



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هماهنگی کلاس خصوصی آنلاین ریاضی ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲

تابع نمایی

$$* x^0 = 1$$

$$* x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

توان‌های حقیقی:

$$* (xy)^n = x^n y^n$$

$$* \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} (y \neq 0)$$

$$* (x^n)^m = x^{nm} = (x^m)^n$$

$$* x^{n+m} = x^n \cdot x^m$$

$$* x^{n-m} = \frac{x^n}{x^m}$$

تابع نمایی: هر تابع با صابطه $f(x) = a^x$ با عدد حقیقی مثبت و مغایف

$f(x) = a^x \rightarrow (a > 0, a \neq 1)$ بی می باشد.

تابع زیر نمایی هستند:

$$* y = 3^x$$

$$* y = \left(\frac{1}{\mu}\right)^x$$

$$* y = (\sqrt[n]{v})^x$$

تابع زیر نمایی نیستند:

$$* y = 1^x$$

$$* y = 0^x$$

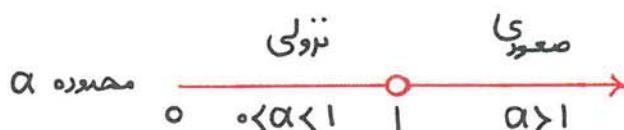
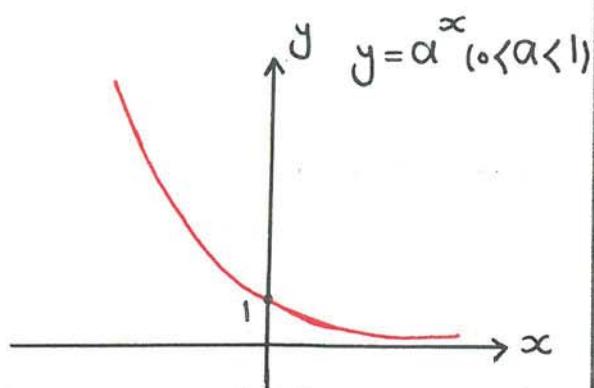
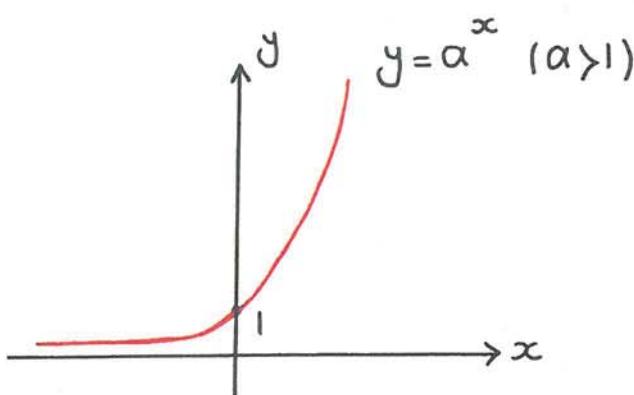
$$* y = (-3)^x$$

* آنکه $a = 1$ باشد صابطه تابع به صورت $y = 1^x = 1$ دریايد

که تابع ثابت است.



«نمودار تابع نمایی»



ویژگی های تابع نمایی:

۱- دامنه آن \mathbb{R} و برد آن $(-\infty, +\infty)$ است.

۲- نمودار تابع در حالتی که $a > 1$ باشد صعودی و در حالتی که $0 < a < 1$ باشد تبری است.

۳- نمودار تابع نمایی محور x را مُضْعِف نمی‌کند.

۴- نمودار تابع نمایی محور y را در مقاطعی $(1, \infty)$ مُضْعِف نمی‌کند. (عرض ارمیدا $= 1$)

۵- نمودار تابع نمایی از ناحیه اول و دوم عبور نمی‌کند.

۹- تابع نمایی، تابع لگاریتم است زیرا تمام خصوصیات مواردی محض، x ها، نمودار تابع را

حداصل شدید نموده قطعی نند و درستی وارون دارد.

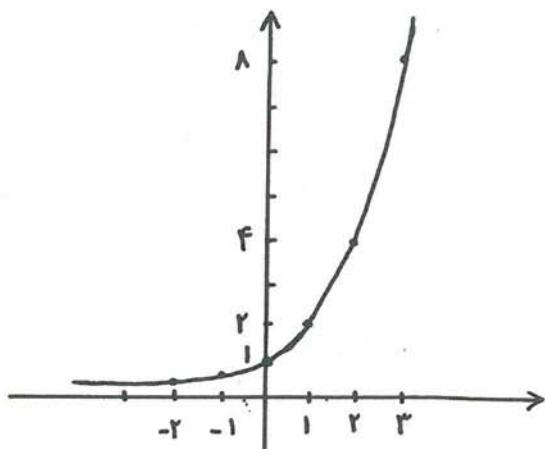
$$f(x) = a^x \longleftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a^x$$

$$f(x) = 3^x \longleftrightarrow f^{-1}(x) = \log_3^x$$

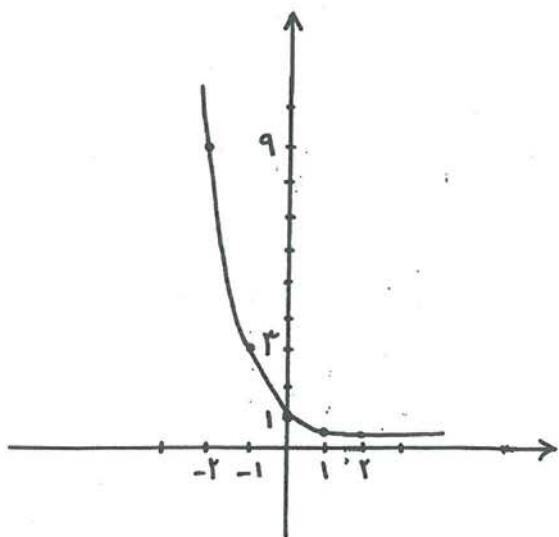
$$f(x) = \log_{10}^x \longleftrightarrow f^{-1}(x) = (10)^x$$

مثال) نمودار تابع $y = 2^x$ و $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را رسم نماید.

x	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8



x	y
-2	9
-1	3
0	1
1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{9}$

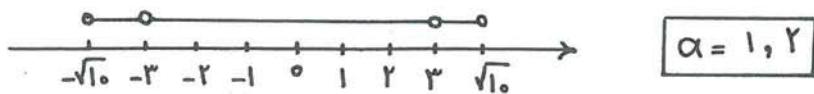


مثال) به ارای ندام مقدار طبیعی a تابع $y = (1 - a^x)^x$ نمایی است؟

$$y = a^x \quad \text{نمایی} \rightarrow a > 0, a \neq 1$$

$$1 - a^x > 0 \rightarrow -a^x < -1 \rightarrow a^x < 1 \rightarrow |\alpha| < \sqrt{1} \rightarrow -\sqrt{1} < \alpha < \sqrt{1}.$$

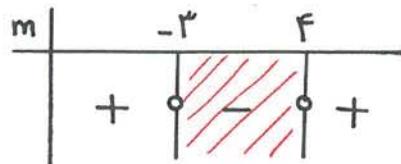
$$1 - a^x \neq 1 \rightarrow a^x \neq 0 \rightarrow \alpha \neq \pm 1$$



مثال) تابع نمایی $y = (-m^r + m + 1)^r$ تابع صوری است حدود m را بیابید.

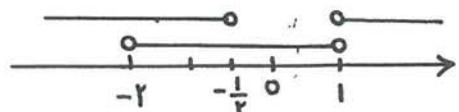
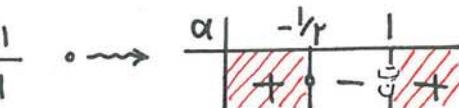
$$-m^r + m + 1 > 1 \rightarrow -m^r + m > 0 \rightarrow m^r - m < 0.$$

$$\rightarrow (m - r)(m + r) < 0.$$



مثال) تابع نمایی $y = \left(\frac{\alpha+1}{\alpha-1}\right)^x$ نمایی است حدود α را بیابید.

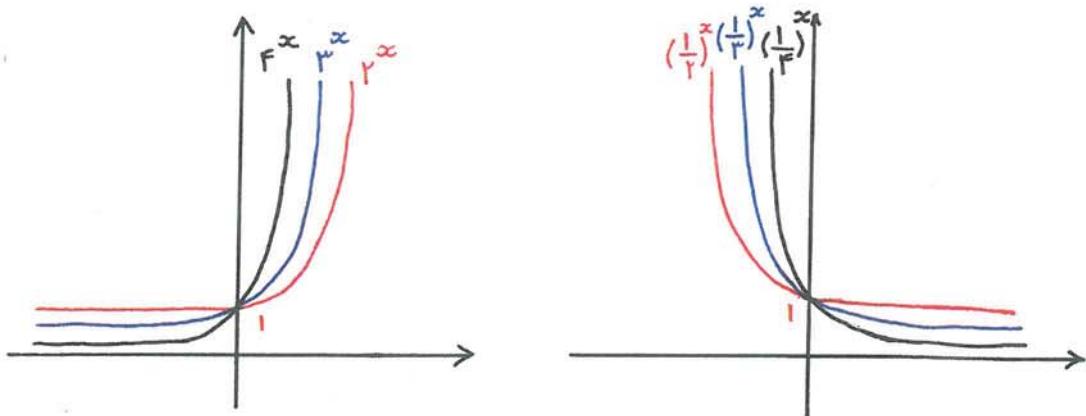
$$0 < \frac{\alpha+1}{\alpha-1} < 1 \rightarrow \frac{\alpha+1}{\alpha-1} - 1 < 0 \rightarrow \frac{\alpha+1 - (\alpha-1)}{\alpha-1} < 0 \rightarrow \frac{2}{\alpha-1} < 0.$$



$$-\frac{1}{2} < \alpha < 1$$

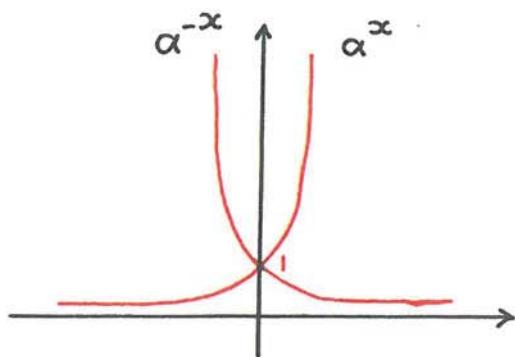


آلرپایه‌های مختلف را «تابع نمایی» نظر ببریم:



نکته ن: نمودار $y = f(x)$ و $y = f(-x)$ نسبت به محور y هماهنگ دارند و نمودار $y = -f(x)$ نسبت به محور x هماهنگ دارد.

نکته ن: نمودار تابع $y = \alpha^{-x}$ و $y = \alpha^x$ نسبت به محور y هماهنگ دارند.



مثال: دامنه تابع زیرا حساب نماید.

$$* y = \frac{1}{3^x - 4^x} \implies 3^x - 4^x = 0 \implies 3^x = 4^x \implies x = 0 \implies D = R - \{0\}$$

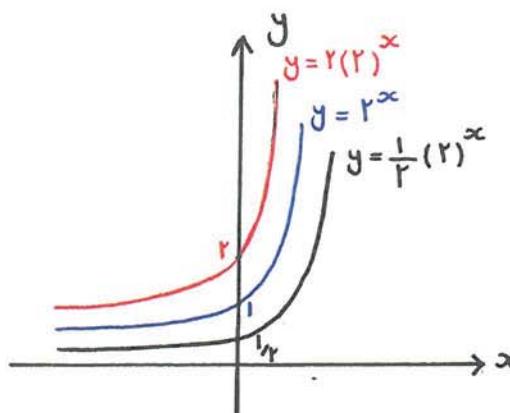
$$* y = \sqrt{4^x - 3^x} \implies 4^x - 3^x > 0 \implies 4^x > 3^x \implies x > 0 \implies D = [0, +\infty)$$

مثال) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$, $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ را حساب نماید.

$$f^{-1} - g^{-1} > 0 \implies (\frac{1}{3})^x - (\frac{1}{2})^x > 0 \implies (\frac{1}{3})^x > (\frac{1}{2})^x \implies x < 0 \rightarrow D = (-\infty, 0)$$

دوس درم:

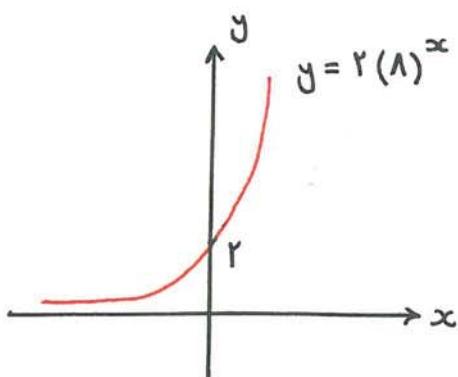
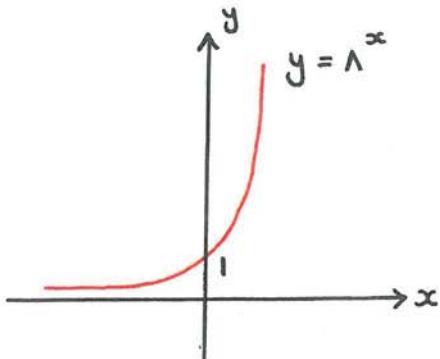
نکته: تابع به صورت $y = K a^x$ یعنی تابع نمایی است ($K \neq 0$) \leftarrow عرض ها که برابر شوند.



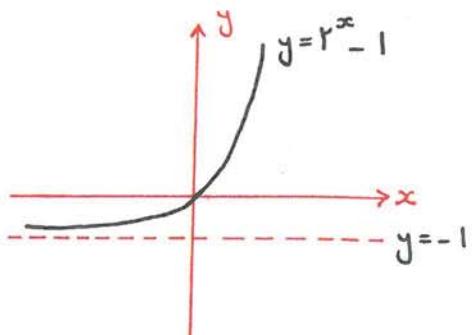
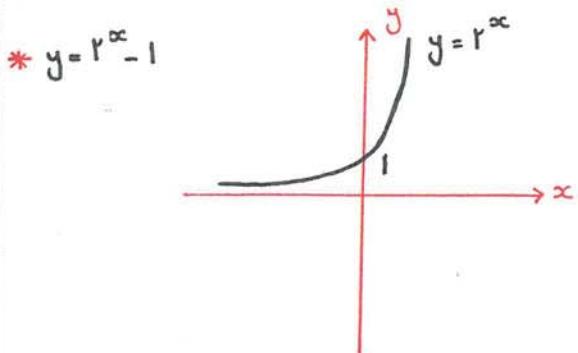
نکته: تابع به صورت $y = a^{mx+n}$ یعنی تابع نمایی است.

$$y = a^{mx} a^n = \underbrace{a^n}_{K} (\underbrace{a^m}_b)^x = K b^x$$

$$* y = 2^{rx+1} \rightarrow y = 2^{rx} \cdot 2^1 = 2(\lambda)^x$$

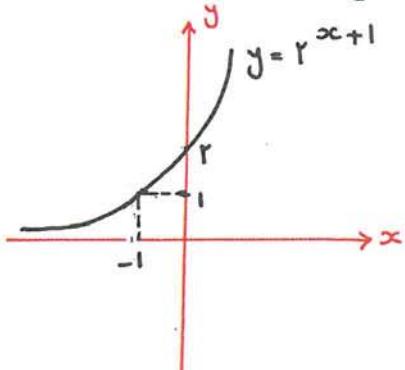
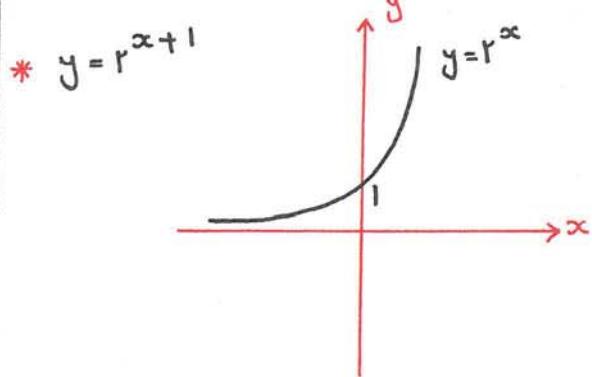


* برای رسم $y = a^x + b$ که ای است تابع نمایی را به اندازه b در امتداد محور y ها بالا یا پائین سویم.

