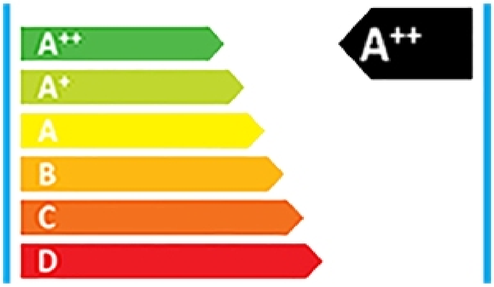
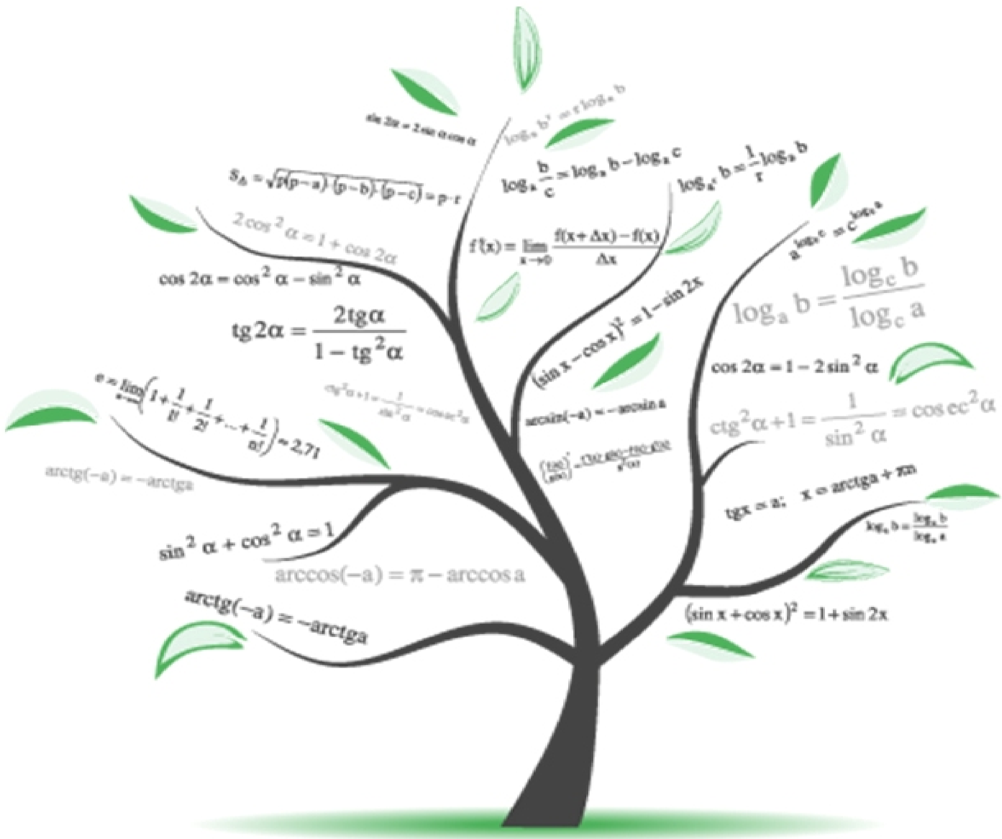


نکته و تست ریاضیات تجربی

ویژه داوطلبین کنکور سراسری ۹۷

مدرس : حسین صادقی



H_sadeghi1995
09191588782

آنالیز ترکیبی و احتمال

مفاهیم اولیه آنالیز ترکیبی:

- **فاکتوریل:** تعداد حالات کنار هم قرار گرفتن n شئ متمایز در یک صف، ردیف یا لیست می‌شه **n!**

$۰! = ۱ , ۱! = ۱ , ۲! = ۱ \times ۲ , ۳! = ۱ \times ۲ \times ۳ , ۴! = ۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ , \dots$

- **ترکیب:** r از n $\binom{n}{r}$ یعنی انتخاب r شئ متمایز از بین n شئ متمایز که چون **ترتیب در بحث انتخاب کردن مهم نیست** تعداد ترکیب‌ها همون تعداد زیرمجموعه‌هاست. یعنی وقتی می‌گه $\binom{n}{۰}$ یعنی تهی یا $\binom{n}{۱}$ یعنی تعداد زیرمجموعه‌های یک عضوی از یک مجموعه n عضوی که n میشه و وقتی می‌گه $\binom{n}{n}$ یعنی تعداد زیرمجموعه‌های n عضوی یعنی همون ۱ و یا $\binom{n}{n-۱}$ تعداد زیرمجموعه‌های n-1 عضویه و اون هم n میشه.

$$\underbrace{\binom{n}{۰}}_{۱}\ \underbrace{\binom{n}{۱}}_{n} \cdots \underbrace{\binom{n}{n-۱}}_{n}\ \underbrace{\binom{n}{n}}_{۱}$$

حالا اون وسط می‌مونه $\binom{n}{۲}$ و $\binom{n}{۳}$ و ...

$$\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}, \binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۳!}, \binom{n}{۴} = \frac{n(n-۱)(n-۲)(n-۳)}{۴!}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \rightarrow \binom{۷}{۵} = \binom{۷}{۲}, \binom{۱۰}{۷} = \binom{۱۰}{۳}, \dots$$

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+۱} = \binom{n+۱}{r+۱} \rightarrow \binom{۸}{۳} + \binom{۸}{۴} = \binom{۹}{۴}$$

کل ترکیب‌ها برای یک مجموعه n عضوی می‌شه کل زیرمجموعه‌ها:

$$\binom{n}{۰} + \binom{n}{۱} + \dots + \binom{n}{n} = ۲^{n}$$

نکته: اگر A مجموعه‌ی n عضوی داشته باشد، داریم:

۲^{n-1} =تعداد زیرمجموعه‌های فرد عضوی=تعداد زیرمجموعه‌های زوج عضوی

تذکر: وقتی تعداد زیرمجموعه‌های شامل **یک عضو مشخص سفارشی** خواسته می‌شه باید اون رو انتخاب شده بدونی و کنار بذاری.

- اصل ضرب و اصل جمع :
  - این و اون $\otimes$
  - این یا اون $\oplus$

مثال: از این ۵ تجربی و ۴ ریاضی می‌خوایم ۳ نفر رو انتخاب کنیم که:

۲ تجربی و یک ریاضی: $\binom{5}{2} \times \binom{4}{1}$

۲ تجربی یا دو ریاضی: $\binom{5}{2} + \binom{4}{2}$

می‌تونیم در این مسائل **حداقل** و **حداکثر** رو هم وارد کنیم:

- حداقل ۲ تجربی : یعنی یا دو تجربی و یا ۳ تجربی:

$\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{5}{3} \rightarrow$ هر سه تجربی

- حداکثر ۱ تجربی: یعنی یا یک تجربی و یا هیچی:

$\binom{5}{1} \times \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \rightarrow$ هر سه ریاضی

- حداقل یک تجربی: چون حالت‌هاش خیلی زیاد می‌شه از **متمم** میریم یعنی هیچی:

$n(A') = \binom{5}{0} \times \binom{4}{3}$ $84 - 4 = 80$

- حداکثر ۲ تجربی: چون حالت‌هاش خیلی زیاده از **متمم** میریم یعنی هر سه تجربی:

$n(A') = \binom{5}{3} = 10$ $84 - 10 = 74$

پس همونطور که دیدید تو حالت‌های ۳ و ۴ چون خیلی طولانی میشه از متمم رفتیم و **آخرش از کل حالت‌ها کم می‌کنیم.**

- **انواع جایگشت:** گفتیم n شئ متمایز به $n!$ حالت می‌تونن کنار هم قرار بگیرند.
- **جایگشت با تکرار :**

اگر قرار باشد n شئ را که n_1 تای آن شبیه هم و n_2 تای آن شبیه هم و ... و n_k تای آن شبیه هم هستند را در کنار هم قرار دهیم آنگاه تعداد کل حالت‌های ممکن برابر می‌شود با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots n_k!} \qquad (n_1 + n_2 + \dots + n_k \le n)$$

- **جایگشت یکی در میان**
  - تعداد برابر: $m = n \Rightarrow m! \times n! \times 2$
  - یکی اختلاف: $m = n + 1 \Rightarrow m! \times n!$

- **اصل دسته‌بندی** : حالا اگر اشیاء یا ارقام یا افراد یا حروفی بخوان کنار هم قرار بگیرن اونها رو یک Box یا یک شئ در نظر می‌گیریم

نکته مهم : اگر اجازه‌ی جابه‌جا کردن اشیاء به هم بسته شده را داشتیم ؛ یک حالت جدید به وجود می‌آید که باید جایگشت درونی آن‌ها را هم در نظر گرفته و در جواب ضرب کنیم.

