



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷۰۲۰۲۷

* فرمول های مشتق

$$y = c \rightarrow y' = 0$$

$$* y = x^c \rightarrow y' = c x^{c-1}$$

$$y = x^n \rightarrow y' = n x^{n-1}$$

$$y = \frac{1}{x} \rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = \sqrt{x} \rightarrow y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$* y = \ln x^2 + 2x^2 - 3x + 2 \rightarrow y' = 2 \ln x + 4x - 3$$

$$* y = \frac{2}{x} + \ln x^2 - \sqrt{x} + 2 \rightarrow y' = -\frac{2}{x^2} + 2 \ln x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$* y = \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}} \rightarrow y' = \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$* y = \frac{1}{x^2} = x^{-2} \rightarrow y' = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$y = u^n \rightarrow y' = n u^{n-1} u'$$

$$y = \frac{1}{u} \rightarrow y' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$y = \sqrt{u} \rightarrow y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$* y = (\ln x + 2x^2 - 3)^2 \rightarrow y' = 2(\ln x + 2x^2 - 3)(\frac{1}{x} + 4x - 3)$$

$$* y = \sqrt{(x^2+1)^3} = (x^2+1)^{\frac{3}{2}} \rightarrow y' = \frac{3}{2}(2x)(x^2+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$y = u \cdot v \rightarrow y' = u'v + v'u$$

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$* y = (x^2 + 2) \sqrt{x^2 + 2x - 1} \rightarrow y' = u'v + v'u = (2x) \sqrt{x^2 + 2x - 1} + \frac{2x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2x - 1}} (x^2 + 2)$$

$$* y = \frac{x^2 + 4x}{x^2 - 1} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2} =$$

$$y = \sin x \rightarrow y' = \cos x$$

$$y = \cos x \rightarrow y' = -\sin x$$

$$y = \tan x \rightarrow y' = 1 + \tan^2 x$$

$$y = \cot x \rightarrow y' = -(1 + \cot^2 x)$$

$$y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$$

$$y = \cos u \rightarrow y' = -u' \sin u$$

$$y = \tan u \rightarrow y' = u'(1 + \tan^2 u)$$

$$y = \cot u \rightarrow y' = -u'(1 + \cot^2 u)$$

$$y = \sin^n u \rightarrow y' = n u' \cos u \sin^{n-1} u$$

$$y = \cos^n u \rightarrow y' = -n u' \sin u \cos^{n-1} u$$

$$y = \tan^n u \rightarrow y' = n u' (1 + \tan^2 u) \tan^{n-1} u$$

$$y = \cot^n u \rightarrow y' = -n u' (1 + \cot^2 u) \cot^{n-1} u$$

$$* y = \sin^2 x \rightarrow y' = 2 \cos x \sin x$$

$$* y = \tan^2 \sqrt{x} \rightarrow y' = 2 \frac{1}{\sqrt{x}} (1 + \tan^2 \sqrt{x}) \tan \sqrt{x}$$

$$y = \ln u \rightarrow y' = \frac{u'}{u}$$

$$* y = \ln(x^2 + 2) \rightarrow y' = \frac{2x}{x^2 + 2}$$

$$* y = \ln x \rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

$$y = e^u \rightarrow y' = u' e^u$$

$$* y = e^{x^2 - 2x} \rightarrow y' = (2x - 2) e^{x^2 - 2x}$$

$$* y = e^x \rightarrow y' = e^x$$

$$y = f(u) \rightarrow y' = u' \cdot f'(u)$$

$$* y = f(x^2 + 2x) \rightarrow y' = (2x + 2) f'(x^2 + 2x)$$

$$y = f(g(x)) \rightarrow y' = g'(x) f'(g)$$

$$* y = f(\sqrt{x}) \rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})$$

$$y = |u| \rightarrow y' = \frac{u u'}{|u|}$$

* نکته مهم: برای صاف شدن مشتق تابعی به شکل کلی $y = (f(x))^{g(x)}$ از طرفین $\ln$ می‌گیریم و پس از طرفین مشتق می‌گیریم.

$$y = x^x \rightarrow y' = ?$$

$$\ln \rightarrow \ln y = \ln x^x \rightarrow \ln y = x \ln x \rightarrow \text{از طرفین مشتق بگیر}$$

$$\frac{y'}{y} = 1 \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot x \rightarrow y' = y (\ln x + 1) = x^x (1 + \ln x)$$

* تیری ۹۳
مستقیم
مقدار مستقیم تابع $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ در π است؟
نیز به اصطلاح ✓
(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

* تیری خارج ۹۰
مستقیم
مقدار مستقیم تابع $\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{4}$ در π است؟
نیز به اصطلاح ✓
(۱) $\frac{\pi}{24}$ (۲) $\frac{\pi}{12}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

* تیری ۹۰
مستقیم
مقدار مستقیم تابع $\cos^2\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ در π است؟
نیز به اصطلاح ✓
(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

* تیری خارج ۹۳
مستقیم
مقدار مستقیم تابع $\sin^2(\sqrt{2}x)$ به ازای $x = \frac{\pi^2}{18}$ در π است؟
نیز به اصطلاح ✓
(۱) $\frac{4}{18\pi}$ (۲) $\frac{4}{9\pi}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{18\pi}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{9\pi}$

