Riazisara.ir

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

حد

فرض کنید $f(x) = 2x + 1$ تابعی باشد که تعریف کرده ایم. بنابراین :

$$f(3) = 2(3) + 1 = 7$$

که مطلب فوق واضح است.

حال اگر از شما بخواهند $f(2 \cdot \overline{999})$ را به دست آورید میتوانید بگویید :

$$f(2 \cdot \overline{999}) \cong 7$$

و اگر بخواهند $f(3 \cdot \overline{0001})$ را به دست آورید نیز می گویید :

$$f(3 \cdot \overline{0001}) \cong 7$$

پس ازین به بعد باهم قرارداد میکنیم که

$$f(2 \cdot \overline{999}) = \lim_{x \to 3^-} 2x + 1 = 7$$

یعنی حد چپ تابع در $x = 3$ برابر با ۷ است. درواقع بدین معناست که اگر از سمت چپ(مقادیر کمتر از ۳) به ۳ نزدیک شویم مقدار تابع به ۷ نزدیک می شود.

$$f(3 \cdot \overline{0001}) = \lim_{x \to 3^+} 2x + 1 = 7$$

یعنی حد راست تابع در $x = 3$ برابر با ۷ است. بدین معنا که اگر از سمت راست(مقادیر بیشتر از ۳) به ۳ نزدیک شویم مقدار تابع به ۷ نزدیک می شود.

نکته ۱: در صورتی یک تابع در یک نقطه حد دارد که حد چپ و راست آن باهم برابر باشند.

مثال: حد تابع $y = x^2 + 5$ را در $x = 1$ بیابید.

$$\lim_{x \to 1} x^2 + 5 = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 1^+} x^2 + 5 = (1^+)^2 + 5 = 6 \\ \lim\limits_{x \to 1^-} x^2 + 5 = (1^-)^2 + 5 = 6 \end{cases} \to \lim_{x \to 1} x^2 + 5 = 6$$

مثال: حد تابع $y = [x]$ را در $x = 2$ بیابید.

$$\lim_{x \to 2} [x] = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 2^+} [x] = [2^+] = 2 \\ \lim\limits_{x \to 2^-} [x] = [2^-] = 1 \end{cases} \to \text{حد ندارد}$$

مثال: حد تابع $y = [x]$ را در $x = 2 \cdot 5$ بیابید.

$$\lim_{x \to 2} [x] = \begin{cases} \lim\limits_{x \to 2 \cdot 5^+} [x] = [2 \cdot 5^+] = 2 \\ \lim\limits_{x \to 2 \cdot 5^-} [x] = [2 \cdot 5^-] = 2 \end{cases} \to \lim_{x \to 2 \cdot 5} [x] = 2$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال: حد تابع $y=\frac{|x|}{x}$ را در $x=0$ بیابید.

$$\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}=\begin{cases}\lim_{x\to 0^+}\frac{|x|}{x}=\frac{x}{x}=1\\ \lim_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}=\frac{-x}{x}=-1\end{cases}\to \text{حد ندارد}$$

مثال: تابع زیر در $x=5$ **دارای حد** است. مقدار a را به دست آورید.

$$f(x)=\begin{cases}[x]+2x & x>5\\ [3x]+x-a & x\le 5\end{cases}$$

مثال: تابع زیر در $x=5$ **دارای حد برابر با ۳-** است. مقدار a را به دست آورید.

$$f(x)=\begin{cases}[x]+4x+b & x>5\\ [3x]+x-a & x\le 5\end{cases}$$

نکته و تست حد

نکته ۲ :در توابعی که خطی هستند(فاقد براکت یا قدرمطلق یا ....) دیگر لازم نیست که حد چپ و راست را جداگانه محاسبه کنیم و می‌توانیم با جایگذاری، مقدار حد را به دست آوریم.

نکته ۳: در توابع دارای براکت و قدر و امثال اینها حتما باید حد چپ و راست را جداگانه حساب کنیم.

نکته ۴: تابع براکت زمانی که عبارت داخل آن صحیح باشد حد ندارد.

۱. تابع $y=\left[\frac{3x+1}{2x+5}\right]$ در کدام یک از نقاط زیر حد ندارد؟

$x=0$ $\qquad$ $x=1$ $\qquad$ $x=-9$ $\qquad$ $x=-4$

نکته ۵: با تبدیل یک عدد به قرینه ی آن و یا معکوس شدن، حالات + و − به یکدیگر تبدیل می شوند.