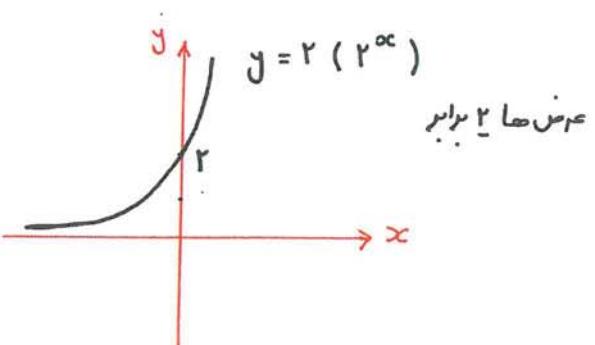
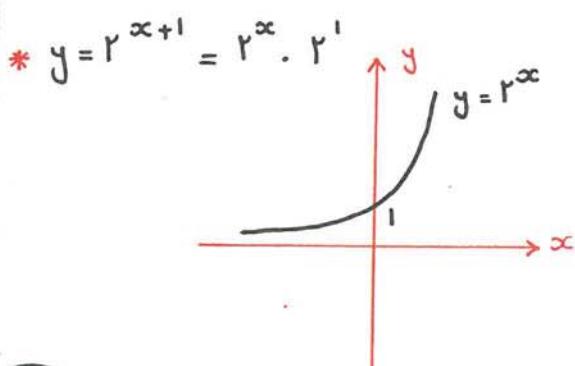


$$: y = a^{x+b} \quad *$$

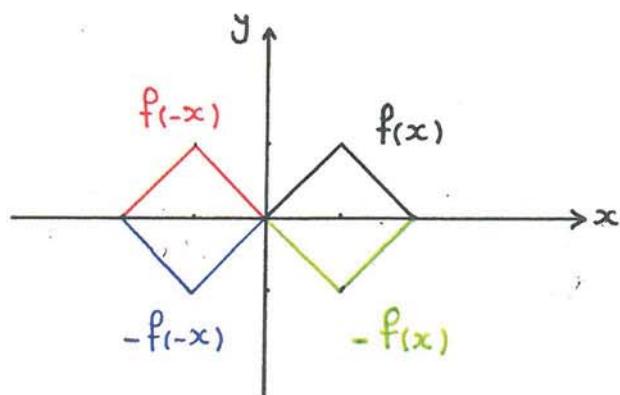
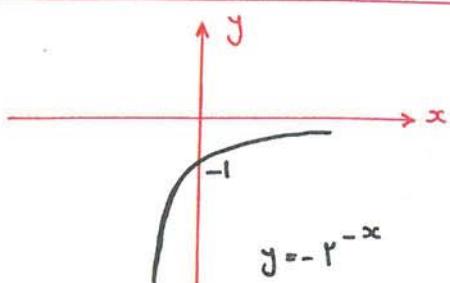
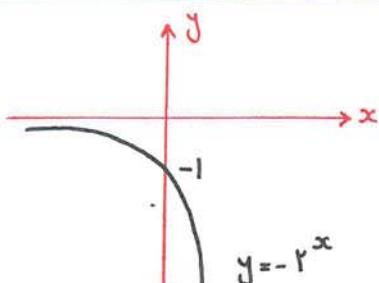
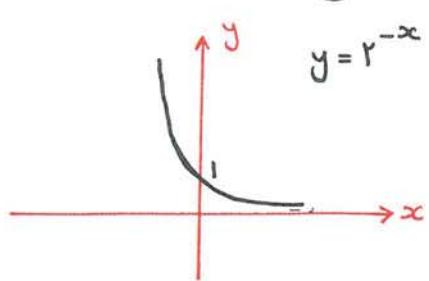
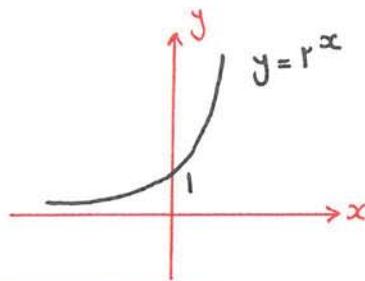
اوش اول: طمی است تابع نمایی را به اندازه b در امتداد محور x ها چپ یا راست سویم.



اوش دوم: عبارت راساده نسیم:



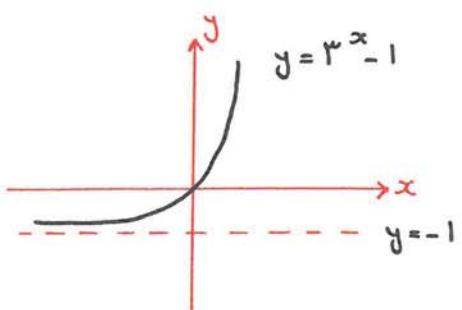
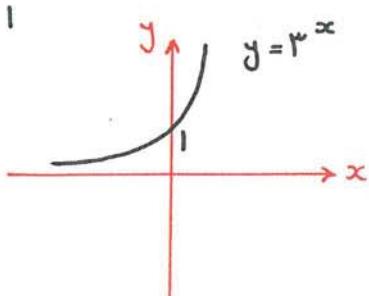
* رسم تابع $y = a^x$



رسم تابع نمایی اولویت باساده سازی است :

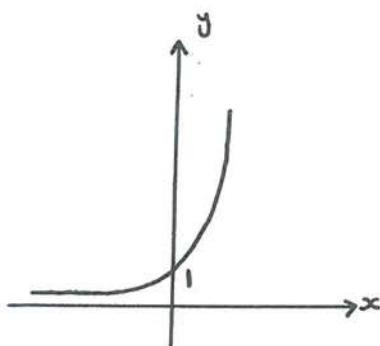
$$* y = \frac{3^x - 1}{9^x + 3^x + 1} = \frac{(3^x)^3 - 1^3}{9^x + 3^x + 1} = \frac{(3^x - 1)(9^x + 3^x + 1)}{9^x + 3^x + 1} = 3^x - 1$$

$$\rightarrow y = 3^x - 1$$

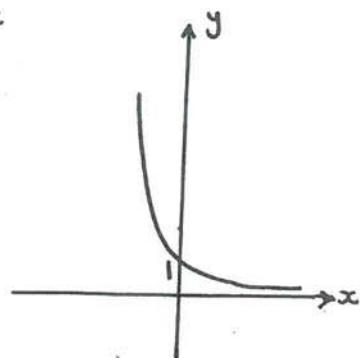


مثال) نمودار توابع ایررا رسم نماید.

* $y = 2^x$

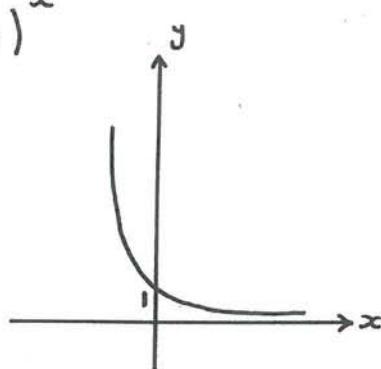


* $y = (\frac{1}{2})^x$

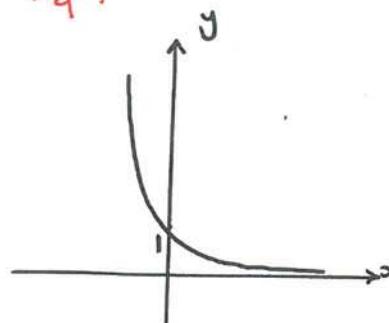


* $y = (\sin \frac{\pi}{5})^x$

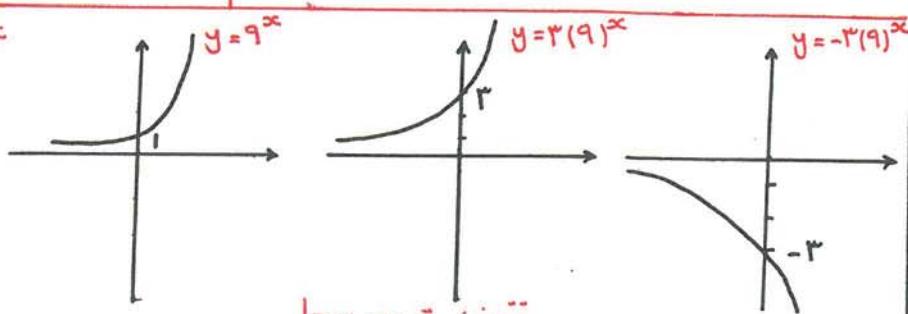
عویس و تا



* $y = +3^{-x} = (\frac{1}{3})^x$

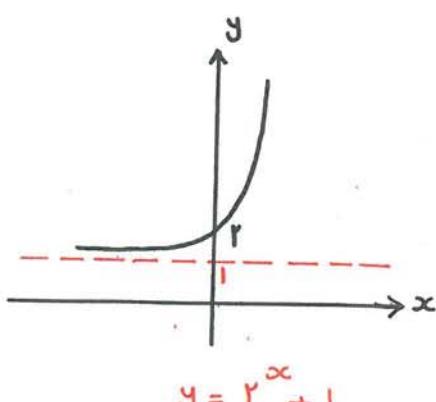
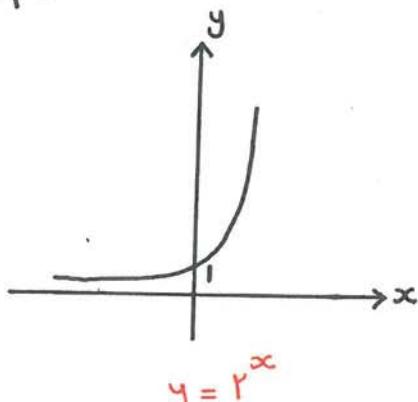


* $y = -3^{2x+1} = -3(9)^x$

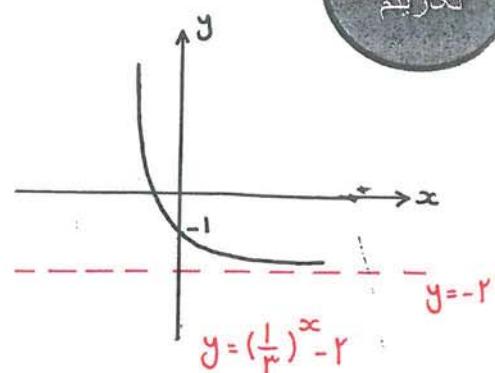
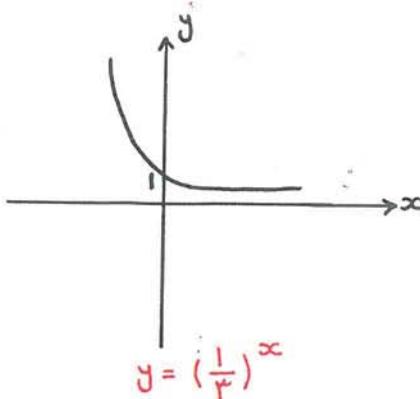


نام نسبت به محور x

* $y = 2^x + 1$

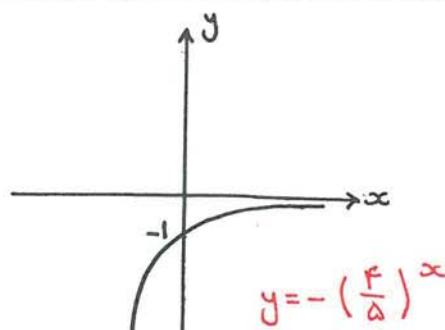
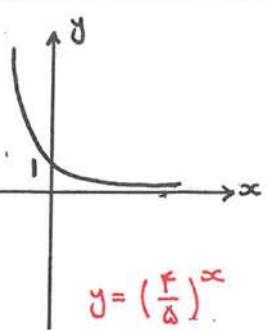


$$* y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$$

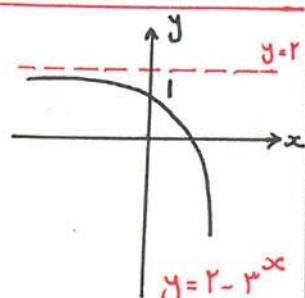
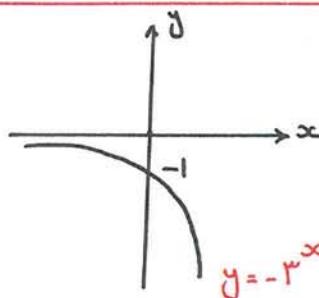
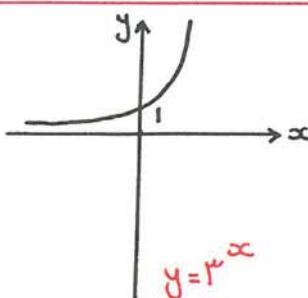


$$* y = -\frac{\left(\frac{1}{\alpha}\right)^x}{2}$$

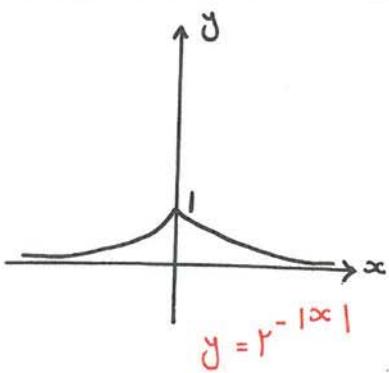
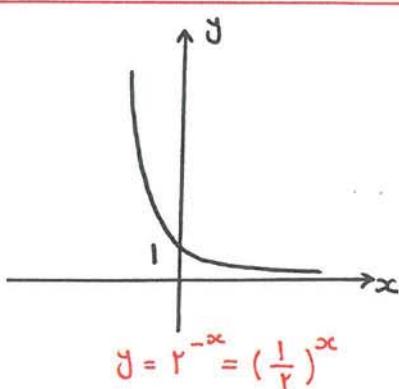
$$= -\left(\frac{1}{\alpha}\right)^x \cdot 2^x = -\left(\frac{1}{\alpha} \cdot 2\right)^x$$



$$* y = 2 - 3^x$$



$$* y = 2^{-|x|}$$

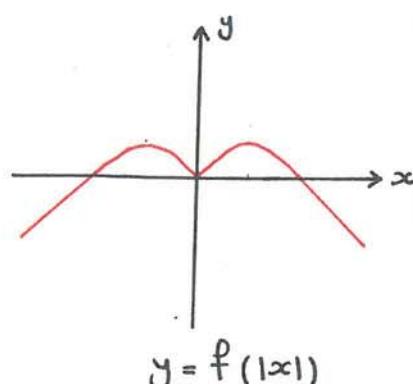
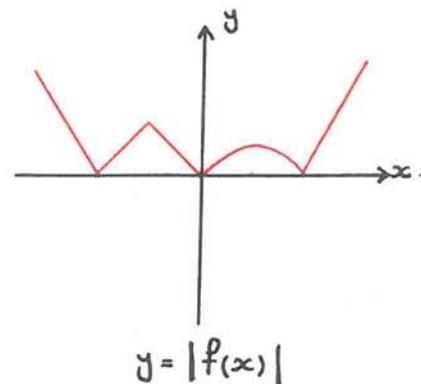
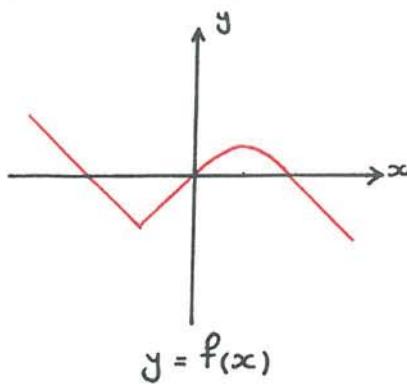


نکته: برای رسم $y = f(|x|)$ ابتدا $y = f(x)$ را رسم نمایید سپس x های منفی پاک و x های مثبت دستیاً

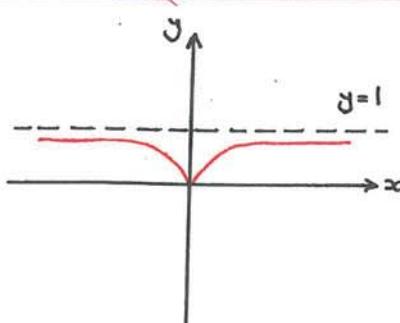
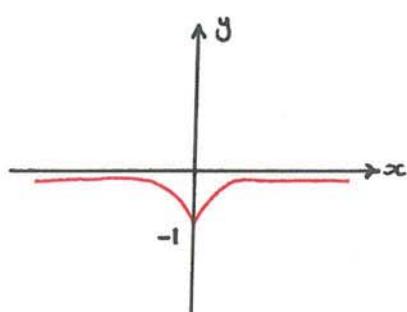
در x های منفی رسم شود.

