



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

از سری کتاب‌های آموزشی مبحثی ریاضیات

مجموعه‌ها

– آموزش

– نکات کوتاه

– پرسش‌های چهار گزینه‌ای

مولفین

مهندس مازیار احمدی ناو

رسول فرجی تسوجی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۳۹۶



سرشناسه : احمدی ناو، مازیار، ۱۳۵۶-
عنوان و نام پدیدآور : آموزش ریاضیات، مجموعه‌ها
مشخصات نشر: رشت : رشت: انتشارات رمه، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری : ۴۰ ص.
فروست : مجموعه کتاب‌های آموزشی مبحثی ریاضیات.
شابک : ۹۷۸۶۰۰۶۸۹۲۳۸۲ ۵۵۰۰ : ریال
وضعیت فهرست نویسی : فیپا
یادداشت : فهرست نویسی کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است
شناسه افزوده : فرجی تسوجی، رسول، ۱۳۶۸ -
شماره کتاب شناسی ملی : ۴۶۸۰۴۶۸

- عنوان کتاب: کتاب‌های مبحثی آموزش ریاضیات، مجموعه‌ها
- مولفین: مازیار احمدی ناو- رسول فرجی تسوجی
- ناشر: انتشارات رمه
- نوبت چاپ: اول - ۱۳۹۶
- چاپ و صحافی: معراج
- شمارگان: ۱۰۰۰ عدد
- بهاء: ۵۵۰۰۰ ریال
- شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۸۹۲-۳۸-۲

کلیه حقوق برای مولف محفوظ است و هرگونه کپی برداری به موجب قانون پیگرد قانونی دارد.

تلفن دفتر فروش: ۳۳۱۲۳۳۷۸ - ۰۱۳

مقدمه:

کتابی که پیش روی شماست، از سری کتاب‌های مجتبی ریاضیات بانام «مجموعه‌ها» می‌باشد. دانش آموزان عزیز در دوره‌ی اول دبیرستان با مفهوم مجموعه و شیوه‌های نمایش آن آشنا شده‌اند. در مقطع دبیرستان مفهوم مجموعه جزء آن دسته از مفاهیمی است که در تمامی رشته‌های تحصیلی دبیرستان، اعم از ریاضی و فیزیک، تجربی و انسانی کاربرد دارد. کاربردهای مهم مفهوم مجموعه‌ها در بحث ترکیبات و احتمال اهمیت این بحث را دوچندان کرده‌است. در این کتاب سعی کرده‌ایم تا ابتدا به تدریس کامل و ارائه نکات کوتاه تستی از مفهوم مجموعه بپردازیم و در ادامه با ارائه تست‌ها و نمونه سوالات از مجموعه‌ها سعی کرده‌ایم تا با این روش موجبات تثبیت مفهوم در ذهن داوطلب گردیم.

لازم به ذکر است این کتاب علاوه بر مقطع دبیرستان برای دانشجویان رشته‌های مدیریت، حسابداری، اقتصاد و ... در آزمون‌های کارشناسی ارشد نیز قابل استفاده می‌باشد.

در نهایت از زحمات دوست و همکار عزیزم جناب آقای مهندس رسول فرجی تسوجی که در تالیف این کتاب همواره در کنارم بوده و زحمات فراوانی را متحمل شده‌اند تشکر می‌نمایم.

ارادتمند شما

مازیار احمدی‌ناو

تقدیم بہ:

تمام **معلمان** عزیز می کہ در اقصی نقاط کشور

در امر خطیر آموزش جوانان **ایران زمین**

عاشقانه اہتمام می ورزند.

احمدی ناو۔ فرجی تسوجی

فهرست مطالب

۱	مجموعه
۱	مجموعه تهی
۲	زیر مجموعه
۲	خواص زیر مجموعه
۲	تساوی ۲ مجموعه
۳	فاکتوریل
۵	مجموعه‌های متناهی و نامتناهی
۶	بازه (فاصله)
۶	دو مجموعه جدا از هم
۷	مجموعه مرجع
۷	اجتماع ۲ مجموعه
۸	اشتراک ۲ مجموعه
۹	تفاضل ۲ مجموعه
۱۱	سوالات تستی مجموعه
۱۹	پاسخ تشریحی سوالات تستی مجموعه

مجموعه



هر دسته از اشیا مشخص و دو به دو مجزا تشکیل **مجموعه** می‌دهند. این تعریف شهودی از مجموعه اولین بار توسط ژرژ کانتور در ۱۸۹۵ ارائه شد.



هیچ‌گاه دسته‌ای از اشیا نامشخص مجموعه نمی‌سازند. مثل ۵ عدد زوج طبیعی یا ۱۰ فوتبالیست معروف جهان.

$$N = \{ \dots \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ \} \text{ : مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$E = \{ \dots \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۲ \} \text{ : مجموعه اعداد زوج طبیعی}$$

$$O = \{ \dots \text{ و } ۵ \text{ و } ۳ \text{ و } ۱ \} \text{ : مجموعه اعداد فرد طبیعی}$$

$$W = \{ \dots \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ \text{ و } ۰ \} \text{ : مجموعه اعداد حسابی}$$

$$N = \{ \dots \text{ و } ۲ \text{ و } ۱ \text{ و } ۰ \text{ و } -۱ \text{ و } -۲ \text{ و } \dots \} \text{ : مجموعه اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \text{ و } m \text{ و } n \in Z, n \neq 0 \right\} \text{ : مجموعه اعداد گویا}$$

$$Q' = \text{مجموعه‌ی اعدادی که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت ۲ عدد صحیح نوشت} \text{ : مجموعه اعداد گنگ}$$

$$R = Q \cup Q' \text{ : مجموعه اعداد حقیقی}$$

اگر مجموعه‌ی A دارای K عضو باشد تعداد اعضای آن را با $n(A)=K$ نشان می‌دهند.



مجموعه تهی:



مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، را مجموعه تهی نامید. و با \emptyset یا $\{\}$ نشان می‌دهند و $n(\emptyset)=0$ است.



زیر مجموعه :



مجموعه‌ی A را زیر مجموعه‌ی B گوئیم اگر و تنها اگر تمام اعضای مجموعه‌ی A در B مجموعه باشد.

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$$



در مجموعه‌های معروف $O \subset N$ و $E \subset N$ و $Q' \subset R$ و توجه کنید $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$



خواص زیر مجموعه :



(۱) هر مجموعه زیر مجموعه خودش است .

(۲) تهی زیر مجموعه هر مجموعه ایست .

(۳) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ آنگاه $A=B$



تساوی ۲ مجموعه :



دو مجموعه A و B را مساوی هم می‌گوئیم اگر و تنها اگر A زیرمجموعه B و B زیر مجموعه A باشد.



فرض کنید مجموعه‌ای دارای n عضو باشد:



(۱) تعداد زیر مجموعه‌های آن 2^n تا است .

(۲) به تمامی زیر مجموعه‌های غیر از خودش زیرمجموعه‌ی محض یا سره می‌گویند . هر مجموعه دارای $2^n - 1$

زیر مجموعه‌ی محض یا سره است .

(۳) تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی یک مجموعه‌ی n عضوی که $k \leq n$ است برابر $\binom{n}{k}$ است .

(۴) مجموعه‌ی تمام زیر مجموعه‌های یک مجموعه مثل A را مجموعه‌ی توانی A گفته و با $P(A)$ نشان می‌دهند.

مثلا اگر $A = \{1, 2\}$

$$P(A) = \{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\} \}$$

بنابراین اگر مجموعه‌ی A دارای K عضو باشد در این صورت: $n(P(A)) = 2^K$



فاکتوریل:



$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$



مثلا : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4!$

$5! = 5 \times 4 \times 3!$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$



مثلا : $\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3!} = 35$

توجه کنید: در موارد زیر می‌توانیم سریع‌تر محاسبه کنیم.

$$\binom{n}{\cdot} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد تعداد زیر مجموعه‌های سره غیر تهی برابر است با $2^n - 2$ است. (شامل تهی و خودش نیست).



اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد تعداد زیر مجموعه‌های شامل k عضو و فاقد k' عضو برابر است با:

$$2^{n-k-k'}$$



مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند زیر مجموعه‌ی شامل ۴ و ۱ و فاقد ۳ دارد.



پاسخ:

$$2^{6-2-1} = 2^3 = 8$$



مجموعه‌ی $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ چند زیر مجموعه‌ی فاقد ۱۰ و ۱۲ و ۸ دارد.