- **جایگشت دایره‌ای :**

برای n شئ متمایز که در محیط یک دایره قرار می‌گیرند، داریم:

الف) اشیا قابل وارونه شدن نباشند، یعنی ترتیب دور مهم باشد: $\boxed{(n-1)!}$

ب) اشیا قابل وارونه شدن باشند، یعنی ترتیب دور مهم نباشد: $\boxed{\frac{(n-1)!}{2}}$

چند عدد ۵ رقمی

- با ارقام متمایز ۱، ۲، ۳، ۴، ۵

$۵! = ۱۲۰$

همون !۵

$\binom{۵}{۳} \times ۳! = ۱۰ \times ۶ = ۶۰$

- با ارقام ۱، ۱، ۱، ۲، ۲ چند عدد

$\frac{۵!}{۲!\,۳!} = ۱۰$

همون ۱۰

پس درمجموع میشه **هفت** تا عدد سه رقمی

$\leftarrow$ ۴ رقمی $\rightarrow$

$\leftarrow$ ۳ رقمی $\rightarrow$

$\overbrace{\frac{۳!}{۲!} = \boxed{۳}}^{۱۲۲}$ $\quad$ $\overbrace{\frac{۳!}{۲!} = \boxed{۳}}^{۱۱۲}$ $\quad$ $\overbrace{\text{یه دونه}}^{۱۱۱}$

- **مسائل هندسی ترکیب :**

فرض کنید n نقطه روی محیط دایره باشد. تعداد kضلعی‌هایی که با استفاده از این n نقطه می‌توان ساخت از فرمول $\binom{n}{k}$ به دست می‌آید. مثلاً اگر ۵ نقطه روی یک دایره باشد؛ تعداد ۳ضلعی‌های ساخته شده با این نقاط برابر $\binom{۵}{۳}$ است.

- تعداد حالات انتخاب r شئ از n شئ متمایز، هرگاه ترتیب انتخاب آن‌ها مهم باشد.

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

- تعداد حالات انتخاب r شئ از n شئ متمایز، اگر ترتیب انتخاب آن‌ها مهم نباشد و فقط انتخاب r شئ ملاک باشد.

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

- رابطه‌ی بین ترتیب و ترکیب:

$$P(n,r) = C(n,r) \times r!$$

خواص مهم ترکیب :

$$۱)\ \binom{n}{۰} = \binom{n}{n} = ۱ \xrightarrow{\text{مثلاً}} \binom{۴}{۰} = ۱,\quad \binom{۶}{۶} = ۱$$

$$۲)\ \binom{n}{۱} = \binom{n}{n-۱} = n \xrightarrow{\text{مثلاً}} \binom{۵}{۱} = ۵,\quad \binom{۷}{۶} = ۷$$

$$۳)\ \binom{n}{۲} = \binom{n}{n-۲} = \frac{n(n-۱)}{۲} \xrightarrow{\text{مثلاً}} \binom{۶}{۲} = \frac{۶ \times ۵}{۲} = ۱۵,\quad \binom{۹}{۷} = \frac{۹ \times ۸}{۲} = ۳۶$$

$$۴)\ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \rightarrow \binom{۸}{۲} = \binom{۸}{۶}, \binom{۱۰}{۳} = \binom{۱۰}{۷}$$

$$۵)\ \binom{n}{k} + \binom{n}{k+۱} = \binom{n+۱}{k+۱} = \binom{۲۵}{۹}, \binom{۲۵}{۱۰} = \binom{۲۶}{۱۰}$$

$$۶)\ \binom{n}{k-۱} + \binom{n}{k} = \binom{n+۱}{k} \rightarrow \binom{۱۰}{۳} + \binom{۱۰}{۴} = \binom{۱۱}{۴}$$

- **تعریف احتمال و انواع فضای نمونه‌ای :**

تعداد حالات مطلوب

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

فضای نمونه‌ای یعنی کل نتایج ممکن در یک پدیده تصادفی

۱) پایه‌ای ← تولد، پرتاب سکه و تاس

۲) ترکیبی ← انتخاب‌ها

۳) جایگشتی ← حالت‌های کنار هم قرار گرفتن

۴) عددی ← مسائل عدد سازی در حالات مختلف

- **فضاهای پایه‌ای :**

اولاً بچه می‌خواد به دنیا بیاد. احتمال پسر بودنش چقدره؟ $\frac{۱}{۲}$ دختر بودن؟ $\frac{۱}{۲}$. به این می‌گن کسر احتمال.

یک توضیح بسیار ضروری و کلی

تو یک جعبه **۳** تا آبی داریم **۲** تا قرمز پس آبی بودن $\frac{۳}{۵}$ و قرمز بودن $\frac{۲}{۵}$

حالا می‌خواهیم از این جعبه **۲** تا مهره به‌صورت **پی‌درپی** یا **یکی‌یکی** یا **متوالی** خارج کنیم. احتمال اینکه هر دوآبی $\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۴}$؛ هر دو قرمز: $\frac{۲}{۵}\times\frac{۱}{۴}$ ؛ اولی آبی دومی قرمز: $\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۴}$ اولی قرمز دومی آبی $\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۴}$ ؛ یکی قرمز و یکی آبی: $\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۴}+\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۴}$

اگر این اعمال **با جایگذاری** بود فضای نمونه‌ای یا مخرج‌ها ثابت می‌موند. مثلاً هر دوآبی می‌شد: $\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{۵}$

گفتیم احتمال پسر بودن میشه $\frac{۱}{۲}$ و دختر بودن هم $\frac{۱}{۲}$ ؛اگر ترتیب بچه‌ها در خانواده معلوم باشه از همین روش بالا یعنی **ضرب کسرهای پی‌درپی** استفاده می‌کنیم ولی اگر ترتیب معلوم نباشه مجبوریم بریم سراغ **فضای نمونه‌ای**

مثلاً سؤال می‌گه : در یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال فرزند اول و دوم پسر و سومی دختر؟!

جواب می‌شه $\frac{۱}{۸}=\overbrace{\frac{۱}{۲}}^{پ}\times\overbrace{\frac{۱}{۲}}^{پ}\times\overbrace{\frac{۱}{۲}}^{د}$ چون **ترتیب ذکرشده** ولی اگه بگه در یک خانواده سه فرزندی با کدام احتمال دو فرزند پسر و یکی دختر هستند موضوع فرق می‌کنه. دیگه **ترتیب‌ها معلوم نیست** پس باید از **ترکیب** استفاده کنید. دو تا پسر یعنی $\binom{۳}{۲}$ که می‌شه ۳ حالت. **خب معلومه که اون یکی هم دختره دیگه**. پس کاری باهاش نداریم. چون خانواده سه فرزندیه فضای نمونه‌ای میشه $۸=۲^۳$

$$P(A)=\frac{\binom{۳}{۲}}{۲^۳}=\frac{۳}{۸}$$

نکته خیلی مهم۱: کلاً تو احتمال اگر در مورد موضوعی **صحبتی نکرد** یعنی انگار اتفاق نیفتاده مثلاً اگر تو یک جعبه **۴** تا آبی و **۳** تا قرمز داشته باشیم احتمال آبی بودن می‌شود $\frac{۴}{۷}$ ؛ حالا اگر بدون اینکه دیده باشیم **۵** تا مهره از جعبه خارج کنیم بازهم احتمال اینکه ششمی آبی باشد همون $\frac{۴}{۷}$ می‌شه.