* تیری ۹۰
مستقیم
مقدار مستقیم تابع $\sin^2(\sqrt{x})$ در نقطه $x = \frac{\pi^2}{9}$ مقدار است؟
نیز به اصطلاح ✓
(۱) $\frac{4}{14\pi}$ (۲) $\frac{4}{18\pi}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{14\pi}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{18\pi}$

* تیری ۹۱

مقلص متن $\frac{1-\cos^2 x}{2-\sin^2 x}$ برای $x = \frac{\pi}{4}$ در آن است؟

نیزه اصبع ✓ $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

* تیری ۹۱

مقلص متن عبارت $\sqrt{1+\tan^2 \frac{1}{x}}$ برای $x = \frac{\pi}{4}$ در آن است؟

نیزه اصبع ✓ $\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$ (۴) $\frac{2\pi^2}{9}$ (۳) $\frac{2\pi^2}{9}$ (۲) $\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$ (۱)

$$y = \sqrt{1+\tan^2 \frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{x}}} = \frac{1}{|\cos \frac{1}{x}|} \xrightarrow{x = \frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos \frac{1}{x}}$$

$$y' = \frac{-u'}{u^2} = \frac{-(-\frac{1}{x^2})(-\sin \frac{1}{x})}{\cos^2 \frac{1}{x}} \xrightarrow{x = \frac{\pi}{4}} -\frac{2\pi^2\sqrt{3}}{9}$$

نیزه اصبع ✓

* تیری ۹۲

اندره متن تابع $y = \ln e^{\sqrt{\sin x}}$ در نقطه ای به طول $x = \frac{\pi}{4}$ واقع بر آن در آن است؟

نیزه اصبع ✓ $\frac{\sqrt{4}}{8}$ (۴) $\frac{\sqrt{4}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{4}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{4}}{8}$ (۱)

* مثال

مقلص متن تابع $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ در نقطه $x=1$ برابر ۳ است. اگر $f(1) = -4$ و $f'(1) = 2$ و $g'(1) = 3$ و $g(1) = 1$ باشد، مقدار $g(1)$ در آن است؟

نیزه اصبع ✓ $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

$$y(1) = 3 \rightarrow y' = \frac{f'g - g'f}{g^2} = \frac{f(1)g'(1) - g(1)f'(1)}{g(1)^2} \Rightarrow 3 = \frac{-4 \times g'(1) - g(1) \times 2}{g(1)^2}$$

$$g(1)^2 \times 3 = -4g'(1) - 2g(1) \rightarrow g(1) = \frac{1}{3}$$

نیزه اصبع ✓

مثال * $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+2}$ و $g(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{(x+1)\sqrt{x+1}}$ با سده حاصل $f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$ را برای $x=1$ بیابان

$\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (۲) $\frac{1}{x}$ (۲) $-\frac{1}{x}$ (۱)

$$f'g + g'f = (f'g)' = \left(\frac{(x+2)^{-1}}{(x+1)\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} \right)' = \left(\frac{x+2}{x+1} \right)' = \frac{1(x+1) - 1(x+2)}{(x+1)^2}$$

$x=1$ $\frac{2-2}{2^2} = -\frac{1}{2}$ نه به صفر

مثال * $y = xe^x$ مع $x=0$ بیابان y' را برای $x=0$ بیابان

$10(4)$ $9(2)$ $18(2)$ $7(1)$

$$y' = e^x + xe^x = (x+1)e^x$$

$$y'' = e^x + e^x(x+1) = (x+2)e^x$$

⋮

$y^{(10)} = (x+10)e^x \xrightarrow{x=0} 10 \times e^0 = 10$ نه به صفر

مثال * $f(1) = 1$ و $f'(1) = 2$ با سده $f(x) = ax^2 + bx + c$ را بیابان

$f(x) = 2 \rightarrow f(x) = 2x + a$ $\frac{11}{x}$ (۴) $3(2)$ $\frac{7}{x}$ (۲) $\frac{5}{x}$ (۱)

$f(1) = 1 \rightarrow 2(1) + a = 1 \rightarrow a = -1 \rightarrow f(x) = 2x - 1 \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - 1 = 0$ نه به صفر

* مثال ۱ ✓ اگر $f(x) = 2$ و $f'(x) = \frac{1}{x}$ و $f(x) = \frac{1}{x}$ و $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ (در نقطه $x=a$ در $f'(x)$ است) ؟

$u^n \rightarrow n u^{n-1}$ و $\frac{1}{u} \rightarrow -\frac{u'}{u^2}$

$f(x) \quad y(x) \quad -y(x) \quad -x(1)$

$$\left(f(x) + \frac{1}{f(x)}\right)' = 2x f'(x) \times f(x) + \frac{-f'(x)}{f^2(x)} \times \frac{x=a}{f(x)} = 2x f'(x) \times f(x) - \frac{f'(x)}{f^2(x)} =$$

$$2x f(x) \times \frac{1}{x} - \frac{2}{\left(\frac{1}{x}\right)^2} = 2 - 2 = 0$$