پاسخ:

$$2^{6-3} = 2^3 = 8$$



اگر مجموعه‌ای دارای n عضو باشد، تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی شامل k عضو و فاقد k' عضو برابر

$$\binom{n - K - K'}{r - k}$$

است با:



مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه‌ی ۷ عضوی شامل ۲ و ۴ و ۳ و فاقد ۵ دارد.



پاسخ:

$$\binom{10 - 3 - 1}{7 - 3} = \binom{6}{4} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$



توجه کنید که:



$$\text{اگر } \binom{n}{a} = \binom{n}{b} \rightarrow \begin{cases} a = b \\ \text{یا} \\ a + b = n \end{cases}$$

$$\text{مثلا: } \binom{70}{50} = \binom{70}{20} \text{ زیرا } 50 + 20 = 70$$

$$\text{معادله } \binom{20}{x+1} = \binom{20}{2x-2} \text{ را حل کنید.}$$



$$2x - 2 = x + 1 \rightarrow x = 3$$

$$x + 1 + 2x - 2 = 20 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$$

پاسخ:



اگر تعداد زیر مجموعه‌های a عضوی یک مجموعه با تعداد زیر مجموعه‌های b عضوی آن برابر باشد، آن مجموعه دارای $a+b$ عضو است.



تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی یک مجموعه با تعداد زیر مجموعه‌های ۲ عضوی آن برابر است آن مجموعه چند زیر مجموعه سره غیرتهی دارد؟



پاسخ: مجموعه دارای $2+4=6$ عضو است. پس تعداد زیر مجموعه‌ی سره غیر تهی آن $2^6 - 2$ است.



$$2^6 - 2 = 64 - 2 = 62$$

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی :



مجموعه‌ای که تعداد اعضا آن یک عدد حسابی باشد را مجموعه **متناهی** یا **باپایان** می‌نامیم.



مثلا: مجموعه‌ی اعداد اول کوچکتر از ۱۰ یک مجموعه متناهی است. $A = \{2, 3, 5, 7\}$

و اگر تعداد اعضای یک مجموعه را نتوان با یک عدد حسابی بیان کرد آن مجموعه را **نامتناهی (بی پایان)** می‌نامیم. مثل مجموعه اعداد طبیعی .

بازه (فاصله):



بازه یا فاصله مجموعه است از اعداد حقیقی که بر ۳ نوع است.

۱- بازه ی باز ۲- بازه بسته ۳- بازه نیمه باز و یا نیم بسته



$(a,b)=\{x \mid x \in R, a < x < b\}$ بازه باز

$[a,b]=\{x \mid x \in R, a \leq x \leq b\}$ بازه بسته

$(a,b]=\{x \mid x \in R, a < x \leq b\}$ بازه نیم باز

$[a,b)=\{x \mid x \in R, a \leq x < b\}$ بازه نیم بسته

گاهی در یک طرف بازه‌ها $+\infty$ یا $-\infty$ داریم .

$[a, +\infty)=\{x \mid x \in R, x \geq a\}$

$(a, +\infty)=\{x \mid x \in R, x > a\}$

$(-\infty, a]=\{x \mid x \in R, x \leq a\}$

$(-\infty, a)=\{x \mid x \in R, x < a\}$

دو مجموعه جدا از هم:



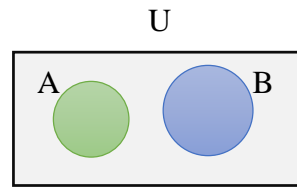
دو مجموعه غیرتهی را که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند را **جدا از هم** می‌گوییم .

اگر A و B جدا از هم باشند می‌نویسیم $A \cap B = \phi$



اگر A و B جدا از هم باشند :

- ✓ $A \cap B = \emptyset$
- ✓ $A - B = A$
- ✓ $B - A = B$
- ✓ $A \subset B'$
- ✓ $B \subset A'$



بعدها می‌خوانید که A و A' نیز جدا از همند.



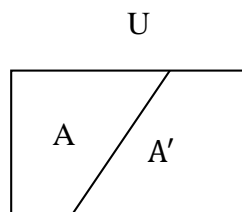
مجموعه‌ی مرجع :



در هر بحث مجموعه‌ای که همه‌ی مجموعه‌های مورد بحث زیر مجموعه‌ی آن باشند را **مجموعه‌ی مرجع** می‌نامند و با U نشان می‌دهند.



اگر U مجموعه‌ی مرجع باشد و $A \subseteq U$ آنگاه مجموعه‌ی $U - A$ را متمم A می‌نامیم و با نماد A' نشان می‌دهیم به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U می‌باشد که در A نیستند.



توجه کنید :

۱- متمم متمم هر مجموعه خود آن مجموعه است . $(A')' = A$

۲- متمم مجموعه‌ی تهی مرجع و متمم مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی تهی است $\emptyset' = U$ و $U' = \emptyset$

۳- اگر $A = B$ آنگاه $A' = B'$ برابری آنها با هم برابرند $A = B \Leftrightarrow A' = B'$

۴- اگر $A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$

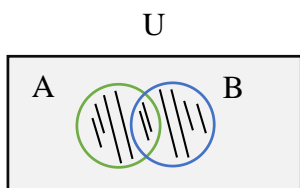
اجتماع ۲ مجموعه :



با $A \cup B$ نشان داده می‌شود و مجموعه‌ایست که اعضای آن متعلق به A و یا متعلق به B باشد.



می بینیم که :



$$A \subseteq (A \cup B)$$

$$B \subseteq (A \cup B)$$

توجه کنید که :

۱- اجتماع هر مجموعه با خودش برابر خودش است. $A \cup A = A$

۲- اجتماع هر مجموعه با مجموعه ی تهی برابر خود مجموعه است. $A \cup \phi = A$

۳- اجتماع هر مجموعه با متممش برابر مجموعه ی مرجع است. $A \cup A' = U$

۴- اجتماع هر مجموعه با مجموعه ی مرجع برابر خود مجموعه ی مرجع است. $A \cup U = U$

۵- خاصیت جابجایی در اجتماع برقرار است. $A \cup B = B \cup A$

۶- خاصیت شرکت پذیری در مجموعه برقرار است. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

۷- اگر $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$

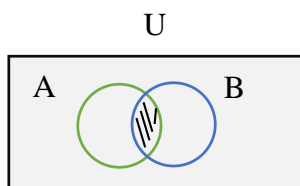
اشتراک ۲ مجموعه :



با $A \cap B$ نشان داده می شود و مجموعه ایست که اعضای آن هم متعلق به A و هم متعلق به B است.



طبق شکل مشخص است که :



$$(A \cap B) \subseteq A \quad , \quad (A \cap B) \subseteq B$$

۱- اشتراک هر مجموعه با خودش برابر خود مجموعه است . $A \cap A = A$

۲- اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر مجموعه تهی است . $A \cap \emptyset = \emptyset$

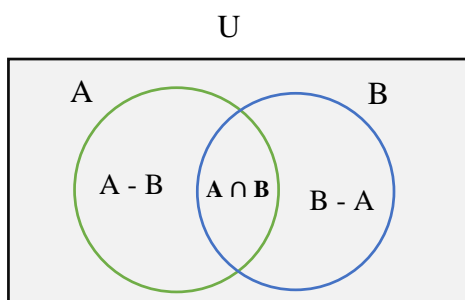
۳- اشتراک هر مجموعه با مرجع برابر خود مجموعه است . $A \cap U = A$

۴- اشتراک هر مجموعه با متممش برابر تهی است . $A \cap A' = \emptyset$

۵- اگر $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$

۶- اشتراک مجموعه‌ها دارای خاصیت جابجایی است . $A \cap B = B \cap A$

۷- اشتراک مجموعه‌ها دارای خاصیت شرکت‌پذیری است . $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$



به این نمودار دقت کنید:



- ✓ $(A-B) \subseteq A$
- ✓ $(A \cap B) \subseteq A$
- ✓ $(A-B) \subseteq (A \cup B)$
- ✓ $(A \cap B) \subseteq (A \cup B)$
- ✓ $(B-A) \subseteq (A \cup B)$
- ✓ $A \subseteq (A \cup B)$
- ✓ $B \subseteq (A \cup B)$
- ✓ $(A \cap B) \subseteq B$
- ✓ $(B - A) \subseteq B$

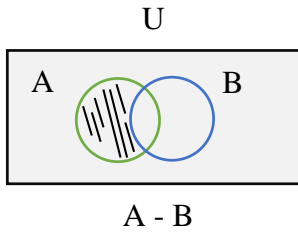
تفاضل ۲ مجموعه :