نکته ت: برای اسم $y = |f(x)|$ را رسم کرد و پس چهای متی پاک

و به بالا اعمال داده سی سور

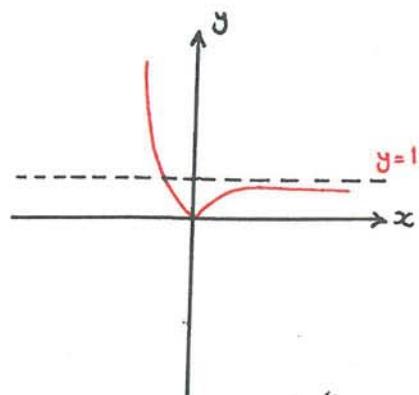
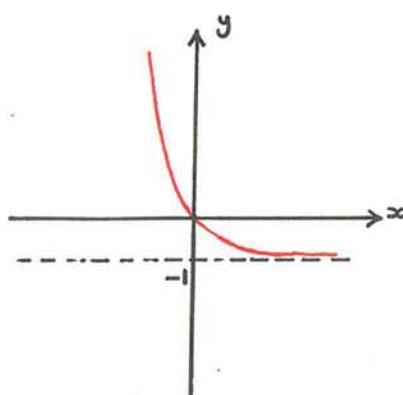


* $y = 1 - 2^{-|x|}$

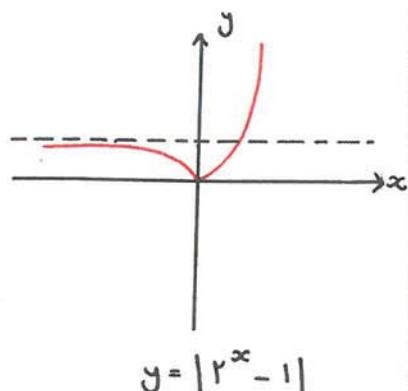
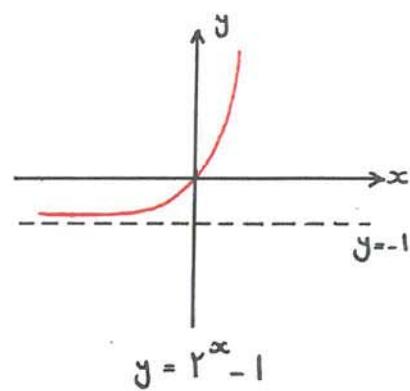
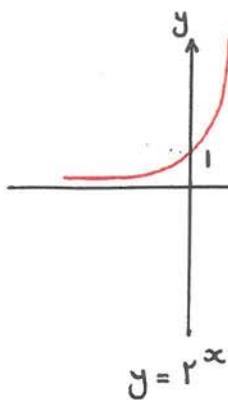


* $y = |2^{-|x|} - 1|$

$y = 2^{-|x|} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



$$* y = \sqrt{f^x - 2^{x+1} + 1} = \sqrt{(2^x)^2 - 2(2^x) + 1} = \sqrt{(2^x - 1)^2} = |2^x - 1|$$



* معادلت نمایی : معادله‌ای‌که متغیر مجهول در توان ترازدارد.

اوش‌های حل : ۱- اربواسم پایه‌هارایی نیم :

مثال) معادلات زیرا حل نماید .

$$* 1^{x-1} = 4^{x+2}$$

$$(2^x)^{x-1} = (2^x)^{x+2} \rightarrow 2^{3x-3} = 2^{2x+4} \rightarrow 3x-3 = 2x+4$$

$$\rightarrow x = 7$$

$$* 4^{x+1} = \frac{1}{32}$$

$$2^{2x+2} = 2^{-5} \rightarrow 2x+2 = -5 \rightarrow 2x = -7 \rightarrow x = -\frac{7}{2}$$

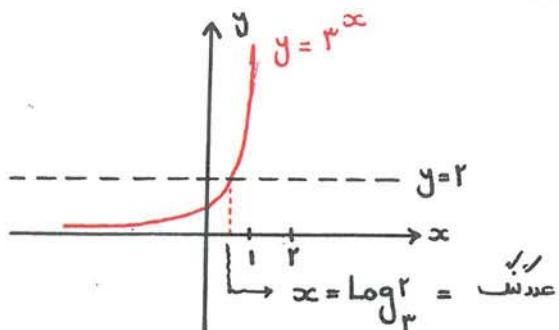
۲- اربواسم پایه‌هارایی نیم :

$$a^{f(x)} = b \rightarrow f(x) = \log_a b$$

مثال) معادلات زیر را حل نماید.

$$* \quad v^x = r \rightarrow x = \log_v r$$

$$* \quad \alpha^{2x-1} = 2 \rightarrow 2x-1 = \log_\alpha 2 \rightarrow 2x = 1 + \log_\alpha 2 \rightarrow x = \frac{1 + \log_\alpha 2}{2}$$



مثال) معادله $3^x = 2$ را حل نماید.

$$* \quad 3 \cdot 4^x + 4^x - 2 = 0 \rightarrow (4^x)^3 + 4^x - 2 = 0 \rightarrow 4^x = t \quad : 3 - اوش تغییر متغیر$$

$$t^3 + t - 2 = 0 \rightarrow t = +1 \rightarrow 4^x = 1 \rightarrow x = 0$$

$$t = -2 \rightarrow 4^x = -2 \rightarrow \text{خطاب نادرد}$$

$$\alpha^{\pm 0} = \triangle, \quad \alpha^{\infty} = 1 \rightarrow x = \infty : \text{ملتهت!}$$

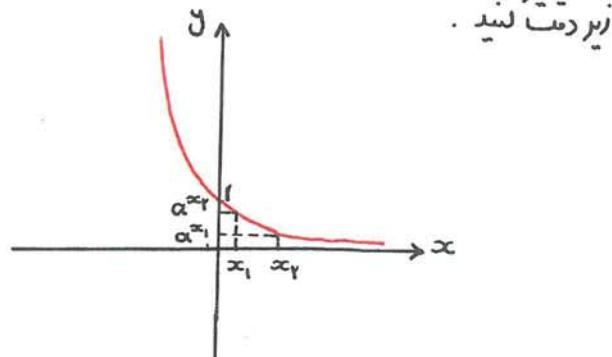
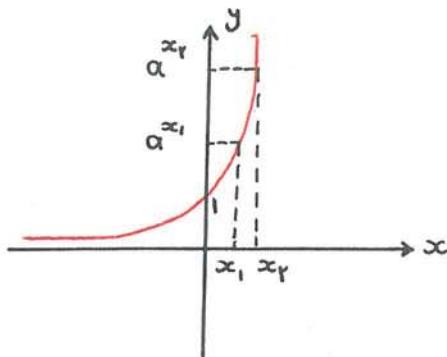
$$* \quad 2^x + 2^{-x} = 3 \rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 3 \rightarrow 2^x = t \rightarrow t + \frac{1}{t} = 3$$

$$\xrightarrow{x=t} t^2 - 3t + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5 \rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow 2^x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow x = \log_2 \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow 2^x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow x = \log_2 \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

* حل نامعادلات نسایی : حل همانند نسایی حل معادلات نسایی است ولی باید به شرط



$$x_1 < x_2 \rightarrow a^{x_1} < a^{x_2}$$

$$x > 0 \rightarrow a^x > 1$$

$$x < 0 \rightarrow 0 < a^x < 1$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$$

$$x > 0 \rightarrow 0 < a^x < 1$$

$$x < 0 \rightarrow a^x > 1$$

$$a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$$

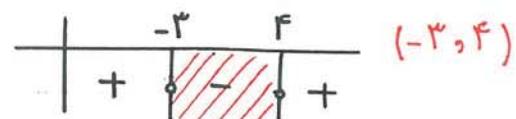
$f(x) \leq g(x)$

$f(x) > g(x)$

* نتیجه :

* $3^{x^2-12} < 3^{+x}$ مثال) نامعادلات زیرا حل نماید.

$$\rightarrow x^2 - 12 < +x \rightarrow x^2 - x - 12 < 0 \rightarrow (x-4)(x+3) < 0.$$



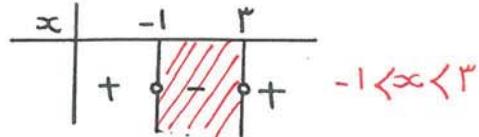
$$* \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} < \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow 3x-1 > 2 \rightarrow 3x > 3 \rightarrow x > 1$$



مثال) در لام باره نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^{x^2-3}$ چه زیر نسودار مترادی است؟

$$(\frac{1}{3})^{x^2-3} > (\frac{1}{3})^{\infty} \implies (\frac{1}{3})^{x^2-3} > (\frac{1}{3})^{2\infty} \implies x^2 - 3 < 2\infty$$

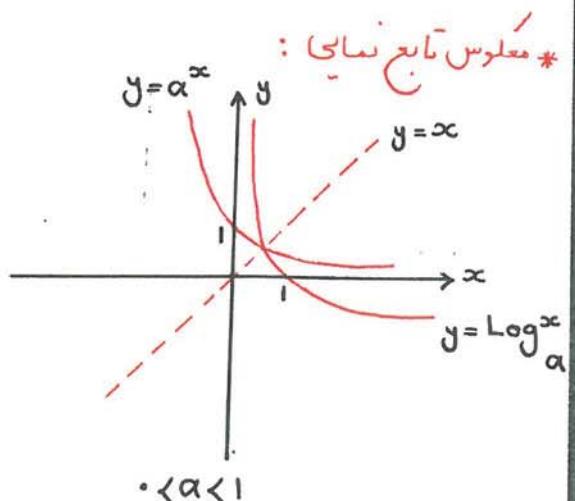
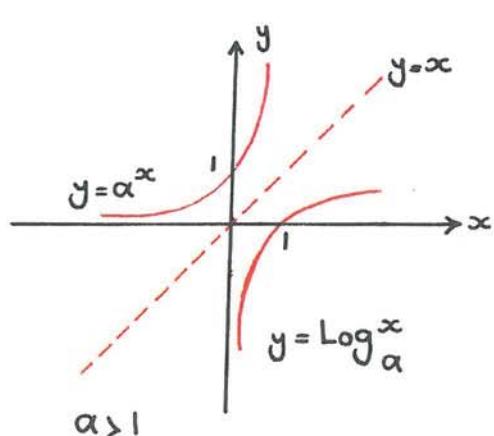
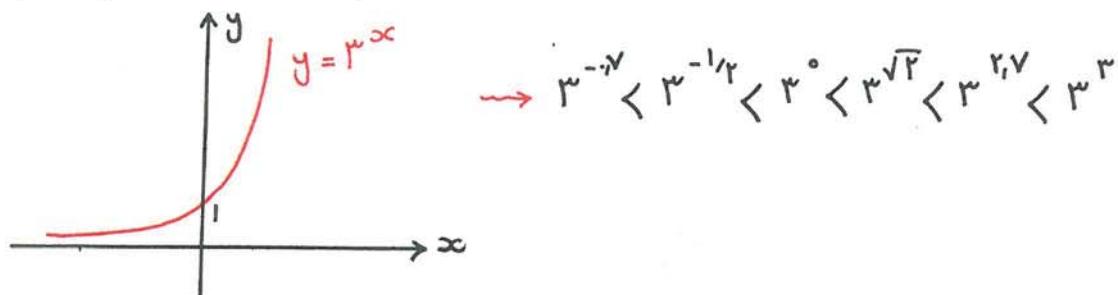
$$x^2 - 2x - 3 < 0 \implies (x-3)(x+1) < 0$$



نتیجه: بهترین راه برای ممایسه اعدار توان دار از نظر بزرگی یا کوچکی رسم نسودراست.

مثال) اعدار زیر را از کوچک به بزرگ ترتیب نمایند.

$$1, 3^{-0.7}, 3^3, 3^{2.7}, 3^{\sqrt{2}}, 3^{-1/2}$$





۱) درستی یا نادرستی عبارات زیر را معلوم کنید.

- محل تقاطع نمودار تابع $y = 2^x$ با محورها نقطه (۲ و ۰) است

- محل تلاقی نمودار تابع $y = 2^x - 8$ با محور x ها نقطه (۰ و ۳) است

- دامنه تابع $y = 2^x$ و $y = x^2$ یکسان است

- نقطه (۹ و -۲) روی نمودار $f(x) = (\frac{1}{3})^x$ قرار دارد

- نمودار توابع $y = 4^x$ و $y = (\frac{1}{4})^x$ نسبت به خط $y=x$ قرینه یکدیگرند

- دامنه و برد تابع نمایی $y = a^x$ برابر R است

- اگر $x > y$ ، آنگاه $(\frac{1}{3})^x > (\frac{1}{3})^y$

- اگر $x > y$ ، آنگاه $2^x < 3^y$

- نمودار تابع $y = a^{-x}$ و $y = a^x$ نسبت به محور y ها قرینه‌اند

- ۱۰) هر خطی موازی محور طول‌ها نمودار تابع $y = a^x$ با شرط $a > 0$ و $a \neq 1$ را در یک نقطه قطع می‌کند

- ۱۱) تابع $y = a^x$ با شرط $a > 0$ یک تابع یک به یک است

- ۱۲) نمودار تابع $y = a^x$ با شرط $0 < a < 1$ همواره محور x هارا در نقطه (۰ و ۱) قطع می‌کند

- ۱۳) مقدار تابع نمایی $y = a^x$ با افزایش مقدار x افزایش می‌یابد

- ۱۴) در تابع نمایی $y = a^x$ ، مقدار y هیچ‌گاه منفی نمی‌شود

- ۱۵) در تابع نمایی $y = a^x$ ، x میتواند هر عددی باشد





-۱۶ \square عدد $3^{\sqrt{5}}$ بین [۹ و ۲۷] است

-۱۷ \square نقطه $y = 3^{-x}$ روی تابع $(\sqrt{5} \cdot 3^{\frac{\sqrt{5}}{5}})$ قرار دارد

-۱۸ \square معادله $3^{-x} = -3$ دیگر ریشه دارد

-۱۹ \square مختصات طول نقطه برخورد خط $y = 2^{-x}$ و تابع $y = \frac{3}{8}$ بین دو عدد -۲ و -۱ قرار دارد

-۲۰ \square عدد $2^{-\sqrt{5}}$ بین دو عدد $(\frac{1}{2})^2$ و $(\frac{1}{2})^3$ قرار دارد

(۲) جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.



-۱ مقدار تابع $y = (\sqrt{3})^{-x}$ با افزایش مقدار x می‌باید.

-۲ دامنه تابع نمایی $y = a^x$ و برد آن است.

-۳ بوای رسم $y = 3^{-x}$ کافی است نمودار $y = 3^x$ را نسبت به محور قوینه کنیم.

-۴ مختصات طول نقطه برخورد خط $y = 2^x$ بین دو نقطه صحیح متوالی و قرار دارد.

-۵ دامنه تابع $y = 3(2)^x - 1$ و برد آن است.

(۳) در جای خالی علامت < یا > قرار دهید.



$$3^{3\sqrt{2}} \bigcirc 3^{\sqrt{3}} - 1$$

$$-(0/25)^6 \bigcirc (\frac{1}{2})^{10} - 2$$

$$(\frac{\sqrt{7}}{5})^3 \bigcirc (\frac{\sqrt{7}}{5})^{-2} - 3$$

$$2^9 \bigcirc 4^4 - 4$$

$$5^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \bigcirc 5^{-\sqrt{3}-\sqrt{2}} - 5$$

$$(\frac{1}{3})^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \bigcirc (\frac{1}{3})^{1-\pi} - 6$$

دانلود از سایت ریاضی سرا





۴) در جای خالی علامت < یا > قرار دهید.

$$4^x < 4^y \rightarrow x \bigcirc y \quad -1$$

$$3^{-x} < 3^{-y} \rightarrow x \bigcirc y \quad -2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^y \rightarrow x \bigcirc y \quad -3$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-x} < \left(\frac{2}{7}\right)^{-y} \rightarrow x \bigcirc y \quad -4$$

۵) در جای خالی علامت < یا > قرار دهید.

$$a > 1 \text{ و } x < y < 0 \rightarrow a^x \bigcirc a^y \quad -1$$

$$0 < a < 1 \text{ و } x < y < 0 \rightarrow a^x \bigcirc a^y \quad -2$$

$$0 < a < 1 \text{ و } 0 < x < y \rightarrow a^x \bigcirc a^y \quad -3$$

$$a > 1 \text{ و } 0 < x < y \rightarrow a^x \bigcirc a^y \quad -4$$

۶) کدام ضابطه نمایی است.

$$y = 3^x - 1 \quad -1$$

$$y = x^2 + 3x \quad -2$$

$$y = \frac{3^{2x}}{9^{x-1}} \quad -3$$

$$y = \left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^{2x-1} \quad -4$$





نمایی و
تلگرام

$$y = \frac{3^{2x}}{2^{x+1}} \quad -\clubsuit$$

$$y = \frac{3^x + 1}{3^{-x} + 3} \quad -\clubsuit$$

$$y = (1)^{x^2+3x} \quad -\clubsuit$$

۲) نمودار توابع زیر را رسم کنید.