نیز $2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$ ✓

* مثال ۲ ✓ اگر $f(x) = \sin(x - f(x))$ و $f'(x) = \cos(x - f(x))$ و $f(0) = 0$ ؟

$\sin u \rightarrow u \cos u$

$\frac{1}{x} \quad y(x) \quad \frac{1}{x} \quad -2(1)$

$$f'(x) = (x - f'(x)) \cos(x - f(x)) \xrightarrow{x=0} f'(0) = (0 - f'(0)) \cos(0 - f(0)) \rightarrow$$

$$f'(0) = 0 - f'(0) \rightarrow 2f'(0) = 0 \rightarrow f'(0) = 0$$

نیز $2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$ ✓

* عامل صفر شونده در مشتق گیری در تقاطع ضربی که چند عبارت به هم ضرب شده اند و مشتق را در این نقطه خاص می خوانند، فقط از عبارت که آن عدد صفر در نظر رفته آن است مشتق می گیریم
مثلاً مشتق تابع $x^2 - 1$ را در نقطه $x = 1$ می خوانند :

$$f(x) = x(x+1)(x+2) \rightarrow f'(-1) = ?$$

فقط از $(x+1)$ مشتق می گیریم یعنی $\Rightarrow f'(x) = x \cdot 1 \cdot (x+2) \cdot \underline{x=1} = (-1)(-1+2) = -1$

* مثال ۲ اگر $f(x) = (x^2 - x - 2) \sqrt{x^2 - 7x}$ باشد، مقدار $f'(-1)$ را بیابیم.
 (۱) -2 (۲) -3 (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$
 (وقت کنید که $x = -1$ را بیابیم) $(x^2 - x - 2)$ می باشد
 پس فقط از این عبارت مشتق می گیریم $\Rightarrow$ از این صریح
 $f'(x) = (2x - 1) \sqrt{x^2 - 7x} \cdot \underline{x=-1} = -4$

* مثال ۳ مقدار عددی مشتق تابع $y = \frac{(x+2)(x^2+1)}{x^2+1}$ را برای $x = -2$ بیابیم.
 (۱) -2 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 0

$x = -2$ هم $(x+2)$ و هم (x^2+1) را صفر می کند؛ باید از عامل صفر شونده مشتق بگیریم $\Rightarrow$

$$(x^2+1) \cdot (x+2) \cdot (x^2-2x+4) \Rightarrow y = \frac{(x+2)^2 (x^2-2x+4)}{x^2+1}$$

$$y' = \frac{2(x+2)(x^2-2x+4) \cdot \underline{x=-2}}{x^2+1} = 0$$

* تعریف ریاضی مشتق

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{df}{dx}$$

* مثال ✓ اگر $f(-2) = 2$ و $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{t(t+2)}$ را بیابیم؟

$2(1) \quad -1(2) \quad 1(2) \quad 2(4)$

$$\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{t(t+2)} = \frac{1}{-2} f'(-2) = \frac{1}{-2} \times 2 = -1$$

نیزه اصبع ✓

$f(-2)$ همان قریب مشتق است

* مثال ✓ اگر $f(x) = (x-2)^3$ و $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-1+\Delta x) - f(-1)}{\Delta x}$ را بیابیم؟

$2(1) \quad 3(2) \quad \frac{2}{3}(3) \quad \frac{4}{3}(4)$ در واقع سوال $f'(-1)$ را می‌خواهد ✓ نیزه اصبع

* تمرین ۹۵ در تابع $f(x) = \left(\sqrt{\frac{x+2}{2x-2}}\right)^2$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ را بیابیم؟

$2(1) \quad -1(2) \quad 12(3) \quad 15(4)$ نیزه اصبع ✓

* تفریق خارج ۹۵

برای $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ مایل $f(x) = \sqrt{\frac{x+5}{x+3}}$ در تابع با ضابطه

نیز به اصبع - $\frac{\sqrt{14}}{14}$ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ $\frac{\sqrt{19}}{19}$ $\frac{\sqrt{21}}{21}$ $\frac{\sqrt{23}}{23}$

* مثال

برای $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$ مایل $f(x) = x^2 - x$ و $g(x) = \sqrt{x}$

۱) $\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{4}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{6}$

مسئله (۳) $f(x)g(x)$ را می توان به Δx نیز به اصبع -

* نیز شروع

سوال ۱) تعریف مشتق را با استفاده از رابطه های تعریف نیز می توان حل نمود، مثلاً

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{xf'(x+h) - 0}{1} \xrightarrow{h=0} xf'(x)$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf'(x) - 0}{x - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} \xrightarrow{x=2} \frac{2f'(2)}{\frac{1}{2}} = -8f'(2)$

مثال * اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $f'(1) = \frac{1}{2}$ را داریم

$\frac{1}{2}(4) \quad \frac{1}{2}(2) \quad \frac{1}{2}(1)$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{1} \xrightarrow{h=0} f'(1) = \frac{1}{2}$$

$2 \propto \frac{1}{2} \propto 1 = \frac{1}{2}$ ✓
نیز صحیح

$f'(1)$

مثال * صفت تابع f در نقطه $x=2$ را داریم

$2(4) \quad 4(2) \quad 2(1) \quad f'(1) = \frac{1}{2}$ ✓
نیز صحیح

$$\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{hop}} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) + k}{1} \xrightarrow{h=0} 1 + k = 2 \rightarrow k = 1$$

✓
نیز صحیح

* نکته: یافتن مشتق تابع قدر مطلق در یک نقطه خاص:

عبارت رانقل قدر مطلق را تعیین علامت می کنیم یعنی مشخص می کنیم که در آن نقطه عبارت داخل قدر مطلق مثبت یا منفی است و پس علامت قدر مطلق را حذف می کنیم و پس مشتق می گیریم.