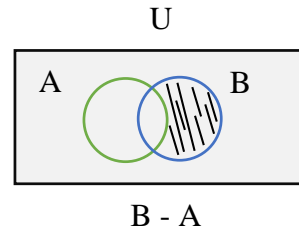
تفاضل دو مجموعه‌ی A و B که به صورت $A - B$ نشان می‌دهیم، مجموعه‌ایست که اعضای آن متعلق

به A باشد و متعلق به B نباشد.






$$(A - B) \subseteq A$$



$$(B - A) \subseteq B$$


توجه کنید که :

- ✓ $A - B = A \cap B'$
- ✓ $A - A = \emptyset$
- ✓ $A - \emptyset = A$
- ✓ $A - A' = A$
- ✓ $A' - A = A'$
- ✓ $U - A' = A$
- ✓ $A - \emptyset = A \cap \emptyset' = A \cap U = A$
- ✓ اگر $A - B = B - A \Rightarrow A = B$
- ✓ $A - B = B' - A'$

قانون دمورگان: 


$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

قانون جذب: 

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

قانون شبه جذب: 

$$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$$

$$A \cup (A' \cap B) = A \cup B$$

❖ سوالات چهار گزینه‌ای

۱- A, B, C سه مجموعه هستند و داریم: $A \subset B \subset C$ مجموعه $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ برابر کدام است؟

(۱) A (۲) B (۳) $A \cup C$ (۴) $B \cup C$

۲- مجموعه $A = \{x \mid x \times (x-1)(x-2) = 0\}$ دارای چند زیرمجموعه است؟ ($x \in \mathbb{N}$)

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۸

۳- کدام مجموعه زیر تهی است؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد بین ۸ تا ۱۰

(۲) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۹ تا ۱۱

(۳) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ تا ۱۵

(۴) مجموعه اعداد طبیعی و مضرب ۳ بین ۱۴ تا ۱۶

۴- کدام مجموعه، زیر مجموعه سایر مجموعه‌ها است؟

(۱) $\{\{\emptyset\}\}$ (۲) $\{\emptyset\} \cup \emptyset$ (۳) $\{\emptyset\} \cap \emptyset$ (۴) $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$

۵- اگر A, B دو زیر مجموعه از اعداد طبیعی و A متناهی و B نامتناهی باشد، کدام مجموعه الزاما متناهی است؟

(۱) $A' \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) $A \cup B'$ (۴) $A' \cap B'$

۶- اگر n و 2 و 1 و $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ در این صورت حاصل $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ کدام است؟

(۱) A_1 (۲) A_n (۳) $A_n - A_1$ (۴) $A_n \cap A_1$

۷- اگر دو عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، A چند عضو دارد؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۸- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ چند مجموعه مانند X در رابطه $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ صدق می‌کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹- از دانش‌آموزان دو کلاس روی هم ۷۲ نفر در درس ریاضی و ۶۷ نفر در درس فیزیک و ۶۵ نفر در هر دو درس قبول شده‌اند، اگر ۵ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، دو کلاس روی هم چند دانش‌آموز دارد؟

(۱) ۷۹ (۲) ۸۰ (۳) ۸۱ (۴) ۸۲

۱۰- در یک کلاس ۵۰ نفری ۲۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۳۵ نفر عضو تیم والیبال و ۴ نفر عضو هیچ تیمی نیستند، چند نفر فوتبال و والیبال بازی می‌کنند؟

۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۲۱ (۴)

۱۱- اگر A و B دو مجموعه باشند. $A' - B$ برابر کدام مجموعه است؟

(۱) $A - B'$ (۲) $A' \cap B$ (۳) $A' \cup B$ (۴) $B' - A$

۱۲- اجتماع دو مجموعه A و B ، ۲۵ عضو دارد. به مجموعه A ، ده عضو جدید اضافه کرده‌ایم به اشتراک آنها ۹ عضو اضافه شده است اجتماع مجموعه B و مجموعه جدید حاصل از A چند عضو دارد؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۳۴ (۴) ۳۵

۱۳- اجتماع دو مجموعه $\{\{a\}, \{a\}\}$ و $\{a, \emptyset\}$ چند عضو دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴- مجموعه $A = \{0, 1, 2\}$ با کدام یک از مجموعه‌های زیر در تناظر یک به یک است؟

(۱) $\{-23, -24, -25\}$ (۲) $\{0, 1, 2, 3\}$ (۳) $\{-24, -25\}$ (۴) $\{1, 1, -25\}$

۱۵- اگر n عدد طبیعی باشد. کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱) $\{n \mid n^2 > n^2\}$ (۲) $\{n \mid n^2 > 2^n\}$

(۳) $\{n \mid 2^n < n^2\}$ (۴) $\{n \mid 2^n > n^2\}$

۱۶- اگر مجموعه مرجع اعداد صحیح باشد، $A' = \{1, 2, 3\}$ و $B' = \{2, 3, 4, 5\}$ آنگاه $(A \cup B)'$ کدام مجموعه است؟

(۱) $\{2, 3\}$ (۲) $\{2, 4, 5\}$ (۳) $\{3, 4, 5\}$ (۴) $\{4, 5\}$

۱۷- مجموع تعداد اعضا و زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $\{ \}$ چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۸- اگر n عدد طبیعی A_n بازه $A_n = [n, n+5]$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^4 A_n$ تعلق دارد؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۹- اگر A مجموعه اعداد دو رقمی و $B = \{k \mid k \in A\}$ آن‌گاه مجموعه توانی $(A \cap B)$ چند عضو دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۲۰- مجموعه توانی مجموعه $\{\emptyset, \{a, b\}, \{a, b, a, b\}\}$ ، چند عضو دارد؟

(۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۲۱- مجموعه‌ی $\{x \in R, x^5 - x^3 = 0\}$ دارای چند زیرمجموعه سره است؟

۵ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۵ (۴)

۲۲- اگر گزاره نمایی در یک مجموعه جهانی U تعریف شود، کدام بیان در مورد آن نادرست است؟

(۱) مجموعه جهانی قابل تغییر است. (۲) در برخی عضوهای U نادرست است.

(۳) در هر عضوی درست یا نادرست است. (۴) در برخی عضوهای U درست است.

۲۳- اگر $A \subset B$ باشد آن گاه کدام نتیجه نادرست است؟

(۱) $B - A = \emptyset$ (۲) $B' \subset A'$ (۳) $A \cap B = A$ (۴) $A \cup B = B$

۲۴- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $\{1\}$ و $\{1, 2\}$ و $\{1, 2\}$ و $\{\emptyset\}$ ، کدام است؟

۶۴ (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴)

۲۵- مجموعه‌های غیر تهی A, B با مجموعه جهانی M هستند مجموعه‌ی $A' \Delta B'$ برابر کدام است؟

(۱) M (۲) $A \Delta B$ (۳) $A \cup B$ (۴) $A \cap B$

(۲۶) مجموعه‌ی $A \Delta B$ با کدام برابر نیست؟

(۱) $(A \cap B)' - (A \cap B')$ (۲) $(A \cap B') \cup (B \cap A')$

(۳) $(A - B) \cup (B - A)$ (۴) $(A \cup B) - (A \cap B)$

۲۷- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $A = \{a, b, \{a, b\}, \emptyset, a\}$ کدام است؟

۸ (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

۲۸- اگر $A = \left\{ \frac{x^2}{1+x^2} \mid x \in Z, -3 \leq x \leq 2 \right\}$ و $B = \left\{ x \mid \frac{x+2}{1+x} \in Z \right\}$ باشد، مجموعه $(A \cup B) - (A \cap B)$ ، کدام است؟

(۱) $\left\{ \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 2, -2 \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, -2 \right\}$

(۳) $\left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, 2, 0, -1 \right\}$ (۴) $\left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, -1, 0 \right\}$

۲۹- از ۳۲ دانش‌آموز یک کلاس، ۵ نفر فقط در درس ریاضی و ۳ نفر در درس ریاضی و فیزیک نمره قبولی کسب نکرده‌اند، اگر ۲۲ نفر از دانش‌آموزان کلاس در هر دو درس ریاضی و فیزیک نمره قبولی گرفته باشند، تعداد دانش‌آموزانی که فقط در درس فیزیک نمره قبولی نگرفته‌اند، کدام است؟

۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۳۰- اجتماع دو مجموعه‌ی A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A-B)$ و $(B-A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه‌ی اشتراک آن‌ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه‌ی جدید، کدام است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