$$y = (\frac{1}{2})^x - 2 \quad -\clubsuit$$

$$y = 2^{x+1} \quad -\clubsuit$$

$$y = 2^{x+1} + 1 \quad -\clubsuit$$

$$y = 3^{-x+1} - 1 \quad -\clubsuit$$





نمایی و
لگاریتم

$$y = 2 \times 3^{x+2} - 2$$

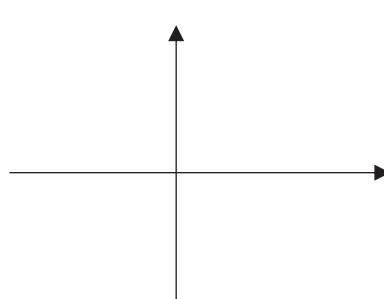
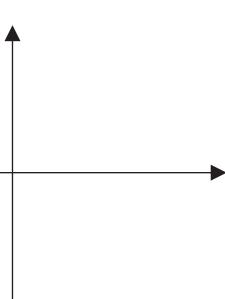
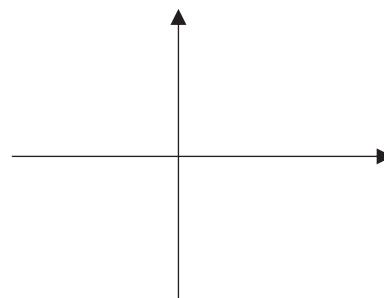
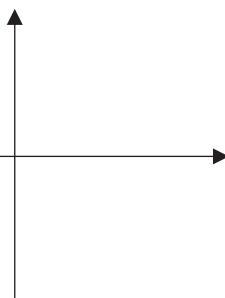
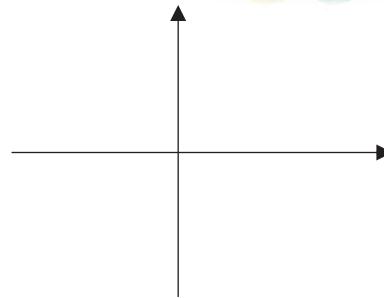
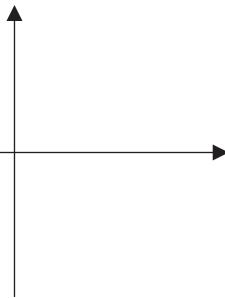
$$y = \frac{3^{x-1}-1}{3^x}$$

$$y = |2^x - 1|$$

$$y = |2^{-x} - 2|$$

$$y = 2^{-|x|}$$

$$y = |3^{-x}| - 1$$





نمایی و
لگاریتم

$$\sqrt{4^x - 2^{x+1} + 1} \quad -11$$

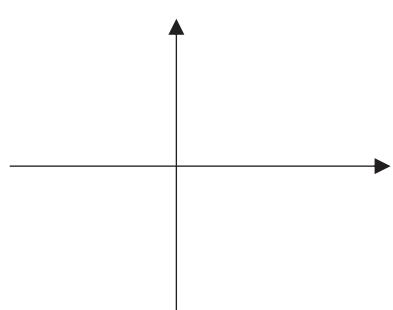
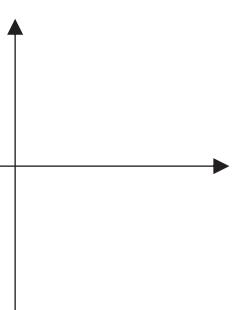
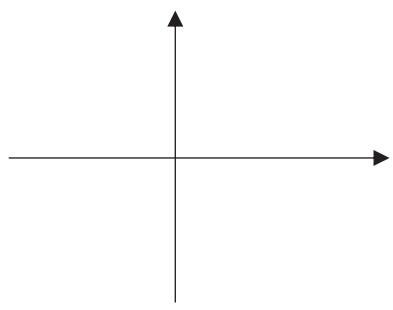
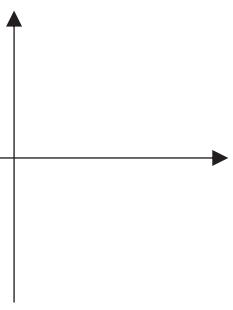
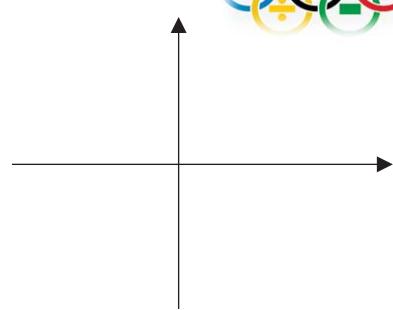
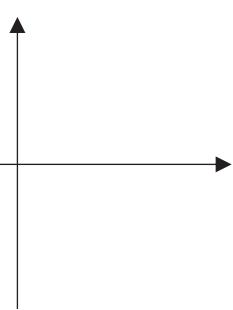
$$y = (\sin \frac{\pi}{5})^x \quad -12$$

$$\begin{cases} 3^x - 1 & x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases} \quad -13$$

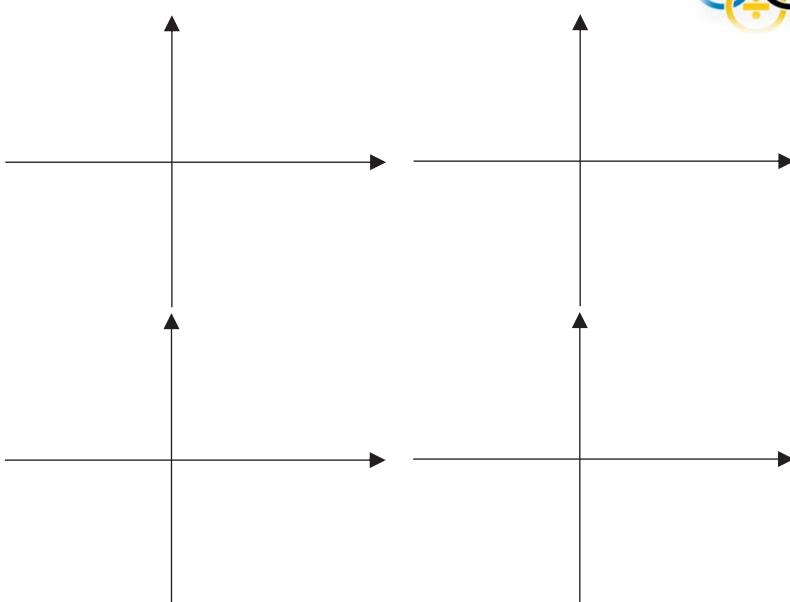
$$\begin{cases} 2^x & x \geq 0 \\ 1 - x & x < 0 \end{cases} \quad -14$$

$$y = 1 - 2^{-|x|} \quad -15$$

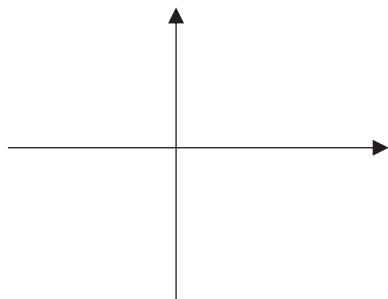
$$y = \pi^x - 1 \quad -16$$



$$y = ||2^x - 1| - 1| \quad -17$$



۸) نمودار توابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = 3^x$ را رسم کنید و مقایسه کنید و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید.

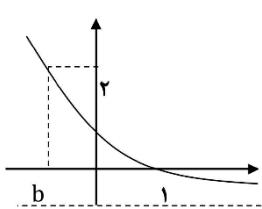


الف- نامعادله $2^x > 3^x$ را حل کنید.

ب- معادله $2^x = 3^x$ را حل کنید.

پ- دامنه تابع $y = \sqrt{2^x - 3^x}$ را بیابید.

۹) مقدار تقریبی $2^{\frac{2}{3}}$ و $3^{\sqrt{3}}$ را با استفاده از نمودار به دست آورید.



۱۰) اگر $f(x) = a^{x-1} + b$ بصورت زیر باشد، حاصل $f(3b)$ را بیابید.



۱۱) نمودار تابع $f(x) = a \times b^x - 5$ از نقاط $(\frac{-17}{4}, 0)$ و $(2, 0)$ عبور می‌کند، حاصل $f(2)$ کدام است؟





(۱۱) دامنه توابع زیر را بیابید.



$$y = 2^x - 3 \quad -1$$

$$y = \frac{2^{x+1}}{3^x - 9} \quad -2$$

$$y = \frac{x+1}{2^{2x-1} - 8^x} \quad -3$$

$$y = \sqrt{2^x - 3^x} \quad -4$$

$$y = \frac{3^x - 9}{9^x - 3^x - 6} \quad -5$$

$$y = \sqrt{\frac{17}{8^x - 2^{2x-5}}} \quad -6$$

$$y = \sqrt{3^x - 3^x} \quad -7$$

$$y = \sqrt{8^x - \frac{16}{4^x}} \quad -8$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{3^x}{4^x - 128}} \quad -9$$

(۱۲) اگر $f(x) = 1 - (\frac{1}{2})^x$ باشد دامنه تابع‌های $y = \sqrt{xf(x)}$ و $y = \sqrt{f(x)}$ را بیابید.





نمایی و
لگاریتم

برد تابع $y = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ را بباید. (۱۳)

اگر $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ و $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ حاصل $g(f^{-1}(3))$ را بباید. (۱۴)

حدود a طوری بباید که تابع $y = (\frac{a+2}{a-1})^x$ یک تابع نمایی باشد. (۱۵)

حدود a را طوری بباید که تابع $y = (\frac{3a-1}{2})^x$ نزولی باشد. (۱۶)

حدود m را طوری بباید که تابع با ضابطه $(-m^2 + 6m - 4)^x$ صعودی باشد. (۱۷)

معادلات زیر را حل کنید. (۱۸)

$$2^{3x-1} = \frac{1}{32} \quad -1$$

$$7^{x+1} \times 49^{2x-1} = (\frac{1}{7})^{x+8} \quad -2$$

$$3^{2x} - 10 \times 3^x + 9 = 0 \quad -3$$

$$4^{x^2-2x} = (\frac{1}{16})^{2x} \quad -4$$





$$25^x - 4(5)^x - 5 = 0 \quad -\Delta$$

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 351 \quad -\varphi$$

$$2^{x+3} - 0/125 = 0 \quad -\forall$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)^x = \left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{2x-1} \quad -\wedge$$

$$5^{x+1} = (0/008)^2 \quad -\vartheta$$

$$\frac{4}{(\sqrt{2})^{x+3}} = \frac{\sqrt{2}}{(4)^{x-3}} \quad -\text{!}.$$

$$5^{2x+1}(0/04)^x = 25^{2x} \quad -\text{!}1$$

$$8(4^{x-1}) = 4(0/5)^{3x-1} \quad -\text{!}2$$

$$4^x - 2^{x+3} + 12 = 0 \quad -\text{!}3$$





نمایی و
تکاریم

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{4x+1} \times (0/125)^{3-x} = \sqrt[3]{16^{x+1}} \quad -14$$

$$3^{2x+1} + 4^x = 4(6)^x \quad -15$$

$$3^{x+1} + 3^x = 108 \quad -16$$

$$3^{x+1} + 3^{-x} - 4 = 0 \quad -17$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9} \quad -18$$

$$2^x = (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \quad -19$$

$$4^{x-\frac{1}{2}} - 3(2^x) + 4 = 0 \quad -20$$

۱۹) معادلات زیر چند ریشه دارند؟

$$3^x + x^2 = 5 \quad -1$$

$$2^x = x^2 \quad -2$$

$$2^x - \log x = 0 \quad -3$$



۲۶

www.riazisara.ir

Hasanpour6364 اینستاگرام:

دانلود از سایت ریاضی سرا

کanal تلگرام:



(۲۰) نمودارهای دو تابع $y = 3^x + \frac{8}{3}$ و $y = (\frac{\sqrt{3}}{3})^{2x}$ در نقطه A متقاطع‌اند. فاصله نقطه A از نقطه (۱ و -۱) B را باید.



(۲۱) نمودارهای دو تابع $g(x) = (\frac{1}{2})^{2x} + \frac{3}{2}$ و $f(x) = 4^x$ با چه طولی یکدیگر را قطع می‌کنند؟



(۲۲) نمودار تابع $f(x) = 3^{x+1}$ را ابتدا نسبت به محور x‌ها قرینه می‌کنیم و سپس به اندازه $\frac{2}{3}$ به طرف y‌های مثبت انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع g حاصل شود. نمودار توابع f و g با کدام عرض متقاطع‌اند؟



(۲۳) نامعادلات زیر را حل کنید.

$$4^{2x+1} > \frac{1}{256} \quad -1$$

$$(\frac{1}{3})^{2x-3} > \frac{1}{27} \quad -2$$

$$4^x < 3^x \quad -3$$

$$5^{3x-4} > 5^{2x+5} \quad -4$$

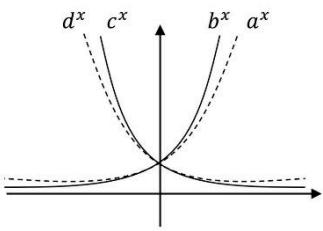
$$(\sqrt{2}-1)^{x^2+x} > (\frac{1}{\sqrt{2}+1})^{3x+8} \quad -5$$

$$(0.04)^{x^2-5x+4} < 625 \quad -6$$





(۲۴) با توجه به شکل زیر a^x, b^x, c^x, d^x را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.



(۲۵) در تابع با ضابطه $f(x) = -4 \times 3^x + 1$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

الف- حاصل $f(2)$ را بیابید.

ب- اگر $f(x) = -35$ باشد مقدار x را بیابید.

ج- حاصل $f^{-1}(-3)$ را بیابید.

(۲۶) بین دو عدد $3^{0/6}$ و $3^{1.5}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟



(۲۷) نمودار دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ و $g(x) = (\frac{1}{9})^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقطع‌اند، اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ بود، حاصل $f^{-1}(2)$ را بیابید.



(۲۸) نمودار یک تابع بصورت $y = x^2 - x$ ، نمودار تابع $f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند، حاصل $f(3)$ کدام است؟



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : یازدهم

نام دبیر : مهندس حسن پور

عنوان آزمون : تابع نمایی

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

ضابطه‌ی تابع وارون تابع $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 4$ کدام است؟

(۱) $f^{-1}(x) = \text{Log}_3\left(\frac{x}{x+4}\right)$

(۲) $f^{-1}(x) = \text{Log}_3\left(\frac{9}{x+4}\right)$

(۳) $f^{-1}(x) = \text{Log}_3\left(\frac{9}{x-4}\right)$

(۴) $f^{-1}(x) = \text{Log}_3\left(\frac{x}{x-4}\right)$

حاصل ضرب جواب‌های معادله $9^x + 27 = 4 \times 3^{x+1}$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نمودار تابع $f(x) = 4^{ax+b}$ ، نمودار تابع $y = x^2 + x - 2$ را در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ قطع می‌کند. حاصل حاصل ضرب جواب‌های معادله $\text{Log}_{4a}(8-b)$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

۴

به ازای چه مقادیری از X نامعادله $4^{x+4} > 4^x$ برقرار است؟

$$2 < x < 4 \quad (4)$$

$$-4 < x < -2 \quad (3)$$

$$-1 < x < 2 \quad (2)$$

$$-2 < x < 1 \quad (1)$$

۵

نمودار تابع $f(x) = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^{bx}$ و خط $y = 9x + 3$ در دو نقطه به عرضهای ۳ و ۱۲ متقاطع‌اند. حاصل

$$4 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

$f^{-1}(192)$ کدام است؟

اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه‌ی $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(x)$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

۶

نمودارهای دو تابع $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ و $f(x) = 3^{ax+b}$ باشد، $g(x) = \frac{1}{3}f(2x)$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر

$$3 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

$f^{-1}(27)$ کدام است؟

- نمودارهای دو تابع $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + \frac{3}{2}$ و $f(x) = 4^x$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی A تا نقطه‌ی
- ۱ کدام است؟ $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$
- $\sqrt{5}$ (۴) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۱)

- باشد، مقدار X کدام است؟
- $$\frac{2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} + 2^{x+5}}{2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} + 2^{x-5}} = 52$$
- اگر
۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

- تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد محور X‌ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور Y‌ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور X‌ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟
- $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۱)

- نمودار توابع $y = 4(\sqrt{3})^x - 4$ و $y = 3^x - 1$ در نقاط A و B متقاطع هستند، طول پاره خط AB چه قدر است؟
- $2\sqrt{17}$ (۴) $2\sqrt{15}$ (۳) $2\sqrt{13}$ (۲) $2\sqrt{7}$ (۱)

۱۲

نمودار تابع $f(x) = a(3)^{bx}$ و خط به معادله $y = 5x + 5$ در دو نقطه به طول های ۲ و ۴ متقاطع هستند، مقدار $a + b$ کدام است؟

 $\frac{13}{5}(4)$ $\frac{11}{5}(3)$ $\frac{13}{6}(2)$ $\frac{11}{6}(1)$

۱۳

برد تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x}$ برابر کدام گزینه است؟

 $\left[\frac{1}{2}, 2\right](4)$ $(0, \frac{1}{4}](3)$ $(0, 2](2)$ $(-\infty, 2](1)$

۱۴

نمودار تابع $f(x) = 2^{ax+b}$ نمودار تابع $y = 2x^2$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۴ قطع می کند، مقدار $a(-2)$ چه قدر است؟

 $\frac{1}{32}(4)$ $\frac{1}{16}(3)$ $\frac{1}{8}(2)$ $\frac{1}{4}(1)$

۱۵

برد تابع $f(x) = 5 \times a^x + b$ بگذرد، مقدار $a(-1, -\frac{9}{2})$ می باشد. اگر این تابع از نقطه $(-7, +\infty)$ کدام است؟

 $7(4)$ $6(3)$ $5(2)$ $4(1)$

۱۶

برد تابع کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۳

(۳) -۴

(۴) -۵

 $f^{-1}(19)$

برابر $+∞$ می‌باشد. اگر این تابع از نقطه $(-1, 26)$ بگذرد، مقدار $f(x) = v \times a^x + b$

۱۷

برد تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} - 2$ در کدام گزینه آمده است؟

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(2, +\infty)$ (۳) $(-2, +\infty)$ (۴) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

۱۸

نمودار تابع $y = \frac{2^x + 4^{x+1}}{4^x + 4 \times 2^{3x}}$ از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) اول

(۲) دوم

(۳) سوم

(۴) چهارم

۱۹

معادله‌ی $|3^x - 2| = k$ دارای ۲ جواب است. حدود k را بیابید.

