = \frac{|x|}{\ln|x|+3}$ $f'(x)$ نرم است! $(-\infty, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

$$|x|y + y = |x| \rightarrow \ln(y-1) = -xy \rightarrow |x| = \frac{-y}{y-1} \rightarrow$$

$$|x| \geq 0 \rightarrow \frac{-y}{y-1} \geq 0 \rightarrow 0 < y < 1$$

گزینه ۲ صحیح

* مثال برد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x|+1}{|x|}$ $f'(x)$ نرم است!

$$R = (1, +\infty) \cup (2, +\infty) \cup (3, +\infty) \cup (4, +\infty)$$

$$|x| = |x| + 1 \rightarrow \ln(y-1) = 1 \rightarrow |x| = \frac{1}{y-1} \rightarrow |x| \geq 0 \rightarrow \frac{1}{y-1} \geq 0$$

$$y > 1 \rightarrow (1, +\infty) \rightarrow$$

گزینه ۳ صحیح

* مثال برد تابع $f(x) = \frac{x}{\ln|x|+1}$ $f'(x)$ نرم است!

$$R = (1, 0) \cup (3, 0) \cup (4, 0) \cup (-1, 0)$$

تقریب علامت

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \rightarrow y = \frac{x}{x+1} \rightarrow xy + y = x \rightarrow x(y-1) = -y \rightarrow x = \frac{-y}{y-1} \geq 0 \rightarrow \boxed{-1 \leq y < 1} \\ x < 0 \rightarrow y = \frac{x}{x+1} \rightarrow -xy + y = x \rightarrow x(1+y) = y \rightarrow x = \frac{y}{1+y} < 0 \rightarrow \boxed{-1 < y \leq 0} \end{array} \right.$$

✓
استماع بلیز $\rightarrow R_f = (-1, 1)$

$y = x^2 + ax = x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$ * مربع کامل

$y = x^2 - 2x + 3$ * مثال
بر تابع
 $\begin{matrix} [2, +\infty) & [1, +\infty) & [2, +\infty) & [-1, +\infty) & [4, +\infty) \end{matrix}$

$y = x^2 - 2x + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3 = (x-1)^2 - 1 + 3 = (x-1)^2 + 2 \rightarrow R_z = [2, +\infty)$
 کترین مقدارش صفری تان با سز

$\frac{y = ax^{n+1} + b}{cx^{n+1} + d}$ * بر تابع

$R_z \{a/c\} \leftarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (الف)

$R_z \{a/c\} \leftarrow \frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$ (ب)

* مثال بر دایره با ضابطه $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2+4}$ کجای است؟

$$\left(\frac{1}{4}, 2\right) \cap \left(\frac{1}{4}, 2\right) \cap (-1, 2) \cap (0, 2)$$

توانش ضرر نیست !!

$$f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2+4} = \frac{2x^2+1+V-V}{x^2+4} = 2 - \frac{V}{x^2+4} \rightarrow 0 < \frac{V}{x^2+4} \leq \frac{V}{4} \rightarrow$$

$$\frac{V}{4} \leq \frac{V}{x^2+4} < 0 \xrightarrow{+2} 2 - \frac{V}{4} \leq 2 - \frac{V}{x^2+4} < 2 + 0 \rightarrow \frac{1}{4} \leq f(x) < 2$$

✓ نتیجه ۳ صبح

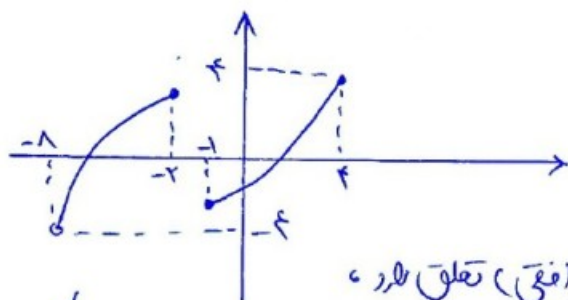
$$R_x[1, +\infty) \leftarrow y = |x-a| + |x-b|$$

$$R_x[1, 2] \leftarrow y = |x-a| - |x-b|$$

* مثال بر دایره زیر را ببینید.

$$* y = |x-1| + |x-2| \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow y = x-1 \\ x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow y = x-1 \end{cases} \rightarrow R_x[1, +\infty)$$

$$* y = |x-1| - |x-2| \rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow y = -1 \\ x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \rightarrow y = 1 \end{cases} \rightarrow R_x[-1, 1]$$



* تبدیل نموداری دامنه و برد

$$D_z = [-1, 4] \cup [-4, -1]$$

$$R_z = [-4, 4]$$

در واقع به آن مقادیری که به x (صورت افقی) تعلق دارد،

دامنه و به آن مقادیری که به y (صورت قائم) تعلق دارد و آن را پوشش می دهد، برد گویند.

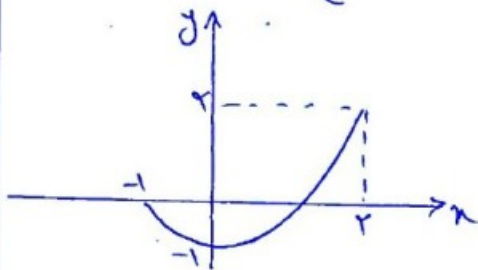
* نکته مهم اگر دامنه f را با دامنه g با هم مقایسه کنیم (یعنی تغییرات x ، فقط دامنه را تغییر می دهد و به برد گاری ندارد) ولی اگر دامنه f را با دامنه g با هم مقایسه کنیم، در تابع $a \cdot f(x) + b$ ، دامنه تغییری نمی کند ولی برد استاندارد a ضرب شده و پس با b جمع می شود.

* مثال اگر به تابع f به $[2, 4]$ باشد، برد استاندارد $\sqrt{2} \cdot f(x-1) + 1$ باشد، پس به $[2\sqrt{2}, 4\sqrt{2}]$ می رسد. باید برد را استاندارد $\sqrt{2}$ ضرب کرد و پس با 1 جمع کنیم یعنی

$$[2, 4] \xrightarrow{\sqrt{2}} [2\sqrt{2}, 4\sqrt{2}] \xrightarrow{+1} [2\sqrt{2}+1, 4\sqrt{2}+1]$$

اعداد صحیح درون بازه فوق: -1 و 0 و 1 و 2 و 3 یعنی گزینده اصفیح

مثال * با توجه به نمودار f که به صورت زیر است، برد تابع $y = -1 + 2f(x-1)$ را بیابید.



$$R_f = [-1, 2]$$

بر روی R_f همان $f(x-1)$ است

$$[-2, 4] \leftarrow 2 \leq f(x-1) \leftarrow 2$$

$$R = [-2, 2] \checkmark \leftarrow 2f(x-1) - 1$$

* تساوی توانی
برای بررسی تساوی توانی باید مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم با هم برابر باشند به عبارتی (رابطه‌ها با هم و بررها با هم برابر باشند.)

$$A = \{(1, 5), (2, -12), (x, 4)\}$$

$$B = \{(5, 1), (7, 6), (2, -12)\} \Rightarrow A = B \rightarrow x = 5 \text{ و } y = 5$$

* مثال
تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ با کدام تابع زیر برابر است؟

$$\frac{\sqrt{1-x}}{1-x} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{1-x}}{x-1} \quad (3)$$

$$\frac{-\sqrt{x-1}}{x-1} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{x-1}}{x-1} \quad (1)$$

* رابطه‌ها باید با هم برابر باشند $\leftarrow x-1 > 0 \leftarrow x > 1$: دامنه y
فقط گزینه ۱ و ۲ دامنه برابر دارند. بنابراین گزینه‌ای درست است که بررسی با y برابر باشد.
بررسی همبستگی منفی است پس گزینه ۲ صحیح است.

* دامنه + ، - ، × ، ÷ : $\mathbb{R}$

$$1) (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$, D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$2) (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$, D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$3) (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$, D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$4) (f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$, D_{f/g} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

یعنی منفرجه بر صفر باشد

* مثال
 $f(x) = 2x - 3$ ، $g(x) = x^2 - 1$ ، D_{f+g} ، D_{f-g} ، $D_{f \times g}$ ، $D_{f/g}$ را بیابید

$$\frac{2}{11} (4) \quad \frac{2}{11} (3) \quad \frac{2}{1} (2) \quad \frac{1}{11} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} (f+g)(1) &= f(1) + g(1) = (2(1) - 3) + (1^2 - 1) = -1 \\ (f \cdot g)(-1) &= (2(-1) - 3)(-1^2 - 1) = -21 \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{f+g}{f \cdot g} = \frac{-1}{-21} = \frac{1}{21}$$

* مثال
 $f(x) = x + 1$ ، $g(x) = \sqrt{1 - 2x}$ ، D_{f+g} ، D_{f-g} ، $D_{f \times g}$ ، $D_{f/g}$ را بیابید

$$(2f-g)(-1) = 2f(-1) - g(-1) = 9(4) \quad -9(3) \quad 3(2) \quad -2(1)$$

$$2(-1+1) - \sqrt{1-2(-1)} = 2(0) - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

نمی باشد ✓

* مثال ۱) $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ دامنه تابع $f \cdot g$ را بیابید.
 ۱) $[-1, 1] \cup [2, 4]$ ۲) $[1, 2] \cup [3, 4]$ ۳) $[-1, 1] \cup [3, 4]$ ۴) $[-1, 1] \cup [2, 4]$
 دامنه $f \cdot g$ برابر اشتراک دامنه f و g است پس

$$\left. \begin{aligned} f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4} &\rightarrow x^2 - 1 \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \\ g(x) = \sqrt{4 - x^2} &\rightarrow 4 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{اشتراک}$$

$$D = [-2, -1] \cup [1, 2]$$

* مثال ۲) $f(x) = 2 - \sqrt{1 - x^2}$ و $g(x) = 2 + \sqrt{1 - x^2}$ دامنه $f \cdot g$ را بیابید.
 ۱) R ۲) $[0, 1]$ ۳) $[-1, 1]$ ۴) $[0, 1]$
 دامنه $f \cdot g$ همان اشتراک دامنه f و g می باشد (ضرب تطبیقی ندارد)

$$\left. \begin{aligned} f(x) = 2 - \sqrt{1 - x^2} &\rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ g(x) = 2 + \sqrt{1 - x^2} &\rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow [-1, 1] \rightarrow \text{اشتراک}$$

کمینه ۳ صبیح

* مثال ۳) $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$
 دامنه $f \cdot g$ را بیابید.