مثال:

$$\lim_{x\to 1^-}\left[\frac{1}{x}\right]=[1^+]=1$$

$$\lim_{x\to 1^+}\left[\frac{1}{x}\right]=[1^-]=0$$

$$\lim_{x\to 2}[-x]=\begin{cases}\lim_{x\to 2^+}[-x]=[-(2^+)]=[(-2)^-]=-3\\ \lim_{x\to 2^-}[-x]=[-(2^-)]=[(-2)^+]=-2\end{cases}$$

۲. تابع $y = [|x|]$ در کدام یکی از نقاط زیر حد دارد؟

$x = 2$ $\quad$ $x = -4$ $\quad$ $x = 3$ $\quad$ $x = 0$

۳. حاصل $\lim_{x\to 1^+}\left[\frac{1}{x}\right] + \lim_{x\to 1^-}\left[\frac{1}{x}\right]$ کدام است؟

2 $\quad$ 1 $\quad$ وجود ندارد $\quad$ 0

۴. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{x}{3}\right] - b & x \geq 3 \\ [-x] + 2a & x < 3 \end{cases}$ در *x=3* دارای حدی برابر با 1 است. حاصل $a - 2b$ کدام است؟

2 $\quad$ 2٫5 $\quad$ 4 $\quad$ 4٫5

۵. حاصل $\lim_{x\to \pi^+}[Sinx + Cosx]$ کدام است؟

0 $\quad$ 1 $\quad$ -1 $\quad$ -2

حد توابع کسری(عبارات گویا)

حد توابع کسری به ۴ دسته کلی تقسیم میشود.

حالت ۱:

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد}}{\text{عدد}} \quad : \quad \lim_{x\to 1}\frac{x^2+5}{2x+1} = \frac{6}{3} = 2$$

حالت ۲:

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{صفر}}{\text{عدد}} \quad : \quad \lim_{x\to 5}\frac{x-5}{2x+1} = \frac{0}{11} = 0$$

حالت ۳:

$$\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \begin{cases} \dfrac{\text{عدد}}{\text{صفر حدی}} = \pm\infty \\ \dfrac{\text{عدد}}{\text{صفر مطلق}} = \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

نکته ۶ : صفر مطلق، صفری است که حاصل براکت باشد یا حاصل تفاضل یک عبارت از خودش

مثال:

$$\lim_{x\to1^+}\frac{2x+1}{[x-1]}=\frac{3}{[0^+]}=\frac{3}{0\ \text{مطلق}}\ \text{تعریف نشده}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{2x+1}{x-1}=\frac{3}{0\ \text{حدی}}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{3}{0^+}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{3}{0^-}=-\infty\end{cases}$$

کنکور ۹۸ تجربی:

$$\lim_{x\to0}\frac{x^2-1}{x+|x|}=\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2-1}{2x}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{2x+1}{0}=\dfrac{3}{0}=\text{تعریف نشده}\end{cases}$$

حالت۴:

$$\lim\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}=\begin{cases}\dfrac{\text{صفر حدی}}{\text{صفر حدی}}=\text{مبهم}\\ \dfrac{\text{صفر حدی}}{\text{صفر مطلق}}=\text{تعریف نشده}\\ \dfrac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}}=0\end{cases}$$

نکته ۷: در حالت مبهم باید تابع را رفع ابهام کنیم. روش های متفاوت رفع ابهام به شرح زیر می باشند:

- اتحاد و تجزیه و فاکتورگیری
- هوپیتال
- هم ارزی

✓ اتحاد و تجزیه:

$$\lim_{x\to2}\frac{x^3-8}{x-2}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to2}\frac{(x^2+2x+4)(x-2)}{x-2}=x^2+2x+4=12$$

$$\lim_{x\to0}\frac{x^2+x}{x}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to0}\frac{x(x+1)}{x}=x+1=1$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{Sin2x}{Cosx}=\frac{0}{0}\to\frac{2Sinx\cdot Cosx}{Cosx}=2Sinx=2$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{Cos2x}{Cosx-Sinx}=\frac{0}{0}\to\frac{Cos^2x-Sin^2x}{Cosx-Sinx}=\frac{(Cosx-Sinx)(Cosx+Sinx)}{Cosx-Sinx}$$
$$=(Cosx+Sinx)=\sqrt{2}$$