تابع $y = \left(\frac{2a-1}{a+3}\right)^x$ به ازای چند مقدار صحیح a , یک تابع نمایی نزولی است؟

(۴) بیشمار

۴ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = A(3^{Bx})$ و خط به معادله $7x - 9y = 7$, در دو نقطه به طول‌های ۳ و ۹ متقاطع هستند. مقدار $f^{-1}(2)$, کدام است؟

۱۵ (۴)

۶ (۳)

-۷ (۲)

۷ (۱)

دو تابع $f(x) = 2^{a+1} - 2^{2x} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $g(x) = 3^x - 1$ در نقاطی به عرض $\frac{1}{\sqrt{3}}$ متقاطع‌اند، مقدار a کدام است؟

-۱ (۴)

۳ (۳) صفر

- $\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

چند عدد صحیح در نامعادله‌ی نمایی

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2+1}}\right)^{rx+a} < (\sqrt{2-1})^{x+x^2}$$

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تابع نمایی $y = 2^{ax+b}$ خط به معادله‌ی $65 = 63x + 63$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۱- قطع می‌کند. این تابع نمایی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۸ (۴)

۱۶ (۳)

۳۲ (۲)

۶۴ (۱)

برد تابع $f(x) = \sqrt{x - |x|}$ کدام است؟

[, +\infty) (۴)

{ ۰ } (۳)

{ ۰, ۱ } (۲)

{ ۱ } (۱)

برد تابع $f(x) = 1 - \sin x$ کدام است؟

[\frac{1}{2}, 4] (۴)

[۱, ۲] (۳)

(۰, ۴] (۲)

[۱, ۴] (۱)

۲۷

دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{3^x - 4^x}}{2^x - 1}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, 0]$ (۲) $(-\infty, -1)$ (۳) $(-\infty, 0)$ (۴) $(-\infty, -2)$

۲۸

کدام گزینه صحیح نیست؟

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-2\sqrt{r}} > (25)^{\frac{\sqrt{r}}{r}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-\frac{\sqrt{5}}{r}} < (243)^{\frac{\sqrt{r}}{5}}$$

$$(2)^{\frac{r}{4}} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{\sqrt{r}}{r}}$$

۲۹

مجموع جواب‌های معادله $2^{2x+1} + 8 = 17(2^x)$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱



۳۰

اگر $f(x) = \frac{r^x - r^{-x}}{2}$ و $g(x) = \frac{r^x + r^{-x}}{2}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$(f(x))^2 - (g(x))^2 = 1 \quad (2)$$

$$g(rx) = f(x) g(x) \quad (1)$$

$$(f(x) + g(x))^2 = 1 \quad (4)$$

$$f'(x) - g'(x) = f(x) \quad (3)$$

۳۱

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = A(r^{Bx})$ و خط به معادله $y = 5x$ ، در دو نقطه به طول های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار r^{-1} ، کدام است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۳۲

اگر دو تابع $f(x) = \frac{1}{5x+2}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{A}\right)^x$ در نقطه ای به طول (-1) متقاطع باشند، مقدار r^{-1} کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



نمودارهای دو تابع $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{rx}$ و $f(x) = 9^x + \frac{1}{3}$ در نقطه A متقاطع هستند. فاصله A از مبدأ مختصات چند برابر $\sqrt{37}$ است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

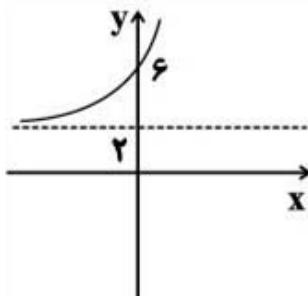
معادله $3^{2x} - 4 \times 3^x + 27 = 0$ چند جواب دارد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱) صفر



نمودار تابع $f(x) = a^{x+2} - b$ به صورت مقابل است. (۸) f(x) کدام است؟

۱۰۲۶ (۱)

۱۰۲۴ (۲)

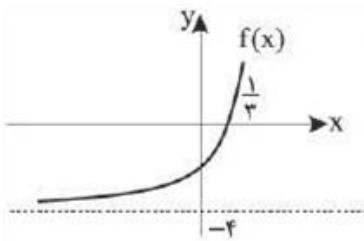
۱۰۲۲ (۳)

۱۰۲۰ (۴)

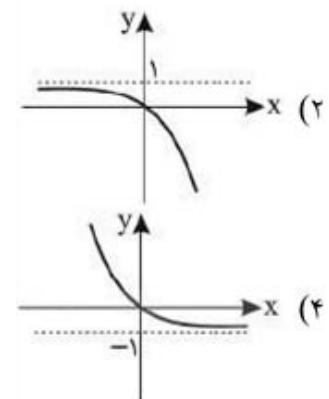
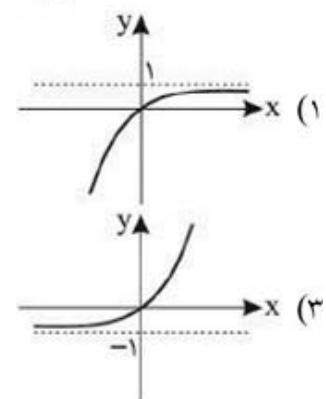
۳۶

نمودار تابع

- ۴ (۱)
۸ (۲)
۱۲ (۳)
۱۴ (۴)

به شکل مقابل است. حاصل $f(x) = b + c \cdot a^{x+1}$ کدام است؟

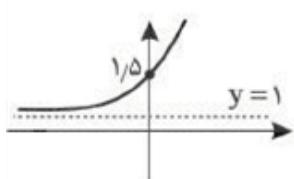
۳۷

نمودار تابع نمایی $y = 1 - \left(\frac{4}{\pi}\right)^{-x}$ کدام است؟

۳۸

شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a + c \cdot 5^{x+b}$ است. حاصل $f(1/5)$ کدام است؟

- $-1 + \sqrt{2}$ (۱)
۳ (۲)
 2 (۳)
 $1 + \sqrt{2}$ (۴)



۴۹

در تابع با ضابطه $y = \frac{3}{2}x^3$ داریم $f(x) = a \cdot b^x$; $b > 0$. مقدار $f\left(\frac{3}{2}\right)$ کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۴۰

فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 2^x$ و $y = (\sqrt{2})^{x+1}$ از نقطه‌ی $A(0, 4)$ کدام است؟

۵ (۴)

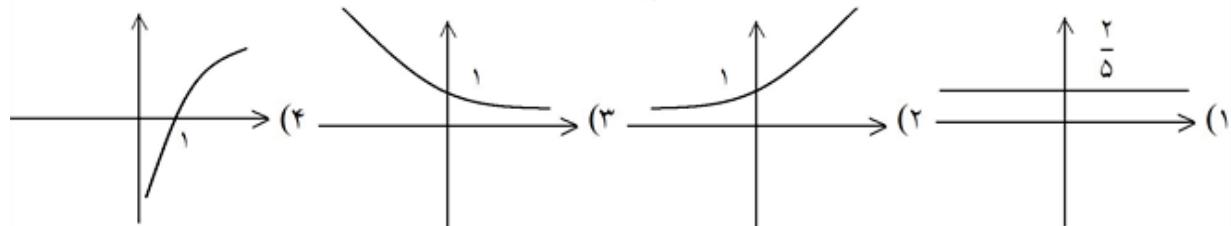
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۴۱

اگر $f(x) = 2^x$ و $g(x) = 5^x$ باشد، نمودار $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ کدام است؟



۴۲

نمودار وارون تابع $y = 2^{x+1} - 1$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟

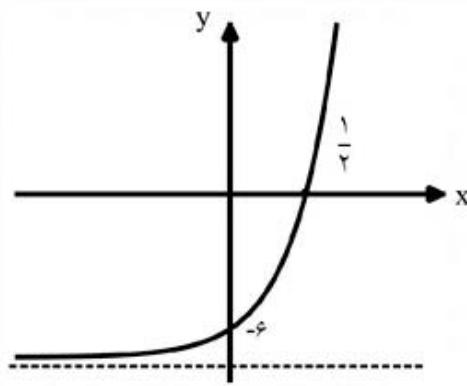
(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول





$$f(x) = -6 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه‌ی

است. $f(x)$ کدام است؟

۲۳۴ (۱)

۱۰۸ (۲)

۷۲ (۳)

۱۸ (۴)

نمودار تابع $f(x) = \frac{4^x - 2^x - 2}{2^x + 1}$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

اگر برد تابع $y = 2^{-x+a} + b$ برابر $[-2, +\infty)$ و محور x را در ۲ قطع کند، آنگاه $a + b$ کدام است؟

۴)

۳)

۲)

۱)



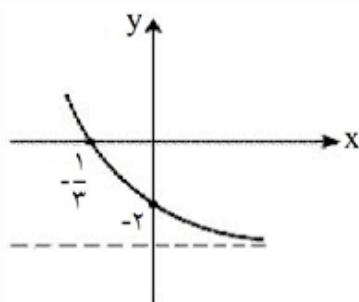
نمودار تابع $y = \frac{9^x + 3^{x+1}}{3^{2x+2} + 9^{x+1/5}}$ از چه تعداد از نواحی مختصات می‌گذرد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^{ax+b}$$

کدام است؟

۵۴ (۱)

۶۰ (۲)

۴۸ (۳)

۲۸ (۴)

نمودار تابع $y = \frac{4^x + 2^x}{2^{3x+2} + 4^x + 1}$ از چه تعداد از نواحی مختصات می‌گذرد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



- الف) نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^3$ را رسم کنید و مقدار تقریبی عدد $\sqrt[3]{5}$ را با توجه به نمودار به دست آورید.
- ب) نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید و مقدار تقریبی آورید.

۵۰

دو تابع $f(x) = \log_3 x$ و $g(x) = \sin x$ در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۴(۴)

۱(۳)

۳(۲)

۲(۱)

۵۱

- نمودار یک تابع به صورت $y = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$, $f(x) = -x^2$, نمودار تابع x را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. f کدام است؟

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)



نقطه تلاقی نمودارهای $y = 64 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ و $y = 4^x$ رأس مثلثی هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

۴۵ (۴)

۳۶ (۳)

۲۰ (۲)

۲۴ (۱)

کمترین مقدار تابع با خصیطه $f(x) = 2^{x^2 - 2x}$ کدام است؟

۴) صفر

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

فاصله نقطه برخورد نمودارهای توابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$ و $y = 4 - 2^{x+3}$ از هم چه قدر است؟

 $\sqrt{11}$ (۴) $\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نمودار تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^x$ در چند نقطه متقاطع هستند؟

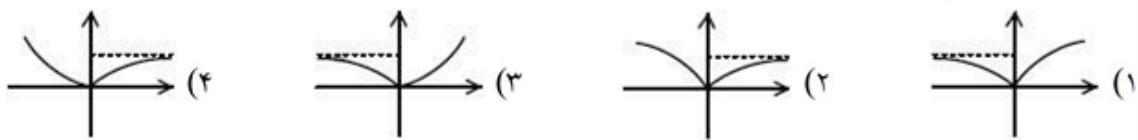
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نمودار تابع $y = \frac{|1 - 2^x|}{2}$ کدام است؟



پاسخنامه کلیدی

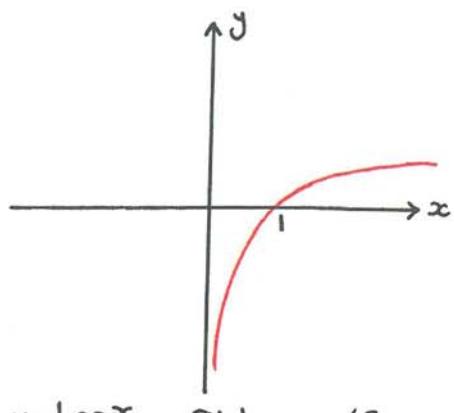
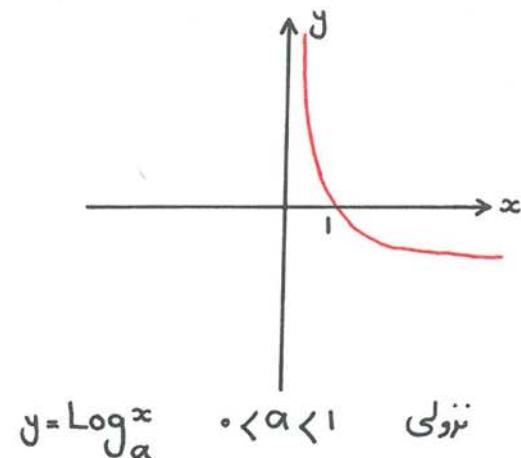
۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴

۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴

* لگاریتم *

تعریف: اگر α عدد مثبت و مخالف یک باشد تابع لگاریتم به پایه α باشد \log_{α}^x نشان داده شود.

نحوه لگاریتم:



* $D_f = (-\infty, +\infty)$

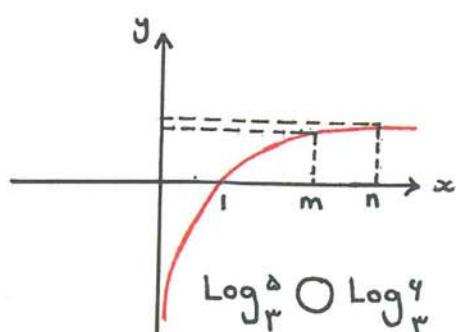
* $R_f = R$

* $\log_a^{\pm\infty} = \log_a^{\oplus}$

* $f(x) = \log_a^x$ $a > 1$ صعودی

* $x > 1 \rightarrow \log_a^x > 0$ * $0 < x < 1 \rightarrow \log_a^x < 0$

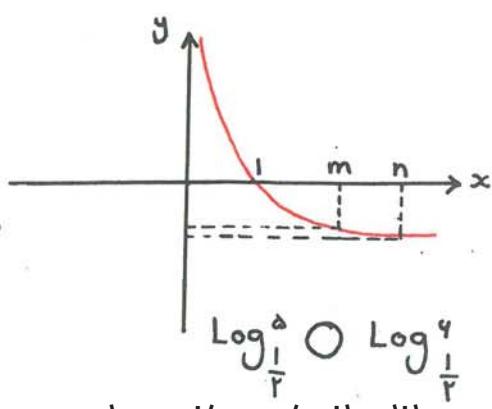
* $0 < m < n \rightarrow \log_a^m < \log_a^n$



* $y = \log_a^x$ $0 < a < 1$ نزولی

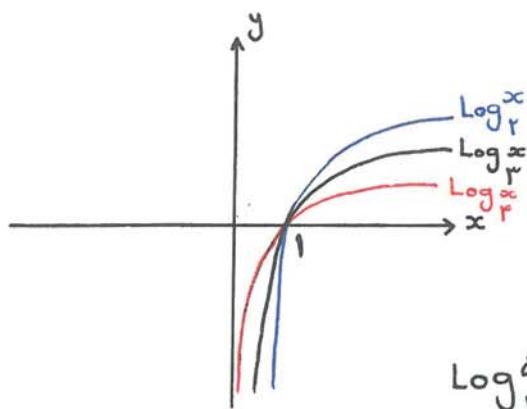
* $x > 1 \rightarrow \log_a^x < 0$ * $0 < x < 1 \rightarrow \log_a^x > 0$

* $0 < m < n \rightarrow \log_a^m > \log_a^n$

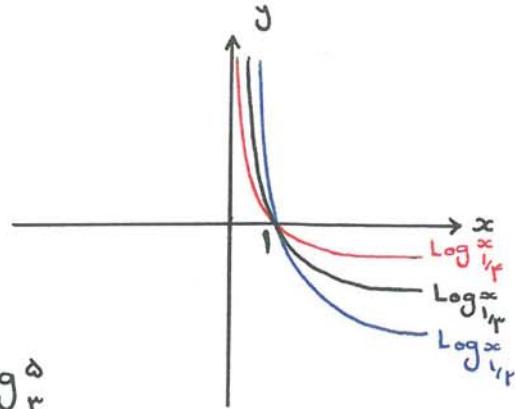


دانلود از سایت ریاضی سرا

* ممایسه نمودارهای لگاریتم:



$$\text{Log}_2 \circ \text{Log}_3$$



* خواص لگاریتم:

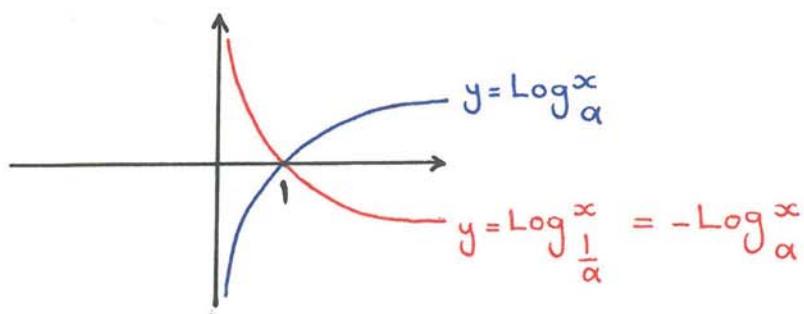
۱- دامنه آن $(0, +\infty)$ است.