۳۱- اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی و $C \subset A$ باشد. کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $B \cup C$ (۴) $A \cap B$

۳۲- اگر $A = \left\{ \frac{x+1}{x} \mid x \in Z, \frac{x+1}{x} \in N \right\}$ ، $B = \{1 \text{ و } \{1\}\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A \cup B$ ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۳۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر، نشان‌دهنده یک مجموعه است؟

(الف) چهار عدد طبیعی فرد متوالی (ب) مجموعه A منهای اجتماع دو مجموعه‌ی A و B

(پ) بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو مجموعه اعداد طبیعی

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۴- مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آن‌ها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آن‌ها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه‌ی جدید با مجموعه‌ی B ، کدام است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۵

۳۵- اگر A و B و C سه مجموعه غیرتهی باشند به طوری که $A \subset B$ ، آنگاه مجموعه $(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C)$ ، کدام است؟

(۱) $A \cap C'$ (۲) $A \cap C$ (۳) A (۴) B

۳۶- اگر مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموع اعداد صحیح با قدر مطلق کمتر از ۱۰۰ باشد کدام مجموع در Z با پایان است؟

(۱) $A \cap B'$ (۲) $B \cup A'$ (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۳۷- اگر $A = \{n \mid n \geq 5\}$ و $B = \{2, 3, 6\}$ و مجموعه اعداد طبیعی مجموعه مرجع آن‌ها باشد، آنگاه مجموعه $A' \cup B$ چند عضو دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۸- اگر $A_n = \{m \in Z \mid m \geq -n, 2^m \leq n\}$ ، $n \in N$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟

۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۳۹- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ و $B = \{a, b\}$ مجموعه $A - \{B\}$ چند زیرمجموعه‌ی سره غیرتهی دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۴

۴۰- اگر $A \subset B$ و $(A \cup B) - (A \cap B)$ دارای ۵ عضو باشد، آن گاه خارج قسمت با تفاضل زیرمجموعه‌های A و B کدام است؟

(۱) خارج قسمت ۳۲ (۲) خارج قسمت ۲۵ (۳) تفاضل ۳۲ (۴) تفاضل ۲۵

۴۱- اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه $[A \cup (A \cap B)]' \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$ برابر کدام است؟

(۱) $A' - B'$ (۲) $(A - B)'$ (۳) A' (۴) \emptyset

۴۲- مجموعه $\{a, b, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ دارای چند زیرمجموعه شامل عضو a است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

۴۳- مجموعه A دارای ۱۶ و مجموعه B دارای ۲۷ و مجموعه $A \cap B$ دارای ۹ عضو است. مجموعه $A \Delta B$ چند عضو دارد؟

(۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶

۴۴- اگر $A \subset B$ باشد کدام بیان نادرست است؟

(۱) $A' \cap B = \emptyset$ (۲) $A \cap B' = \emptyset$ (۳) $A' \cap B = M$ (۴) $B' \subset A'$

۴۵- متمم مجموعه $A' - B$ کدام است؟

(۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $A \cup B'$ (۴) $A \cap B'$

۴۶- اگر $A_n = \left\{x \mid \frac{1}{n} \leq x \leq \frac{2}{n}, x \in R\right\}$ ، آن گاه $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ برابر کدام است؟

(۱) $(0, 2]$ (۲) $(0, 1]$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(0, 1)$

۴۷- مجموعه $(A - B) \cup (B' \cup A)'$ کدام است؟

(۱) \emptyset (۲) $A \cup B$

(۳) $(A \cup B) - (A \cap B)$ (۴) $A \cap B$

۴۸- مجموعه $A = \{x \mid |x| \leq 3\}$ و $B = \{x \mid x > 2\}$ و $A = \{x \mid x < 0\}$ بر روی R تعریف شده‌اند.

مجموع $(A \cup B) \cap C$ برابر کدام است؟

$$(1) [-3, 0) \quad (2) [0, 3] \quad (3) (-\infty, -3] \quad (4) (-\infty, 0)$$

۴۹- مجموعه $\{2^{-3}, 2^{-5}, 1, 2^5\}$ با کدام مجموعه‌ی زیر در تناظر یک به یک است؟

$$(1) \{-3, -5\} \quad (2) \{3, 5\} \quad (3) \{3, 5, 8\} \quad (4) \{3, 5, 6, 8\}$$

۵۰- اگر A, B دو مجموعه جدا از هم باشند، حاصل $B - [(A \cup B) - B]$ کدام است؟

$$(1) A \quad (2) B \quad (3) A \cap B \quad (4) A \cup B$$

۵۱- اگر مجموعه A دارای ۴ عضو و مجموعه B دارای ۶ عضو باشد، مجموعه $(A \cap A') \cup B$ چند عضو دارد؟

$$(1) 4 \quad (2) 5 \quad (3) 6 \quad (4) 8$$

۵۲- "مجموعه مرجع": روزهای هفته "مجموعه A ": چهار روز کاری اول هفته و "مجموعه B ": روزهای شنبه، دوشنبه، و چهارشنبه بوده، تعداد عضوهای کدام مجموعه، از سایر مجموعه‌ها "بیشتر" است؟

$$(1) A - B \quad (2) B - A \quad (3) A' \quad (4) B'$$

۵۳- اگر A مجموعه با پایان و B مجموعه بی‌پایان باشد، مجموعه $A - B$ چگونه است؟

$$(1) \text{ بی‌پایان} \quad (2) \text{ بی‌پایان} \quad (3) \text{ تهی} \quad (4) \text{ غیرقابل تعریف}$$

۵۴- اگر $A_i = \{m \in Z \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$ ، مجموعه‌ی $\bigcup_{i=1}^8 A_i - \bigcap_{i=1}^8 A_i$ چند عضو دارد؟

$$(1) 13 \quad (2) 14 \quad (3) 15 \quad (4) 16$$

۵۵- اگر $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{n-2}{n}\right)$ به صورت بازه باشد، مجموعه‌ی $(A_3 \cup A_6) - A_3$ برابر کدام بازه است؟

$$(1) \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad (2) \left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad (3) \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \quad (4) \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

۵۶- اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ ، کدام رابطه نادرست است؟

$$(1) B \subset C \quad (2) A \subset B \quad (3) A \in B \quad (4) B \in C$$

۵۷- اگر $B' \subset A'$ باشد، مجموعه‌ی $(A \Delta B) \cup (A \cap B)$ برابر کدام مجموعه است؟

$$(1) A \quad (2) B \quad (3) A' \quad (4) B'$$

۵۸- اگر B و C دو مجموعه‌ی جدا از هم و $(B \cup C) \subset A$ باشد، مجموعه‌ی $(A \cap B) \Delta (A \cap C)$ برابر کدام مجموعه است؟

$$(1) A \quad (2) \emptyset \quad (3) B \cup C \quad (4) A \cup B$$

۵۹- اگر $A = \{x: x \leq 2\}$ و $B = \{x: x \geq -4\}$ با کدام مجموعه نابرابر است؟

$$B - A' \quad (4) \quad A - B' \quad (3) \quad A \cap B \quad (2) \quad A' - B \quad (1)$$

۶۰- اگر ۳ عضو متمایز و ۲ عضو یکسان به مجموعه‌ی A افزوده شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن چند برابر می‌شود؟

$$4 \quad (4) \quad 8 \quad (3) \quad 32 \quad (2) \quad 16 \quad (1)$$

۶۱- کدام قضیه شرطی زیر، بازگشت‌پذیر نیست؟

$$A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset \quad (2) \quad A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \quad (1)$$

$$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \quad (4) \quad A \subset B \Rightarrow A \cap C = B \cap C \quad (3)$$

۶۲- اگر $B \subset A$ باشد حاصل $(A \Delta B') \cup (B \Delta A')$ کدام است؟

$$B \cap A' \quad (4) \quad B - A' \quad (3) \quad A \cup B \quad (2) \quad B \cup A' \quad (1)$$

۶۳- اگر $A_n = \{n-1, n+1\}$ حاصل $\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^4 A_n$ با کدام مجموعه جواب برابر است؟

$$\left|x - \frac{5}{3}\right| \leq \frac{5}{3} \quad (4) \quad \left|x - \frac{2}{3}\right| \leq \frac{2}{3} \quad (3) \quad \left|x - \frac{2}{3}\right| \leq \frac{1}{3} \quad (2) \quad |x - 2| \leq 1 \quad (1)$$