دامنه $f \cdot g$ برابر اشتراک دامنه f و g هست یعنی او ۳، پس فقط ۳ را به اشتراک می بینیم که دامنه آن ۳ می باشد و متعلق به دامنه f و g است.

$$f \cdot g = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$$

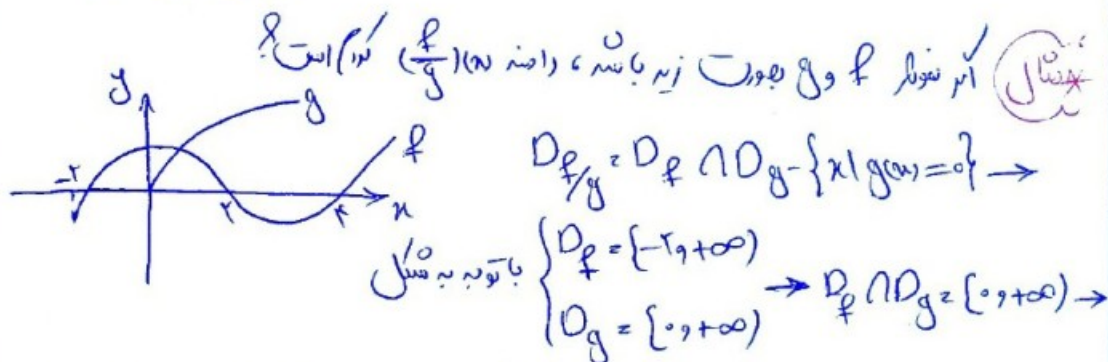
* مثال اگر $g = \{(2,4), (0,2), (4,2), (1,2)\}$ و $f = \{(2,7), (3,1), (1,4), (0,2)\}$ برد تابع $g+f$ کدام است؟

$$\{4, 2, 2\} \quad \{5, 2, 2\} \quad \{5, 2, 2\} \quad \{4, 2, 2\}$$

فقط در نقاط موجود مشترک هستند

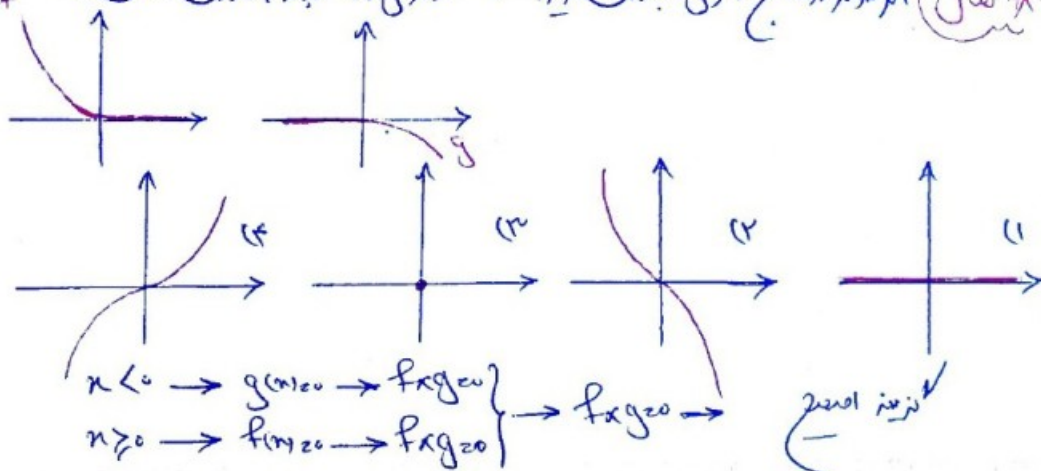
$$\left. \begin{array}{l} 2 \rightarrow f+1=5 \\ 1 \rightarrow f+2=4 \\ 0 \rightarrow f+2=2 \end{array} \right\} \rightarrow \{5, 2\}$$

✓ زیرینه امصغ



$$D_{f/g} = [0, +\infty) - \{0\} = (0, +\infty) \checkmark$$

* مثال اگر نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشند، نمودار $f \times g$ به کدام صورت است؟



* تابع خطی $f(x) = ax + b$ را به کمک دو نقطه x از توان ۱ می‌توان نوشت.

اگر دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را بزرگ‌تر از x و y بگیریم:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \rightarrow f(x) = y = ax + b$$

عرض از مبدأ $\downarrow$ عرض از مبدأ $\downarrow$
نسب $\downarrow$ نسبت $\downarrow$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

* مثال: معادله خطی که از نقاط $(0, 2)$ و $(4, 0)$ می‌گذرد را بنویسید.

$$\frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{y - 2}{0 - 2} \rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y - 2}{-2} \rightarrow -2x = 4y - 8 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

* مثال: تابع خطی $f(x)$ از دو نقطه $(-2, 1)$ و $(3, 5)$ می‌گذرد. $f(-2)$ را بنویسید.

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \rightarrow$$

$$f(4) \quad -11(3) \quad 7(2) \quad -15(1)$$

$$\frac{x - 1}{3 - 1} = \frac{y - (-2)}{5 - (-2)} \rightarrow \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 2}{7} \rightarrow y = \frac{7}{2}x - \frac{17}{2} \rightarrow f(-2) = \frac{7}{2}(-2) - \frac{17}{2} = -15$$

$$f(-2) = -15$$

* مثال: اگر $f(x-1) = x^2 + 1$ باشد، $f(x)$ ، $f(2)$ و $f(5)$ را بنویسید.

$$f(2) = ? \rightarrow x - 1 = 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow f(2) = \underline{x=3} \quad 3^2 + 1 = 10$$

$$f(5) = ? \rightarrow x - 1 = 5 \rightarrow x = 6 \rightarrow f(5) = \underline{x=6} \quad 6^2 + 1 = 37$$

$$f(x) = ? \rightarrow x - 1 = x \rightarrow x = x + 1 \rightarrow f(x) = \underline{x=x+1} \quad (x+1)^2 + 1 = x^2 + 2x + 2$$

مثال * در تابع فکلی $f(x)$ داریم $f(2x-1) + 2f(1-x) = f(x)$ و $f(1) = 2$ و $f(4) = 2$ و $f(2) = 1$ ؟
 (کدام است؟) $1(1) \quad 2(2) \quad -2(3) \quad 1(4)$

$$f(2x-1) + 2f(1-x) = f(x) \rightarrow \begin{cases} f(4) = 2 \\ f(2) = 1 \end{cases}$$

در مسئله گفته شده تابع فکلی است $f(x) = ax + b$ ←

$$\begin{cases} f(2x-1) = a(2x-1) + b \\ f(1-x) = a(1-x) + b \end{cases} \rightarrow f(2x-1) + 2f(1-x) = f(x) \rightarrow a(2x-1) + b + 2(a(1-x) + b) = f(x) \rightarrow \boxed{a+2b=2}$$

$$f(1) = 2 \rightarrow f(1) = a(1) + b = 2 \rightarrow \boxed{a+b=2}$$

$$\begin{cases} a+2b=2 \\ a+b=2 \end{cases} \rightarrow a = \frac{2}{3}, b = \frac{4}{3} \rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \xrightarrow{x=1} \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{4}{3} = 2$$

در نتیجه صحیح ✓

مثال * اگر $f(x+y) = \frac{x+y}{x+y+1}$ باشد و $f(1) = \frac{1}{2}$ ؟
 $1(1) \quad 2(2) \quad -2(3) \quad 1(4)$

چون گزینه ها جواب عددی است پس بهتر است به x و y عددی بدهیم $\rightarrow \frac{x+y}{x+y+1} = 1$

که حاصل عبارت فوق برابر شود مثلاً $x=2$ و $y=0$ ←

$$f\left(\frac{2+0}{2+0+1}\right) = \frac{2+0}{2+2(0)+1} = \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

در نتیجه صحیح ✓

در تابع با متغیر $f(x) = x^2 - 2$ ، مقدار $f(\frac{1}{x})$ و $f(\sqrt{x})$ را بیابید.

۱) $x = 1$ ، $f(1) = 1^2 - 2 = -1$ ، $f(\sqrt{1}) = 1^2 - 2 = -1$
 ۲) $x = 4$ ، $f(4) = 4^2 - 2 = 14$ ، $f(\sqrt{4}) = 2^2 - 2 = 2$
 ۳) $x = 9$ ، $f(9) = 9^2 - 2 = 79$ ، $f(\sqrt{9}) = 3^2 - 2 = 7$
 ۴) $x = 16$ ، $f(16) = 16^2 - 2 = 254$ ، $f(\sqrt{16}) = 4^2 - 2 = 14$

$f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 - 2 = x - 2$ ، $f(\frac{1}{x}) = (\frac{1}{x})^2 - 2 = \frac{1}{x^2} - 2$

نیز می‌توانیم:

اگر $f(x) = x^2 - 2$ ، آنگاه $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$

۱) $x = 1$ ، $f(1) = 1^2 - 2 = -1$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۲) $x = 4$ ، $f(4) = 4^2 - 2 = 14$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۳) $x = 9$ ، $f(9) = 9^2 - 2 = 79$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۴) $x = 16$ ، $f(16) = 16^2 - 2 = 254$ ، $f(x) = x^2 - 2$

اگر $f(x) = x^2 - 2$ ، آنگاه $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$ ، $f(x) = x^2 - 2$

۱) $x = 1$ ، $f(1) = 1^2 - 2 = -1$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۲) $x = 4$ ، $f(4) = 4^2 - 2 = 14$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۳) $x = 9$ ، $f(9) = 9^2 - 2 = 79$ ، $f(x) = x^2 - 2$
 ۴) $x = 16$ ، $f(16) = 16^2 - 2 = 254$ ، $f(x) = x^2 - 2$

$x - 2 = 1 - x \rightarrow x = 1 - x + 2 = -x + 3$

یعنی اگر در تابع فوق به جای x ، $-x + 3$ قرار دهیم ، $f(1-x)$ بدست می‌آید.

$x - 2 = 1 - x \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$ ، $f(\frac{3}{2}) = (\frac{3}{2})^2 - 2 = \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4}$

۱) $x^2 - 4(x) + 5 = 1 \rightarrow x^2 - 4x + 5 = 1$ ، $x^2 - 4x + 4 = -4 + 5 = 1$ ، $(x-2)^2 = 1$ ، $x-2 = \pm 1$ ، $x = 3$ یا $x = 1$

۱) $x^2 + 1 = 5$ ، $x^2 = 4$ ، $x = \pm 2$

۲) $x^2 + 2 = 7$ ، $x^2 = 5$ ، $x = \pm \sqrt{5}$

۳) $x^2 + 4(x) + 5 = 17$ ، $x^2 + 4x - 12 = 0$ ، $(x+6)(x-2) = 0$ ، $x = -6$ یا $x = 2$

۴) $x^2 - 4(x) + 5 = 1$ ، $x^2 - 4x + 5 = 1$ ، $x^2 - 4x + 4 = -4 + 5 = 1$ ، $(x-2)^2 = 1$ ، $x-2 = \pm 1$ ، $x = 3$ یا $x = 1$

نیز می‌توانیم:

$$g^{(n)}_z(r_n - r) - [r_n - r] - r(x - [x]) = r_n - r - [r_n] + r - r_n + r[x] = r[x] - [r_n] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1, 0 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow \text{zero } r_{in} p!$$

بازگویی: اگر دامنه $\mathcal{D}$ و $a \leq x \leq b$ باشد، f باید راست و $a \leq x \leq b$

$$\begin{aligned} \forall x - x^r > 0 &\rightarrow 0 \leq n \leq r \rightarrow 0 \leq r-n \leq r \xrightarrow{-r} -r \leq -n \leq -1 \rightarrow \\ 1 \leq n \leq r &\rightarrow \text{perpetrator} \end{aligned}$$

* ترکیب توابع - $f \circ g$

((توابع f و g یعنی $f(g(x))$ مربع x دومی، f و g متوالی))

دامنه توابع $f \circ g$ زیرمجموعه‌ای از دامنه توابع g و بردار توابع f و زیرمجموعه‌ای از بردار توابع f است.