۲- برد آن $(-\infty, +\infty)$ است.

۳- نمودار آن محور x هارا قطع نی نمود.

۴- نمودار آن محور x هارا در بازه $(1, 0)$ قطع نمود.

۵- نمودار آن از نوچی اول و چهارم صبوری نمود.



مثال) دامنه تابع زیر را بساید.

$$\rightarrow \text{Log}_3 x - \text{Log}_4 x \geq 0 \rightarrow \text{Log}_3 x \geq \text{Log}_4 x \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D = [1, +\infty)$$

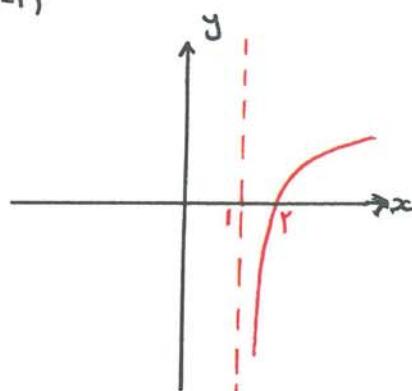
مثال) $y = (\frac{1}{3})^x$, $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ باشد دامنهٔ تابع زیرا باید.

$$* y = \frac{1}{f^{-1} - g^{-1}} \rightarrow f^{-1} - g^{-1} > 0 \rightarrow f^{-1} > g^{-1} \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{3}} x$$

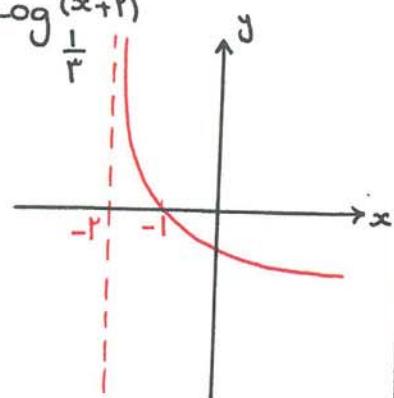
$$\rightarrow 0 < x < 1 \rightarrow D = (0, 1)$$

مثال) نمودار تابع زیرا اسم نماید.

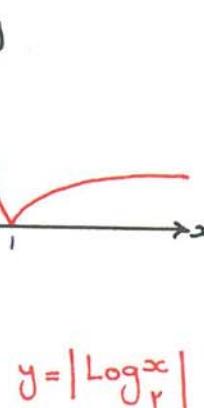
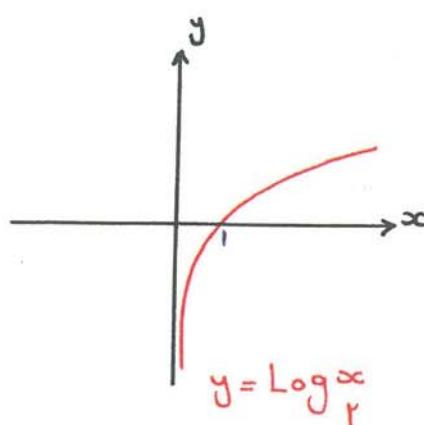
$$* y = \log_{\frac{1}{3}}(x-1)$$



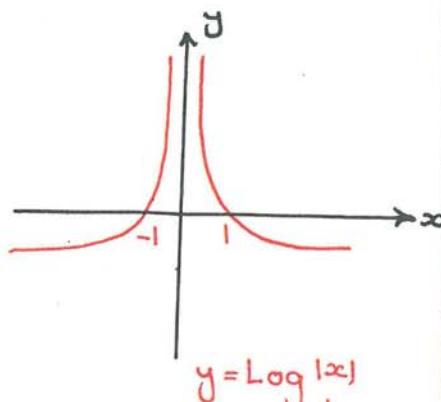
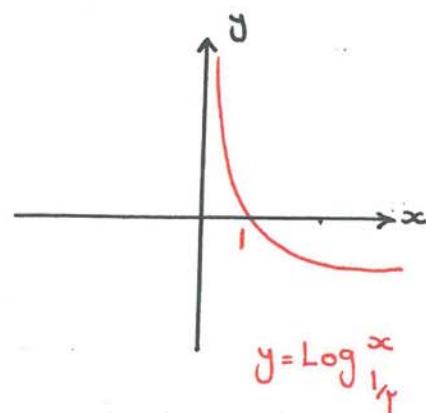
$$* y = \log_{\frac{1}{3}}(x+2)$$



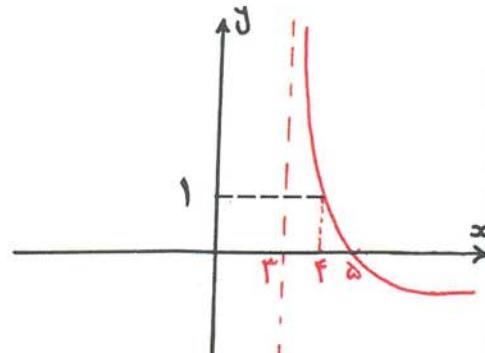
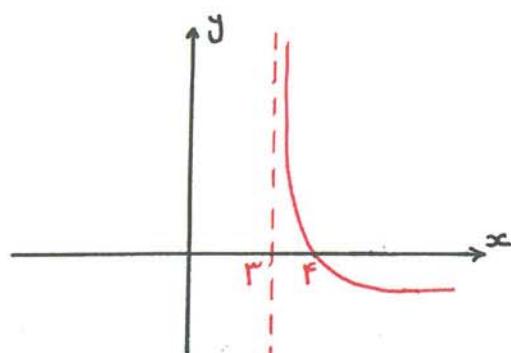
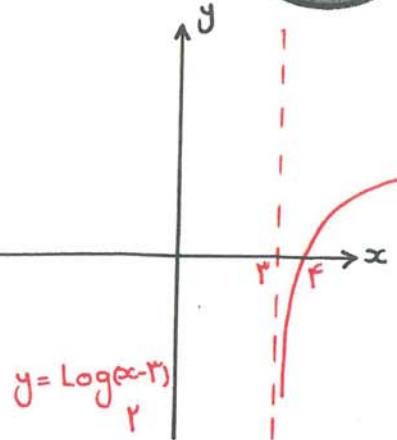
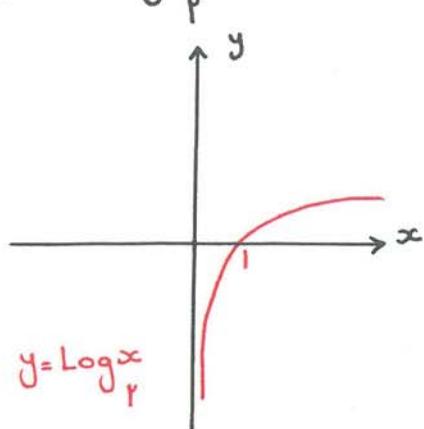
$$* y = |\log_{\frac{1}{3}} x|$$



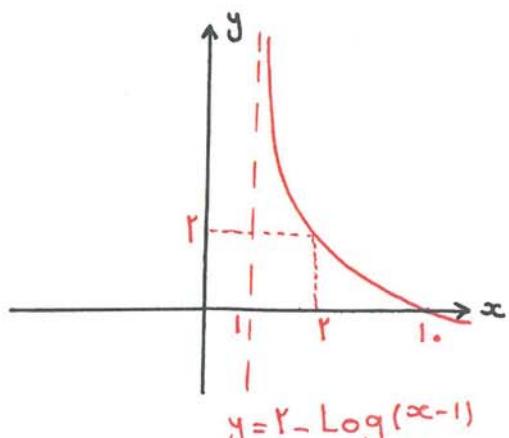
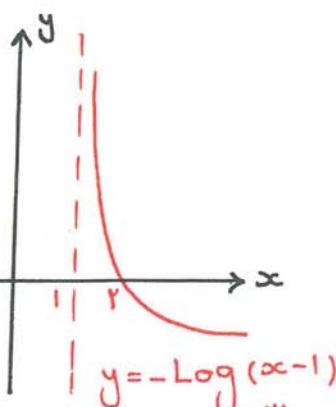
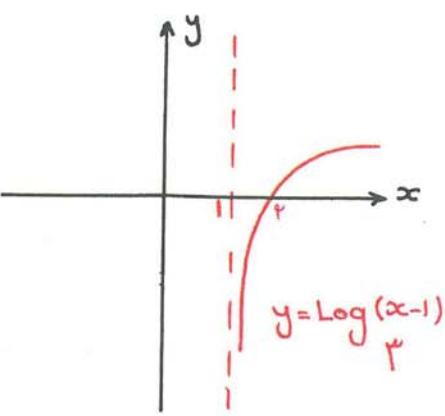
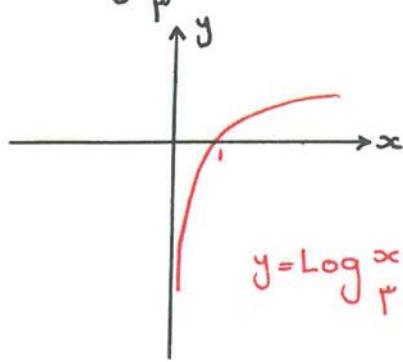
$$* y = \log_{\frac{1}{3}}|x|$$



$$* y = 1 - \log(x-1)$$

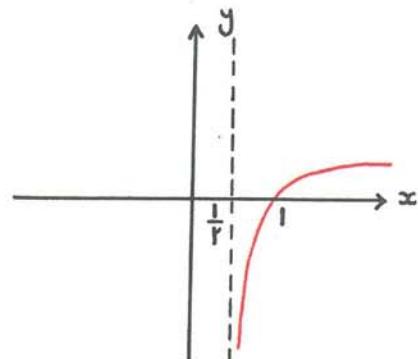


$$* y = 1 - \log(x-1)$$

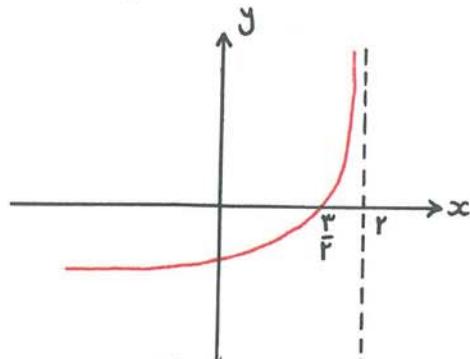


$$y = \log_{\alpha}^{(bx+c)}$$

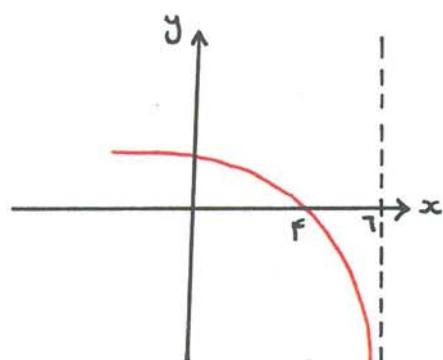
$$y = \log_{\alpha}^{(rx-1)}$$



$$y = \log_{\frac{1}{\alpha}}^{(r - rx)}$$



$$y = \log_{\frac{1}{r}}^{(r - \frac{1}{r}x)}$$



* خواص لگاریتم:

$$\log_a^a = 1$$

$$\log_a^1 = 0$$

$$\log_a^{\frac{1}{a}} = \log_a^{\frac{1}{\frac{1}{a}}} = -1$$

$$\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$$

$$\log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}}$$

$$\log_b^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a$$

$$\log_b^{a^n} = n \log_b^a = \log_b^{a^n}$$

$$\log_b^a = \frac{1}{m} \log_b^a = \log_b^{a^{\frac{1}{m}}}$$

$$\log_{\square}^{\square} = \Delta \leftrightarrow \square = \square^{\Delta}$$

* چندسال :

$$*\log_{\frac{1}{3}}^1 = 0$$

$$*\log_v^v = 1$$

$$*\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = -1$$

$$*\log_{\frac{r}{f}}^r = \log_{\frac{r}{f}}^{\frac{r}{f}} = \frac{f}{r} \log_{\frac{r}{f}}^r = \frac{f}{r}$$

$$*\log_{\sqrt{a}}^{a^2} = \log_{a^{\frac{1}{2}}}^{a^2} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 1$$

$$*\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b} \rightarrow \log_b^a \times \log_a^b = 1$$

$$\rightarrow \log_b^a \times \log_c^b \times \log_d^c = \log_d^a$$

$$*\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$*\alpha^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$$

* فرمول تغییر میباشد:

$$\text{مثال } r^{\log_a^r} = r^{\log_a^{r^2}} = r^{2 \times r} = r^r = 1$$

$$*\log_{ab}^a = 1 - \log_{ab}^b$$

$$\text{مثال } \log_{10}^1 = 1 \rightarrow \log_{10}^{2 \times 10} = 1 \rightarrow \log_{10}^2 + \log_{10}^{10} = 1$$

$$\log_{10}^a = 1 - \log_{10}^b$$

$$\log_{10}^b = 1 - \log_{10}^a$$

مثال) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$*\log_{\sqrt{2}}^{\frac{1}{2}} = \log_{\sqrt{2}}^{\frac{1}{f}} = \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{f}} = -f$$

$$*\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{f} \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{f} \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{f} \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{f} (\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{f} \log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{f}$$

آباد نیست.

$$*\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

مخرج: $\log_c a = m \rightarrow a = c^m$
 $\log_c b = n \rightarrow b = c^n$

$$\rightarrow ab = c^m \times c^n = c^{m+n} \xrightarrow{\log_c} \log_c ab = m+n$$

$$\rightarrow \log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$*\log_c^{a/b} = \log_c a - \log_c b$$

مخرج: $\log_c a = m \rightarrow a = c^m$
 $\log_c b = n \rightarrow b = c^n$

$$\rightarrow \frac{a}{b} = c^{m-n} \xrightarrow{\log_c} \log_c^{a/b} = m-n$$

$$\rightarrow \log_c^{a/b} = \log_c a - \log_c b$$

$$*\log_a^b^n = n \log_a b$$

$$\rightarrow \log_a^b^n = \log_a^{bb...b} = \log_a b + \log_a b + \dots + \log_a b = n \log_a b$$

$$*\log_b^a = \frac{\log_a}{\log_b}$$

$$\rightarrow \log_b^a = m \rightarrow a = b^m \xrightarrow{\log_c} \log_c a = \log_c b^m \rightarrow \log_c a = m \log_c b$$

$$m = \log_b^a = \frac{\log_a}{\log_b}$$

* تئیک‌ها:

۱- در لگاریتم درست داریم مبنای ایسان باشند یا باهم ارتباط توانی داشته باشند:

$$*\frac{\log_{\alpha}^{\Delta} \gamma}{\log_{\alpha}^{\Delta} \beta} = \frac{\log_{\alpha}^{\beta}}{\log_{\alpha}^{\gamma}} = \log_{\alpha}^{\beta} = \log_{\alpha^{\frac{1}{\beta}}}^{\alpha} = \frac{1}{\beta}$$

$$*\frac{\log_{\alpha}^{\gamma^2}}{\log_{\alpha}^{\Delta}} = \frac{\log_{\alpha}^{\gamma^2}}{\log_{\alpha}^{\alpha^2}} = \frac{\Delta}{2} \frac{\log_{\alpha}^{\gamma}}{\log_{\alpha}^{\alpha}} = \frac{\Delta}{2} \frac{\log_{\alpha}^{\gamma}}{\log_{\alpha}^{\alpha}} = \frac{\Delta}{2} \log_{\alpha}^{\gamma}$$

$$*\frac{\log_{\alpha}^{\alpha^f}}{\log_{\alpha}^{\Delta} + \log_{\alpha}^{\beta}} = \frac{\log_{\alpha}^{\alpha^f}}{\log_{\alpha}^{\alpha^2}} = \frac{f \log_{\alpha}^{\alpha}}{\Delta \log_{\alpha}^{\alpha}} = \frac{f}{\Delta} \frac{\log_{\alpha}^{\alpha}}{\log_{\alpha}^{\alpha}} = \frac{f}{\Delta} \log_{\alpha}^{\alpha}$$

۲- در لگاریتم ار hasil \log_{α}^{β} (Log این بود) ایسان داشته باشید عدد a, b ارتباط توانی دارند از a, b ارتباط توانی نداشته حاصل عدد γ است.

$$*\log_{\alpha^2}^{\alpha^4} = \log_{\alpha^3}^{\alpha^f} = \frac{f}{3} \log_{\alpha}^{\alpha} = \frac{f}{3}$$

$$*\log_{\sqrt[3]{\alpha^2}}^{\alpha^4} = \log_{\alpha^{\frac{2}{3}}}^{\alpha^f} = \frac{f}{\frac{2}{3}} \log_{\alpha}^{\alpha} = \frac{f}{\frac{2}{3}}$$

$$*\log_{\alpha^2}^{\alpha} = \gamma$$



تست) حاصل $\log_{(1+\sqrt{2})}^{(3+2\sqrt{2})}$ نام است؟

۴) ۱۵

۲) ۶

۳) ۱

۴) ۹

$$(1+\sqrt{2})^3 = 1 + 3 + 2\sqrt{2} = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \log_{(1+\sqrt{2})}^{(3+2\sqrt{2})} = \log_{(1+\sqrt{2})}^3 = 3$$

تریهی ۳ صیح است.