* مثال: $y = |x^2 - 1|$

برای $x = 2$: $y = |2^2 - 1| = |4 - 1| = 3$ پس $y = x^2 - 1$ است $\rightarrow y' = 2x = 4$

برای $x = 1$: $y = |1^2 - 1| = |1 - 1| = 0$ پس $y = 1 - x^2$ است $\rightarrow y' = -2x = -2$

* نکته: به ازای ریشه ها، رانقل قدر مطلق مشتق ندارد $\rightarrow y = |x^2 - 1|$ و در $x = 1$ و $x = -1$ وجود ندارد y'

* نکته: یافتن مشتق تابع جزء میبع در یک نقطه خاص:

ابتدا مثل جزء میبع را در نقطه مورد نظر می یابیم و پس مشتق می گیریم.

* مثال: $y = x^2 [x]$

برای $x = 2$: $y = 2^2 [2] = 4 \cdot 2 = 8$ پس $y = 4x^2$ است $\rightarrow y' = 8x = 16$

برای $x = 2^+$: $y = 2^2 [2^+] = 4 \cdot 2 = 8$ پس $y = 4x^2$ است $\rightarrow y' = 8x = 16$

* نکته: به ازای ریشه ها، رانقل جزء میبع، مشتق ندارد.

* تقریبی ۹۰٪ در تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x} + |x-1|$ مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ را بیابید؟
 ۲(۱) ۳(۲) ۴(۳) ۵(۴) $\checkmark$ گزینه ۳ صحیح

* مثال ۹۰٪ اگر $f(x) = |x-1| + \sqrt{x}$ باشد، $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$ را بیابید؟
 ۲(۱) $-\frac{1}{2}$ ۳(۲) $\frac{1}{2}$ ۴(۳) $\frac{3}{2}$ $\checkmark$ گزینه ۲ صحیح

* تقریبی ۹۰٪ در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - [2x^2]x$ مقدار $f'_+(\sqrt{2}) - f'_-(\sqrt{2})$ را بیابید؟
 ۲(۱) -2 ۳(۲) -1 ۴(۳) 1 ۵(۴) 2 $\checkmark$ گزینه ۳ صحیح

* مثال ۹۰٪ در تابع با ضابطه $f(x) = |x| \cdot [x]$ مقدار $f'_-(0) - f'_+(0)$ را بیابید؟
 ۲(۱) -1 ۳(۲) 0 ۴(۳) 1 ۵(۴) 2 $\checkmark$ گزینه ۳ صحیح

* مشتق تابع مرکب و تغییرهای
سین

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$$

یعنی از تابع f مشتق گرفته و به جای $g(x)$ قرار دهیم.

ب) اگر y بر حسب u باشد و u نیز بر حسب x باشد، در این صورت مشتق y نسبت به x برابر با:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = y' \times u'$$

(یعنی از تابع y و u جداگانه مشتق گرفته و پس از هم ضرب می‌کنیم)

* مثال
 $y = \frac{1}{u} - \sqrt{2u}$ و $u = \sin x - \cos x$ مقدار $\frac{dy}{dx}$ بیاری $x = \frac{\pi}{4}$ را بیاب!

$$\frac{dy}{dx} = y' \times u'$$

۱۵ (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴)

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{2u}} - \frac{1}{u^2} \times \frac{u = \sin x - \cos x}{x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 \times 2 = 4$$

$$u' = \cos x + \sin x = 2 \sin x \quad x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2 \times 1 = 2$$

گزینه ۴ صحیح

* مثال
اگر $y = u^2 + u$ و $u = x^2 - 1$ باشد y'_x را بیاب!

گزینه ۴ صحیح

$2x^2 - 2x$ (۱) $2x^2 - x$ (۲) $2x^2 - x$ (۳) $2x^2 - 2x$ (۴)

مثال ۱: اگر $f(x) = \sin^2 x$ و $g(x) = \sqrt{x}$ و متعلق به $x = \frac{\pi}{4}$ در $f \circ g$ ؟

$$\sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad \sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad \sqrt{\frac{\pi}{4}} \quad \sqrt{\frac{\pi}{4}}$$

$$(g \circ f)' = f' \times g'(f) = 2 \cos^2 x \times \frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cos^2 x \times \frac{1}{\sqrt{\sin^2 x}} \times \frac{x = \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}}$$