نکته خیلی مهم ۲: اگر سؤال گفت **یکی‌یکی** یا **پی‌درپی** یا **متوالی** از ضرب کسرها استفاده می‌کنیم ولی اگه یه موقع **تعداد برداشت‌ها زیاد بود و ترتیب هم ذکری نشده بود** می‌تونیم فرض کنیم که **باهم خارج شدن و از ترکیب** استفاده کنیم.

مثال۱: در آزمایشگاهی ۶ موش سالم و ۴ دیابتی داریم. سه موش به‌طور **متوالی** خارج می‌کنیم . با کدام احتمال :

الف) هر سه سالم
$$\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۵}{۹}\times\frac{۴}{۸}$$

ب) دو سالم و یک دیابتی
$$\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}$$

ج) اول و دوم سالم و سومی دیابتی
$$\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۵}{۹}\times\frac{۴}{۸}$$

مثال ۲: در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی با کدام احتمال؟

الف) ۳ فرزند اول پسر
$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}$$

ب) فقط ۳ فرزند اول پسر
$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}$$

ج) سه فرزند پسر
$$\frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴}=\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۴}$$

مثال ۳: در پرتاب ۳ سکه با کدام احتمال؟

الف) دو رو
$$\frac{\binom{۳}{۲}}{۲^۳}=\frac{۳}{۸}$$

ب) حداقل دو رو
$$\frac{\binom{۳}{۲}+\binom{۳}{۳}}{۲^۳}$$

ج) حداقل یکرو

*** همیشه متمم حداقل یکی میشه هیچی**
$$\mathrm{P}(\mathrm{A}')=\frac{\binom{۳}{۰}}{۲^۳}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow P(A)=\frac{۷}{۸}$$

مثال ۴: سکه‌ای را آن‌قدر پرتاب می‌کنیم تا چهارمین رو ظاهر شود. با کدام احتمال در ۷ پرتاب به این نتیجه می‌رسیم؟

یعنی در ۶ پر تاپ اول باید ۳ بار رو بیاد در پرتاب هفتم بشه چهارمین رو

$$\frac{\binom{۶}{۳}}{۲^۶}\times\boxed{\frac{۱}{۲}}\rightarrow$$ پرتاب هفتم یعنی چهارمین رو

- **فضای ترکیبی :**

هر وقت بحث **انتخاب کردن بیش از یک شئ** مطرح بود و **ترتیب‌ها هم ذکر نشده بود** تو مخرج کسر احتمال می‌ره سراغ **ترکیب**

مثال ۱: در ظرفی ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم. دو مهره باهم بیرون می‌آوریم با کدام احتمال؟

الف) مجموع زوج
$$\frac{\binom{۲}{۲}+\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}$$

ب) مجموع فرد
$$\frac{\binom{۲}{۱}\times\binom{۳}{۱}}{\binom{۵}{۲}}$$

ج) مجموع کمتر از ۵

{۵و۴و۳و۲و۱}

دیگه مجبوریم حالت‌ها رو دستی حساب کنیم:
$$\frac{۲}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۲}{۱۰}$$

تذکر: مجموع دو عدد
- اگر هر دو عدد زوج یا هر دو عدد فرد ← جمع زوج
- اگر یک عدد فرد و یک عدد زوج ← جمع فرد

تذکر: مجموع سه عدد
- اگر هر سه زوج یا دو تا فرد و یک زوج ← جمع زوج
- اگر هر سه فرد یا یک فرد و دو زوج ← جمع فرد

- **فضاهای جایگشتی :**

در مسائل کلمه‌سازی و عدد سازی این حالت پیش میاد و بحث کنار هم قرار گرفتن‌ها بسیار مهم هست . اگر تو کنکور از این قسمت سؤال بیاد حتماً **جایگشت با تکرار** رو هم داره.

تذکر : اگر ۴ پسر و ۳ دختر داشته باشیم:

- یک‌درمیان: $۳! \times ۴!$
- هیچ دو پسری کنار هم نباشن: همون یک‌درمیان
- هیچ دو دختری کنار هم نباشن: obobobobo

$$\overbrace{\binom{۵}{۳}}^{\text{دخترا}} \times \overbrace{۳!}^{\text{جایگشت دخترا}} \times \overbrace{۴!}^{\text{پسرا}}$$

- **فضای عددی :**

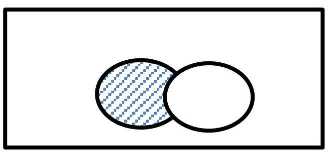
در مسائل عدد سازی **بحث صفر** خیلی مهمه که اگر **عضو مؤثر جامعه** بود لازمه حالت‌های شامل صفر رو جدا کنیم. مثلاً در زوج بودن و بخش‌پذیری بر ۵ چنین حالتی پیش میاد. البته بهتره به‌جای زوج بودن از متمم استفاده کنیم و فرد بودن رو محاسبه کنیم.

- **اعمال بر پیشامدها و پیشامدهای مستقل :**

اول از همه باید بدونیم دو پیشامد مستقل تعریفش اینه که ربطی به هم نداشته باشن یعنی وقوع یکی تأثیری بر وقوع اون یکی نداشته باشه. در این حالت: $P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$

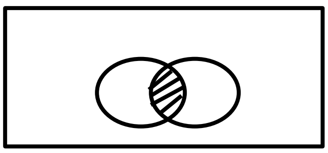
$$P(A-B) = (PA) - P(A\cap B)$$
$$= P(A) - P(A)P(B) = P(A)(۱ - P(B)$$
$$= \mathrm{P(A).P(B')} = \mathrm{P(A\cap B')}$$

B,A مستقل

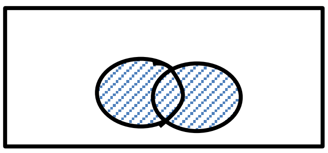


$P(A-B)$

$B\cap A$

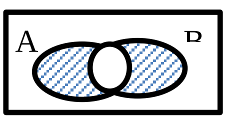


$B\cup A$

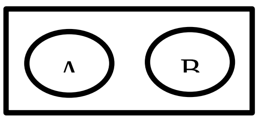


$$\boldsymbol{P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)}$$

$(A-B)\cup B-A)$
or
$P(A\cup B) - P(A\cap B)$



A,B ناسازگار ← صفر =$P(A\cap B)$



نکته مهم: نحوه تشخیص استقلال پیشامدها

یا با توجه به بی‌ربط بودن پیشامدها از صورت مسأله

یا با محاسبه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

تولدها، پرتاب‌ها، برداشت‌های متوالی و بی‌ربط‌ها همه **مستقل‌اند** ولی گاهی اوقات **نمی‌شه** از صورت مسأله این موضوع رو تشخیص داد. مثال :

مثال: دو تاس را باهم پر تاپ می‌کنیم. سه پیشامد A، B، C رو تعریف می‌کنیم:

مجموع دو تاس C=۷

$\{(۱,۶), (۲,۵), (۳,۴), (۴,۳), (۵,۲), (۶,۱)\}$

$P(C) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

عدد تاس اول B=۵

$\{(۵,۱), \dots, (۵,۶)\}$

$P(B) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

عدد تاس اول A=۴

$\{(۴,۱), \dots, (۴,۶)\}$

$P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$

$A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ ناسازگار A, B

$A \cap C = \{(۴,۳)\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{36}} = P(A) \times P(c) \Rightarrow$ مستقل A, C

$B \cap C = \{(۵,۲)\} \rightarrow P(B \cap C) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{36}} = P(B) \times P(c) \Rightarrow$ مستقل B, C

حالا اگه پیشامد D رو تعریف کنیم مجموع دو تاس ۱۱ داریم:

$$\{(۵,۶), (۶,۵)\} \rightarrow P(D) = \frac{۲}{۳۶}$$

$$P(A \cap D) = ۰ \ , P(B \cap D) = \frac{۱}{۳۶} \neq P(B) \times P(D) \rightarrow B \cap D = \{(۵,۶)\}$$

- **روش استقلالی :**

شرایط استفاده: اول پیشامدهای مستقل باشن **دوم** جاشون معلوم باشه.