* تست) حاصل عبارت زیر نام است؟

$$\log_{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}^{11+12\sqrt{2}} = 2 \log_{(3-2\sqrt{2})}^{(11+12\sqrt{2})}$$

-۸) ۱۵ -۴) ۶ ۸) ۱ ۴) ۹

$$(3-2\sqrt{2})^2 \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{9-8}{3+2\sqrt{2}} = \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = (3+2\sqrt{2})^{-1}$$

$$(3+2\sqrt{2})^2 = 9+8+12\sqrt{2} = 11+12\sqrt{2}$$

$$\rightarrow 2 \log_{3-2\sqrt{2}}^{11+12\sqrt{2}} = 2 \log_{(3+2\sqrt{2})}^2 = -4$$

تریهی ۳ صیح است.

۳) اگرچه \log با هم جمع یا ترکیب شوند درست دائم ضریب پشت \log های باشد.

$$* n \log_b a = \log_b a^n$$

مثال) اگر $\log 2 = K$ باشد حاصل عبارت زیر را باید.

$$\log(4-2\sqrt{2}) + 2 \log(1+\sqrt{2}) = \log(4-2\sqrt{2}) + \log(1+\sqrt{2})^2$$

$$= \log(4-2\sqrt{2}) + \log(4+2\sqrt{2}) = \log(16-16) = \log 14 = 4 \log 2 = 4K$$

مثال) اگر $\log 2 = 0.3$ باشد حاصل عبارت زیر را بسازید.

$$* A = \frac{1}{r} \log (v + 2\sqrt{q}) + \log (\sqrt{q} - 1) = \log \sqrt{v + 2\sqrt{q}} + \log (\sqrt{q} - 1)$$

$$\rightarrow A = \log \sqrt{(v+1)^r} + \log (\sqrt{q} - 1) = \log (v+1) + \log (\sqrt{q} - 1) = \log v - 1 = \log \Delta$$

$$= 1 - \log v = -0.3$$

$$** v + 2\sqrt{q} = (\sqrt{q} + 1)^r = q + 1 + 2\sqrt{q} = v + 2\sqrt{q}$$

۱۴) اگر $\log_a b$ باید عدد جمع شود باید آن عدد را تبدیل به $\star \log_b a$ نسم.

$$* \log_a 1 = 0$$

$$* \log_a a = 1$$

$$* \log_a^n = n$$

مثال) عبارات زیر را ساده نماید.

$$1) 1 + \log_v \Delta = \log_v v + \log_v \Delta = \log_v^{v\Delta}$$

$$2) \Delta - \log_v \Delta = \log_v^v - \log_v \Delta = \log_v \frac{\Delta}{v}$$

$$3) \frac{1}{1 + \log_b a} + \frac{1}{1 + \log_a b} = \frac{1}{\log_b b + \log_b a} + \frac{1}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1}{\log_b^{ab}} + \frac{1}{\log_a^{ab}}$$

$$= \log_{ab} b + \log_{ab} a = \log_{ab}^{ab} = 1$$



۱۵) ترجمه می دهیم عد ۰۱ تجربه پذیر باشد یا بتوان به صورت توانی نوشت.

مثال) اگر $\log_2^4 = K$ باشد حاصل عبارت $\log_2^3 \cdot \log_2^8$ را بابدی.

$$\log_2^3 = \frac{1}{K}$$

$$\begin{aligned} \text{(حل)} \quad \log_2^4 &= \frac{1}{\log_2^4} = \frac{1}{\log_2^{3+1}} = \frac{1}{\log_2^3 + \log_2^1} = \frac{1}{\log_2^3 + 3\log_2^1} = \frac{1}{\frac{1}{K} + 3} \\ &= \frac{1}{\frac{1+3K}{K}} = \frac{K}{1+3K} \end{aligned}$$

۱۶) حل مسائل لغایت هیشه اولین دغدغه ما مبنی است.

مثال) اگر $\log_{10}^4 = 0,8$ باشد $\log_{10}^3 \cdot \log_{10}^8$ حاصل را بابدی.

$$\begin{aligned} \text{(حل)} \quad \log_{10}^4 &= \frac{\log_{10}^4}{\log_{10}^4} = \frac{\log_{10}^{4 \times 3}}{\log_{10}^{3 \times 4}} = \frac{\log_{10}^4 + \log_{10}^3}{\log_{10}^3 + \log_{10}^4} = \frac{0,8 + 0,8}{0,8 + 1} = \frac{1,6}{1,8} = \frac{13}{18} \end{aligned}$$



مثال ۱) اگر $\log_3^r = b$, $\log_r^a = \alpha$ باشد حاصل حجیب از عبارت های زیر را بحسب b, α بیابید.

$$1) \log^4 = \log 2 \times 3 = \log 2 + \log 3 = \alpha + b$$

$$2) \log^{r+1} = \log 3 \times 10 = \log 3 + \log 10^r = \log 3 + r \log 10 = b + r\alpha$$

$$3) \log^{100} = \log 3 \times 10^r \underset{ax10}{=} \log 3 + \log a + \log 10 = \log 3 + 1 - \log 10 + \log 10 \\ = b + 1 - \alpha + 1 = 2 + b - \alpha$$

$$4) \log^{1000} = \log 10 \times 1000 = \log 10 \times 10^r \times 10^r = \log 10 + r \log 10 + r \log 10 \\ = b + r\alpha + r$$

$$5) \log^{\frac{10}{r\alpha}} = \log_{\frac{10}{r\alpha}} 10 = \log_{\frac{10}{r\alpha}} 10^r = \log 10 + r \log \frac{10}{r\alpha} = \log 10 + r \log 10 - r \log \alpha$$

$$= \log 10 + r \log 10 - r(1 - \log 10) = b + r\alpha - r + r\alpha = \alpha a + b - r$$

$$6) \log^{\sqrt{r\alpha}} = \frac{1}{r} \log(r\alpha) = \frac{1}{r} \log(r \times 10) = \frac{1}{r} (\log 10 + r \log 10 + \log \alpha)$$

$$= \frac{1}{r} (1 - \log 10 + r \log 10 + \log 10) = \frac{1}{r} (1 - \alpha + r\beta + 1) = \frac{1}{r} (2 + r\beta - \alpha)$$

$$7) \log_{10}^r = \frac{\log 10}{\log 10} = \frac{\log 10^r \times 10}{\log 10 \times 10} = \frac{r \log 10 + \log 10}{\log 10 + \log 10} = \frac{r\alpha + b}{b + 1}$$

$$8) \log^{\frac{\sqrt{r\alpha}}{r}} = \log \sqrt{r\alpha} - \log \sqrt{r\alpha} = \log(r^{\frac{1}{r}})^{\frac{1}{r}} - \log \alpha^{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} \log r - \frac{1}{r}(1 - \log \alpha)$$

$$= \frac{1}{r} b - \frac{1}{r} + \frac{1}{r} \alpha$$

$$9) \log \sqrt[10]{100^3} = \log 10^{\frac{3}{10}} = \log \frac{10^3}{10} = \log 10^3 - \log 10$$

$$= \log 3 + \log 10 - \log 10^3 = a + b - c$$

$$10) \log 19 \times 18 \times 17 \times 16 = \log 2^4 \times 2 \times 9 \times 8 \times 9 \times 10 = \log (2^4 \times 2 \times 3^2 \times 8 \times 3^2 \times 10)$$

$$= \log 2^8 \times 3^4 \times 8 \times 10 = 8 \log 2 + 4 \log 3 + \log 8 + \log 10 = 8a + 4b + 1 - \log 1$$

$$= 8a + 4b + 1 - a + 1 = 7a + 4b + 2$$

مثال) اگر $\log 2 = 0,3$ ، $\log 3 = 0,45$ باشد مقادیر تقریبی عبارت های زیر را بسازید.

$$1) \log \frac{18}{17} = \log 18 - \log 17 = \log 10^3 - \log 2 \times 3^2 = 3 \log 10 - \log 2 - 2 \log 3$$

$$= 3(1 - \log 2) - \log 2 - 2 \log 3 = 3 - 3\log 2 - 2\log 3 = 3 - 3(0,3) - 2(0,45)$$

$$= 3 - 0,9 - 1 = 1,1$$

$$2) \log \sqrt[10]{10} = \log 10^{\frac{1}{10}} = \log 10^3 + 3 \log 10 + \log 10 = 3(0,3) + 3(0,45) + 1 = 2,9$$

$$3) \log \sqrt[5]{8} = \log \frac{8}{10} = \log \frac{2^3}{10} = \log 2^3 - \log 10 = 3 \log 2 - \log 10 = 3(0,3) - 1 = -0,1$$



« محاسبه دامنه تابع لغارتی »

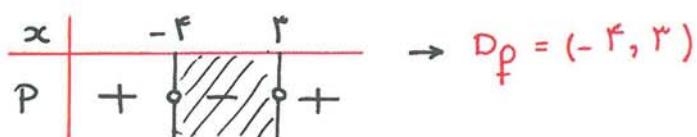
$$y = \log_{\alpha} f(x) \rightarrow f(x) > 0$$

$$y = \log_{g(x)} f(x) \rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases} \rightarrow \text{اسوال}$$

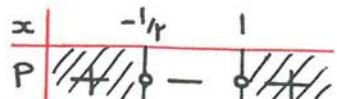
مثال) دامنه تابع زیر را محاسبه نماید

$$1) f(x) = \log_{\sqrt{x-1}}(x-1) \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > 1 \rightarrow D_f = (\frac{1}{\sqrt{1}}, +\infty)$$

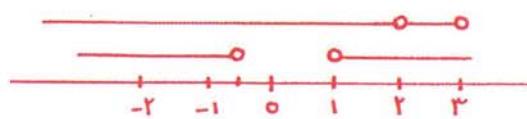
$$2) f(x) = \log_{(2-x-x^2)}(2-x-x^2) \rightarrow 2-x-x^2 > 0 \rightarrow x^2+x-2 < 0 \rightarrow (x+2)(x-1) < 0.$$



$$3) y = \log_{(2-x)}(2x^2-x-1) \rightarrow 2x^2-x-1 > 0 \xrightarrow{\text{مخرج صریب صفر}} x=1, x=-\frac{1}{2}$$



$$\rightarrow 2-x > 0 \rightarrow x < 2, 2-x \neq 1 \rightarrow x \neq 1$$



$$\rightarrow D = (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (1, 2) - \{2\}$$

$$4) y = \sqrt{1-\log(x-1)} \rightarrow x-1 > 0 \rightarrow x > 1$$

$$\rightarrow D = (1, 11]$$

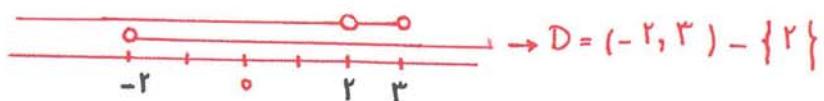
$$1-\log(x-1) \geq 0 \rightarrow \log(x-1) \leq 1 \rightarrow x-1 \leq e \rightarrow x \leq e+1$$



$$\Delta) f(x) = \frac{\log(x+2)}{\log(3-x)}$$

$$\rightarrow x+2 > 0 \rightarrow x > -2 , \quad 3-x > 0 \rightarrow x < 3$$

$$\log(3-x) \neq 0 \rightarrow 3-x \neq 1 \rightarrow x \neq 2$$



مثال) صابطه وارون توابع زیر را باید.

$$1) f(x) = \log_3 x \rightarrow f^{-1}(x) = 3^x$$

$$2) f(x) = \left(\frac{r}{e}\right)^x \rightarrow f^{-1}(x) = \log_{\frac{r}{e}} x$$

$$3) f(x) = r^{3x-1} \rightarrow y = r^{3x-1} \rightarrow \log_r y = 3x-1 \rightarrow 1 + \log_r y = 3x \\ \rightarrow x = \frac{1 + \log_r y}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 + \log_r x}{3}$$

$$4) f(x) = \log_r (rx-1) \rightarrow y = \log_r (rx-1) \rightarrow rx-1 = r^y \rightarrow rx = r^y + 1 \\ \rightarrow x = \frac{r^y + 1}{r} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{r^x + 1}{r}$$

$$5) f(x) = \frac{r^x}{r^x + 1} \rightarrow y = \frac{r^x}{r^x + 1} \rightarrow r^x y + y = r^x \rightarrow y = r^x - r^x y \\ \rightarrow y = r^x (1-y) \rightarrow r^x = \frac{y}{1-y} \rightarrow x = \log_r \frac{y}{1-y} \rightarrow f^{-1}(x) = \log_r \frac{x}{1-x}$$

$$6) f(x) = \frac{r^x + r^{-x}}{r^x - r^{-x}} \rightarrow y = \frac{r^x + \frac{1}{r^x}}{r^x - \frac{1}{r^x}} \\ \rightarrow y = \frac{\frac{r^{2x} + 1}{r^x}}{\frac{r^{2x} - 1}{r^x}} \rightarrow y = \frac{r^{2x} + 1}{r^{2x} - 1} \rightarrow y r^{2x} - y = r^{2x} + 1 \rightarrow r^{2x} (y-1) = y+1$$

$$\rightarrow r^{2x} = \frac{y+1}{y-1} \rightarrow 2x = \log_r \frac{y+1}{y-1} \rightarrow x = \frac{1}{2} \log_r \frac{y+1}{y-1}$$

$$\rightarrow y = f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log \frac{x+1}{x-1}$$

محاسبه مقدار تقریبی لگاریتم: برای محاسبه تقریبی $\log_a b$, طبق این است ابتدا عدد a را بین ۱ و b .

صحيح و متوالی عدد α مبارگیم، پس از طریق نامساوی نوشته شده در میانی α لگاریتمی b داشتیم. (دست شود از $\alpha > 1$).

باشد جمله نامساوی عوض کی شود)

$$*\log 597 \rightarrow 100 < 597 < 1000 \xrightarrow{\log} \log 10^3 < \log 597 < \log 10^4 \rightarrow 3 < \log 597 < 4 \rightarrow \log 597 = 3, \dots$$

$$*\log \frac{29}{2} \rightarrow 14 < \frac{29}{2} < 32 \xrightarrow{\log_2} \log_2 14 < \log_2 \frac{29}{2} < \log_2 32 \rightarrow 4 < \log_2 \frac{29}{2} < 5 \rightarrow \log_2 \frac{29}{2} = 4, \dots$$

$$*\log 57913$$

$$*\log 10431$$

$$*\log 1009087$$

$$*\log 10591$$

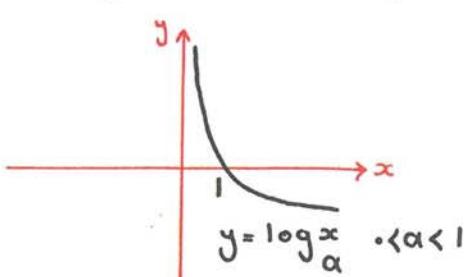
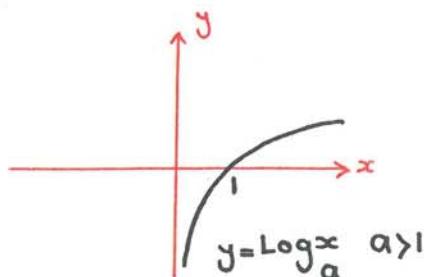


* برای تعیین علامت عدد $\log_a b$ مانی است:

$$*\log_{10} 14$$

$$*\log_{\sqrt{11}} 13$$

* برای در این مطلب مانی است به شکل حای زیر اشاره داشته باشید:



$$*\log_{\sqrt{3}} 12$$

$$*\log_{\sqrt{3}} 2$$



$$*\log_{\sqrt{3}} 2$$

$$*\log_{\sqrt{3}} 7$$

« معادلات لگاریتمی »

منظور از حل معادله لگاریتمی، یافتن مقادیری برای x است که در معادله لگاریتمی صدق نند.