✓ **هوپیتال:**

در این روش از صورت و مخرج جداگانه مشتق میگیریم.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{Cos2x}{Cosx-Sinx}=\frac{0}{0}\to\frac{-2Sin2x}{-Sinx-Cosx}=\frac{-2}{-\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

$$\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{1-Tan\pi x}{4x-1}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to\frac{1}{4}}\frac{-\pi(1+Tan^2\pi x)}{4}=\frac{-2\pi}{4}=\frac{-\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to\pi}\frac{Cos2x+Cosx}{Sinx}=\frac{0}{0}\to\frac{-2Sin2x-sinx}{Cosx}=\frac{0}{1}=0$$

۶. حاصل عبارات زیر را بیابید.

1)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{Cosx}{Sinx-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{H}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{-Sinx}{Cosx}=\frac{-1}{0^-}=+\infty$$

مقدار 0^- به این دلیل است که وقتی $x\to\frac{\pi}{2}^+$ ، یعنی زاویه چسبیده به $\frac{\pi}{2}$ و در ربع دوم است. بنابراین کسینوس آن کمی(به اندازه اپسیلون) کمتر از صفر می باشد. **(یا درواقع عددی نزدیک به صفر است که بین ۰ تا ۱- می باشد.)**

2)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{Cosx}{Sinx-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{H}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{-Sinx}{Cosx}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\lim_{x\to\pi^-}\frac{Sinx}{Cosx+1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{H}\lim_{x\to\pi^-}\frac{Cosx}{-Sinx}=\frac{-1}{-(0^+)}=+\infty$$

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{Sinx}{Cosx+1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{H}\lim_{x\to\pi^+}\frac{Cosx}{-Sinx}=\frac{-1}{-(0^-)}=-\infty$$

7 . حاصل $\lim_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{|Cos\pi x|}{1-\sqrt{2x}}$ برابر است با:

2π $\qquad$ π $\qquad$ $-\pi$ $\qquad$ $\frac{-\pi}{2}$

✓ **هم ارزی:**

۱. اگر $u\to 0$ داریم:

$$\lim_{u\to 0} Sin\, u=u$$

$$\lim_{u\to 0} Tan\, u=u$$

(به جای $Sin\ x$ میتوانیم x را جایگذاری کنیم.)

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x+Sin3x}{Tan(2x)}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to 0}\frac{2x+3x}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{2x}=\frac{5}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+Sin^2 3x}{x\cdot Sinx}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to 0}\frac{x^2+(3x)^2}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{10x^2}{x^2}=10$$

نکته ۴: در حالتی که $x-sinx$ داشته باشیم نمی توان از هم ارزی های فوق استفاده کرد. بنابراین:

$$sinu=u-\frac{u^3}{6}\to u-sinu=\frac{u^3}{6}$$

$$Tanu=u+\frac{u^3}{3}\to u-Tanu=\frac{-u^3}{3}$$

مثال:

$$\lim_{x\to 0}(\frac{x-sinx}{x^3})=\frac{\frac{x^3}{6}}{x^3}=\frac{1}{6}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{Tanx-sinx}{x^3}\right)=\frac{\left(x+\frac{x^3}{3}\right)-\left(x-\frac{x^3}{6}\right)}{x^3}=\frac{\frac{x^3}{2}}{x^3}=\frac{1}{2}$$

۲. اگر $u\to 0$ داریم:

قضیه کم توان: اگر داشته باشیم $\cdots+u^{m+1}+u^m$ میتوانیم آن را معادل با u^m که دارای توان کمتری است در نظر بگیریم.

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x^2+Sin3x}{Tan(2x)}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to 0}\frac{2x^2+3x}{2x}=\frac{3x}{2x}=\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+Sin^2 3x}{x\cdot Sinx+x^3}=\frac{0}{0}\to\lim_{x\to 0}\frac{x^2+(3x)^2}{x^2+\cancel{x^3}}=\lim_{x\to 0}\frac{10x^2}{x^2}=10$$

۳. اگر $u\to 0$ داریم:

$$\lim_{u\to 0}Cos^m u=1-\frac{m}{2}u^2$$

۸. حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{1-Cos2x^2}{Sin(\frac{x^4}{4})}$ کدام است؟

$\frac{-2}{3}$ $\frac{2}{3}$ -8 8

نکته ۵: اگر داخل کمان سینوس به صفر میل کند میتوانیم از هم ارزی استفاده کنیم حتی اگر x به صفر میل نکند.