در حالت کلی ترکیب توابع دارای خاصیت جابجایی نیست یعنی $f \circ g \neq g \circ f$
ترکیب توابع دارای خاصیت شرکت پذیری است $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$

شرط امکان تشکیل توابع $f \circ g$ آن است که $D_f \cap R_g \neq \emptyset$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

* روش یافتن دامنه $f \circ g$

دامنه f و g را جداگانه یافته و در رابطه فوق قرار می‌دهیم.

* مثال $f = \{(1, 2), (2, 2), (-2, 5), (7, 11)\}$ و $g = \{(1, 1), (2, -1), (5, 11), (7, 9)\}$

$f \circ g$ را بسازید!

برای f دامنه g بردار f بردار g

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow -1 \rightarrow (1, -1)$$

$$2 \rightarrow 2 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow (2, 9)$$

$$-2 \rightarrow 5 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow (-2, 11)$$

$$7 \rightarrow 11 \rightarrow \text{وجود ندارد}$$

$$g \circ f = \{(1, -1), (2, 9), (-2, 11)\}$$

مثال ۱: اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ باشد، $f \circ g$ و $g \circ f$ را بنویسید.

$f \circ g \rightarrow$ عضو

$f \circ g \rightarrow$ عضو

$f \circ g \rightarrow$ عضو

$g \circ f \rightarrow$ عضو

لکنته ۴ صحت

مثال ۲: اگر $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (4, 3)\}$ باشد، $f \circ g$ و $g \circ f$ را بنویسید.

$(4, 5) \in f \circ g \equiv 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

$(2, 1) \in g \circ f \equiv 2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$

لکنته ۲ صحت

$f(f(x)) + f(f(y))$ معادله $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+5} & x \geq 2 \\ 2x+3 & x \leq 2 \end{cases}$ در تابع با ضابطه
 اگر $f(x) = 9$ ؟ $2(1) \quad 2(2) \quad 2(3) \quad 2(4)$

$f(f(1)) = f(2(1)+3) = f(5) = 5 - \sqrt{5+5} = 2$
 $f(f(4)) = f(2(4)-\sqrt{4+5}) = f(2) = 2(2)+3 = 7$
 $2+7=9$

$g(f(x)) = 4, g = \{(1,2), (2,4), (3,2), (4,1)\}$, $f(x) = x + \sqrt{x}$ اگر
 $f(1) \quad f(2) \quad f(3) \quad f(4)$

$g(f(x)) = 4 \rightarrow x \rightarrow y \rightarrow f(x) = y \rightarrow a + \sqrt{a} = y \rightarrow a = 4$
 $a = 4$

$f(x) = \frac{x}{1-x}$, $f(x) = [n]$ اگر $f(x) = \frac{x}{1-x}$ حاصل $f(g(x))$ ؟
 $f(g(x)) = f\left(\frac{x}{1-x}\right) = f\left(\frac{2}{1-2}\right) = f\left(-\frac{2}{1}\right) = -1$
 $\left[-\frac{2}{1}\right] = -2$

سوال $f \circ g$ به سه صورت می توان مسئله را مطرح کرد:

- (۱) f و g را به هم و $f \circ g$ را به هم
- (۲) g و f را به هم و $f \circ g$ را به هم
- (۳) f و $f \circ g$ را به هم و g را به هم

* حالت اول: g و $f \circ g$ را داده اند و f را می‌خواهند

اگر $f \circ g(x) = 2x - 3$ و $g(x) = x + 1$ باشد تابع f را می‌خواهند؟
 $f(x) = 2x - 1$ (۱) $f(x) = 2x + 3$ (۲) $f(x) = x - 5$ (۳) $f(x) = x + 5$ (۴)

$$f \circ g(x) = 2x - 3 \rightarrow \begin{cases} f(g(x)) = 2x - 3 \\ f(x) = ? \end{cases} \Rightarrow 2x + 1 = x \rightarrow x = -1$$

نمی‌توانی درس است. نه اگر بجای x ، (-1) قرار دهی حاصلش $2(-1) - 3 = -5$ شود
 نه فقط نمی‌توانی ۲ صیغ است.

* حالت دوم: f و $f \circ g$ را داده اند و g را می‌خواهند

در صورتی که $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ و $f \circ g(x) = 2x$ باشد، تابع $g(x)$ را می‌خواهند؟

$$f \circ g = f(g) = \frac{g^2}{g-2} = 2g \rightarrow g^2 - 2gx + 4x = 0 \rightarrow g = \frac{2x \pm \sqrt{4x^2 - 4x \cdot 4}}{2 \cdot 1} \rightarrow$$

$$g(x) = x \pm \sqrt{x^2 - 4x}$$

* حالت سوم: f و g را داده اند و $f \circ g$ را می‌خواهند

اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+1$ باشد، تابع $f \circ g$ را می‌خواهند؟

بسیار آسان طول نقطه میانه f و $f \circ g$ را می‌خواهند

$$\begin{cases} f \circ g(x) = (2g-3)^2 = (2(x+1)-3)^2 = 4x^2 + 4x + 1 \\ f(x) = (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9 \end{cases} \rightarrow f \circ g = f \rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$16x = 8 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

نمی‌توانی ۲ صیغ

نقطه‌های نقطه بر فرد دو تابع $\log$ و $\log f$ در صورتی که $f(x) = x^2$ و $g(x) = x-2$ است؟

$$\left. \begin{aligned} f(g) &= g^2 = (x-2)^2 \\ g(f) &= f-2 = x^2-2 \end{aligned} \right\} \rightarrow f(g) = g(f) \rightarrow (x-2)^2 = x^2-2 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

نقطه برخورد $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ و $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}) \rightarrow$

نقشه ۹۱: اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = \frac{1}{x} + 2$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع f که در بالای محور مختصات قرار دارد برابر با چه است؟

۱) $(-4, 1)$ ۲) $(-2, 2)$ ۳) $(-2, 1)$ ۴) $(-1, 4)$

نقشه ۹۲: اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = \frac{1}{x} + 2$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع f که در بالای محور مختصات قرار دارد برابر با چه است؟

نقشه ۹۳: اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = \sin^2 x$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع f که در بالای محور مختصات قرار دارد برابر با چه است؟

$$\frac{1}{x} \cos^2 2x \quad \frac{1}{x} \cos^2 2x \quad \frac{1}{x} \sin^2 2x \quad \frac{1}{x} \sin^2 2x$$

نقشه ۹۴: اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = \sin^2 x$ ، مجموعه طول نقاط از منحنی تابع f که در بالای محور مختصات قرار دارد برابر با چه است؟

$f \circ g(1-\sqrt{x}) = f(g(1-\sqrt{x}))$

$$f(n) = \begin{cases} n & n \in \mathbb{Z} \\ -n & n \notin \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow g(f(n)) = -n \rightarrow$$

$$g(f(n)) = \begin{cases} g(0) = 0^2 + 0 - 2 = -2 \checkmark & n \in \mathbb{Z} \\ g(-1) = (-1)^2 + (-1) - 2 = -2 \checkmark & n \notin \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow \text{باید این تابع را بررسی کرد}$$

البته می توانیم $z = f(w)$, $w = \frac{z-i}{z+i}$ را بنویسیم

* (تقری ۹۱) اگر تابع f و g به عنوان ماشین به صورت $x \rightarrow f \rightarrow g \rightarrow 2x$ باشند و

$$f(4) = 2, f(2) = 1, f(1) = ? \quad g(x) = 2x + 4$$

$$g(f(x)) = 2x \rightarrow 2f + 4 = 2x \rightarrow f = \frac{2x - 4}{2} \rightarrow$$

$$f(x) = \frac{2(x) - 4}{2} = 2 \quad \checkmark \text{نیز به روش دیگر}$$

* (ریاضی ۸۶) اگر فروبی از ماشین شکل مقابل f باشد و مقدر و ورودی هر دو f باشد؟

$$\text{ورودی} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x} + 1} \rightarrow \text{فروبی} \quad 4, 14 \quad 3, 12 \quad 1/2, 1/2 \quad 1/9, 1/11$$

$$\rightarrow f \rightarrow g \Rightarrow f(x) = 2x - 2, \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x} + 1} \Rightarrow g(f(x)) = \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 2} + 1}$$

$$g(f) = \frac{f}{\sqrt{f} + 1} = \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 2} + 1} = \frac{f}{\sqrt{f} + 1} \rightarrow \text{تغییر متغیر: } \sqrt{2x - 2} = t \rightarrow \frac{f}{t + 1} = \frac{f}{\sqrt{f} + 1}$$

$$2f = f + f \rightarrow 2t^2 - ft - f = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 2 \rightarrow \sqrt{2x - 2} = 2 \rightarrow x = 2 \checkmark \\ t = \frac{f}{2} \rightarrow \sqrt{2x - 2} = \frac{f}{2} \end{cases}$$

(البته از همان ابتدا هم می توان به جای f از t استفاده کرد) $\checkmark$ نیز به روش دیگر $\checkmark$

* (ریاضی ۹۲) اگر $f(x) = x - [x]$ باشد بر تابع $g(x) = f(2x - 2) - 2f(x)$ $\checkmark$

$$\{0, 1\} \quad \{0, 1\} \quad \{0, 1\} \quad \{0, 1\} \quad \{0, 1\}$$

$$g(x) = f(2x - 2) - 2f(x) = (2x - 2 - [2x - 2]) - 2(x - [x]) = 2[x] - [2x] =$$

$$\begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1, 0 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow \{0, -1\} \quad \checkmark \text{نیز به روش دیگر}$$

۸-۱۱/۱۲/ (f+g)(x) و f(g(x)) = x^2 + x - 2 و f(x) = x^2 - x - 2

۱۲/۱۳/ x^2 + 2x (۴) x^2 - 2x (۴) x^2 + 1 (۴) x^2 - 1 (۱)

f(g) = g^2 - g - 2 = x^2 + x - 2 → g^2 - g - x^2 - x = 0 → 0 = 1 - f(1) - (x^2 - x) = (x+1)^2

$g = \frac{1 \pm \sqrt{(x+1)^2}}{2} = \begin{cases} x+1 \rightarrow f+g = x^2 - x - 2 + x+1 = x^2 - 1 \\ -x \rightarrow f+g = x^2 - x - 2 - x = x^2 - 2x - 2 \end{cases}$

در نتیجه گزیده صحیح

۸-۱۱/۱۲/ f(x) و f(g(x)) = x/(x-2) و g(x) = x-1

۱۲/۱۳/ x (۴) 2 (۴) -2 (۴) -4 (۱)

f(g) = f(x-1) = x/(x-2)

f(x) = 8 → x-1 = 2 → x = 3 → x/(x-2) = 3/(3-2) = 3

در نتیجه صحیح

f(g) و g(f) و f(g(x)) = 11x^2 + 22x + 20 و f(x) = 2x + 3

۱۲/۱۳/ 11x^2 - 5x + 11 (۴) 5x^2 - 2x + 13 (۴) 2x^2 - 2x + 17 (۴) 2x^2 - 7x + 2 (۱)

g(f) = g(2x+3) = 11x^2 + 22x + 20

g(x) = 8 → 2x+3 = 8 → x = (8-3)/2 = 5/2

g(x) = 11((8-3)/2)^2 + 22((8-3)/2) + 20 = 2x^2 - x + 5 ⇒

f(g(x)) = f(g) = 2g+3 = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13

در نتیجه صحیح

مثال ۹۲ ریاضی ۹۲
 اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = f(x^2 - 4x + 5)$ باشد، تابع $f \circ g$ را بیابید.

$$x^2 - 4x + 5 \quad x^2 - 4x + 4 + 1 \quad x^2 - 4x + 4 + 1 \quad x^2 - 4x + 3 + 1$$

$$f \circ g = f(2x - 3) = 2(2x - 3) - 3 = 4x - 6 - 3 = 4x - 9$$

$$f(x) = 0 \rightarrow 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2} \rightarrow 4 \left(\frac{3}{2} \right) - 9 = 6 - 9 = -3$$

نیز برای درستی آن، به جای $x = \frac{3}{2}$ در f و g قرار دهیم و بررسی کنیم.