باید به f و x متعلق به f و x متعلق به f

$$\cos^2 \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{4}}} = \cos^2 \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \frac{\pi}{4}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

مثال ۲: اگر $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln|x|$ و $g(x) = f(x) + b$ و متعلق به $f \circ g$ و $f \circ g$ ؟

$$(f \circ g)' = g' \times f'(g)$$

متعلق به f و x متعلق به f

$$x > 0 \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2}, f(x) = \frac{x}{2} \Rightarrow (f \circ g)' = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$x < 0 \Rightarrow g(x) = -\frac{x}{2}, f(x) = -\frac{x}{2} \Rightarrow (f \circ g)' = -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

نیز به f متعلق به f

* مشتق در توابع چند ضابطه‌ای
در توابع چند ضابطه‌ای، برای اینکه در نقطه $x=a$ مشتق را
بگیریم باید ابتدا در این نقطه حد چپ و حد راست با هم و پس مشتق چپ و مشتق راست برابر باشند.
پس اگر در سوالی گفته شد در نقطه $x=a$ مشتق را بگیر پس

مشتق راست = مشتق چپ
حد راست = حد چپ

* تعریف تابع ۹۳
تابع چند ضابطه
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x^2} - x & x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & x < 1 \end{cases}$$

است؟
۴(۴) ۳(۳) ۲(۲) ۱(۱)

مشتق راست = مشتق چپ $\Rightarrow 2x + a = \frac{2}{x^2} \xrightarrow{x=1} 2 + a = 2 \Rightarrow a = -2$

حد راست = حد چپ $\Rightarrow 1 + a + b = \frac{2}{1} - 1 \Rightarrow -2 + b = 1 \Rightarrow b = 3$

* مثال
تابع چند ضابطه
$$f(x) = \begin{cases} ax - a & x < 1 \\ x^2 - x & x \geq 1 \end{cases}$$

برای اینکه f در نقطه $x=1$ مشتق پذیر باشد
۴(۴) ۳(۳) ۲(۲) ۱(۱)
مشتق چپ = مشتق راست

* تیری ۹۳
تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos^2 x & 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin^2 x & \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
 در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ مشتق پذیر
 است. بکار آید. ۱) ۱ - ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۱
 گزینۀ صحیح -

* تیری خارج ۹۵
در تابع با ضابطه

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{(x+4)^2} & x > 1 \\ ax+b & x \leq 1 \end{cases}$$
 در نقطه $x=1$ مشتق پذیر است.
 بکار آید. ۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{10}{3}$
 گزینۀ صحیح -

* مشتق تری صفتی تابع اینها در عبارتی را که مشتق می گیریم بصورت $y = \sin x$ بود یعنی y در یک سمت تساوی و x ها در سمت دیگر تساوی قرار باشند. وی یک نوع تابع است که x و y به سببی در کنار هم قرار گرفته اند که امکان جداسازی از هم وجود ندارد یعنی نمی توان y را به یک سمت تساوی برد. برای مشتق تری از این توابع، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{\text{مشتق تساوی جملات نسبت به } x \text{ (مانند عدد)}}{\text{مشتق تساوی جملات نسبت به } y \text{ (مانند عدد)}}$$

* مثال از رابطه $\frac{\sqrt{y}}{x} + y\sqrt{x} = 4$ معادله $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $(1, 4)$ را پیدا کنید!

$$\frac{\sqrt{y}}{x} + y\sqrt{x} - 4 = 0 \quad \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{f'_x}{f'_y} = - \frac{\frac{-\sqrt{y}}{x^2} + \frac{y}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2x\sqrt{y}} + \sqrt{x}} \quad \begin{matrix} x=1 \\ y=4 \end{matrix}$$

* مثال از رابطه $y = \sin(x - 2y) + \sqrt{x - y}$ معادله مشتق y نسبت به x در نقطه $(1, 2)$ را پیدا کنید!

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} & \frac{2}{\sqrt{y}} & \frac{2}{\sqrt{y}} & \frac{1}{\sqrt{y}} \end{matrix}$$

* معادله خط معاش و قائم بر منحنی

(۱) برای نوشتن معادله خط معاش به یک شیب m و یک نقطه نیاز داریم (x_0, y_0) :

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y = mx + b$$

شیب عرض از مبدأ

شیب را می‌توان از طریق مشتق گرفتن از تابع بدست آورد یعنی $m = y'$

(۲) برای نوشتن معادله خط قائم و ابتدا m را یافته و پس گزینه مکملش می‌کنیم یعنی $m' = \frac{1}{m}$

$$y - y_0 = m'(x - x_0)$$

(۳) اگر در سوالاتی گفته شد دو خط موازی هستند یعنی شیب هایشان با هم برابر است $(m_1 = m_2)$
 ~ ~ ~ ~ ~ معکوس ~ ~ ~ ~ ~ نه گزینه مکملش $(m_1 = -\frac{1}{m_2})$

(۴) اگر در سوالاتی گفته شد نقطه تقاطع (تلاقی) دو منحنی را بخواهند باید آن دو منحنی را با هم مساوی قرار داد و پس x را بدست آورد و y و x را با هم ملازم کرد و $y_1 = y_2$ و $x_1 = x_2$

(۵) منظور از عرض از مبدأ در سوالات یعنی اینکه $x = 0$ باشد و حالا y چند است.