مثال)بازیکن تیم فوتبالی از هر ۵ شوتی که در فاصله ۳۰ متری دروازه حریف به سمت دروازه شلیک می‌کنه ۴ تاش گل می‌شه پس احتمال پیروزی $\frac{۴}{۵}$ یا $\frac{۸}{۱۰}$ یا **۸۰** درصده. حالا قرار **۳** تا شوت بزنه.

الف) هر سه گل شه $\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰}$

ب) دوتای اول گل شه $\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰}$

ج) فقط دوتای اول گل شه $\frac{۸}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰}$

د) دوتاش گل شه $\binom{۳}{۲}\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۲}\left(\frac{۲}{۱۰}\right)^{۱}$

و حالا یک سؤال مهم: سرمربی به این بازیکن **سه تا ضربه فرصت میده تا یک گل** بزنه :

$$P(A) = \frac{\overset{\text{اولی گل}}{\overbrace{۸}}}{۱۰} + \frac{\overset{\times}{\overbrace{۲}}}{۱۰} \times \frac{\overset{\checkmark}{\overbrace{۸}}}{۱۰} + \frac{\overset{\times}{\overbrace{۲}}}{۱۰} \times \frac{\overset{\times}{\overbrace{۲}}}{۱۰} \times \frac{\overset{\checkmark}{\overbrace{۸}}}{۱۰}$$

- بهتر بود به‌جای این کار از متمم می‌رفتیم و احتمال گل شدن هیچ‌کدام از توپ‌ها رو محاسبه و از یک که می‌کردیم:

$$P(A') = \frac{۲}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰} = \frac{۸}{۱۰۰۰} \Rightarrow P(A) = ۰/۹۹۲$$

مثال: شش نفر از اعضای تیم ملی والیبال با کدام احتمال ...

الف) همه تیری

$$\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۶}$$

استقلالی

$$\underbrace{\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}\times\ldots\times\frac{۱}{۱۲}}_{\text{۶ تا}}$$

ب) همه در یک ماه

$$۱۲\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۶}=\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۵}$$

$$\underbrace{\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۶}+\cdots+\left(\frac{۱}{۱۲}\right)^{۶}}_{\text{۱۲ تا}}$$

ج) هیچ دونفری در یک ماه متولد نشده باشند

$$\frac{۱۲}{۱۲}\times\frac{۱۱}{۱۲}\times\frac{۱۰}{۱۲}\times\frac{۹}{۱۲}\times\frac{۸}{۱۲}\times\frac{۷}{۱۲}=\frac{P(۱۲,۶)}{۱۲^{۶}}$$

$$=\frac{P(۱۱,۵)}{۱۲^{۵}}$$

هر وقت از آخر به سمت اول ضرب می‌کنیم و به یک نمیرسه:

$$۶\times۵\times۴=p(۶,۳)$$

$$۱۰\times۹\times۸\times۷=p(۱۰,۴)$$

- **مسائل تاس و احتمال شرطی و متغیر تصادفی:**

پر تاپ دو تاس از همه مهمتره. فضای نمونه‌ایش $۳۶=۶^{۲}$

سه تا موضوع مهم:

تسلط بر فضای نمونه‌ای

$$\begin{Bmatrix}(۱,۱),(۱,۲),..(۱,۶)\\(۲,۱),\ldots\ldots\ldots(۲,۶)\\(۳,۱),\ldots\ldots\ldots(۳,۶)\\(۴,۱),\ldots\ldots\ldots(۴,۶)\\(۵,۱),\ldots\ldots\ldots(۵,۶)\\(۶,۱),\ldots\ldots\ldots(۶,۶)\end{Bmatrix}$$

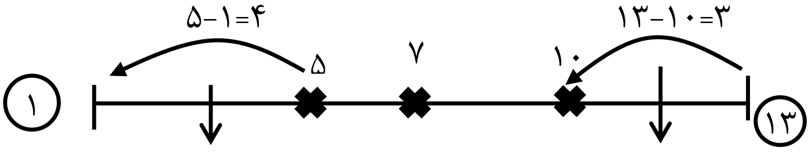
تسلط بر جدول مجموع

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

تسلط حدودی بر جدول حاصل‌ضرب

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۲	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲
۳	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸
۴	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴
۵	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
۶	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶

اگر x رو تعریف کنیم مجموع دو تاس داریم:



$$P(X=۵)=\frac{۴}{۳۶}\qquad P(x=۱۰)=\frac{۳}{۳۶}$$

X	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
P(x)	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۶}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$

به این می‌گن جدول توزیع احتمال که جمع احتمالات **همیشه یک** میشه!

مثال: با کدام احتمال حاصل‌ضرب دو تاس:

مضرب ۵: ردیف ۵ و ستون ۵ منهای یک دونه مشترک.

مضرب ۳: ردیف ۳ و ۶ ستون ۳و۶ : ۲۰=۴-۲۴

احتمال شرطی :

همون درس قبلیه! با این تفاوت که فضای نمونه‌ای تغییر می‌کنه. به‌عنوان‌مثال تو همین پرتاب دو تاس احتمال داره سؤال شرطی مطرح بشه به این شکل:

مثال۱: دو تاس را باهم پر تاپ می‌کنیم. اگر مجموع ۷ باشد با کدام احتمال یکی از تاس‌ها ۵ است؟

وقتی صورت سؤال می‌گه مجموع ۷ یعنی داریم: $S_{new}=\{(۱, ۶),(۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\}$

پس میشه جواب $\frac{۲}{۶}$ یا $\frac{۱}{۳}$.

مثال۲: در یک خانواده ۴ فرزندی فرزند اول پسر است. با کدام احتمال این خانواده دارای ۳ دختر است؟

وقتی که فرزند اول پسر یعنی دیگه تموم شد و ما الآن دیگه فقط یک خانواده ۳ فرزندی داریم که احتمال دختر بودن هر سه تا می‌شه $\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۸}$

مثال۳: در یک خانواده ۴ فرزندی یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده دارای ۳ دختر است؟

اینجا دیگه هیچی تموم نشده. فقط فضای نمونه‌ای ۴ فرزندی از ۱۶ حالت به ۱۵ حالت تقلیل پیدا می‌کند که چون حالت هر ۴ فرزند دختر حذف میشه.

$$Snew = \{(bbbb),(bbbg),(bbgg),(bggg)\}$$

$$\binom{۴}{۳} = ۴ \to P(A) = \frac{۴}{۱۵}$$

تذکر : البته احتمال شرطی یک رابطه هم داره که اگر صورت سؤال روابط بین پیشامدها رو داده بود باید ازش استفاده کنیم و در غیر این صورت نیازی به این کار نیست:

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

می خونیم احتمال A به‌شرط B.

$$\begin{cases} A,B \text{ مستقل} \Rightarrow P(A/B) = P(A) \\ A,B \text{ ناسازگار} \Rightarrow P(A/B) = ۰ \end{cases}$$

- **احتمال کل :**

یعنی احتمال تو دل یه احتمال دیگه. بچه می‌خواد به دنیا بیاد. سریع میگی یا پسره یا دختر. که هر کدوم میشه $\frac{۱}{۲}$؛حالا می‌گه اگر پسر باشه احتمال بیمار بودنش ۳۰٪ و اگه دختر باشه ۱۰٪ با کدوم احتمال این بچه سالمه ؟!