مثال ۹۳ ریاضی ۹۲
 اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \sqrt{x - 1}$ باشد، تابع $f \circ g$ را بیابید.

مثال ۹۴ ریاضی ۹۲
 اگر $f(x) = 2^{-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x - 1}$ باشد، تابع $f \circ g$ را بیابید.

باید دامنه f را پیدا کنیم تا ببینیم g چه مقادیری می‌تواند بگیرد.
 دامنه f با شرط $2^{-x^2} \geq 0$ مشخص می‌شود.

$$2^{-x^2} \geq 0 \rightarrow 2^{-x^2} \geq 1 \rightarrow \frac{1}{2^{x^2}} \geq 1 \rightarrow 2^{x^2} \leq 1 \rightarrow x = 0$$

$$\rightarrow \sqrt{x - 1} \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

مثال ۱: $f(x) = ax^2 + bx - c$ و $g(x) = x + a$ ، $(f \circ g)(x) = x^2 + 5x - 4$ را برای a, b, c پیدا کنید.

$$f(g) = ag^2 + bg - c = a(x+a)^2 + b(x+a) - c = ax^2 + (a^2 + b)x + (a^2 + ba - c)$$

$$\rightarrow ax^2 + (a^2 + b)x + (a^2 + ba - c) = x^2 + 5x - 4 \rightarrow (a=1)$$

$$2a^2 + b = 5 \rightarrow (b=2) \Rightarrow a^2 + ba - c = -4 \Rightarrow (c=1)$$

مثال ۲: $f(x) = \frac{x}{1-x}$ و $f \circ f \circ f \circ f \circ f$ را برای x پیدا کنید.

۱) $\frac{x}{1-x}$ ، $x \neq 1$ ، ۲) $\frac{x}{1-x}$ ، $x \neq 1, 2$

۳) $\frac{x}{1-2x}$ ، $x \neq 1, \frac{1}{2}$ ، ۴) $\frac{x}{1-2x}$ ، $x \neq 1, \frac{1}{2}$

$$f(f) = \frac{f}{1-f} = \frac{\frac{x}{1-x}}{1 - \frac{x}{1-x}} = \frac{x}{1-2x} \Rightarrow$$

→ صفر بنا به صفر باشد

$$1-2x \neq 0 \rightarrow 1 \neq 2x \rightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{x}{1-x} \rightarrow 1-x \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

مثال ۳: $g(x) = x^2$ و $f(x) = x + [n]$ را برای n پیدا کنید.

۱) $(\frac{1}{2}, 1)$ ، ۲) $(\frac{1}{2}, 1)$ ، ۳) $(1, 2)$ ، ۴) $(1, 2)$

مثال ۱۷: دامنه تابع $f(x) = 2x+1$ را بیابید. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{1-x}$ را بیابید. $g \circ f$ قابل انطباق باشد؟

$$g \circ f = \sqrt{1-f} = \sqrt{1-(2x+1)} = \sqrt{-2x} \rightarrow -2x \geq 0 \rightarrow x \leq 0 \rightarrow$$

بنابراین دامنه f به صورت $[-\infty, 0]$ باشد.

مثال ۱۸: $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4x}$ را بیابید. دامنه تابع $g \circ f$ را بیابید. $f: R \rightarrow R$ و $g: R \rightarrow R$ باشد.

$$\begin{cases} D_f = R \\ D_g = R - \{0, 4\} \end{cases} \rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} =$$

$$\{x \in R \mid \sqrt{x+|x|} \neq 0, 4\} \Rightarrow$$

باید حل شود

$$\begin{aligned} \sqrt{x+|x|} &= 0 \rightarrow x+|x|=0 \rightarrow (x \leq 0) \rightarrow (x > 0) \checkmark \\ \sqrt{x+|x|} &= 4 \rightarrow x+|x|=16 \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x=16 \rightarrow (x \neq 16) \checkmark \\ x < 0 \rightarrow 0=16x \end{cases} \end{aligned}$$

$D = (-\infty, 0) \cup (16, +\infty)$
گزینه ا صحیح.

مثال ۱۹: $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ را بیابید. دامنه تابع $f+g$ را بیابید.

$$\begin{aligned} D_f &= [-1, 1] \\ D_g &= x \geq 0 \end{aligned} \rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, 1]$$

$$D_{f+g} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [-1, 1] \mid \sqrt{1-x^2} \leq 1\} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

مقدار $\sqrt{1-x^2}$ همیشه بین $[0, 1]$ است پس پاسخ همان $[-1, 1]$ می شود یعنی گزینه ا صحیح.

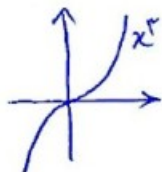
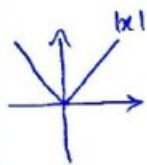
$\downarrow$
 D_f

مبحث:

تایید زوج و فرد

* تابع زوج: برای یک تابع زوج داریم $f(-x) = f(x)$ یعنی اگر x ها به $(-x)$ تبدیل شود، ضابطه تابع تغییر نمی کند. $f(x) = x^2$ $(f(-x) = f(x) \rightarrow f(x) - f(-x) = 0)$

* تابع فرد: برای یک تابع فرد داریم $f(-x) = -f(x)$ یعنی اگر x ها به $(-x)$ تبدیل شود، ضابطه تابع منفی می شود (قرینه می شود). $f(x) = x^3$ $(f(-x) = -f(x) \rightarrow f(x) + f(-x) = 0)$



تایید زوج و فرد
نمودار تابع زوج نسبت به محور یها متقارن است و
فرد ~ ~ ~ صدا صدقا ~ ~

* تایید زوج و فرد: اگر مؤلفه های اول قرینه باشند باید مؤلفه های دوم برابر باشند.
~ ~ ~ ~ ~ نیز قرینه باشند.

$$f = \{(1, 5), (2, 4), (3, 9), (-1, 5), (-2, 4), (-3, 9)\}$$

$$g = \{(1, 5), (2, 4), (3, -9), (-1, -5), (-2, -4), (-3, 9)\}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + x \\ y = x + 1 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

تایید زوج و فرد است یا فرد یا نه زوج نه فرد مثلا

* تایید زوج و فرد: ضابطه $f(x) = A|x-a| + B|x+a|$ زوج است اگر $A = B$ باشد
~ ~ ~ فرد $f(x) = A|x-a| - B|x+a|$ ~ ~

* مثال به ازای هر a معادله $f(x) = (x+1) + a(x-1)$ زوج است؟

کزینه ۳ صحیح

۱(۱) ۰(۲) ۱(۳) ۲(۴)

* مثال اگر تابع $f(x) = (x+1) + a(x-1) + b(x+1)$ فرد باشد، $a+b$ برابر است با؟

۲(۱) ۵(۲) -۵(۳) -۲(۴)

$f(x) = (x+1) + a(x-1) + b(x+1) \Rightarrow a+b = -$

کزینه ۴ صحیح

فرد $\downarrow$ $a = -$
 $\downarrow$ $b = 0$

* (ریاضی ۴۰) به ازای هر a معادله $f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{ax} & x < 0 \end{cases}$ زوج است؟

۴- ۴ ۴- ۴

صحیح معادله

در تابع فرد داریم $f(x) + f(-x) = 0$ $\leftarrow f(1) + f(-1) = 0$

$2\sqrt{1} + (-\sqrt{a(-1)}) = 0 \rightarrow -a = 4 \rightarrow a = -4$

* مثال اگر تابع $y = x^4 + 3x^3 + A(x+1)^3 + Bx$ زوج باشد و $A+B$ قدر است؟

در تابع زوج نباید توان فرد داشته باشد پس توان های

$y = x^4 + 3x^3 + A(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) + Bx \Rightarrow$

فرد باید دارای ضریب $\neq 0$ باشد یعنی

$y = x^4 + (A+3)x^3 + 3Ax^2 + (3A+B)x + A \rightarrow$

$\rightarrow$ ضرایب توان های فرد $= 0$ شود

$\begin{cases} A+3=0 \rightarrow A=-3 \\ 3A+B=0 \rightarrow B=9 \end{cases} \rightarrow A+B=9-3=6$

کزینه ۴ صحیح

* مثال اگر تابع $y = (2x-3)^3 + (B+1)x^2 + A+2$ فرد باشد، $A+B$ برابر است با؟

$A+B=40$

دارای x برابر باشد و اگر x ها برابر بود، x ها هم برابر باشند یعنی

$x_1 \neq x_2 \rightarrow y_1 \neq y_2$ یا $y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2$

تابع y دارای x های برابر باشد. اگر x ها برابر باشند، y ها نیز برابر شوند.

$y_1 \neq y_2 \rightarrow x_1 \neq x_2$ یا $x_1 = x_2 \rightarrow y_1 = y_2$

مثال: اگر تابع $\{(-2, 2), (m, 3), (-1, 3), (2m, a)\}$ یک به یک باشد، a کدام است؟

$y_1 = y_2 \rightarrow x_1 = x_2$ $2(4) \quad 1(3) \quad -1(2) \quad -2(1)$

نیز $m = 2 \rightarrow a = 2$ $(m, 3) = (-1, 3) \rightarrow m = -1 \rightarrow \{(-2, 2), (-1, 3), (-2, a)\} \rightarrow a = 2$