۶۴- مجموعه اعداد طبیعی به سه مجموعه‌ی A و B و C افراز شده است. اگر $A = \{n \mid n = 6k + 1, k \in N\}$ و

$B = \{n \mid n = 3k + 2, k \in N\}$ ، کدام عدد طبیعی به مجموعه‌ی C تعلق دارد؟

$$34 \quad (4) \quad -26 \quad (3) \quad 35 \quad (2) \quad 31 \quad (1)$$

۶۵- اگر n عدد طبیعی و A_n بازه‌ی $((-1)^n n, 3n)$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^5 A_n$ تعلق دارد؟

$$21 \quad (4) \quad 20 \quad (3) \quad 19 \quad (2) \quad 18 \quad (1)$$

۶۶- در مجموعه‌ای با افزایش ۳ عضو تعداد زیرمجموعه‌ها ۱۱۲ واحد اضافه می‌شود. در این صورت تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضو چند واحد افزایش می‌یابد؟

$$31 \quad (4) \quad 35 \quad (3) \quad 42 \quad (2) \quad 27 \quad (1)$$

۶۷- هر گاه تعریف کنیم $A_1 = \{1\}, A_2 = \{2, 3\}, A_3 = \{4, 5, 6\}, A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ ، بزرگ‌ترین عضو مجموعه‌ی A_1 کدام عدد است؟

$$50 \quad (4) \quad 55 \quad (3) \quad 65 \quad (2) \quad 60 \quad (1)$$

۶۸- اگر $A = \{1\}$ و $\{1, 2\}$ و $\{2\}$ و $B = \{x: x^2 + 2 = 3x\}$ آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های سره و غیرتهی، مجموعه‌ی A-B کدام است؟

$$14 \quad (4) \quad 6 \quad (3) \quad 4 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

۶۹- اگر $A = \left\{ \frac{2n-1}{n} \mid n \in N, n \leq 5 \right\}$ و $B = \left\{ \frac{n^2+1}{n} \mid n \in N, n \leq 4 \right\}$ باشد، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $(B-A) \cup (A-B)$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴) ۴

۷۰- اگر $A = \{k^2 \mid k \in N, k < 10\}$ ، $B = \{2^k \mid k \in A, k < 10\}$ تعداد عضوهای مجموعه توانی $A \Delta B$ کدام است؟

- (۱) ۵۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۱۲۸

۷۱- اگر $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ چند جواب برای مجموعه‌ی می‌توان یافت؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۱۲۷ (۴) ۱۲۸

۷۲- اگر n عدد طبیعی و A_n یک بازه به صورت $((-1)^n n, 2n)$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^4 A_n$ تعلق دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

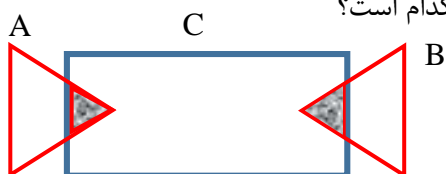
۷۳- اگر $A_i = \left[-i, \frac{9-i}{2} \right], i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی $(A_1 \cap A_9) - (A_2 \cap A_8)$ به کدام صورت است؟

- (۱) $[-2, -1) \cup (1, 2]$ (۲) $[-2, -1] \cup [1, 2]$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) \emptyset

۷۴- اگر $A = \{\emptyset, \{1\}\}$ و $B = \{\emptyset, \{0\}\}$ باشد، حاصل جمع تعداد زیرمجموعه‌های دو مجموعه $A \cup B$ و $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۷۵- قسمت‌های هاشور خورده‌ی شکل مقابل را نشان می‌دهد، کدام است؟



- (۱) $(A \cap B) \cap C$ (۲) $(A \cap B) \cup C$
 (۳) $(A \cup B) \cup C$ (۴) $(A \cup B) \cap C$

۷۶- اگر $A = \left\{ \frac{|x|}{1+|x|} \mid x \in Z, 1 < x \leq 3 \right\}$ و $B = \left\{ \frac{x^2}{1+x^2} \mid x \in N, -2 \leq x \leq 2 \right\}$ باشد مجموعه $A \cup B$ کدام است؟

- (۱) $\left\{ \frac{x^2}{1+x^2} \mid x \in Z, 0 \leq x \leq 2 \right\}$ (۲) $\left\{ \frac{x-1}{x} \mid x \in N, x \leq 5 \right\}$

$$\left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4 \right\} \quad (۴) \qquad A = \left\{ \frac{|x|}{|x|+1} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2 \right\} \quad (۳)$$

۷۷- از مجموعه A یک عضو برداشته و به مجموعه B اضافه کردیم تعداد عضوهای مجموعه B تغییر نکرد، کدام رابطه نتیجه میشود؟

$$A \cup B = B \quad (۴) \qquad A \cap B \neq \emptyset \quad (۳) \qquad B \subset A \quad (۲) \qquad A \subset B \quad (۱)$$

۷۸- چند زیر مجموعه از مجموعه $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟

$$۱۲ \quad (۴) \qquad ۸ \quad (۳) \qquad ۶ \quad (۲) \qquad ۴ \quad (۱)$$

۷۹- اگر $A = \{۸, ۱۲, ۱۶, \dots, ۶۰\}$ ، $B = \{2^{2n} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 3\}$ بیان ریاضی $A \cup B$ به کدام صورت است؟

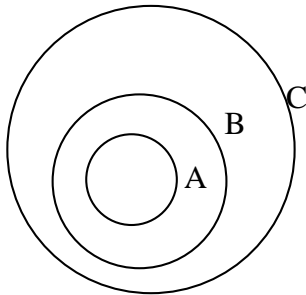
$$\{2n \mid n \in \mathbb{N}, 2 \leq n \leq 32\} \quad (۲) \qquad \{4^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 3\} \quad (۱)$$

$$\{4n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 16\} \quad (۴) \qquad \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, 2 \leq n \leq 6\} \quad (۳)$$

۸۰- متمم مجموعه $(A \cap B)' \cup (A - (A - B))$ کدام است؟

$$\emptyset \quad (۴) \qquad A' \cup B' \quad (۳) \qquad B' \quad (۲) \qquad A \quad (۱)$$

❖ پاسخنامه تشریحی سوالات چهار گزینه‌ای :



۱- گزینه ۲ صحیح است. از روی شکل مشخص است که

$$A \cup B = B, A \cup C = C$$

است

$$\rightarrow (A \cup B) \cap (A \cup C) = B \cap C = B$$

۲- گزینه ۲ صحیح است.

$$x(x-1)(x-2) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \quad x \in \mathbb{N} \rightarrow x = ۱ \text{ و } ۲$$

تعداد زیرمجموعه‌ها برابر 2^n است.

$$2^2 = ۴$$

۳- گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \{۹\} \qquad B = \{۱۰\} \qquad C = \{\} \qquad D = \{۱۵\}$$

۴- گزینه ۳ صحیح است. می‌دانیم \emptyset زیرمجموعه‌ی همه مجموعه‌هاست همچنین اشتراک هر مجموعه با \emptyset برابر \emptyset است.

$$\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$$

۵- گزینه ۲ صحیح است.

A متناهی است و زیرمجموعه اعداد طبیعی پس A' حتما نامتناهی است. اما نامتناهی بودن B دلیل بر متناهی بودن B' نیست و B' می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

$$A \cap B' = A - B \rightarrow \text{حتما متناهی است}$$

۶- گزینه ۲ صحیح است.

$$A_1 = \{1\} \quad A_2 = \{1,2\} \quad A_r = \{1,2,3\}, \dots$$

$$A_1 \subset A_r \subset A_r \subset \dots \dots \dots \subset A_n$$

$$\rightarrow A_1 \cup A_r \cup A_r \cup \dots \dots \dots A_n = A_n$$

۷- گزینه ۱ صحیح است.

$$2^{n-2} = 2^n - 384 = 2^n - \frac{2^n}{4} = 384$$

$$\frac{3}{4} \times 2^n = 384 \rightarrow 2^n = 4 \times 128 = 2^9 \rightarrow n = 9$$

۸- گزینه ۳ صحیح است.

$$\{2,3,4\} \subset x \subset \{1,2,3,4,5\}$$

$$x \text{ حالت مجموعه‌ی } = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4\} \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 5\} \{2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } 1\}$$

یعنی مجموعه‌ی x حتما ۲,۳,۴ را دارد ولی می تواند ۵ را داشته باشد یا خیر.