شما میگی یا پسر سالم و یا دختر سالم

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲}\times\frac{۷۰}{۱۰۰} \text{ یا پسر سالم} \\ \frac{۱}{۲}\times\frac{۹۰}{۱۰۰} \text{ یا دختر سالم} \end{cases} = ۸۰٪$$

B	A
۳ آبی	۷ آبی
۲ قرمز	۳ قرمز

مثال مهم: دو جعبه داریم:

مدل اول: از هر جعبه مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال A ؛ آبی و B ؛ قرمز؟

$$\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۲۸}{۱۰۰}$$

مدل دوم: از هر جعبه مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال یکی آبی و یکی قرمز؟

$$\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۴۶}{۱۰۰}$$

مدل سوم: از هر جعبه ۲ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دوتای اول از A آبی و دوتای دوم از B دوباره آبی ؟!

$$\frac{\binom{۷}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}\times\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}$$

مدل چهارم: یکی از جعبه‌ها را به‌تصادف انتخاب و مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال آبی ؟

$$\begin{matrix} A\ \text{یا} \\ B\ \text{یا}\end{matrix}\begin{cases}\frac{۱}{۲}\times\frac{۷}{۱۰}=\frac{۷}{۲۰} \\ \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۳}{۱۰}=\frac{۶}{۲۰}\end{cases}\overset{+}{\Rightarrow}\frac{۱۳}{۲۰}=۰/۶۵$$

مدل پنجم: یکی از جعبه‌ها را به‌تصادف انتخاب کرده و دو مهره انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال هر دوآبی؟

- تذکر : اگر سه تا جعبه بود هرکدام یک $\frac{۱}{۳}$ می‌گرفت و در احتمال خودش ضرب می‌شد

$$\begin{matrix} A\ \text{یا} \\ B\ \text{یا}\end{matrix}\begin{cases}\frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۷}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}= \\ \frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۵}{۲}}=\end{cases}\Longrightarrow \text{جمع می‌کنیم}$$

مدل ششم: یک‌مهره از A خارج و به B می‌اندازیم. حال از B مهره‌ای خارج می‌کنیم. با کدام احتمال آبی؟

$$A\ \text{مهره خروجی از}\begin{matrix} \text{یا آبی}:\frac{۷}{۱۰}\longrightarrow \overbrace{\boxed{\begin{matrix}۴ & ۲\\ \text{آبی} & \text{قرمز}\end{matrix}}}^{B_{new}}\times\frac{۴}{۶}=\frac{۲۸}{۶۰} \\ \text{یا قرمز}:\frac{۳}{۱۰}\longrightarrow \overbrace{\boxed{\begin{matrix}۳ & ۳\\ \text{آبی} & \text{قرمز}\end{matrix}}}^{B_{new}}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۹}{۶۰}\end{matrix}\overset{+}{\Rightarrow}\frac{۳۷}{۶۰}$$

مدل هفتم: دو مهره از A و یک‌مهره از B به داخل ظرف C انداخته و سپس مهره‌ای از C خارج می‌کنیم. احتمال آبی بودن؟

روش اول:

$$\text{سهم دو ظرف در C}\begin{cases} A \text{ از}: \frac{۲}{۳}\times\frac{۷}{۱۰}=\frac{۱۴}{۳۰} \\ B \text{ از}: \frac{۱}{۳}\times\frac{۳}{۵}=\frac{۶}{۳۰}\end{cases} \overset{+}{\Rightarrow} \frac{۲۰}{۳۰}=\frac{۲}{۳}$$

از همون اول هم می‌تونستیم دو ظرف رو یک کاسه کنیم که می‌شد ۱۵ تا آبی و ۵ تا قرمز یعنی ۱۵ تا مهره که چون ۱۰ تاش آبیه احتمال آبی بودن $\frac{۱۰}{۱۵}$ یا همون $\frac{۲}{۳}$ می‌شد.

- **توزیع دوجمله‌ای:**

می‌خواهیم در مورد حالت «و» تو مثال بازیکن فوتبال صحبت کنیم. جایی که پرسیده شد با کدوم احتمال دو تاش گل می‌شه؟! سؤال مطرح شده تو ذهن تو اینه که کدوم ۲ تا؟! و جوابش:

$$\boxed{P(x=k)=\binom{n}{k}.P^k.q^{n-k};q=۱-P}$$

۲ تا از ۳ تا یعنی $\binom{۳}{۲}$؛ گل شدن دو بار $P^۲$ و گل نشدن یک بار $q^۱$ $\quad$ $\text{پیروزی}=p$ ، $\text{شکست}=q$

مثال ۱: ۴۵٪ عوامل تعیین کننده R_H خون منفی‌اند. با کدام احتمال در یک خانواده ۳ فرزندی ؟

$$P_{R_H}=\text{پدر منفی}\times\text{مادر منفی}=۴۰٪\times۴۰٪=۱۶٪\Rightarrow P_{R_H^+}=۸۴٪$$

الف) ۲ فرزند اولی منفی

$$\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰}$$

ب) فقط دو فرزند اول منفی

$$\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۸۴}{۱۰۰}$$

ج) دو فرزند منفی

کدام دو تا؟

$$\binom{۳}{۲}\left(\frac{۱۶}{۱۰۰}\right)^۲\left(\frac{۸۴}{۱۰۰}\right)^۱$$

انواع فرم‌های بیان پیروزی :

- **مثل آدمیزاد:** بذری با احتمال ۸۰٪ جوانه می‌زند عملی با احتمال ۹۰٪ موفقیت‌آمیز است. احتمال دیر رسیدن حسن به مدرسه ۰/۲
- **زبون آماری:** در یک دانشگاه ۵۰۰ نفر مشغول به تحصیل ۱۰۰ دانشجوی پزشکی
- **زبون نسبی:** احتمال غالب بودن، سه برابر مغلوب بودن، $\frac{۱}{۴}$= مغلوب و $\frac{۳}{۴}$= غالب
- **احتمال کل:** اگر تاس زوج اومد ۳ سکه اگر فرد اومد ۲ سکه، اگر تیر خورد ۵ مهره اگر نخورد ۳ مهره.

مثال ۲: از جعبه‌ای شامل ۷ مهره آبی و دو قرمز به‌طور متوالی ۵ مهره خارج می‌کنیم؛

با کدام احتمال : الف) ۳ تاش آبی ؟!

ب) فقط ۳ تاش آبی؟!

$\Leftarrow$ اولاً این دو تا فرقی نداره. ثانیاً چون گفته متوالی یعنی بدون جایگذاری پس تو هر برداشت و فضای نمونه‌ای تغییر می‌کنه و توزیع دوجمله‌ای نیست. ولی چون ترتیب‌ها ذکر نشده می‌تونیم فرض کنیم که باهم خارج می‌شن و ترکیب بزنیم:

$$\frac{\binom{۷}{۳}\binom{۲}{۲}}{\binom{۹}{۵}}$$

ج) اگر این آزمایش را با جایگذاری انجام دهیم با کدام احتمال ۳ مهره آبی خارج می‌شود؟

تو این حالت چون آزمایش با جایگذاری و هر دفعه مهره خارج شده به جعبه بر می‌گرده شرایط آزمایش در هر برداشت یکسانه و می‌تونیم از پیروزی و شکست استفاده کنیم. تو این مثال پیروزی یعنی آبی بودن $\frac{۷}{۹}$ و شکست یعنی قرمز بودن $\frac{۲}{۹}$ ؛تعداد آزمایشات ۵ باره (چون ۵ مهره خارج می‌شه) و انتظار ۳ آبی داریم یعنی ۳ بار پیروزی :

$$\binom{۵}{۳}\left(\text{پیروزی}\right)^{۳}\left(\text{شکست}\right)^{۲}=\binom{۵}{۳}\left(\frac{۷}{۹}\right)^{۳}\left(\frac{۲}{۹}\right)^{۲}$$

حالت خاص توزیع دوجمله‌ای :

$$P(x=k)=\frac{\binom{n}{k}}{۲^{n}} \;;\; p=q=\frac{۱}{۲}$$

تیپ اول: سؤالات مفهومی ترکیب از آنالیز ترکیبی :