~ ~ طول ~ ~ ~ $x = 0$ ~ ~ x ~ ~

$$y = mx + b$$

~ ~ ملازم

$\rightarrow x = 0 \rightarrow y = b$ عرض از مبدأ
 $\rightarrow x = -\frac{b}{m}$ طول از مبدأ

* تبدیلی خارج ۹۳
فضا قائم بر منحنی $y = x e^{x^2-4}$ در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن، محور x ها را

با بردار طول مقطع می کشد؟
۲۰(۴) ۱۸(۳) ۱۷(۲) ۱۵(۱)
 $y = x e^{x^2-4} \xrightarrow{x=2} y = 2 \rightarrow (2, 2)$

$m \cdot y' = e^{x^2-4} + x(2x e^{x^2-4}) \xrightarrow{x=2} 9 \rightarrow m = \frac{1}{9} \rightarrow y - 2 = \frac{1}{9}(x - 2)$

نقطه محور x ها را با بردار طول مقطع می کشد $\rightarrow y=0 \rightarrow$

$x=20$
نیز به ۴ صدمع

* تبدیلی خارج ۹۴
فضا معکوس بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x} e^{2-x}$ در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن، محور x ها را با بردار عرض مقطع می کشد؟
۲(۴) ۵(۳) ۴(۲) ۳(۱)
نیز به ۳ صدمع

* تبدیلی خارج ۹۴
عرض از مبدأ فضا معکوس بر منحنی به معادله $y = \ln \frac{\sqrt{4x+1}}{x^2-2x+3}$ در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بردار است؟
۱۰(۴) ۵(۳) ۴(۲) ۱(۱)
نیز به ۲ صدمع

$y = \ln \sqrt{4x+1} - \ln(x^2-2x+3) \Rightarrow m \cdot y' = \dots$

* تیری ۹۳

عریض ۱؛ مبدأ فضا معاس بر صفتی به معارن

$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$$

در نقطه (۱) و (۲) و (۳) و (۴) نیز به ۲ صریح

$x = \frac{\pi}{2}$ واقع بر آن کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$ ۲) $\frac{\pi}{2}$ ۳) $\frac{3\pi}{4}$ ۴) $\frac{\pi}{4}$

م $y = \ln \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \Rightarrow m_{xy} z \sim$

* تیری ۹۳

در تابع صفتی $4\sqrt{xy} + \frac{1}{y} - 2x = 1$ تابع y بر حسب متغیر x منظور شده است. معارن

فضا معاس بر صفتی آن در نقطه (۱) و (۲) و (۳) و (۴) کدام است؟

۱) $y + 2x = 9$ ۲) $y - x = -2$ ۳) $y + x = 7$ ۴) $y - x = -1$

نیز به ۴ صریح

* تیری ۹۵

فضا معاس بر صفتی به معارن

$$\ln(x^2 - y) = \sqrt{y+1} - x$$

در نقطه (۲، ۳) و (۱، ۲) و (۳، ۱) و (۴، ۱) اول، با کدام طول مقطعی کند؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

نیز به ۴ صریح

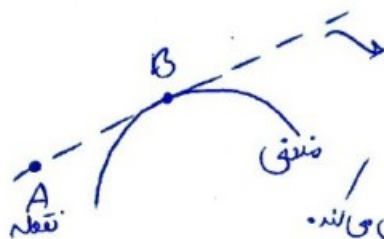
* تبصری ۹۵ در نقطه ای از منحنی به معادله $x + \sqrt{y} + y = 12$ خط مماس بر منحنی و عمود بر مماس از ربع اول است. طول نقطه مماس کدام است؟
 ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵
 در منحنی $y = 1 - x - \sqrt{x}$ مماس را به $m = -1$ میزنیم و ربع اول را پیدا می‌کنیم.
 مماس بر منحنی $y = 1 - x - \sqrt{x}$ در $x = 4$ است.
 در معادله اصلی $x + \sqrt{y} + y = 12$ را داریم و ربع $x = 4$ را می‌زنیم.

* تبصری ۹۵ با هم در معادله ای از منحنی به معادله $x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 = 0$ خط مماس بر منحنی موازی محور x ها است. طول تقاطع مماس کدام است؟
 ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴
 در معادله اصلی $x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 = 0$ خط مماس موازی محور x ها را می‌زنیم و ربع $y = 0$ را پیدا می‌کنیم.
 در معادله اصلی $x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 = 0$ را داریم و ربع $y = 0$ را می‌زنیم.

$$x^2 - 4x \times \frac{x}{3} + 3\left(\frac{x}{3}\right)^2 + 1 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$

* مثال در یک نقطه از منحنی به معادله $\sqrt{y} + y + x\sqrt{x} - 2x = 0$ خط مماس بر منحنی موازی محور x ها است. طول آن نقطه کدام است؟
 ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