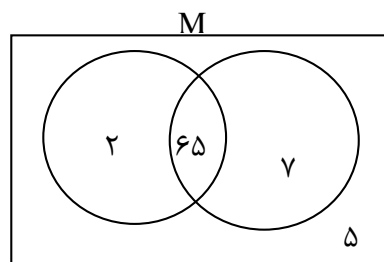
۹- گزینه ۱ صحیح است اگر A قبولی در ریاضی و B قبولی در فیزیک باشد داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 72 + 67 - 65 = 74$$

۷۴ نفر حداقل در یکی از ۲ درس قبول شده‌اند.

علاوه بر آن ۵ نفر در هر ۲ درس مردود شده‌اند.

$$74 + 5 = 79$$



۱۰- گزینه ۱ صحیح است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

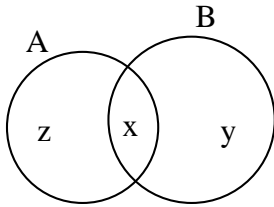
$$n(A \cap B) = 25 + 35 - 46 = 14$$

توجه کنید که $n(A \cup B) = 46$ زیرا:

$$n(A \cup B) = (\text{تعداد کل کلاس}) - (\text{تعداد کسانی که عضو تیمی نیستند}) = 50 - 4 = 46$$

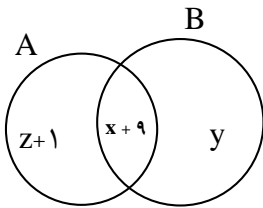
۱۱- گزینه ۴ صحیح است.

$$A' - B = A' \cap B' = B' \cap A' = B' - A$$



حالت اول: $n(A \cup B) = x + y + z = 25$

حالت دوم: چون B تغییری نکرده یعنی $x+9$ با همان x فرقی ندارد.



$$n(A \cup B) = z + 1 + x + y = 26$$

۱۳- گزینه ۲ صحیح است.

مجموعه‌ی اولی یک عضو و مجموعه دوم دارای ۲ عضو است که هیچ اشتراکی هم ندارند.

۱۴- گزینه ۱ صحیح است. باید تعداد عضوهایشان با هم برابر باشند.

توجه کنید گزینه ۴ دارای ۴ دارای ۲ عضو است چون عدد ۱ تکراری است. {۱ و ۲۵}

۱۵- گزینه ۲ صحیح است.

$$1) \{n | n^r > n^r\} \Rightarrow \{2, 3, 4, \dots\}$$

$$2) \{n | n^r > 2^n\} \Rightarrow \{3\}$$

$$3) \{n | 2^n < n^r\} \Rightarrow \{2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$4) \{n | 2^n > n^r\} \Rightarrow \{1, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

۱۶- گزینه ۱ صحیح است.

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = \{2,3\}$$

۱۷- مجموعه‌ی تهی هیچ عضوی ندارد و تعداد زیر مجموعه‌های آن یکی یعنی فقط خودش است. $0+1=0$.

۱۸- گزینه ۲ صحیح است.

$$A_1 = [1,6] \quad A_2 = [2,7] \quad A_3 = [3,8] \quad A_4 = [4,9]$$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = [1,9] \Rightarrow \text{۹ عضو دارد}$$

$$A_1 = [1,6] \xrightarrow{n \in N} \{1,2,3,4,5,6\} \text{ توجه کنید که}$$

۱۹- گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \{99 \text{ و } \dots \text{ و } 12 \text{ و } 11 \text{ و } 10\}$$

$$B = \{98 \text{ و } 91 \text{ و } 84 \text{ و } 77 \text{ و } 70\} \Rightarrow B \text{ دارای } 5 \text{ عضو است}$$

مجموعه‌ای که دارای n عضو است مجموعه‌ی توانی‌اش دارای 2^n عضو است.

$$2^5 = 32$$

۲۰- گزینه ۲ صحیح است. در مجموعه‌ها تکرار اعضا بی‌تاثیر است.

این مجموعه دارای ۳ عضو $a, b, \{\emptyset\}$ است.

مجموعه‌ی توانی آن دارای 2^3 یعنی ۸ عضو است.

۲۱- گزینه ۲ صحیح است.

$$x^5 - x^3 = 0 \Rightarrow x^3(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \pm 1$$

$$A = \{-1, 0, 1\} \Rightarrow 2^3 - 1 = 7$$

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های سره برای یک مجموعه n عضوی $2^n - 1$ است.

۲۲- گزینه ۱ صحیح است.

مجموعه جهانی قبلا تعریف می‌شود پس قابل تغییر نیست.

۲۳- گزینه ۱ صحیح است .

$$A \subset B \Rightarrow \begin{cases} B' \subset A' \\ A \cap B = A \\ A \cup B = B \\ A - B = \emptyset \end{cases}$$

۲۴- گزینه ۲ صحیح است .

این مجموعه دارای ۵ عضو متمایز است پس 2^5 زیر مجموعه دارد.

۲۵- گزینه ۲ صحیح است .

$$\begin{aligned} A' \Delta B' &= (A' \cup B') - (A' \cap B') = (A \cap B)' - (A \cup B)' \\ &= (A \cap B)' \cap (A \cup B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' \\ &= (A \cup B) - (A \cap B) = A \Delta B \end{aligned}$$

۲۶- گزینه ۱ صحیح است .

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A')$$

۲۷- گزینه ۳ صحیح است .

مجموعه‌ی A دارای ۴ عضو متمایز است پس 2^4 زیر مجموعه دارد.

۲۸- گزینه ۲ صحیح است .

$$A = \left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{4}{5} \right\} = \left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0 \right\}$$

$$B = \{0, -2\}$$

$$A \cup B = \left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, 0, -2 \right\}, A \cap B = \{0\}$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \left\{ \frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, -2 \right\}$$

۲۹- گزینه ۴ صحیح است .

تعداد دانش‌آموزانی که در درس ریاضی یا فیزیک یا هر ۲ نمره قبولی نگرفته‌اند. $32 - 22 = 10$

تعداد دانش‌آموزانی که فقط در درس ریاضی یا در درس فیزیک نمره قبولی نگرفته‌اند. $10 - 3 = 7$

تعداد دانش‌آموزانی که فقط در درس فیزیک نمره قبولی نگرفته‌اند.

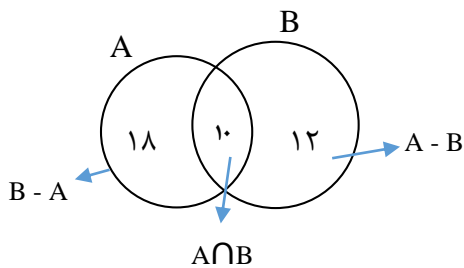
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$10 = 8 + n(B) - 3 \rightarrow n(B) = 5$$

پس تعداد دانش‌آموزانی که فقط در درس فیزیک نمره قبولی نگرفته‌اند.

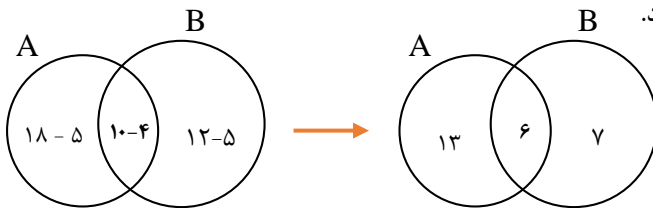
$$5 - 3 = 2$$

۳۰- گزینه ۴ صحیح است.



با توجه به اینکه $A \cup B$ دارای ۴۰ و $A - B$ دارای ۱۲ و $B - A$ دارای ۱۸ و $A \cap B$ دارای ۱۰ عضو خواهد بود.

از هر مجموعه ۹ عضو کاسته شده که ۴ تای آنها از بخش اشتراکی و ۵ تای دیگر از بخش غیر اشتراکی $A - B$ و $B - A$ برداشته شده که شکل جدید به صورت زیر خواهد بود.



تعداد اعضای اجتماع ۲ مجموعه $13 + 6 + 7$ یعنی ۲۶ خواهد بود.

۳۱- گزینه ۱ صحیح است.

اگر از مجموعه‌ای نامتناهی، مجموعه‌ای متناهی کم شود، حاصل مجموعه‌ای نامتناهی است.

مجموعه‌های $A \cap B$ و $B - A$ چون B مجموعه‌ای متناهی است، متناهی‌اند.

مجموعه $B \cup C$ که در آن B متناهی و $C \subset A$ است به مجموعه‌ی C بستگی دارد اگر C متناهی باشد $B \cup C$

متناهی است و اگر C نامتناهی باشد $B \cup C$ نامتناهی است.