تست ۱. از هر یک از مدارس A, B, C, D, E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دوبه‌دو غیر هم مدرسه باشند را انتخاب کرد؟

۱) ۱۶۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۴۸۰ ۴) ۶۴۰ (تجربی ۹۲)

تست ۲. از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد؛ به‌طوری‌که لااقل دو نفر از آن‌هادانش‌آموز تجربی باشند؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰ (تجربی ۹۰ خارج)

تست ۳. تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعه $\{a,b,c,d,e,f\}$ شامل عضو a کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵ (تجربی ۸۳)

تست ۴. بر روی یک دایره ۸ نقطه‌ی متمایز وجود دارد، تعداد چهارضلعی‌های محدب که هر رأس یک چهارضلعی واقع بر نقاط مفروض باشد کدام است؟

۱) ۵۶ ۲) ۶۸ ۳) ۷۰ ۴) ۷۲ (تجربی ۸۰)

تیپ دوم : سؤالات جایگشتی از آنالیز ترکیبی :

تست ۵. ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که همواره رقم‌های فرد کنار هم باشند. تعداد پنج رقمی‌های حاصل کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۴۸ (تجربی ۸۲)

تست ۶. تعداد جایگشت‌های حروف کلمه SYSTEM به‌طوری‌که S ها کنار هم نباشند، کدام است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰ (تجربی ۹۲خارج)

تست ۷. حروف کلمه‌ی LAGRANGE را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۵۴۰ ۳) ۷۲۰ ۴) ۱۴۴۰ (تجربی ۸۴)

تست ۸. سه کتاب متمایز ریاضی و چهار کتاب متمایز ادبی را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک قفسه قرار داد به‌طوری‌که کتاب‌های ریاضی همواره کنار هم باشند؟

۱) ۱۸۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۵۴۰ ۴) ۷۲۰ (تجربی ۷۹)

تیپ سوم: سؤالات عدد سازی از آنالیز ترکیبی + رابطه تبدیل و ترکیب :

تست ۹. چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز و فرد بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

۱) ۷۲ ۲) ۸۴ ۳) ۹۶ ۴) ۱۰۸ (تجربی ۹۰)

تست ۱۰. با ارقام۹, ... ,۱,۲,۳، به چند طریق می‌توان یک عدد پنج‌رقمی ساخت، به‌طوری‌که درست ۲ رقم آن زوج باشد؟

۱) ۶۴۰۰ ۲) ۷۲۰۰ ۳) ۸۴۰۰ ۴) ۹۶۰۰ (ریاضی ۹۴)

تست ۱۱. با ارقام ۹، ۷، ۵، ۳ و ۱ چند عدد سه‌رقمی با شرط «رقم صدگان > رقم دهگان>رقم یکان» می‌توان نوشت؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲ (ریاضی ۹۱)

تست ۱۲. از هر یک از ۶ منطقه‌ی کشوری، ۱۵ دانش‌آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش‌آموز از بین آن‌ها که دوبه‌دو غیر هم منطقه‌ای هستند، انتخاب کرد؟

۱) ۵۷۶۰۰ ۲) ۶۷۵۰۰ ۳) ۷۵۶۰۰ ۴) ۷۶۵۰۰ (ریاضی ۹۲)

احتمال ؛ تیپ اول سؤال کلاسیک :

تست ۱۳. در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۹ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهر متوالیاً و بدون جایگذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج‌شده سفید است؟

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$ (تجربی ۹۲)

تست ۱۴. از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به‌تصادف یک کارت بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$ (تجربی ۹۱)

تست ۱۵. در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی پی‌درپی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد، متوالیاً خارج <u>نمی‌شوند</u>؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵ (تجربی ۹۲)

تست ۱۶. در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه موجود است. به‌تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج‌شده هم‌رنگ‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$ (تجربی ۹۲ خارج)

تست ۱۷. در جعبه‌ای سه مهره سفید، دو مهره سیاه و پنج مهره قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ <u>نیستند</u>؟

۱) $\frac{۲۸}{۴۵}$ ۲) $\frac{۲۹}{۴۵}$ ۳) $\frac{۳۱}{۴۵}$ ۴) $\frac{۳۲}{۴۵}$ (تجربی ۹۴)

تست ۱۸. در جعبه‌ای هفت مهره سفید و پنج مهره سیاه و دو مهره قرمز موجود است به‌تصادف چهار مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل دو مهره سفید خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۳۰}{۹۱}$ ۲) $\frac{۲۵}{۷۷}$ ۳) $\frac{۴۰}{۱۴۳}$ ۴) $\frac{۵۰}{۱۴۳}$ (تجربی ۹۴ خارج)

تست ۱۹. در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شوند که بر روی سه موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شود. با کدام احتمال لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

۱) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$ ۳) $\frac{۵}{۷}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۱}$ (تجربی ۸۵)

تست ۲۰. احتمال اینکه از ۴ فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$ (تجربی ۸۴)

تست ۲۱. در یک خانواده ۴ فرزندی با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$ (تجربی ۹۰)

تست ۲۲. در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولدشده‌اند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$ (تجربی ۸۸ خارج)

تست ۲۳. حروف کلمه‌ی ATAXIA را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$ (تجربی ۸۹)

تست ۲۴. چهار رقم ۳، ۲، ۱ و ۰ را به‌تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم تا عددی چهاررقمی حاصل شود با کدام احتمال یک عدد چهاررقمی مضرب ۶، حاصل می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴$\frac{۵}{۹}$ (تجربی ۸۹ خارج)

تست ۲۵. در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال اینکه حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$ (تجربی ۹۲)

تست ۲۶. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$ (تجربی ۹۲)

تست ۲۷. دو تاس را باهم می‌ریزیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده، یک عدد اول است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$ (ریاضی ۹۳)

تست ۲۸. دو تاس را باهم می‌اندازیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

تست ۲۹. هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به‌تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه‌رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

تست ۳۰. در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید، ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز است. به‌تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۲}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

تست ۳۱. در جعبه‌ای ۸ لامپ موجود است که دوتای آن معیوب است به‌تصادف متوالیاً این لامپ‌ها را آزمایش کرده و لامپ سالم را کنار می‌گذاریم. تا اولین لامپ معیوب پیدا شود. با کدام، احتمال در آزمایش سوم، اولین لامپ معیوب پیدا می‌شود؟

۱) $\frac{۵}{۲۸}$ ۲) $\frac{۴}{۲۱}$ ۳) $\frac{۳}{۱۴}$ ۴) $\frac{۵}{۲۱}$

تست ۳۲. در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر سه مهره از کیسه خارج کنیم. با کدام احتمال، حداکثر ۲ مهره از مهره‌های خارج‌شده همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۱۷}{۲۲}$ ۲) $\frac{۱۹}{۲۲}$ ۳) $\frac{۳۹}{۴۴}$ ۴) $\frac{۴۱}{۴۴}$

تیپ دوم: اعمال بر پیشامدها و پیشامدهای مستقل :

تست ۳۳. احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر ۰/۹ و برای شخص B برابر ۰/۸ است. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

۱) ۰/۹۲ ۲) ۰/۹۴ ۳) ۰/۹۶ ۴) ۰/۹۸

تست ۳۴. در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی‌بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی‌بافی دارد؟

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۸۵ (تجربی ۹۰)

تست ۳۵. اگر ۷۵ درصد افراد جامعه‌ای دارای چشم میشی و ۴۰ درصد گروه خونی آن‌ها از نوع A باشد. چنانچه یک فرد به‌طور تصادفی از بین آن‌ها انتخاب شود احتمال اینکه فرد دارای چشم میشی یا دارای گروه خونی A باشد کدام است؟

۱) ۰/۷۸ ۲) ۰/۸۲ ۳) ۰/۸۵ ۴) ۰/۹۵ (سراسری۷۹)