یافتن معادله خط مماس از نقطه‌ای خارج منحنی



معادله این خط را باید بیابیم

مسئله به ما فقط نقطه A و معادله منحنی را می‌دهد. نقطه تماس خط مماس با منحنی را B می‌نامیم. این نقطه B در معادله منحنی صدق می‌کند.
پس معادله B برابر است با $B(x, f(x))$
اگر x را در $f(x)$ در معادله منحنی بزنیم می‌آید

این دو نقطه A و B را داریم که معادله خط واصل این دو نقطه (خط مماس) را می‌نویسیم:

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow \text{برای } \alpha \Rightarrow y - y_B = m(x - x_B)$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 y_A $f(\alpha)$ $f'(x)$ x_A

مثال: اگر از مبدأ مختصات دو خط مماس به منحنی تابع $y = x^2 + 1$ رسم کنیم، معادله خطوط مماس و طول های نقاط تماس را بنویسید.

$$\left\{ \begin{array}{l} A(0,0) \\ B(\alpha, \alpha^2 + 1) \\ m_2 y' = 2x_2 = 2\alpha \end{array} \right. \Rightarrow y_A - y_B = m(x_A - x_B) \Rightarrow 0 - (\alpha^2 + 1) = 2\alpha(0 - \alpha) \rightarrow \alpha^2 + 1 = 2\alpha^2 \rightarrow \alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \pm 1$$

$$\begin{array}{l} \alpha = 1 \rightarrow B(1, 2) \Rightarrow m_2 = 2 \rightarrow y - 2 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x \\ \alpha = -1 \rightarrow B(-1, 2) \Rightarrow m_2 = -2 \rightarrow y - 2 = -2(x - (-1)) \rightarrow y = -2x \end{array}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 نقاط تماس ضرایب های خطوط مماس

۱. نقطه $(1, -5)$ دو ضلع AB بر منوط $f(x) = x^2 - 2x$ رسم شده است. عرض نقاط تقاطع AB است؟ $4(4) \quad 3(3) \quad 2(2) \quad 1(1)$

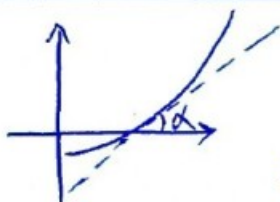
$$\begin{cases} A(1, -5) \\ B(\alpha, \alpha^2 - 2\alpha) \end{cases} \quad m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\alpha^2 - 2\alpha - (-5)}{\alpha - 1} = \frac{\alpha^2 - 2\alpha + 5}{\alpha - 1}$$

$$\alpha = 2 \rightarrow B(2, -2) \rightarrow \text{نقطه تقاطع} \rightarrow \text{نیز به دست می آید}$$

۲. نقطه $A(0, 4, 5)$ خطی بر منوط $f(x) = x^2$ رسم شده است. طول پای عمود با علامت مثبت $2(4) \quad \sqrt{5}(3) \quad 2(2) \quad \sqrt{3}(1)$ است؟

$$f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x \rightarrow \text{نقطه تقاطع} \rightarrow \text{نیز به دست می آید}$$

$$\alpha = 2 \rightarrow (2, 4) \rightarrow \text{نیز به دست می آید}$$



* باقی خاویہ میں منقش یا منقوش

درصفتی α و β را، α را می‌دهیم (صفتی را با α و β قطع می‌دهیم) و
 α را می‌بایم و β را می‌دهیم.

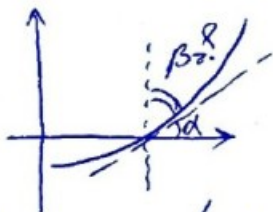
$$\begin{cases} f'(a) = m \text{ and } \rightarrow \alpha \checkmark \checkmark \checkmark \end{cases}$$

* مثال منفی تابع $y = f(x) = -x + 1$ با محور x زاویه 45° می سازد.

$q_0(r) \quad y_0(r) \quad r_0(r) \quad 0$

$$\int y^{\infty} \rightarrow x = \frac{1}{y}$$

$$|y' = \tan \alpha \text{ mit } \underline{\underline{\alpha = \frac{1}{2}}} \Rightarrow \tan \alpha_{20} \rightarrow \alpha_{20} \rightarrow \text{gesucht ist } \checkmark$$



* یا فتیٰ را وہ یل مفتیٰ با تصور چھا

زاویه با محور x ها، یافته و از ۹۰ درجه کم می‌نماید.

(۴) کینڈہ نہ پکڑنا ہی نہیں ہے بلکہ راپرس اور سیٹائیگ کہ درروی معقول ہوا ہے

اس سے z_0 اور z_1 کا راسخہ

$$x_{20} \rightarrow y'(0)_{2m} \tan d \rightarrow d_{2v} \checkmark \checkmark \checkmark$$

* مثال صفتی تابع $y = \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$ ، مصور و هارانت چه زاویه‌ای قطع می‌کند؟

$$A_0(t) \quad Y_0(t) \quad C(t) \quad \circ (1)$$

$$y' = \frac{(x^r + \sqrt{r}) - yx(x - \sqrt{r})}{(x^r + \sqrt{r})^r} \xrightarrow{x=0} \frac{\sqrt{r}}{r} = \tan \alpha \rightarrow$$

$$\alpha_2 r_0 \rightarrow \beta_2 q_0 - r_0 \approx y_0$$

Zero Wiji ✓

* یافتن زاویه بین خط‌های متغی (یا اومتغی بایع)

این زاویه برابر زاویه بین دو شیب می‌باشد پس ابتدا دو شیب را از نقطه تماس یافته m_1 و m_2

پس در رابطه $\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$ جای دهیم. α همان زاویه مورد نظر است.