۳۲- گزینه ۳ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{x+1}{x} \in \mathbb{N} \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}, \quad \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

$$x = 1 \rightarrow \frac{x+1}{x} = 2 \in \mathbb{N} \checkmark$$

$$x = -1 \rightarrow \frac{x+1}{x} = 0 \notin N \quad \times$$

$$x > 1 \rightarrow \frac{x+1}{x} \notin N \quad \times$$

$$x < -1 \rightarrow \frac{x+1}{x} \notin N \quad \times$$

$$A = \{2\} \rightarrow n(A \cup B) = 4$$

پس تعداد زیرمجموعه های 2^4 آن یعنی ۱۶ تاست .

۳۳- گزینه ۲ صحیح است .

الف (مجموعه نیست زیرا عضوهای آن مشخص نمی شود.

ب (مجموعه است زیرا : $A - (A \cup B) = \emptyset$

ج (مجموعه نیست ، بزرگ ترین عضو مجموعه اعداد طبیعی وجود ندارد.

۳۴-گزینه ۳ صحیح است .

$$n(A) = 36 \rightarrow n(A \text{ جدید}) = 36 - 16 = 20$$

$$n(B) = 28$$

$$n(A \cap B) = 15 \rightarrow n(A \cap B \text{ جدید}) = 15 - 9 = 6$$

$$n(A \cup B \text{ جدید}) = n(A \text{ جدید}) + n(B) - n(A \cap B \text{ جدید}) = 20 + 28 - 6 = 42$$

۳۵- گزینه ۱ صحیح است .

$$A \cap (B - C) - (A \cap B \cap C) = (A \cap B \cap C') - (A \cap B \cap C)$$

$$\xrightarrow{A \subseteq B} (A \cap C') - (A \cap C) = (A \cap C') \cap (A \cap C)' = (A \cap C') \cap (A' \cup C')$$

$$= \underbrace{(A' \cap C' \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap C' \cap C') = A \cap C'$$

\emptyset

۳۶-گزینه ۳ صحیح است .

$$A \cap B = \{3, 6, 9, 12, \dots, 99\} \text{ باپایان}$$

۳ گزینه دیگر بی پایان \Rightarrow بی پایان A, A', B'

۳۷- گزینه ۳ صحیح است .

$$A = \{5, 6, 7, \dots\} \rightarrow A' = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

۵ عضو دارد

۳۸- گزینه ۳ صحیح است .

$$A_p = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3\} \rightarrow A_p = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$A_f = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -4, 2^m \leq 4\} \rightarrow A_f = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A_p \cup A_f = \{-3, -2, -1, 0, 1\} \rightarrow n(A_p \cap A_f) = 5$$

پس دارای 2^5 یعنی ۳۲ زیر مجموعه است .

۳۹- گزینه ۲ صحیح است .

$$A - \{B\} = \{a, b, \{a\}\}$$

مجموعه‌ی ۳ عضو است. تعداد زیر مجموعه‌های سره غیر تهی $2^n - 2$ است یعنی $2^3 - 2 = 6$ تا است .

۴۰- گزینه ۱ صحیح است .

اگر $A \subset B$ آنگاه $A \cup B = B$ و $A \cap B = A$ پس مجموعه‌ی $B - A$ دارای ۵ عضو است . تعداد زیر مجموعه‌های A برابر 2^n است پس تعداد زیرمجموعه‌های B برابر 2^{n+5} است .

$$\frac{2^{n+5}}{2^n} = 32$$

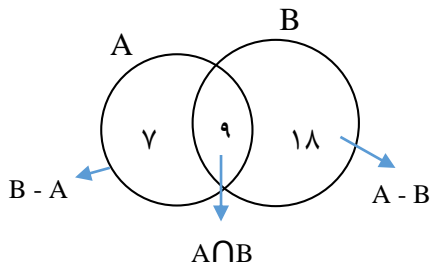
۴۱- گزینه ۱ صحیح است .

$$\overbrace{[A \cup (A \cap B)]}' \cap [(B \cap A) \cup (B \cap A')]$$

$$= A' \cap [B \cap \underbrace{(A \cup A')}_M] = A' \cap B = A' - B'$$

۴۲- گزینه ۳. تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی که شامل k عضو و فاقد k' عضو باشد $2^{n-k-k'}$ است.

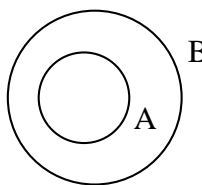
$$2^{5-1} = 2^4 = 16$$



$$n(A \Delta B) = 7 + 18 = 25$$

۴۳- گزینه ۳ صحیح است.

۴۴- گزینه ۱ صحیح است.



$$A' \cap B = \emptyset \Rightarrow A' \text{ و } B \text{ اشتراک ندارند}$$

نادرست است.

۴۵- گزینه ۲ صحیح است.

$$(A' - B)' = (A' \cap B')' = A \cup B$$

۴۶- گزینه ۱ صحیح است.

$$A_1 = [1, 2] \quad A_2 = \left[\frac{1}{2}, 1 \right] \quad A_3 = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right] \quad A_4 = \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right], \dots (0, 0)$$

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_n = (0, 2]$$

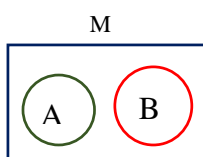
۴۷- گزینه ۳ صحیح است.

$$(A - B) \cup (B \cap A') = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

۴۸- گزینه ۱ صحیح است.

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C) = [-3, 0] \cup \emptyset = [-3, 0]$$

۴۹- گزینه ۳ صحیح است. باید مجموعه‌ی مورد نظر دارای ۳ عضو باشد.



$$B - [(A \cup B) - B] = B - A = B$$

۵۰- گزینه ۲ صحیح است.

$$\Rightarrow \begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$$

می‌دانیم اگر A و B جدا از هم باشند

۵۱- گزینه ۳ صحیح است

$$(A \cap A') \cup B = \emptyset \cup B = B \rightarrow n(B) = 6$$

۵۲- گزینه ۴ صحیح است .

$$n(M) = 7$$

$$A = \{\text{سه‌شنبه و دوشنبه و یک‌شنبه و شنبه}\}$$

$$B = \{\text{چهارشنبه و دوشنبه و شنبه}\}$$

$$A - B = \{\text{یک‌شنبه و سه‌شنبه}\}$$

$$B - A = \{\text{چهارشنبه}\}$$

$$A' = \{\text{جمعه و پنج‌شنبه و چهارشنبه}\}$$

$$B' = \{\text{جمعه و پنج‌شنبه و سه‌شنبه و یک‌شنبه}\}$$

۵۳- گزینه ۱ صحیح است .

A با پایان و B بی‌پایان است .

$$\Rightarrow A - B = (A \cap B') \subset A \Rightarrow \text{با پایان است}$$

۵۴- گزینه ۲ صحیح است .

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq m \leq 7\}$$

$$A_7 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq m \leq 6\}$$

$$A_\lambda = \{m \in \mathbb{Z} \mid -\lambda \leq m \leq \cdot\}$$

$$\bigcup_{i=1}^{\wedge} A_i = \{-\lambda, -\gamma, \dots, \epsilon, \gamma\}$$

$$\bigcap_{i=1}^{\wedge} A_i = \{-1, 0\}$$

عضو دارد $14 - 2 = 16$ = تفاضل آنها \Rightarrow

۵۵- گزینه ۴ صحیح است .

$$\begin{aligned} (A_\gamma \cup A_\epsilon) - A_\gamma &= \left[\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right) \cup \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \right] - \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right) \\ &= \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} \right) - \left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right) = \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right) \end{aligned}$$

۵۶- گزینه ۱ صحیح است .

$$A \subset B, A \in B, A \in C, B \in C, B \not\subset C$$

زیرا $2 \notin C$

۵۷- گزینه ۲ صحیح است .

$$B' \subset A' \rightarrow A \subset B, (A - B) \cup (A \cap B) = A$$

$$\begin{aligned} (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= (B - A) \cup \overbrace{(A - B) \cup (A \cap B)}^A = (B - A) \cup A = (B \cap A') \cup A \\ &= (B \cup A) \cap \underbrace{(A' \cup A)}_M = A \cup B \rightarrow B \quad (A \subset B \text{ چون}) \end{aligned}$$

۵۸- گزینه ۳ صحیح است.

$$(B \cup C) \subset A \Rightarrow \begin{cases} B \subset A \rightarrow A \cap B = B \\ C \subset A \rightarrow A \cap C = C \end{cases}$$

$$(A \cap B) \Delta (A \cap C) = B \Delta C = (B \cup C) - \underbrace{(B \cap C)}_{\emptyset} = B \cup C$$

۵۹- گزینه ۱ صحیح است.

$$(-4, 2) \in B, (-4, 2) \in A \Rightarrow A \cap B = A - B' = B - A' \Rightarrow A' - B$$

۶۰- گزینه ۱ صحیح است .

$$2^{n+4} = 2^n \times 2^4 = 16 \times 2^n = 16$$

توجه کنید ۲ عضو یکسان ، ۱ عضو محسوب می شود یعنی به A ، ۴ عضو اضافه کرده ایم .