تست ۳۶. چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۲) $\frac{۴۱}{۹۶}$ ۳) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$ (تجربی ۹۲ خارج)

تست ۳۷. دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۳) $\frac{۱۹}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳۹}{۶۴}$ (تجربی ۹۱)

تست ۳۸. یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، آنگاه تاس می‌ریزیم. اگر «پشت» بیاید دوباره سکه را پرتاب می‌کنیم. این عمل را آن‌قدر ادامه می‌دهیم، تا مجاز به پرتاب تاس باشیم. با کدام احتمال، حداکثر بعد از پرتاب سوم سکه، عدد تاس مضرب ۳ می‌باشد؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۷}{۲۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$ (تجربی ۹۴ خارج)

تیپ سوم: احتمال شرطی :

تست ۳۹. در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$ (تجربی ۸۷)

تست ۴۰.خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم که ۲ فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$ (تجربی ۸۲)

تست ۴۱. در یک خانواده‌ی سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان دختر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، پسر است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$ (تجربی ۸۹ خارج)

تست ۴۲. در یک خانواده‌ی دو فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر دارد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$ (تجربی ۸۵ خارج)

تست ۴۳. در یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد؟ درصورتی‌که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است.

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$ (تجربی ۸۷ خارج)

تست ۴۴. پنج مهره‌ی سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و همچنین پنج مهره‌ی سیاه با شماره‌های ۱ تا ۵ را در ظرفی قرار می‌دهیم. به‌تصادف دو مهره از بین آن‌ها بیرون می‌آوریم. اگر مجموع شماره‌های هر دو مهره ۶ باشد، با کدام احتمال هر دو مهره هم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$ (ریاضی ۹۲)

تست ۴۵. دو تاس همگن را انداخته‌ایم. اگر حاصل جمع شماره‌های رو شده کم‌تر از ۶ باشد، احتمال آن که شماره‌ی یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$ (ریاضی ۹۱)

تست ۴۶. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به‌طوری‌که $A \subset B$ و $P(A) = \frac{۱}{۳}$ و $P(B) = \frac{۳}{۴}$، آنگاه $P(B|A')$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$ (ریاضی ۹۰ خارج)

تیپ چهارم: احتمال کل :

تست ۴۷. ۵۵ درصد دانشجویان سال اول، دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران، تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد از کل دانشجویان، تمام واحدهای درسی را گذرانده‌اند؟

۱) ۶۱/۴ ۲) ۶۱/۸ ۳) ۶۲/۴ ۴) ۶۲/۸ (تجربی ۸۸ خارج)

تست ۴۸. احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند ۰/۰۲۵ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۰/۲ است. $\frac{۲}{۵}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری به‌تصادف با یکی از کارگران ملاقات کند، با کدام احتمال، این بیماری منتقل می‌شود؟

۱) ۰/۱۳ ۲) ۰/۱۴ ۳) ۰/۱۵ ۴) ۰/۱۶ (تجربی ۸۹)

تست ۴۹. انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزندان پسر ۱۰ درصد و فرزندان دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را ندارد؟

۱) ۰/۹۱ ۲) ۰/۹۲ ۳) ۰/۹۳ ۴) ۰/۹۴ (تجربی ۸۳)

تست ۵۰. در جعبه‌های اول ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه ؛ در جعبه دوم ۳ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه موجود است. به‌تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟

۱) $\frac{۳۱}{۱۶۸}$ ۲) $\frac{۱۱}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۸۴}$ ۴) $\frac{۱۳}{۵۶}$ (تجربی ۹۲ خارج)

تست ۵۱. ظرف A دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به‌تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج‌شده، سفید است؟

۱) $\frac{۲۵}{۶۳}$ ۲) $\frac{۲۶}{۶۳}$ ۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$ (سراسری تجربی ۹۳)

تیپ پنجم : متغیر تصادفی و توزیع دوجمله‌ای:

تست ۵۲. آزمایشی فقط دو نتیجه‌ی شکست و پیروزی دارد. احتمال پیروزی $\frac{۳}{۴}$ است و X تعداد پیروزی‌ها در ۱۶ بار تکرار این آزمایش است. $P(۰ \leq X \leq ۱۶)$ کدام است؟

۱) $(\frac{۳}{۱۴})^{۱۶}$ ۲) $۱-(\frac{۱}{۴})^{۱۶}$ ۳) $۲\binom{۱۶}{۸}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۸}$ ۴) ۱ (تجربی ۸۵)

تست ۵۳. در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به‌طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج‌شده است. بیشترین مقدار در توزیع احتمال آن کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۷}{۱۵}$ ۳) $\frac{۸}{۱۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$ (سراسری ۹۱)

تست ۵۴. در جعبه‌ای ۲ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی سفید یکسان وجود دارند. به‌تصادف یک مهره از جعبه خارج و رنگ آن را یادداشت کرده و به جعبه برمی‌گردانیم. اگر X تعداد آزمایش‌هایی باشد که برای اولین بار مهره‌ی سفید خارج شود. $P(X \leq ۳)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۲) $\frac{۱۱۷}{۱۲۵}$ ۳) $\frac{۱۱۹}{۱۲۵}$ ۴) $\frac{۲۴}{۲۵}$ (ریاضی ۹۰ خارج)

تست ۵۵. احتمال انتقال نوعی بیماری مسری به افراد مستعد ۰/۲ است. اگر پنج نفر مستعد، با فردی که حامل این بیماری است ملاقات کنند با کدام احتمال سه نفر آنان مبتلا می‌شوند؟

۱) ۰/۰۲۵۶ ۲) ۰/۰۵۱۲ ۳) ۰/۱۰۲۴ ۴) ۰/۲۰۴۸ (تجربی ۹۳)

تست ۵۶. به‌طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه کننده به فروشگاهی ۶ نفر خرید می‌کنند. در فاصله‌ی زمانی معین ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند؛ با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آن‌ها خرید می‌کنند؟

۱) ۰/۳۱۷۲ ۲) ۰/۳۲۸۲ ۳) ۰/۳۴۵۶ ۴) ۰/۳۶۵۴ (تجربی ۹۰ خارج)

تست ۵۷. پدر و مادری هر یک دارای یک ژن رنگ چشم مغلوب(b) و یک ژن رنگ چشم غالب (B) اند و $p(B)=۳p(b)$. اگر این پدر و مادر دارای سه فرزند باشند با کدام احتمال فقط یکی از فرزندان دارای ژن رنگ چشم مغلوب است؟

۱) $\frac{۹}{۶۴}$ ۲) $\frac{۹}{۳۲}$ ۳) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۴) $\frac{۹}{۱۶}$ (تجربی ۸۶ خارج)

تست ۵۸. شصت درصد از کارکنان سازمانی مرد و چهل درصد آنان زن هستند. می‌دانیم که ۲۰ درصد از مردان و ۴۵ درصد از زنان تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر به‌تصادف ۳ نفر از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال ۲ نفر آنان، تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) ۰/۱۸۹ ۲) ۰/۱۹۲ ۳) ۰/۱۹۶ ۴) ۰/۱۹۸ (تجربی ۹۳ خارج)

تست ۵۹. در پرتاب یک سکه، اگر «رو» بیاید یک تیرانداز مجاز است ۵ تیر رها کند، اگر «پشت» بیاید، ۳ تیر رها می‌کند. می‌دانیم احتمال اصابت هر تیر رهاشده $\frac{۳}{۵}$ است. با کدام احتمال فقط ۱ تیر اصابت می‌کند؟

۱) $\frac{۹۶}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۱۱۴}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۱۳۲}{۶۲۸}$ ۴) $\frac{۱۳۸}{۶۲۵}$ (تجربی ۹۴ خارج)

تست ۶۰. احتمال جوانه زدن هر دانه نوعی بذر $\frac{۲}{۳}$ است. اگر ۴ دانه از این بذر در شرایط یکسان کاشته شوند، با کدام احتمال حداقل سه دانه، جوانه می‌زند؟