۹. حاصل $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{Sin(3x-\pi)}{x-\frac{\pi}{3}}$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$ 3

۱۰.حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{Cos(x+\frac{\pi}{2})}{x^2-2x}$ برابر است با:

$\frac{-1}{2}$ $\frac{1}{2}$ -1 1

۱۱.حاصل $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$ کدام است؟

0 $\frac{1}{6}$ 1 وجود ندارد

۱۲.حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{\sqrt{1-\cos x}}$ برابر است با:

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 0

نکته ۶ :هرگاه رادیکال داشتید و زیر رادیکال برابر با صفر بود بهتر است از هوپیتال استفاده نکنید(چرا؟)

۱۳.حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}^{+}}\frac{\sqrt{1-Sin2x}}{Sinx-Cosx}$ برابر است با:

0 -1 1 2

۱۴.حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{4}^{-}}\frac{\sqrt{1+Sin2x}}{Sinx+Cosx}$ برابر است با:

-1 0 2 1

۱۵.حاصل $\lim\limits_{x\to 2^{-}}\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x^2-2x}$ برابر است با:

$\frac{-1}{2}$ 1 $\frac{1}{2}$ -1

۱۶.حاصل $\lim\limits_{x\to 1^{+}}\frac{\sqrt{x^2-2x+1}}{x^2+x-2}$ برابر است با:

$\frac{1}{3}$ -1 $\frac{-1}{3}$ 0

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

حد در بی نهایت

تا به اینجا در تمامی مثال ها، مقدار x به سمت یک عدد میل می کرد.

اما اگر x به سمت $\pm\infty$ میل کند داستان متفاوت است. تمامی سوالات حد در بی نهایت را با ۳ هم ارزی ساده می توان حل کرد.

1 . هم ارزی پرتوان:

همانطور که در حدهای $x \to 0$ از هم ارزی کم توان استفاده می کردیم، در این جا از هم ارزی پرتوان استفاده میکنیم. یعنی وقتی که توان های بالاتر x موجود باشند از توان های پایین تر چشم پوشی میکنیم.

$$\lim_{x\to\pm\infty} x^3 + 10x^2 + 50x \cong x^3$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} 2x^5 - 10x^4 + x \cong 2x^5$$

2 . هم ارزی عبارات گویا:

اگر داشته باشیم:

$$y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{ax^n + bx^{n-1} + \cdots}{a'x^m + b'x^{m-1} + \cdots}$$

سه حالت کلی بر اساس درجه عبارات صورت و مخرج پیش می اید:

$$\begin{cases} if\ n > m \ \rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \infty \\ if\ n < m \ \rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0 \\ if\ n = m \ \rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \dfrac{a}{a'} \end{cases}$$

درجه صورت بیشتر از درجه مخرج

درجه صورت کمتر از درجه مخرج

درجه صورت برابر با درجه مخرج

3 . هم ارزی سوم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} \sqrt[n]{ax^n + bx^{n-1} + \cdots} = \sqrt[n]{a}\left|x + \frac{b}{na}\right|$$

- ✓ دقت میکنیم که در این هم ارزی حتما باید فرجه رادیکال و درجه عبارت هردو با هم برابر باشند.
- ✓ دقت میکنیم که در این عبارت b حتما ضریب آن توانی از x است که یک واحد از درجه عبارت کمتر باشد.

$$\lim_{x\to\pm\infty} \sqrt[3]{x^3 + 2x + \cdots}$$

مثلا در مثال فوق دقت کنیم که $b=0$ می باشد. زیرا قرار بوده که b ضریب x^2 باشد.

آزمون حد در بی نهایت

۱۷.اگر داشته باشیم : $\frac{1}{2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x+1+\sqrt[3]{x^3+5x^2}}{ax^n}$ مقدار a را بیابید.