(توجه: اگر نقطه تماس یا تلاقی اومتغی را نداشته باشیم، باید راجع کرده و α تماس را می‌یابیم و پس در این نقطه m_1 و m_2 را می‌یابیم.)

* نکته خیلی مهم: اگر یک خط بزرگ متغی با یک خط بزرگ هم‌داره تلاقی آن‌ها، ریشه مضاعف

می‌دهد (یعنی $\Delta = 0$ هم‌داره تلاقی) $\Leftarrow$

$y_1, y_2 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow \checkmark$

در ضمن چون بزرگ معادله دایره‌ای m_1, m_2

می‌باشد y_1, y_2

* یافتن آهنگ متوسط و لفظی

الف) آهنگ متوسط تابع $f(x)$ در نسبت به تغییر x روی بازه $[a, b]$ برابر با $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ است.
 ب) آهنگ لفظی تابع $f(x)$ در نقطه $x = c$ برابر است با $f'(c)$ یعنی از $f(x)$ مشتق گرفته و پس به جای x ها، c را می ریزیم.

* نکات زیر

- ۱) یافتن آهنگ متوسط وقتی $x = 2$ و $x = 5$ یعنی بازه $[2, 5]$ (بجای x ها، h میزنیم و بجای h ها، 5 و 2 میزنیم) آهنگ متوسط را می یابیم.
- ۲) به جای آهنگ، Δ ها سرعت میزنیم.
- ۳) آهنگ متوسط پس از 5 ساعت، شروع از نقطه $t = 2$ یعنی بازه $[2, 5]$

* شبیه ۹۳ در تابع $f(x) = 2(x+1)^{\frac{1}{3}}$ آهنگ متوسط تغییر تابع ما؛ نقطه $x = 4$ تا $x = 12$ ؛ از آهنگ لفظی آن در نقطه $x = 4$ مقدار بیشتر است؟ $\frac{1}{25}$ (۱) $\frac{11}{25}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{11}{25}$ (۴)

$$\text{آهنگ متوسط در } [4, 12] = \frac{f(12) - f(4)}{12 - 4} = \frac{1}{40}$$

$$\text{آهنگ لفظی در } x = 4 = f'(4) = \frac{1}{3} \times 2(x+1)^{-\frac{2}{3}} \bigg|_{x=4} = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{40} - \left(-\frac{1}{25}\right) = \frac{11}{200}$$

نیز ۲ صبح

* تقریبی خارج ۹۲
در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ از میان متوسط تغییر تابع از نقطه $x_2 = 4$ تا $x_1 = 2$ و از آن
لظای آن در نقطه $x_2 = 4$ قدر کمتر است؟ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$
نزدینه اصبع ✓

* تقریبی ۹۰
در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{24}{x^2}$ از میان متوسط تغییر تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ و از آن
لظای آن در $x_2 = 3$ بیشتر است؟ 1 1.5 2 2.5
نزدینه اصبع ✓

* تقریبی ۹۴
در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ از میان متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x در نقطه
 $x = 1$ با نفو متغیر x از آن لظای در این نقطه و قدر کمتر است؟
 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$
نزدینه اصبع ✓

* تقریبی خارج ۹۰
در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x}{x-1}$ از میان متوسط از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ و برابر از آن
لظای آن در $x = 2$ است. α در آن است؟ 1.5 $1 + \sqrt{3}$ 3 4
نزدینه ۳ اصبع ✓

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

سوابق تحصیلی

✓	مؤلف کتابهای گنگور	✓	مدرس رسمی آموزش و پرورش
✓	عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران	✓	عضو هیئت مدیره موسسه تحقیقات
✓	مشاور تحصیلی دبیران دبلی رلوی و جون، اقتصاد و رایو فرنگ و مکتب ۴ صدا و سیاه جمهوری اسلامی ایران	✓	تئودارنده مدرک برنده ریزی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان در استان
✓	مدرس برتر ریاضیت و فزیک المپادو گنگور	✓	دولنده پروانه اشتغال از سازمان نظام مهندسی کشور
✓	برگزیده کننده جایز هی طلابی ضرری گنگور در استان های تهران - تبریز و گیلان	✓	عضو باشگاه مهندسان ایران
✓	عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران	✓	عضو هیئت مدیره مهندسان ایران
✓	عضو انجمن علمی تحقیقات جون	✓	عضو هیئت مدیره مهندسان ایران
✓	عضو انجمن علمی پژوهشگران جون	✓	عضو انجمن مهندسی بهره دوی صنعت برق ایران
✓	عضو انجمن مهندسان برق و الکترونیک ایران	✓	عضو انجمن مهندسی برق و الکترونیک ایران