۱) $\frac{۴۴}{۸۱}$ ۲) $\frac{۱۵}{۲۷}$ ۳) $\frac{۴۶}{۸۱}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۷}$

تست ۶۱. آزمایشی فقط دو نتیجه دارد، احتمال پیروزی در هر بار $\frac{۳}{۴}$ است. در تکرار ۶ بار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی چند برابر احتمال ۳ پیروزی است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

تیپ های جدید احتمال :

تست ۶۲. در یک شرکت تولیدی، ۵۵ درصد کالا محصول دستگاه A با احتمال ۳ درصد معیوب و ۴۵ درصد آن محصول دستگاه B با احتمال ۵ درصد معیوب است. دو دستگاه مستقل از هم هستند. اگر یک کالا را به‌طور تصادفی انتخاب کنیم و بدانیم که معیوب است. با کدام احتمال این کالا محصول دستگاه A است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۶}$ ۲) $\frac{۶}{۱۳}$ ۳) $\frac{۷}{۱۳}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۶}$ (ریاضی ۹۴ خارج)

تست ۶۳. در دو ظرف به ترتیب ۲۴ و ۱۸ مهره‌ی یکسان موجود است. در ظرف اول ۶ مهره‌ی سفید و در ظرف دوم ۳ مهره‌ی سفید است. از اولی ۷ مهره و از دومی پنج مهره به‌تصادف برداشته و در ظرف دیگری می‌ریزیم. سپس از ظرف آخر یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

۱) $\frac{۱۳}{۷۲}$ ۲) $\frac{۷}{۳۶}$ ۳) $\frac{۱۵}{۷۲}$ ۴) $\frac{۳۱}{۱۴۴}$ (ریاضی ۹۴)

تست ۶۴. کارمندان اداره‌ای از نظر جنسیت و سطح تحصیلات مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند، احتمال آن که کارمند زنی تحصیلات دانشگاهی نداشته بشد، کدام است؟

جنسیت / تحصیلات	زن	مرد
دانشگاهی	۱۰	۱۵
کم‌تر از دانشگاهی	۸۰	۹۰

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۳۴}{۳۹}$

۳) $\frac{۸}{۹}$ ۴) $\frac{۸}{۱۷}$

تست ۶۵. کارکنان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند:

اگر از این اداره به‌تصادف کارمندی انتخاب کنیم، احتمال آنکه این کارمند مرد باشد یا تحصیلات دانشگاهی داشته باشد، چه قدر است؟

جنسیت / تحصیلات	زن	مرد
دانشگاهی	۱۰	۱۵
کم‌تر از دانشگاهی	۳۵	۶۰

۱) $\frac{۵}{۲۴}$ ۲) $\frac{۵}{۸}$

۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۴}$

تست ۶۶. اگر جدول توزیع احتمال متغیر تصادفی Xبه‌صورت زیر باشد، $P(X = ۳)$ کدام است؟

X	۱	۳	۵
$P(x = X_.)$	$۴a^۲$	a	۲a

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

تست ۶۷. یکی از اعداد طبیعی ۳ رقمی را به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه رقم‌های یکان و صدگان این عدد با هم برابر باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۹}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۵}{۳۶}$

تست ۶۸. از مجموعه‌ی $\{۳,۴,۵,۶,\ldots,۳۰\}$، دو عدد متمایز به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه دو عدد زوج متوالی انتخاب شوند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۱۵\times ۲۹}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۴\times ۲۷}$ ۳) $\frac{۱۴}{۱۵\times ۲۷}$ ۴) $\frac{۱۴}{۱۵\times ۲۹}$

تست ۶۹. از بین ۴ توپ سفید و ۳ توپ سیاه هم‌اندازه که درون کیسه‌ای قرار دارند، ۳ توپ به‌طور متوالی به‌تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه فقط رنگ دو توپ اول یکسان باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

تست ۷۰. در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قرار دارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی‌گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج‌شده از ظرف با هم برابر است؟

۱) $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۳۲۴}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۵۴}{۶۲۵}$

تست ۷۱.سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم، اگر شیر ظاهر شد سه سکه دیگر و اگر خط ظاهر شد دو سکه دیگر پرتابمی‌کنیم. احتمال آن که همه‌ی پرتابها یکسان ظاهر شود چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

تست ۷۲. در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد. سه مهره به‌تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های خارج‌شده، متفاوت است؟

۱) $\frac{۵}{۲۲}$ ۲) $\frac{۳}{۱۱}$ ۳) $\frac{۷}{۲۲}$ ۴) $\frac{۴}{۱۱}$ (تجربی ۹۶)

تست ۷۳. در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) ۱۵/۲   ۲) ۱۵/۶   ۳) ۱۵/۸   ۴) ۱۶/۲   (تجربی ۹۶)

تست ۷۴.دانش‌آموزی به ۶ پرسش ۴ گزینه‌ای به‌تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال ۳ پرسش را پاسخ درست داده است؟

۱) $\frac{۱۳۵}{۱۰۲۴}$ ۲) $\frac{۱۳۵}{۵۱۲}$ ۳) $\frac{۴۵}{۵۱۲}$ ۴) $\frac{۲۷}{۵۱۲}$ (تجربی۹۶)

تست ۷۵.در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. سه مهره به‌تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره خارج‌شده، هم‌رنگ هستند؟

۱) $\frac{۴۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۰}$ ۳) $\frac{۷۹}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۳۱}{۶۰}$ (تجربی خارج ۹۶)

تست ۷۶. احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰/۸۴ و احتمال قبول فرد B در همان آزمون ۰/۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟

۱) ۰/۹۲   ۲) ۰/۹۴   ۳) ۰/۹۶   ۴) ۰/۹۸   (تجربی ۹۶خارج)

تست ۷۷.می‌دانیم احتمال مغلوب بودن رنگ چشم $\frac{۱}{۴}$ برای هر فرزند، ثابت است. در خانواده ۴ فرزندی، با کدام احتمال رنگ چشم ۳ فرزند آن‌ها مغلوب است؟

۱) $\frac{۳}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۹}{۶۴}$ ۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$ (تجربی ۹۶ خارج)

پاسخ نامه ی کلیدی آنالیز و احتمال

شماره سؤال	پاسخ صحیح	شماره سؤال	پاسخ صحیح
۱	۴	۴۸	۱
۲	۴	۴۹	۲
۳	۲	۵۰	۱
۴	۳	۵۱	۱
۵	۳	۵۲	۴
۶	۳	۵۳	۳
۷	۳	۵۴	۲
۸	۴	۵۵	۲
۹	۳	۵۶	۳
۱۰	۲	۵۷	۳
۱۱	۳	۵۸	۱
۱۲	۲	۵۹	۲
۱۳	۳	۶۰	۴
۱۴	۳	۶۱	۴
۱۵	۱	۶۲	۱
۱۶	۱	۶۳	۴
۱۷	۳	۶۴	۳
۱۸	۳	۶۵	۴
۱۹	۳	۶۶	۲
۲۰	۳	۶۷	۲
۲۱	۳	۶۸	۲
۲۲	۴	۶۹	۳
۲۳	۲	۷۰	۲
۲۴	۴	۷۱	۳
۲۵	۳	۷۲	۲
۲۶	۳	۷۳	۲
۲۷	۱	۷۴	۱
۲۸	۲	۷۵	۳
۲۹	۲	۷۶	۳
۳۰	۳	۷۷	۱
۳۱	۱		
۳۲	۴		
۳۳	۴		
۳۴	۱		
۳۵	۳		
۳۶	۲		
۳۷	۲		
۳۸	۳		
۳۹	۴		
۴۰	۲		
۴۱	۲		
۴۲	۳		
۴۳	۴		
۴۴	۲		
۴۵	۲		
۴۶	۴		
۴۷	۲		