نمونه ۸۶: اگر رابطه $\{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - 1), (b, 2), (4, 4)\}$ یک به یک باشد، دوایی (a, b) کدام است؟ $(1, -1)$ $(-1, 1)$ $(1, 1)$ $(-1, -1)$ $(2, 3)$ $(3, 2)$ $(2, 2)$ $(3, 3)$ $(2, 4)$ $(4, 2)$ $(3, 4)$ $(4, 3)$ $(2, 5)$ $(5, 2)$ $(3, 5)$ $(5, 3)$ $(2, 6)$ $(6, 2)$ $(3, 6)$ $(6, 3)$ $(2, 7)$ $(7, 2)$ $(3, 7)$ $(7, 3)$ $(2, 8)$ $(8, 2)$ $(3, 8)$ $(8, 3)$ $(2, 9)$ $(9, 2)$ $(3, 9)$ $(9, 3)$ $(2, 10)$ $(10, 2)$ $(3, 10)$ $(10, 3)$ $(2, 11)$ $(11, 2)$ $(3, 11)$ $(11, 3)$ $(2, 12)$ $(12, 2)$ $(3, 12)$ $(12, 3)$ $(2, 13)$ $(13, 2)$ $(3, 13)$ $(13, 3)$ $(2, 14)$ $(14, 2)$ $(3, 14)$ $(14, 3)$ $(2, 15)$ $(15, 2)$ $(3, 15)$ $(15, 3)$ $(2, 16)$ $(16, 2)$ $(3, 16)$ $(16, 3)$ $(2, 17)$ $(17, 2)$ $(3, 17)$ $(17, 3)$ $(2, 18)$ $(18, 2)$ $(3, 18)$ $(18, 3)$ $(2, 19)$ $(19, 2)$ $(3, 19)$ $(19, 3)$ $(2, 20)$ $(20, 2)$ $(3, 20)$ $(20, 3)$ $(2, 21)$ $(21, 2)$ $(3, 21)$ $(21, 3)$ $(2, 22)$ $(22, 2)$ $(3, 22)$ $(22, 3)$ $(2, 23)$ $(23, 2)$ $(3, 23)$ $(23, 3)$ $(2, 24)$ $(24, 2)$ $(3, 24)$ $(24, 3)$ $(2, 25)$ $(25, 2)$ $(3, 25)$ $(25, 3)$ $(2, 26)$ $(26, 2)$ $(3, 26)$ $(26, 3)$ $(2, 27)$ $(27, 2)$ $(3, 27)$ $(27, 3)$ $(2, 28)$ $(28, 2)$ $(3, 28)$ $(28, 3)$ $(2, 29)$ $(29, 2)$ $(3, 29)$ $(29, 3)$ $(2, 30)$ $(30, 2)$ $(3, 30)$ $(30, 3)$ $(2, 31)$ $(31, 2)$ $(3, 31)$ $(31, 3)$ $(2, 32)$ $(32, 2)$ $(3, 32)$ $(32, 3)$ $(2, 33)$ $(33, 2)$ $(3, 33)$ $(33, 3)$ $(2, 34)$ $(34, 2)$ $(3, 34)$ $(34, 3)$ $(2, 35)$ $(35, 2)$ $(3, 35)$ $(35, 3)$ $(2, 36)$ $(36, 2)$ $(3, 36)$ $(36, 3)$ $(2, 37)$ $(37, 2)$ $(3, 37)$ $(37, 3)$ $(2, 38)$ $(38, 2)$ $(3, 38)$ $(38, 3)$ $(2, 39)$ $(39, 2)$ $(3, 39)$ $(39, 3)$ $(2, 40)$ $(40, 2)$ $(3, 40)$ $(40, 3)$ $(2, 41)$ $(41, 2)$ $(3, 41)$ $(41, 3)$ $(2, 42)$ $(42, 2)$ $(3, 42)$ $(42, 3)$ $(2, 43)$ $(43, 2)$ $(3, 43)$ $(43, 3)$ $(2, 44)$ $(44, 2)$ $(3, 44)$ $(44, 3)$ $(2, 45)$ $(45, 2)$ $(3, 45)$ $(45, 3)$ $(2, 46)$ $(46, 2)$ $(3, 46)$ $(46, 3)$ $(2, 47)$ $(47, 2)$ $(3, 47)$ $(47, 3)$ $(2, 48)$ $(48, 2)$ $(3, 48)$ $(48, 3)$ $(2, 49)$ $(49, 2)$ $(3, 49)$ $(49, 3)$ $(2, 50)$ $(50, 2)$ $(3, 50)$ $(50, 3)$ $(2, 51)$ $(51, 2)$ $(3, 51)$ $(51, 3)$ $(2, 52)$ $(52, 2)$ $(3, 52)$ $(52, 3)$ $(2, 53)$ $(53, 2)$ $(3, 53)$ $(53, 3)$ $(2, 54)$ $(54, 2)$ $(3, 54)$ $(54, 3)$ $(2, 55)$ $(55, 2)$ $(3, 55)$ $(55, 3)$ $(2, 56)$ $(56, 2)$ $(3, 56)$ $(56, 3)$ $(2, 57)$ $(57, 2)$ $(3, 57)$ $(57, 3)$ $(2, 58)$ $(58, 2)$ $(3, 58)$ $(58, 3)$ $(2, 59)$ $(59, 2)$ $(3, 59)$ $(59, 3)$ $(2, 60)$ $(60, 2)$ $(3, 60)$ $(60, 3)$ $(2, 61)$ $(61, 2)$ $(3, 61)$ $(61, 3)$ $(2, 62)$ $(62, 2)$ $(3, 62)$ $(62, 3)$ $(2, 63)$ $(63, 2)$ $(3, 63)$ $(63, 3)$ $(2, 64)$ $(64, 2)$ $(3, 64)$ $(64, 3)$ $(2, 65)$ $(65, 2)$ $(3, 65)$ $(65, 3)$ $(2, 66)$ $(66, 2)$ $(3, 66)$ $(66, 3)$ $(2, 67)$ $(67, 2)$ $(3, 67)$ $(67, 3)$ $(2, 68)$ $(68, 2)$ $(3, 68)$ $(68, 3)$ $(2, 69)$ $(69, 2)$ $(3, 69)$ $(69, 3)$ $(2, 70)$ $(70, 2)$ $(3, 70)$ $(70, 3)$ $(2, 71)$ $(71, 2)$ $(3, 71)$ $(71, 3)$ $(2, 72)$ $(72, 2)$ $(3, 72)$ $(72, 3)$ $(2, 73)$ $(73, 2)$ $(3, 73)$ $(73, 3)$ $(2, 74)$ $(74, 2)$ $(3, 74)$ $(74, 3)$ $(2, 75)$ $(75, 2)$ $(3, 75)$ $(75, 3)$ $(2, 76)$ $(76, 2)$ $(3, 76)$ $(76, 3)$ $(2, 77)$ $(77, 2)$ $(3, 77)$ $(77, 3)$ $(2, 78)$ $(78, 2)$ $(3, 78)$ $(78, 3)$ $(2, 79)$ $(79, 2)$ $(3, 79)$ $(79, 3)$ $(2, 80)$ $(80, 2)$ $(3, 80)$ $(80, 3)$ $(2, 81)$ $(81, 2)$ $(3, 81)$ $(81, 3)$ $(2, 82)$ $(82, 2)$ $(3, 82)$ $(82, 3)$ $(2, 83)$ $(83, 2)$ $(3, 83)$ $(83, 3)$ $(2, 84)$ $(84, 2)$ $(3, 84)$ $(84, 3)$ $(2, 85)$ $(85, 2)$ $(3, 85)$ $(85, 3)$ $(2, 86)$ $(86, 2)$ $(3, 86)$ $(86, 3)$ $(2, 87)$ $(87, 2)$ $(3, 87)$ $(87, 3)$ $(2, 88)$ $(88, 2)$ $(3, 88)$ $(88, 3)$ $(2, 89)$ $(89, 2)$ $(3, 89)$ $(89, 3)$ $(2, 90)$ $(90, 2)$ $(3, 90)$ $(90, 3)$ $(2, 91)$ $(91, 2)$ $(3, 91)$ $(91, 3)$ $(2, 92)$ $(92, 2)$ $(3, 92)$ $(92, 3)$ $(2, 93)$ $(93, 2)$ $(3, 93)$ $(93, 3)$ $(2, 94)$ $(94, 2)$ $(3, 94)$ $(94, 3)$ $(2, 95)$ $(95, 2)$ $(3, 95)$ $(95, 3)$ $(2, 96)$ $(96, 2)$ $(3, 96)$ $(96, 3)$ $(2, 97)$ $(97, 2)$ $(3, 97)$ $(97, 3)$ $(2, 98)$ $(98, 2)$ $(3, 98)$ $(98, 3)$ $(2, 99)$ $(99, 2)$ $(3, 99)$ $(99, 3)$ $(2, 100)$ $(100, 2)$ $(3, 100)$ $(100, 3)$ $(2, 101)$ $(101, 2)$ $(3, 101)$ $(101, 3)$ $(2, 102)$ $(102, 2)$ $(3, 102)$ $(102, 3)$ $(2, 103)$ $(103, 2)$ $(3, 103)$ $(103, 3)$ $(2, 104)$ $(104, 2)$ $(3, 104)$ $(104, 3)$ $(2, 105)$ $(105, 2)$ $(3, 105)$ $(105, 3)$ $(2, 106)$ $(106, 2)$ $(3, 106)$ $(106, 3)$ $(2, 107)$ $(107, 2)$ $(3, 107)$ $(107, 3)$ $(2, 108)$ $(108, 2)$ $(3, 108)$ $(108, 3)$ $(2, 109)$ $(109, 2)$ $(3, 109)$ $(109, 3)$ $(2, 110)$ $(110, 2)$ $(3, 110)$ $(110, 3)$ $(2, 111)$ $(111, 2)$ $(3, 111)$ $(111, 3)$ $(2, 112)$ $(112, 2)$ $(3, 112)$ $(112, 3)$ $(2, 113)$ $(113, 2)$ $(3, 113)$ $(113, 3)$ $(2, 114)$ $(114, 2)$ $(3, 114)$ $(114, 3)$ $(2, 115)$ $(115, 2)$ $(3, 115)$ $(115, 3)$ $(2, 116)$ $(116, 2)$ $(3, 116)$ $(116, 3)$ $(2, 117)$ $(117, 2)$ $(3, 117)$ $(117, 3)$ $(2, 118)$ $(118, 2)$ $(3, 118)$ $(118, 3)$ $(2, 119)$ $(119, 2)$ $(3, 119)$ $(119, 3)$ $(2, 120)$ $(120, 2)$ $(3, 120)$ $(120, 3)$ $(2, 121)$ $(121, 2)$ $(3, 121)$ $(121, 3)$ $(2, 122)$ $(122, 2)$ $(3, 122)$ $(122, 3)$ $(2, 123)$ $(123, 2)$ $(3, 123)$ $(123, 3)$ $(2, 124)$ $(124, 2)$ $(3, 124)$ $(124, 3)$ $(2, 125)$ $(125, 2)$ $(3, 125)$ $(125, 3)$ $(2, 126)$ $(126, 2)$ $(3, 126)$ $(126, 3)$ $(2, 127)$ $(127, 2)$ $(3, 127)$ $(127, 3)$ $(2, 128)$ $(128, 2)$ $(3, 128)$ $(128, 3)$ $(2, 129)$ $(129, 2)$ $(3, 129)$ $(129, 3)$ $(2, 130)$ $(130, 2)$ $(3, 130)$ $(130, 3)$ $(2, 131)$ $(131, 2)$ $(3, 131)$ $(131, 3)$ $(2, 132)$ $(132, 2)$ $(3, 132)$ $(132, 3)$ $(2, 133)$ $(133, 2)$ $(3, 133)$ $(133, 3)$ $(2, 134)$ $(134, 2)$ $(3, 134)$ $(134, 3)$ $(2, 135)$ $(135, 2)$ $(3, 135)$ $(135, 3)$ $(2, 136)$ $(136, 2)$ $(3, 136)$ $(136, 3)$ $(2, 137)$ $(137, 2)$ $(3, 137)$ $(137, 3)$ $(2, 138)$ $(138, 2)$ $(3, 138)$ $(138, 3)$ $(2, 139)$ $(139, 2)$ $(3, 139)$ $(139, 3)$ $(2, 140)$ $(140, 2)$ $(3, 140)$ $(140, 3)$ $(2, 141)$ $(141, 2)$ $(3, 141)$ $(141, 3)$ $(2, 142)$ $(142, 2)$ $(3, 142)$ $(142, 3)$ $(2, 143)$ $(143, 2)$ $(3, 143)$ $(143, 3)$ $(2, 144)$ $(144, 2)$ $(3, 144)$ $(144, 3)$ $(2, 145)$ $(145, 2)$ $(3, 145)$ $(145, 3)$ $(2, 146)$ $(146, 2)$ $(3, 146)$ $(146, 3)$ $(2, 147)$ $(147, 2)$ $(3, 147)$ $(147, 3)$ $(2, 148)$ $(148, 2)$ $(3, 148)$ $(148, 3)$ $(2, 149)$ $(149, 2)$ $(3, 149)$ $(149, 3)$ $(2, 150)$ $(150, 2)$ $(3, 150)$ $(150, 3)$ $(2, 151)$ $(151, 2)$ $(3, 151)$ $(151, 3)$ $(2, 152)$ $(152, 2)$ $(3, 152)$ $(152, 3)$ $(2, 153)$ $(153, 2)$ $(3, 153)$ $(153, 3)$ $(2, 154)$ $(154, 2)$ $(3, 154)$ $(154, 3)$ $(2, 155)$ $(155, 2)$ $(3, 155)$ $(155, 3)$ $(2, 156)$ $(156, 2)$ $(3, 156)$ $(156, 3)$ $(2, 157)$ $(157, 2)$ $(3, 157)$ $(157, 3)$ $(2, 158)$ $(158, 2)$ $(3, 158)$ $(158, 3)$ $(2, 159)$ $(159, 2)$ $(3, 159)$ $(159, 3)$ $(2, 160)$ $(160, 2)$ $(3, 160)$ $(160, 3)$ $(2, 161)$ $(161, 2)$ $(3, 161)$ $(161, 3)$ $(2, 162)$ $(162, 2)$ $(3, 162)$ $(162, 3)$ $(2, 163)$ $(163, 2)$ $(3, 163)$ $(163, 3)$ $(2, 164)$ $(164, 2)$ $(3, 164)$ $(164, 3)$ $(2, 165)$ $(165, 2)$ $(3, 165)$ $(165, 3)$ $(2, 166)$ $(166, 2)$ $(3, 166)$ $(166, 3)$ $(2, 167)$ $(167, 2)$ $(3, 167)$ $(167, 3)$ $(2, 168)$ $(168, 2)$ $(3, 168)$ $(168, 3)$ $(2, 169)$ $(169, 2)$ $(3, 169)$ $(169, 3)$ $(2, 170)$ $(170, 2)$ $(3, 170)$ $(170, 3)$ $(2, 171)$ $(171, 2)$ $(3, 171)$ $(171, 3)$ $(2, 172)$ $(172, 2)$ $(3, 172)$ $(172, 3)$ $(2, 173)$ $(173, 2)$ $(3, 173)$ $(173, 3)$ $(2, 174)$ $(174, 2)$ $(3, 174)$ $(174, 3)$ $(2, 175)$ $(175, 2)$ $(3, 175)$ $(175, 3)$ $(2, 176)$ $(176, 2)$ $(3, 176)$ $(176, 3)$ $(2, 177)$ $(177, 2)$ $(3, 177)$ $(177, 3)$ $(2, 178)$ $(178, 2)$ $(3, 178)$ $(178, 3)$ $(2, 179)$ $(179, 2)$ $(3, 179)$ $(179, 3)$ $(2, 180)$ $(180, 2)$ $(3, 180)$ $(180, 3)$ $(2, 181)$ $(181, 2)$ $(3, 181)$ $(181, 3)$ $(2, 182)$ $(182, 2)$ $(3, 182)$ $(182, 3)$ $(2, 183)$ $(183, 2)$ $(3, 183)$ $(183, 3)$ $(2, 184)$ $(184, 2)$ $(3, 184)$ $(184, 3)$ $(2, 185)$ $(185, 2)$ $(3, 185)$ $(185, 3)$ $(2, 186)$ $(186, 2)$ $(3, 186)$ $(186, 3)$ $(2, 187)$ $(187, 2)$ $(3, 187)$ $(187, 3)$ $(2, 188)$ $(188, 2)$ $(3, 188)$ $(188, 3)$ $(2, 189)$ $(189, 2)$ $(3, 189)$ $(189, 3)$ $(2, 190)$ $(190, 2)$ $(3, 190)$ $(190, 3)$ $(2, 191)$ $(191, 2)$ $(3, 191)$ $(191, 3)$ $(2, 192)$ $(192, 2)$ $(3, 192)$ $(192, 3)$ $(2, 193)$ $(193, 2)$ $(3, 193)$ $(193, 3)$ $(2, 194)$ $(194, 2)$ $(3, 194)$ $(194, 3)$ $(2, 195)$ $(195, 2)$ $(3, 195)$ $(195, 3)$ $(2, 196)$ $(196, 2)$ $(3, 196)$ $(196, 3)$ $(2, 197)$ $(197, 2)$ $(3, 197)$ $(197, 3)$ $(2, 198)$ $(198, 2)$ $(3, 198)$ $(198, 3)$ $(2, 199)$ $(199, 2)$ $(3, 199)$ $(199, 3)$ $(2, 200)$ $(200, 2)$ $(3, 200)$ $(200, 3)$ $(2, 201)$ $(201, 2)$ $(3, 201)$ $(201, 3)$ $(2, 202)$ $(202, 2)$ $(3, 202)$ $(202, 3)$ $(2, 203)$ $(203, 2)$ $(3, 203)$ $(203, 3)$ $(2, 204)$ $(204, 2)$ $(3, 204)$ $(204, 3)$ $(2, 205)$ $(205, 2)$ $(3, 205)$ $(205, 3)$ $(2, 206)$ $(206, 2)$ $(3, 206)$ $(206, 3)$ $(2, 207)$ $(207, 2)$ $(3, 207)$ $(207, 3)$ $(2, 208)$ $(208, 2)$ $(3, 208)$ $(208, 3)$ $(2, 209)$ $(209, 2)$ $(3, 209)$ $(209, 3)$ $(2, 210)$ $(210, 2)$ $(3, 210)$ $(210, 3)$ $(2, 211)$ $(211, 2)$ $(3, 211)$ $(211, 3)$ $(2, 212)$ $(212, 2)$ $(3, 212)$ $(212, 3)$ $(2, 213)$ $(213, 2)$ $(3, 213)$ $(213, 3)$ $(2, 214)$ $(214, 2)$ $(3, 214)$ $(214, 3)$ $(2, 215)$ $(215, 2)$ $(3, 215)$ $(215, 3)$ $(2, 216)$ $(216, 2)$ $(3, 216)$ $(216, 3)$ $(2, 217)$ $(217, 2)$ $(3, 217)$ $(217, 3)$ $(2, 218)$ $(218, 2)$ $(3, 218)$ $(218, 3)$ $(2, 219)$ $(219, 2)$ $(3, 219)$ $(219, 3)$ $(2, 220)$ $(220, 2)$ $(3, 220)$ $(220, 3)$ $(2, 221)$ $(221, 2)$ $(3, 221)$ $(221, 3)$ $(2, 222)$ $(222, 2)$ $(3, 222)$ $(222, 3)$ $(2, 223)$ $(223, 2)$ $(3, 223)$ $(223, 3)$ $(2, 224)$ $(224, 2)$ $(3, 224)$ $(224, 3)$ $(2, 225)$ $(225, 2)$ $(3, 225)$ $(225, 3)$ $(2, 226)$ $(226, 2)$ $(3, 226)$ $(226, 3)$ $(2, 227)$ $(227, 2)$ $(3, 227)$ $(227, 3)$ $(2, 228)$ $(228, 2)$ $(3, 228)$ $(228, 3)$ $(2, 229)$ $(229, 2)$ $(3, 229)$ $(229, 3)$ $(2, 230)$ $(230, 2)$ $(3, 230)$ $(230, 3)$ $(2, 231)$ $(231, 2)$ $(3, 231)$ $(231, 3)$ $(2, 232)$ $(232, 2)$ $(3, 232)$ $(232, 3)$ $(2, 233)$ $(233, 2)$ $(3, 233)$ $(233, 3)$ $(2, 234)$ $(234, 2)$ $(3, 234)$ $(234, 3)$ $(2, 235)$ $(235, 2)$ $(3, 235)$ $(235, 3)$ $(2, 236)$ $(236, 2)$ $(3, 236)$ $(236, 3)$ $(2, 237)$ $(237, 2)$ $(3, 237)$ $(237, 3)$ $(2, 238)$ $(238, 2)$ $(3, 238)$ $(238, 3)$ $(2, 239)$ $(239, 2)$ $(3, 239)$ $(239, 3)$ $(2, 240)$ $(240, 2)$ $(3, 240)$ $(240, 3)$ $(2, 241)$ $(241, 2)$ $(3, 241)$ $(241, 3)$ $(2, 242)$ $(242, 2)$ $(3, 242)$ $(242, 3)$ $(2, 243)$ $(243, 2)$ $(3, 243)$ $(243, 3)$ $(2, 244)$ $(244, 2)$ $(3, 244)$ $(244, 3)$ $(2, 245)$ $(245, 2)$ $(3, 245)$ $(245, 3)$ $(2, 246)$ $(246, 2)$ $(3, 246)$ $(246, 3)$ $(2, 247)$ $(247, 2)$ $(3, 247)$ $(247, 3)$ $(2, 248)$ $(248, 2)$ $(3, 248)$ $(248, 3)$ $(2, 249)$ $(249, 2)$ $(3, 249)$ $(249, 3)$ $(2, 250)$ $(250, 2)$ $(3, 250)$ $(250, 3)$ $(2, 251)$ $(251, 2)$ $(3, 251)$ $(251, 3)$ $(2, 252)$ $(252, 2)$ $(3, 252)</$