۶۱- گزینه ۳ صحیح است .

مثال نقض ذکر می کنیم اگر :

$$A \neq B \Rightarrow B = \{1, 9\}, A = \{1, 4\}, C = \{1\}$$

۶۲- گزینه ۱۱ است .

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$(A \Delta B)' = A' \Delta B' = A \Delta B'$$

توجه کنید :

$$(A \Delta B)' \cup (B \Delta A') = (A \Delta B)' \cup (B \Delta A)' = (A \Delta B)' \cup (A \Delta B)' = (A \Delta B)'$$

$$= ((A - B) \cup (B - A))' = ((A - B) \cup \emptyset)' = (A \cap B')' = A' \cup B$$

۶۳- گزینه ۴ صحیح است .

$$\bigcup_{n=1}^4 A_n = [0, 4] \cup [1, 3] \cup [2, 4] \cup [3, 5] = [0, 5]$$

$$\bigcap_{n=1}^4 A_n = [0, 4] \cap [1, 3] \cap [2, 4] \cap [3, 5] = \emptyset$$

$$\bigcup_{n=1}^4 A_n - \bigcap_{n=1}^4 A_n = [0, 5] \Rightarrow 0 \leq x \leq 5 \Rightarrow \frac{-5}{2} \leq x - \frac{5}{2} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow \left| x - \frac{5}{2} \right| \leq \frac{5}{2}$$

$$\text{نکته: } a \leq x \leq b \Rightarrow \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{b-a}{2}$$

۶۴- گزینه ۴ صحیح است .

توجه کنید وقتی اعداد طبیعی بر ۳ مجموعه‌ی A و B و C افزاز شده‌اند یعنی $N = A \cup B \cup C$ و A, B, C جدا از همند. پس از اعداد داده شده عددی متعلق به C است که اولاً متعلق به N باشد و در مرحله دوم متعلق به A یا B نباشد چنین موردی فقط در گزینه ۴ یعنی ۳۴ است زیرا باقی مانده عدد ۳۴ بر ۶ برابر یک نیست.

پس $34 \notin A$ و باقی مانده بر ۳ برابر ۲ نیست $34 \notin B$.

۶۵- گزینه ۲ صحیح است.

$$A_1 = (1, 3) \quad A_2 = (2, 6) \quad A_3 = (-3, 9) \quad A_4 = (4, 12) \quad A_5 = (-5, 15)$$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 = (-5, 15)$$

$$\Rightarrow 19 = 14 - (-4) + 1 = 14 \text{ و } \dots \text{ و } -3 \text{ و } -4: \text{ اعداد صحیح}$$

۶۶- گزینه ۲ صحیح است.

$$2^{n+3} - 2^n = 112 \rightarrow 2^n (2^3 - 1) = 112 \rightarrow 2^n = 16 \rightarrow n = 4$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه‌های اضافه شده سه عضوی} = \binom{7}{3} - \binom{4}{3} = 35 - 4 = 31$$

۶۷- گزینه ۳ صحیح است.

A_n یک مجموعه‌ی n عضوی است که عضو آخر آن جمع $1+2+3+\dots+n$ است.

مثلاً عضو آخر A_3 برابر $1+2+3$ است و عضو آخر A_4 برابر $1+2+3+4$ است

پس عضو آخر A_1 برابر است با: $1+2+3+\dots+10 = 55$ می باشد.

$$\text{نکته: } 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

۶۸- گزینه ۳ صحیح است. مجموعه B برابر است با:

$$x^2 + 2 = 3x \rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow x = 1, 2 \rightarrow B = \{1, 2\}$$

$$A - B = \left\{ \{1\}, \{1, 2\}, \{2\} \right\} \rightarrow n(A - B) = 3$$

تعداد زیر مجموعه‌های سره و غیر تهی:

$$2^n - 2 \Rightarrow 2^3 - 2 = 6$$

۶۹- گزینه ۱ صحیح است .

$$A = \left\{ 1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5} \right\}$$

$$A = \left\{ 1, \frac{5}{4}, \frac{10}{6}, \frac{17}{8} \right\} = \left\{ 1, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{17}{8} \right\}$$

$$B - A = \left\{ \frac{5}{4}, \frac{17}{8} \right\}, \quad A - B = \left\{ \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5} \right\}$$

$$(B - A) \cup (A - B) = \left\{ \frac{5}{4}, \frac{17}{8}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \frac{9}{5} \right\} \rightarrow 2^5 = 32$$

۷۰- گزینه ۳ صحیح است .

$$A = \{1, 4, 9, 16\}$$

$$B = \{2, 16, 5, 12\}$$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{1, 4, 9\} \cup \{2, 5, 12\} = \{1, 2, 4, 9, 5, 12\}$$

پس مجموعه توانی دارای 2^5 یعنی ۳۲ عضو است .

۷۱- گزینه ۱ صحیح است .

مجموعه‌ی x باید حتماً ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را داشته باشد اما اعضا ۵ و ۶ و ۷ را می‌تواند داشته باشد یا می‌تواند نداشته باشد.

$$\Rightarrow 2^3 = 8$$

۷۲- گزینه ۲ صحیح است .

$$A_1 = (-1, 2), A_2 = (2, 4), A_3 = (-3, 6), A_4 = (4, 8),$$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = (-3, 8)$$

$$\Rightarrow 10 \text{ عضو صحیح} \Rightarrow 7 \text{ و } \dots \text{ و } -1 \text{ و } -2$$

۷۳- گزینه ۱ صحیح است.

$$A_\gamma = [-1, 4] \quad A_\delta = [-2, 3.5] \quad A_\epsilon = [-5, 2] \quad A_\zeta = [-7, 1]$$

$$A_\gamma \cap A_\delta = [-2, 2] \quad A_\gamma \cap A_\zeta = [-1, 1]$$

$$(A_\gamma \cap A_\delta) - (A_\gamma \cap A_\zeta) = [-2, -1] \cup (1, 2]$$

۷۴- گزینه ۳ صحیح است.

$$A \cup B = \{1, \{.\}, \{., \{1\}\}, \{1, \{.\}\}\} \Rightarrow \text{۴ عضو دارد}$$

$$A \cap B = \{1, \{.\}\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = 2^4 + 2^2 = 20.$$

۷۵- گزینه ۴ صحیح است

$$(A \cap C) \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

۷۶- گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \left\{., \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}\right\} \quad B = \left\{., \frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right\}$$

$$A \cup B = \left\{., \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}\right\} = \left\{\frac{x-1}{x} \mid x \in N, x \leq 5\right\}$$

۷۷- گزینه ۳ صحیح است

مشخص است که عضو برداشته شده در هر ۲ مجموعه موجود است. یعنی A و B جدا نیستند، الزاماً $A \cap B \neq \emptyset$ است.

۷۸- گزینه ۱ صحیح است.

دو عضو $\{a, b\}$ و $\{b, a\}$ یکسان نیستند و یک عضو حساب می‌شوند.

$$2^{3-1} = 2^2 = 4$$

۷۹- گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \{۸, ۱۲, ۱۶, \dots, ۶۰\}$$

$$B = \{۴, ۱۶, ۶۴\}$$

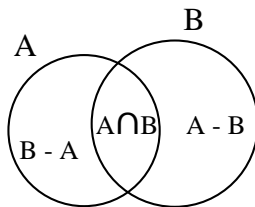
$$A \cup B = \{۴, ۸, ۱۲, ۱۶, \dots, ۶۰, ۶۴\} = \{۴n \mid n \in N, n \leq ۱۶\}$$

-۸۰

$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$[A - (A - B)] \cup (A \cap B)' = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = M$$

پس متمم مجموعه مرجع یا M برابر \emptyset است.



نکته:

به شکل دقت کنید متوجه می‌شوید که چرا رابطه زیر برقرار است.

$$A - (A - B) = A \cap B$$