3	1	2	6

۱۸.اگر داشته باشیم : $\frac{1}{3} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+1+\sqrt{x^2+4x}}{1+ax^n}$ مقدار a را بیابید.

3	4	2	1

۱۹.حاصل حد $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{x^3+x^2}}{2+x}$ را بیابید.

0	3	1	2

۲۰.حاصل حد $\lim_{x\to-\infty} \frac{4\sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{8x^3+x^2}}{2x+\sqrt{x}}$ را بیابید.

2	-1	1	-2

۲۱.حاصل $\lim_{x\to-\infty} 2x + \sqrt{4x^2+4x}$ کدام گزینه است؟ (تجربی ۹۸)

-1	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{4}$	0

۲۲.حاصل حد $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4x^2+16x}+\sqrt[3]{8x^3+x}}{2}$ را بیابید.

-4	-2	∞	$\infty-\infty$

پیوستگی

پیوستگی در نقطه

اگر تابع در یک نقطه علاوه بر این که حد داشته باشد، مقدار حد با مقدار تابع در آن نقطه برابر باشد در آن نقطه پیوسته است.

$f(x)=\begin{cases}2x+3 & x>5\\ 4x+a & x=5\\ x^2+b & x<5\end{cases}$ به ازای چه مقادیری از a و b تابع در $x=5$ پیوسته است؟

پیوستگی راست:

پیوستگی چپ:

سوال: اگر تابع در $x=3$ پیوسته باشد. مقدار aو b را محاسبه کنید.

$$f(x)=\begin{cases}a[x]+e^{x-3} & x>3\\ \left[\frac{25}{x+1}\right]+\left[-\frac{25}{4}\right] & x=3\\ x^2+b\cdot\left(\frac{Lnx}{Logx}\right)^{3-x} & x<3\end{cases}$$

سوال: مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در $x=3$ پیوسته باشد.

$$f(x)=\begin{cases}\left[\frac{3}{x}\right]+a[-x] & x>3\\ \left[\frac{x}{3}\right]+\left[\frac{6-x}{3}\right] & x=3\\ b^2x & x<3\end{cases}$$

پیوستگی در بازه

- برای بررسی پیوستگی تابع در بازه $(a.b)$ باید فقط پیوستگی در نقاط داخل بازه را چک کنیم.
- برای بررسی پیوستکی در بازه $[a.b]$ علاوه بر شرایط فوق باید تابع در نقطه a از سمت راست و در نقطه b از سمت چپ پیوسته باشد.
- برای بازه های $[a.b)$ و $(a.b]$ چطور؟

نکته ۱: تابع $y=f(x)\cdot[x]$ در نقاط صحیح پیوسته نیست، مگر اینکه آن نقطه ریشه $f(x)$ باشد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۲.نقاط ناپیوستگی تابع $y=(x-1)[x]$ را در بازه ی (-1.3) مشخص کنید.

نکته ۲: تابع $y=f(x)\cdot[x^n]$ در نقاطی که داخل براکت را صحیح کنند پیوسته نیست ، مگر اینکه آن نقاط ریشه $f(x)$ باشد.

۲۳.به ازای چه مقادیری از a تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{8+x^3}{|x+2|} & x\neq -2\\ a & x=-2\end{cases}$ در نقطه مرز فقط از چپ پیوسته است؟(تجربی ۹۸)

-12 $\quad$ 12 $\quad$ 6 $\quad$ -6

۲۴.تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $y=(x-1)[x^2]$ را در بازه ی $(0,2)$برابرست با:

5 $\quad$ 6 $\quad$ 4 $\quad$ 7

۲۵.تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $y=(x^2-1)\left[\frac{4x-1}{3}\right]$ را در بازه ی $(0,3)$برابرست با:

5 $\quad$ 4 $\quad$ 3 $\quad$ 6

۲۶.تابع $y=(x^2-3x+2)[x^3]$ در چند نقطه با طول صحیح حد دارد؟

0 $\quad$ 1 $\quad$ 3 $\quad$ 2

۲۷.حاصل $[Sinx]+\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{Cosx}{[Cosx]}$ برابرست با:

-1 $\quad$ 1 $\quad$ موجود نیست $\quad$ 0

۲۸.حاصل $[Sinx]+\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{[Cos2x]}{[Cosx]}$ برابرست با:

-1 $\quad$ 1 $\quad$ موجود نیست $\quad$ 0

۲۹.حاصل $[Sinx]+\lim_{x\to\pi^+}\frac{[Cos2x]+1}{[Cosx]}$ برابرست با:

-2 $\quad$ 2 $\quad$ -1 $\quad$ $+1$

۳۰.حاصل $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}^-}\frac{[4Cos^2x]}{Cosx}$ برابر است با:

1 $\quad$ 2 $\quad$ 4 $\quad$ 3

آزمون حد

۱. مجموع حد چپ و راست تابع $y = \frac{[x]+a}{x-3}$ در نقطه $x = 2$ برابر با 7 است . مقدار a را به دست آورید.

-2 $\quad$ -5 $\quad$ 5 $\quad$ $+1$

۲. حاصل حد $y = \frac{[x]+|x|}{x}$ در نقطه $x = 0$ را به دست آورید.

-2 $\quad$ 2 $\quad$ وجود ندارد $\quad$ $+1$

۳. حاصل حد $y = \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}-\sqrt{2x}}{x}$ در نقطه $x = 1$ برابر است با:

$-\frac{3}{4\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{3}{\sqrt{2}}$ $\quad$ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $\quad$ $\sqrt{2}$

۴. حد چپ و راست تابع $y = \frac{[3x]+a[x]}{|x|}$ در نقطه $x = 1$ با هم برابرند . مقدار a را به دست آورید.

-2 $\quad$ -1 $\quad$ 2 $\quad$ $+1$

۵. حاصل حد $y = \frac{[|x|]+|x|}{sinx}$ در نقطه $x = 0$ را به دست آورید.

-1 $\quad$ 0 $\quad$ وجود ندارد $\quad$ $+1$

۶. حاصل حد $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{1+4x^2}+\sqrt[3]{1-8x^3}}{x}$ برابر است با:

1 $\quad$ 4 $\quad$ -4 $\quad$ 0

۷. تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & |x| > 2 \\ x^2+3 & |x| < 2 \end{cases}$ در چند نقطه حد ندارد؟

1 $\quad$ 0 $\quad$ 2 $\quad$ 3

۸. حاصل حد چپ $y = \frac{[-2x]+|-x|}{x-1}$ در نقطه $x = 0$ را به دست آورید.

-1 $\quad$ 2 $\quad$ 0 $\quad$ 1

آزمون جامع ۳

۱. اگر $b \in Z \quad , \quad \lim\limits_{x\to\pi^+} \frac{2ax-\pi}{Sinx} = b$ باشد حاصل $\lim\limits_{x\to a^+}[Cos\pi x]$ برابر است با

1 2 0 -1

۲. حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{-|cosx|}{\pi-2x}$ برابر است با

$\frac{-1}{2}$ 0 $\frac{1}{2}$ ∞

۳. مقدار حد $\lim\limits_{x\to1} \frac{Sin(x^2+3x-4)}{1-x^2}$ برابرست با:

$\frac{5}{2}$ $\frac{-5}{2}$ ∞ 0

۴. اگر حاصل حد $\lim\limits_{x\to1^+} \frac{x-[x]}{[x]}$ برابر با b باشد. مقدار $[-3b]-3[-b]$ را به دست آورید.

-1 2 -2 1

۵. حاصل $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt{ax}}{2\sqrt[3]{x}}$ چقدر است؟

$\frac{1}{8}$ $\frac{-1}{8}$ $\frac{1}{2}$ 0

۶. اگر $Sinx + Cosx = 0$ و $|Cosx| = \mathrm{Cosx}$ آنگاه حاصل $Sin(x-\frac{\pi}{4})$ کدام است ؟

0 1 -1 ±1

۷. تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{1}{[Cos\,\pi x]}$ در کدام بازه قابل تعریف است؟

$[0.1]$ (0.1) $\left(\frac{-1}{2}.\frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{1}{2}.\frac{3}{2}\right)$

۸. تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+b & |x|>2 \\ x^2+ax & |x|<2 \end{cases}$ در تمامی نقاط دامنه اش حد دارد. مقدار a را به دست آورید.

2 -1 0 3

۹. معادله $|x^2+2x-8| = k$ دقیقا ۳ جواب دارد. مقدار k چقدر است؟

4 9 3 8