کرمی ایوانج زہریلے ہیں۔

$\checkmark$ $J = \log n / r$ $J = x \ln / r$ $J = |x^r| / r$ $J = x^r / r$

* سوال - مع با کدام ضابطه زیر یک به یک است؟

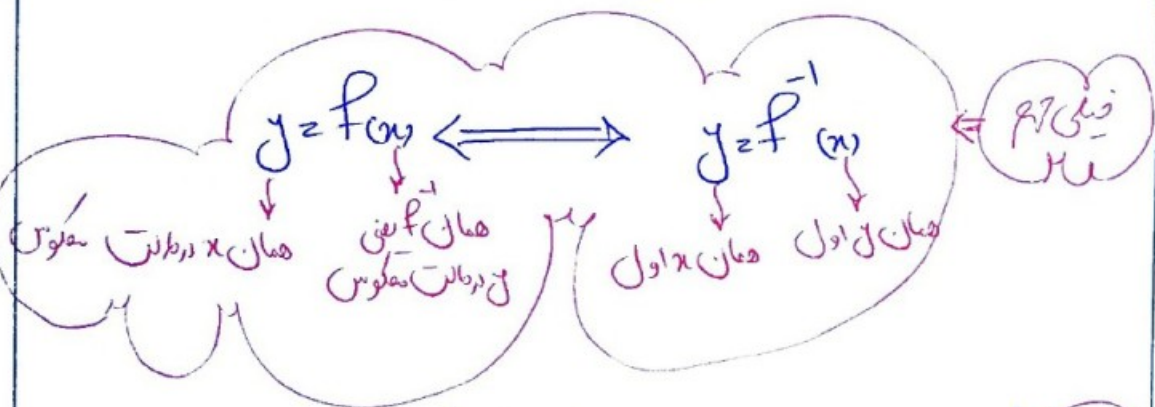
$f(x) = \begin{cases} x^2 + |x| & (x \leq 0) \\ x^2 - |x| & (x > 0) \end{cases}$

* معکوس تابع
اگر برای x ها و y ها با هم عوض کنیم، معکوس برست می آید یا نه عبارتی
را بر حسب y بدست می آوریم و پس بای x و y را با هم عوض می کنیم یعنی:

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow y, y \rightarrow x} x = f^{-1}(y)$$

همان x اول همان y اول

((اگر قرینه y را بنویسیم به فضا
 $y = x$ رسم کنیم، نمودار معکوس
برست می آید))



* مثال
اگر $f = \{(1, 2), (-3, 2), (4, -2)\}$ ، f^{-1} داریم امس؟

$$f^{-1} = \{(2, 1), (2, -3), (-2, 4)\}$$

بای x و y عوض شود

* مثال
اگر تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - x + 1$ مفروض باشد، نمودار f^{-1} از کدام نقطه می گذرد؟

(۱) $(0, -1)$ (۲) $(1, -1)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(1, 0)$

دقت کنید اگر نقطه (a, b) در f صدق کند پس (b, a) در f^{-1} صدق کند پس ترتیب آن درست است که عکس آن نیز به درجه صدق کند ← ترتیب صحیح

$$R_{f-1} = D_f$$

$$D_{f-1} = R_f$$

بر د تابع معکوس = داصنه تابع

داصنه تابع معکوس = بر د تابع

شرط لازم و کافی برای آنکه f تابع باشد آن است که f یک به یک باشد. پس اگر تابع f یک به یک بود، متعاً معکوس نیز است. (رواقت هم تابع و معکوس یک به یک باشد)

روش حل سوالات
مثلی فیلی ۴

اگر در جوابی سوال شده که معکوس تابع f کدام ترینه است، می توان نقطه از f را انتخاب نمود و جای x و y را با هم عوض کرد و مشاهده کرد که کدام ترینه صحت می کند. پس آن ترینه تابع f^{-1} است.

مثال ۱: اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 3}$ باشد، $f^{-1}(\sqrt{3})$ کدام است؟

پس $x = 0$ است $\leftarrow$ ترینه اصح
 $f^{-1}(\sqrt{3}) \rightarrow \sqrt{3} = x + \sqrt{x^2 + 3}$
 همان اول

مثال ۲: ضابطه معکوس تابع $f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$ کدام است؟

$$x^2 - 2x \text{ و } x \leq 1 \quad (2)$$

$$x^2 - 2x \text{ و } x \geq 1 \quad (1)$$

$$x^2 + 2x \text{ و } x \leq 1 \quad (4)$$

$$x^2 + 2x \text{ و } x \geq 1 \quad (3)$$

نقطه $(0, 2)$ در f صحت می کند پس ترینه ای درست است که نقطه $(0, 2)$ در آن صحت کند $\leftarrow$ ترینه اول و 2 ترینه 2 گفته شده که $x \leq 1$ پس ترینه اصح

* تمرین ۹۱ ضابطه وارون تابع $y = \frac{x}{1+|x|}$ را بیابید؟

$$y = \frac{1-|x|}{|x|} ; |x| > 1 \quad (۲)$$

$$y = \frac{x}{1-|x|} ; |x| < 1 \quad (۱)$$

✓ $y = \frac{|x|-1}{x} ; |x| < 1 \quad (۳)$
 نرینه! صریح

$$y = \frac{x}{|x|-1} ; |x| > 1 \quad (۴)$$

* تمرین ۹۲ ضابطه معکوس تابع $y = 2\sqrt{x-1}$ را بیابید؟

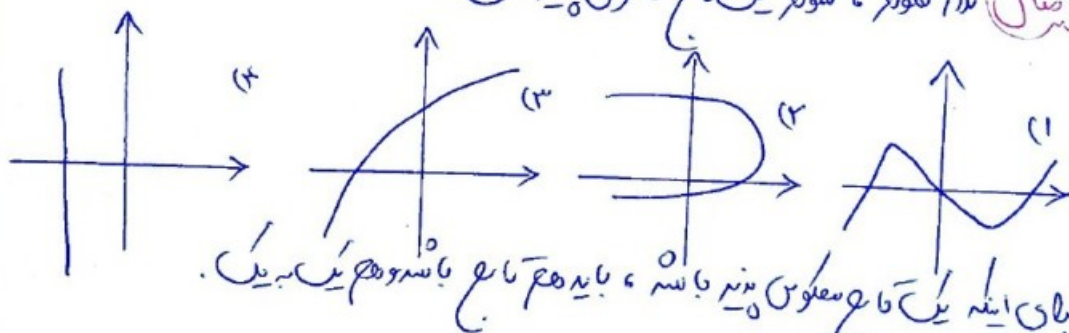
$$y = -x^2 - 4x + 5, x \leq 2 \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 4x + 5, x \leq 2 \quad (۱)$$

✓ $y = -x^2 + 4x - 5, x \geq 1 \quad (۴)$
 نرینه! صریح

$$y = x^2 - 4x + 5, x \geq 1 \quad (۳)$$

* مثال ۱ در نمودر، نمودر تابع معکوس نرینه است؟



نرینه ۹۲ تابع نیست
 نرینه ۱ یک به یه نیست
 { ← نرینه ۳ صریح

* مثال: معادله وارون تابع $y = 2x - x^2$ برای $x < 1$ چگونه است؟

(۱) $y = 1 - \sqrt{1-x}$ (۲) $y = 1 + \sqrt{1-x}$ (۳) $y = 1 - \sqrt{1+x}$ (۴) $y = 1 + \sqrt{1+x}$

✓
نیزه اصبح

* مثال: وارون تابع $f(x) = \sqrt{x} - 1$ در $x > 0$ چگونه آمده است؟

(۱) $y = x^2 - 1$ (۲) $y = x^2 + 1$ (۳) $y = (x-1)^2$ (۴) $y = (x+1)^2$

* مثال: اگر $g(x) = 3x - 1$ و $f = \{(1,2), (2,1), (3,0)\}$ باشد $f^{-1} \circ g(1)$ برابر است با؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$g(1) = 2 \rightarrow f^{-1}(2) = ? = 1$

همان اول

✓
نیزه اصبح

* مثال: وارون تابع با معادله (x, y) $y = x^2 - 2x$ چگونه است؟

(۱) $y = 1 + \sqrt{x+1}$ (۲) $y = 1 - \sqrt{x+1}$ (۳) $y = 1 + \sqrt{x-1}$ (۴) $y = 1 - \sqrt{x+1}$

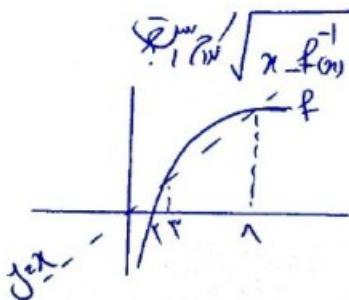
✓
نیزه اصبح

$f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 1$

* تمرین ۹۴: شکل نمودار وارون تابع f را با استفاده از نمودار تابع f رسم کنید.

(۱) $(0, 2)$ (۲) $(2, 2)$ (۳) $(2, 8)$ (۴) $(8, 2)$

✓
نیزه اصبح



* سوال ۸۷: ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x}{1+x}$ چیست؟

✓
 $\frac{x}{x-1}$ (۴) $\frac{x}{1-x}$ (۳) $\frac{1-x}{x}$ (۲) $\frac{1+x}{x}$ (۱)

* سوال ۸۸: اگر $f(x) = \frac{2x+d}{x-2}$ با f^{-1} متقابل باشد، در این نقطه متقابل است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$
 با این است که متوجه شویم در این نقطه متقابل هستند با f^{-1} (متقابل) و f

$$f(x) = \frac{2x+d}{x-2} \rightarrow xy - 2y = 2x + d \rightarrow x(y-2) = 2y + d \rightarrow x = \frac{2y+d}{y-2}$$

$$f^{-1} = \frac{2x+d}{x-2} \rightarrow f(x) = f^{-1} \rightarrow \frac{2x+d}{x-2} = \frac{2x+d}{x-2} \rightarrow \text{در این نقطه}$$

✓
 گزینه ۳ صحیح

* ریاضی ۸۸: در تابع $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ با ضابطه $f^{-1}(x)$ متقابل است؟

(۱) -1 (۲) -5 (۳) -2 (۴) -3

$$f(x) = -x + \sqrt{-2x} \rightarrow x = -2 \rightarrow \text{گزینه ۳ صحیح}$$

* ریاضی ۹۲: تابع $f(x) = 2x - |x-2|$ در بازه‌ای وارون پذیر است؟ ضابطه $f^{-1}(x)$

در آن بازه کدام است؟

(۱) $x \geq 4$ و $\frac{1}{2}x + 1$ (۲) $x \leq 4$ و $\frac{1}{2}x - 1$ (۳) $x \geq 4$ و $\frac{1}{2}x - 1$ (۴) $x \leq 4$ و $\frac{1}{2}x + 1$

✓
 گزینه ۴ صحیح

آنر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ با روش متناهی تابع $f^{-1}(\sin x)$ برآید؟

$$\frac{\sin x}{|\cos x|} \quad \frac{|\cos x|}{\sin x} \quad \cot x \quad \tan x$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{1+x^2} \rightarrow y^2 + x^2 y^2 = x^2 \rightarrow x^2(1-y^2) = y^2 \rightarrow$$

$$x^2 = \frac{y^2}{1-y^2} \rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \rightarrow f^{-1}(\sin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$f^{-1}(\sin x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 x}} = \frac{\sin x}{|\cos x|}$$

نیز به روش دیگر

در تابع $f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{1-x^2}$ و $f(x) = \cos x$ متناهی $x \neq 1$ و $x \neq -1$ وارون آن به این روش برآید؟

$$-x f(x) \quad x f(x) \quad f(x) \quad f(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{1-x^2} = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ -\sqrt{1-x^2} & -1 < x < 0 \end{cases}$$

درست f و f^{-1} به هم
باینر
نیز به روش دیگر

آنر $y = \begin{cases} \frac{1}{x} \sqrt{1-x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ متناهی معکوس تابع

$$y = \sqrt{1-x^2}, x \in [-1, 1]$$

$$y = \sqrt{1-x^2}, x \in \mathbb{R}$$

$$y = |x|, x \in \mathbb{R}$$

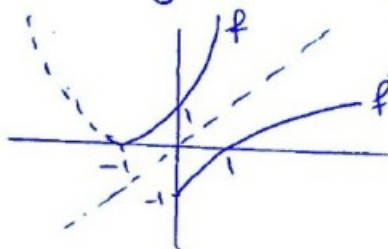
$$y = |x|, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

(f, g) به f است پس (f, g) به f^{-1} نیز به f است

$(0, 0) \sim (1, 1) \sim (0, 0) \sim (1, 1) \sim (0, 0)$

* ریاضی ۹۳ تابع $f(x) = x^2 + 2x + 1$ با دامنه $(-1, +\infty)$ مفروض است. نمودارهای دو تابع f و f^{-1} در زیر نقشه متقاطع هستند؟
 ۴ غیر متقاطع ۳ ب ۲ (۲) ۱ (۱)

$$y = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow (x+1)^2 \rightarrow \sqrt{y} = x+1 \rightarrow x = \sqrt{y} - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1$$



نمودارهای f و f^{-1} عکس
 یکدیگرند پس نقطه تلاقی ندارند
 نه نه ۴ صحیح

* ریاضی ۹۳ دو تابع ضابطه‌های $f(x) = 2x - 5$ و $g = \{(2, 4), (3, 5), (4, 6), (5, 7), (6, 8)\}$ مفروض اند. اگر $(f \circ g)(a) = 2$ باشد، a کدوم است؟
 ۴ ۳ ۲ ۱
 $f^{-1}(g(a)) = 2 \rightarrow g(a) = 7 \rightarrow a = 6$
 همان f است

* ریاضی ۹۳ دو تابع ضابطه‌های $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(3, -1), (-6, 4), (3, -2), (-4, -5)\}$ مفروضند. اگر $(f \circ g)(a) = 2$ باشد، a کدوم است؟
 ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (-۲) ۱ (-۴)
 $g^{-1}(f(a)) = 2 \rightarrow f(a) = 2 \rightarrow 2 = \sqrt{a} \rightarrow a = 4$
 همان g است

* ریاضی ۸۵
 اگر $f = \{(1, -1), (2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ و $g = \{(2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$
 تابع $f \circ g$ کجاست؟

(۱) $\{(1, 0), (2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ (۲) $\{(2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ (۳) $\{(2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ (۴) $\{(1, 0), (2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$

$f^{-1} = \{(2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\} \rightarrow$

$g \circ f^{-1} = \{(2, 3), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ ✓
نیزینه صحیح

* ریاضی ۹۰
 دو تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ و $g = \{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
 تابع $f^{-1} \circ g$ کجاست؟

(۱) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ (۲) $\{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$ (۳) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$ (۴) $\{(2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
✓
نیزینه صحیح

* ریاضی ۸۹
 اگر $f(x) = 3x - 4$ و $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$ ، آنگاه حاصل $f^{-1}(14)$ کجاست؟
 ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$f^{-1}(14) = ?$
 به x در تابع f مابعد $\rightarrow$ همان y در تابع g است

$14 = f(3x - 4) \rightarrow 14 = 3x - 4 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6$
 یعنی x در تابع f و y در تابع g $\rightarrow f^{-1}(14) = 6 + \sqrt{6} = 12$
 به x در تابع f مابعد $\rightarrow$ همان y در تابع g است
✓
نیزینه صحیح

* مثال: معکوس تابع $y = \sqrt{x-2} \sqrt{x-1}$ را بیابید. (به شرط $x > 2$)

$$y = x^2 - 2x + 2 \quad y = x^2 + 2x + 2 \quad y = x^2 - 2x \quad y = x^2 - 2x + 2$$

✓
نیز می‌توانیم
-

* نکته: اگر f و g دو تابع معکوس یکدیگر باشند، رابطه زیر برقرار است:

$$(f \circ f^{-1})(x) = x \leftarrow x \text{ همان دامنه } f \text{ است}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = x \leftarrow f^{-1} \sim \sim \sim$$

* نکته: اگر f و g دو تابع معکوس یکدیگر باشند، رابطه زیر برقرار است:

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$(f \circ g)^{-1} = g \circ f^{-1}$$

$$(f^{-1} \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f$$

* مثال: برای $y = \frac{mx+2}{x+2}$ معکوس m را بیابید. (فرض کنید $f = f^{-1}$)

$$y = \frac{mx+2}{x+2} \rightarrow xy + 2y = mx + 2 \rightarrow x(y-m) = 2 - 2y \rightarrow x = \frac{2-2y}{y-m}$$

$$f^{-1} = \frac{2-2x}{x-m} \rightarrow f = f^{-1} \rightarrow \frac{mx+2}{x+2} = \frac{2-2x}{x-m} \rightarrow m = -2$$

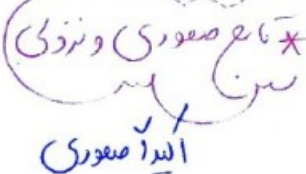
اگر دو خط به هم موازی باشند $ax+by=c$ و $2x-3y=b$ نسبت به هم موازی باشند.
 مقادیر $a+b$ باشند، اگر است! $\pm 3(1) \pm 2(2) \pm 2(-3) \pm 3(4)$

دو خط نسبت به هم موازی هستند، پس موازی هستند. پس اگر از این موازی بای x و y را با هم عوض کنیم، دو خط به هم موازی می شود یعنی بر یک خط موازی هستند.

$$\begin{cases} ax+by=c \\ 2x-3y=b \end{cases} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \begin{cases} ax+by=c \\ 2y-3x=b \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ax+by=c \\ -3x+2y=b \end{cases} \rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{b}$$

$$\frac{b}{2} = \frac{c}{b} \rightarrow b^2 = 2c \rightarrow b = \pm \sqrt{2c} \rightarrow \begin{cases} b = \sqrt{2c} \rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{\sqrt{2c}}{2} \rightarrow a = -\frac{3\sqrt{2c}}{2} \rightarrow a+b = \sqrt{2c} \\ b = -\sqrt{2c} \rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{-\sqrt{2c}}{2} \rightarrow a = \frac{3\sqrt{2c}}{2} \rightarrow a+b = \sqrt{2c} \end{cases}$$

نیز می توانیم

* تابع صعودی و نزولی

 الیاء صعودی

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

صعودی

الیاء نزولی

نزولی

* نکته: اگر تابعی الیاء صعودی یا الیاء نزولی باشد، یک به یک و مفکوک نیز است.

$$\frac{1}{f} \text{ الیاء نزولی } (f \text{ الیاء نزولی}) \rightarrow \frac{1}{f} \text{ الیاء صعودی}$$

$$\frac{1}{f} \text{ الیاء نزولی } \rightarrow f \text{ الیاء نزولی}$$

* نکته: اگر f تابع الیاء صعودی باشد

به x مقادیر ۱، ۲ و ۳ می‌دهد. اگر f بستر شد،

* روش تشخیص صعودی یا نزولی

می‌تواند صعودی و اگر f کوچکتر شد، می‌تواند نزولی است.

توابع نمایی $(-1)^n$ ، نه صعودی و نه نزولی هستند.

هفتار - وائرا

نداء

14

✓
✓

✓

(۲) ترویج کسری :

$\left\{ \begin{array}{l} \text{درجه صورت} < \text{درجه مخرج} \rightarrow \text{واتر} \\ \sim \sim > \sim \sim \rightarrow \text{همترا} \\ \sim \sim = \sim \sim \rightarrow \text{همترا} \end{array} \right.$	

(۳) در تابع $\log_{b^0}$ با b (یعنی a و b با b صفر شود)

(4) $\left[\frac{(-1)^n}{n} \right]$ صحیح ہے

* تدری ۱۷
سند
کوچکترین کران بالایی دنباله $U_n = \frac{3n^2 - 2n}{4n^2 + 5}$ کدام است؟

* تدری ۱۹
سند
دنباله ای با کدام صبه عمومی همگراست؟

$$U_n = \frac{n^2 - 1}{2n + 1} \quad (f) \quad a_n = \sin \frac{\pi}{n} \quad (r) \quad b_n = \log \frac{1}{n} \quad (r) \quad U_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \quad (1)$$

کرنه ۲ صصح

* تدری ۹۱۲
سند
کدام یک از دنباله های زیر صعودی و همگراست؟

$$U_n = \frac{2n+1}{n} \quad (f) \quad U_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \quad (r) \quad U_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} \quad (r) \quad U_n = \left(\frac{3}{2} \right)^n \quad (1)$$

کرنه ۲ صصح

* سوال
سند
کدام یک از دنباله های زیر نزولی و همگراست؟

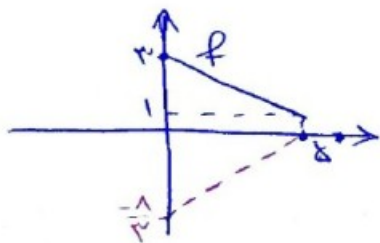
$$U_n = \left(\frac{2}{3} \right)^n \quad (f) \quad U_n = \left(\frac{3}{2} \right)^n \quad (r) \quad b_n = \frac{n^2+1}{2n-1} \quad (r) \quad a_n = \frac{(-1)^n}{n} \quad (1)$$

کرنه ۲ صصح

* مثال: نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ در بازه $R - \{0\}$ چگونه است؟
 (۱) صعودی (۲) نزولی (۳) نزولی و صعودی (۴) نه صعودی و نه نزولی
 گزینه ۴ صحیح

* مثال: اگر تابع f روی بازه $[a, b]$ صعودی الیه باشد، آنگاه f محور x ها را ...
 (۱) حداکثر در این نقطه قطع می کند
 (۲) دقیقاً در این نقطه قطع می کند
 (۳) قطع نمی کند
 (۴) حداقل در این نقطه قطع می کند
 گزینه ۱ صحیح

* مثال: اگر f تابعی باشد، با فرض $[a, b]$ نزولی الیه باشد و داشته باشیم $f(a) = 3$ و $f(b) = 1$ ، آنگاه
 تابع $f - \frac{1}{f}$ روی بازه بسته $[a, b]$ چگونه است؟
 (۱) ابتدا صعودی و بعد نزولی (۲) ابتدا نزولی و بعد صعودی (۳) صعودی الیه (۴) نزولی الیه



$f - \frac{1}{f}$ را رسم می کنیم
 الیه صعودی است
 گزینه ۳ صحیح
 $\frac{1}{f(b)} - f(b) = \frac{1}{3} - 3 = -\frac{8}{3}$
 $\frac{1}{f(a)} - f(a) = \frac{1}{1} - 1 = 0$

الیه صعودی است $f - \frac{1}{f}$

روشن تر: f نزولی الیه $\leftarrow f$ و $\frac{1}{f}$ صعودی الیه $\leftarrow$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

سوابق تحصیلی

ردیف	موضوع	مدرس	مدرس
۱	مؤلف کتابهای لنگور	✓	✓
۲	عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران	✓	✓
۳	مشاور تحصیلی در بنسدهای رلوی ملی رلوی و اولی، اقلید و رلوی و فرنگ و سبک ۴ مدد و سیاستهای اسلامی ایران	✓	✓
۴	تئور و تئور در کربن و ریزی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان و استان	✓	✓
۵	مدرس برتر ریاضیات و فیزیک الیاد لنگور	✓	✓
۶	برگزیده و پایش های طلایی ضربی لنگور و استان های تهران - تبریز و گیلان	✓	✓
۷	عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران	✓	✓
۸	عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران	✓	✓
۹	عضو انجمن مهندسی بهره‌وری صنعت برق ایران	✓	✓
۱۰	عضو انجمن مهندسان برق و الکترونیک ایران	✓	✓