در حل معادلات لگاریتمی به نهاد ریز توجه نمایید:

۱- جواب حاصل در دامنه لگاریتم صارق باشد.

۲- آنراز خواص لگاریتم استفاده نماییم و جواب خارجی ظاهر شود باید این جواب با توجه به دامنه از مجموعه جواب لگاریتم شود.

* حالات های مختلف معادلات لگاریتمی:

$$\log_a^{f(x)} = b \rightarrow f(x) = a^b \rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} \quad * \text{حالات ۱}$$

مثال $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = 4 \rightarrow x-3 = 2^4 \rightarrow x = 19$

$$\log_a^{f(x)} = \log_a^{g(x)} \rightarrow f(x) = g(x) \rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad * \text{حالات ۲}$$

مثال $\log_4(x^2-3) = \log_4 x \rightarrow x^2-3 = x \rightarrow x^2-2x-3=0 \rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases}$

* حالات ۳) معادلاتی که با خواص لگاریتم بُلی از حالات های ۱ یا ۲ تبدیل می شوند.

$$\log(x-1) + \log(x+1) = 2 \rightarrow \log(x^2-1) = 2 \rightarrow x^2-1 = 10^2 \rightarrow x^2 = 101$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{101} \\ x = -\sqrt{101} \end{cases}$$

غیرن



* حالت ۴) لوس تغییر متغیر :

$$\begin{aligned} \log_a x + \log_a \frac{1}{x} = 3 &\rightarrow \log_a x + \frac{1}{\log_a x} = 3 \quad \text{و } \log_a x = t \rightarrow t + \frac{1}{t} = 3 \xrightarrow{xt} t^2 - 3t + 1 = 0 \\ \rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5 &\rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow \log_a x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow x = a^{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}} \end{aligned}$$

* حالت ۵) معادلاتی که بارسن نهایت از طرین حل می‌شوند. (خصوصاً معادلاتی که $\log_a x$ در بان ظاهر شود).

$$\begin{aligned} * (2x)^{\log_2 x} = 4 &\rightarrow \log_2 (2x)^{\log_2 x} = \log_2 4 \rightarrow \log_2 x (\log_2 2x) = 2 \\ \rightarrow \log_2 x (\log_2 x + \log_2 2) &= 2 \rightarrow \log_2 x (1 + \log_2 x) = 2 \quad \text{و } \log_2 x = t \\ \rightarrow t(t+1) &= 2 \rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t=1 \rightarrow \log_2 x = 1 \rightarrow x=2 \\ t=-2 \rightarrow \log_2 x = -2 \rightarrow x=2^{-2}=\frac{1}{4} \end{array} \right. \end{aligned}$$

مثال) معادلات زیر را حل نماید.

ضرب

$$\begin{aligned} 1) \log(x-2) + \log(x+3) &= 1 \rightarrow \log(x^2+x-6) = 1 \rightarrow x^2+x-6 = 10^1 \\ \rightarrow x^2+x-14 &= 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4(-14) = 57 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{57}}{2} \\ \rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{57}}{2} &\quad \text{و } x = \frac{-1 - \sqrt{57}}{2} \end{aligned}$$



$$1) \log(2x+1) + \log(2x-1) - \log x = 2 \log 3$$

$$\rightarrow \log \frac{(2x+1)(2x-1)}{x} = \log 3^2 \rightarrow \log \frac{4x^2-1}{x} = \log 9 \rightarrow \frac{4x^2-1}{x} = 9$$

$$\rightarrow 4x^2 - 9x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 81 - 4(4)(-1) = 97 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{97}}{8} \\ x = \frac{9 - \sqrt{97}}{8} \end{cases}$$

$$2) \log_3(2x^2+1) - \log_3(x+2) = 1 \rightarrow \log_3 \frac{2x^2+1}{x+2} = 1 \rightarrow \frac{2x^2+1}{x+2} = 3^1$$

$$\rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 9 \rightarrow 2x^2 - 3x - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{8}{2} \end{cases}$$

$$3) 2 \log x = 1 + \log(x + \frac{12}{\alpha}) \rightarrow \log x^2 = \log 10 + \log(x + \frac{12}{\alpha})$$

$$\rightarrow \log x^2 = \log(10x + 12) \rightarrow x^2 = 10x + 12 \rightarrow x^2 - 10x - 12 = 0 \rightarrow (x-12)(x+2)=0$$

$$\rightarrow x = 12 \quad , \quad x = -2$$

$$4) (\log_2 x)^2 - 9 \log_2 x = 10 \rightarrow (\log_2 x)^2 - \frac{9}{2} \log_2 x = 10$$

$$\rightarrow (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x - 10 = 0 \xrightarrow{\log_2 x = t} t^2 - 2t - 10 = 0 \rightarrow (t-5)(t+2) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} t = 5 \rightarrow \log_2 x = 5 \rightarrow x = 2^5 = 32 \\ t = -2 \rightarrow \log_2 x = -2 \rightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$y) \frac{\log(1^r + \log(x-1))}{r} = 2 \rightarrow 1^r + \log(x-1) = r^2$$

$$\rightarrow \log \frac{x-1}{r} = 1^r - 1^r = 2 \rightarrow \log \frac{x-1}{r} = 2 \rightarrow x-1 = r^2 \rightarrow x = 9$$

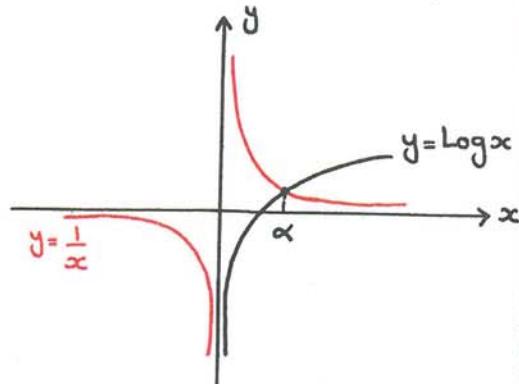
$$v) x^{\log_r x + 2} = \frac{1}{r} \rightarrow \log_r x^{\log_r x + 2} = \log_r \frac{1}{r} \rightarrow (\log_r x + 2) \log_r x = \log_r \frac{1}{r}$$

$$\log_r x = t \rightarrow (t+2)t = -2 \rightarrow t^2 + 2t + 2 = 0 \rightarrow (t+1)(t+2) = 0$$

$$\begin{cases} t = -1 \rightarrow \log_r x = -1 \rightarrow x = r^{-1} = \frac{1}{r} \\ t = -2 \rightarrow \log_r x = -2 \rightarrow x = r^{-2} = \frac{1}{r^2} \end{cases}$$

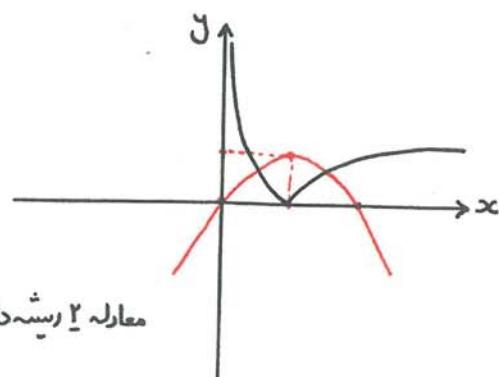
مشال) با روش هندسی تعداد ریشه های معادلات زیر را ساید.

$$* x \log x = 1 \rightarrow \log x = \frac{1}{x} \rightarrow y = \log x$$



$$* |\log x| = x^r - x^r$$

$$\rightarrow y = |\log x|, y = x^r - x^r = x(r-x)$$



معارله ۲ ریشه دارد

«نامعادلات لغاريتمي»

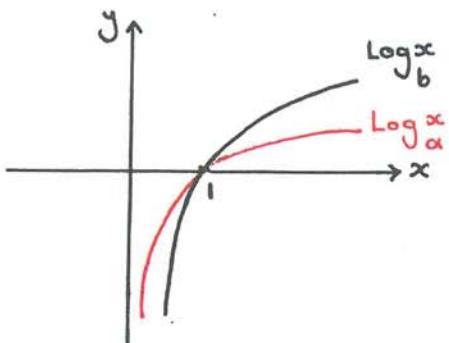
$$*\log_a x > b \xrightarrow{\alpha > 1} x > a^b$$

$$*\log_a x > b \xrightarrow{0 < \alpha < 1} x < a^b$$

$$*\log_a x > \log_a 0 \xrightarrow{\alpha > 1} x > 0$$

$$*\log_a x > \log_a 0 \xrightarrow{0 < \alpha < 1} x < 0$$

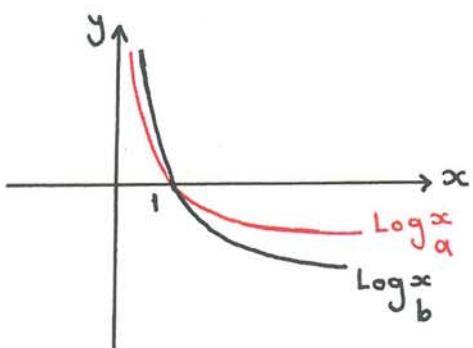
* (حل نامعادلات لغاريتمي باید دامنه نيز محاسبه شور و با حواب حاصل آشوند مرتبه شور)



فرض: $a > b > 1$

سچ: $\rightarrow \log_b x > \log_a x \rightarrow (1, +\infty)$

$\rightarrow \log_b x < \log_a x \rightarrow (0, 1]$



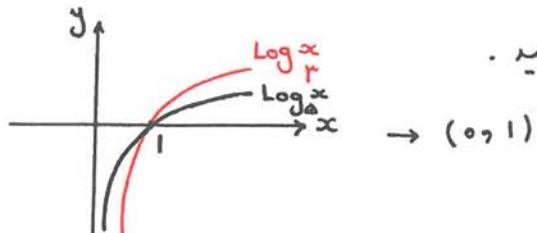
فرض: $0 < a < 1$

$0 < b < 1$

سچ: $\rightarrow \log_b x > \log_a x \rightarrow (0, 1)$

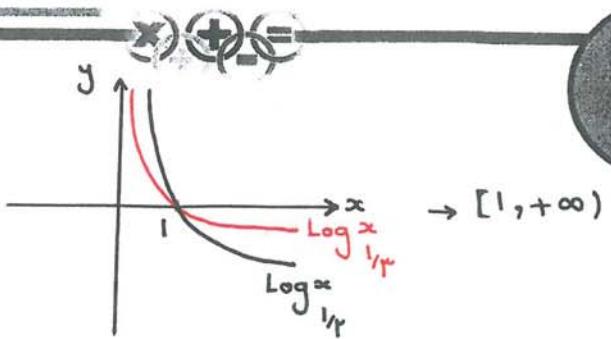
$\log_b x < \log_a x \rightarrow (1, +\infty)$

1) $\log_3 x < \log_5 x \rightarrow$



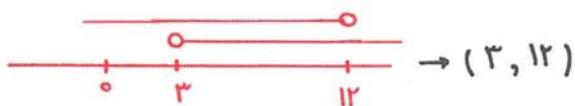
مثال) نامعادلات زير را حل نماید.

$$1) \log_{\frac{1}{3}} x > \log_{\frac{1}{2}} x \rightarrow$$



$$2) \log_3(x-3) < 2 \rightarrow x-3 < 3^2 \rightarrow x < 12$$

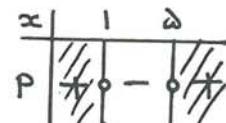
$x-3 > 0 \rightarrow x > 3$



$$3) \log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(x-4) + 1 < 0$$

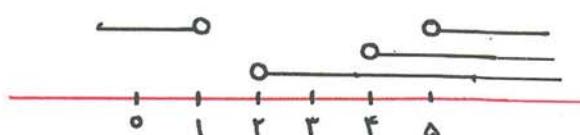
$$\rightarrow -\log_{\frac{1}{3}}(x-2) - \log_{\frac{1}{3}}(x-4) < -1 \rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(x-4) > 1$$

$$\rightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-2)(x-4) > 1 \rightarrow x^2 - 6x + 8 > 3 \rightarrow x^2 - 7x + 5 > 0$$



$$\rightarrow x-2 > 0 \rightarrow x > 2$$

$$x-4 > 0 \rightarrow x > 4$$



$$\rightarrow \text{جزء نامعادل} \rightarrow x > 5$$



* طايرد ترکیم نسایی، لغاتیستی :

حالات میکروباتیک تابع به صورت $f(x) = K\alpha^x$ ($\alpha > 0$ ، $\alpha \neq 1$) مانند یک تابع نمایی رساندی لذت دهیاری از مسائل احصاری

صیغی، تھدی و ... ظاہری سور

مثال: E.coli نوعی باکتری است که به طور طبیعی در دسته‌های ایزوکارب و ملیکم آن به صورت نیایی است.

نوع خاصی از این سیمی با ۱۰۰ بالسیری شروع کی شود و هر بالسیری در مدت نیم ساعت به دو سمت نقسم کی شود این از این هر توره

$$P(t) = 100 \times 1^{rt} \quad (0 \leq t \leq 19)$$

بالنسبة لعدا ز ساعت از رابطه زیر بروست می آید :

با هر من این‌له همچو لام از بایتری‌ها ازین نزوند تعداد بایتری‌ها در یک توره پس از ۳ ساعت برابر است با :

$$P(t) = P_0 \times (K)^{\frac{t}{m}} \quad : \text{نمودار طی}$$

تاجیر

رشت، متبوعی برای اینلاره لیری بزرگ زمین لزمه است له میزان اینلری آزاد شده در زمینه راسانه ای دهد. امّا بزرگی زمینه ای مرا بر

M در میان رشته‌های ایجاد شده آن رشته برای E در واحد اول (Erg) است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\log E = 11, \Lambda + 1, \Delta M \rightarrow E = 10^{11, \Lambda + 1, \Delta M}$$

امروزی بزرگترین اسکارپ ملیاردان ماده انفجاری TNT است.

مثال) اوزن خصم دی ماه ۱۳۸۲ زرنه‌ای به شدت ۴,۶ پیشتر، شهرم و مناچ اصراف آن را «شرق استان» لرستان لرزاند.

$$\text{مقدار انحرافی آمار شده در این رله چند برابر است؟} \quad \text{حل: } \log E = 11,8 + 1,6 M \rightarrow \log E = 11,8 + 1,6(4,9)$$

$$\rightarrow \log E = \gamma_{I,V} \rightarrow E = 10^{\gamma_{I,V}} \text{Erg}$$

مثال) آمریکای ازارد شده دریک زلزله برابر $20,5$ است باشد بزرگی این زلزله را به دست اورید.

$$\text{حل) } \log E = 11,8 + 1,5 M \rightarrow \log 10^{20,5} = 11,8 + 1,5 M \rightarrow 20,5 - 11,8 = 1,5 M$$

$$\rightarrow M = \frac{AV}{1\Delta} = 1,5 M$$

مثال) آمریک مدتیک زلزله 4 بیشتر از اندیشه سور آمریکی ازارد شده در آن چند برابری سور؟

$$E = 10^{11,8 + 1,5 M} \rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{10^{11,8 + 1,5(M+4)}}{10^{11,8 + 1,5M}} = \frac{10^{11,8 + 1,5M} \times 10^4}{10^{11,8 + 1,5M}} = 10^4$$

مثال) آمریک ازارد شده دریک زلزله با ارزی هریک واحد امریکی در بزرگی زمین زلزله، تقریباً چند برابری سور؟

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{10^{11,8 + 1,5(M+1)}}{10^{11,8 + 1,5M}} = \frac{10^{11,8 + 1,5M} \times 10^{1,5}}{10^{11,8 + 1,5M}} = 10^{1,5} = 10\sqrt{10} \approx 32$$

مثال) آمریک ازارد شده دریک زلزله 9 برابر زلزله دیگر است اختلاف بزرگی زمین زلزله حاصل است؟ ($\log 9 \approx 0,9$)

$$\frac{E_2}{E_1} = 9 \rightarrow \frac{10^{11,8 + 1,5M_2}}{10^{11,8 + 1,5M_1}} = 9 \rightarrow 10^{1,5(M_2 - M_1)} = 9 \rightarrow \log_{10} 10^{1,5(M_2 - M_1)} = \log_{10} 9 \\ \Rightarrow 1,5(M_2 - M_1) = 0,9 \Rightarrow M_2 - M_1 = \frac{0,9}{1,5}$$

$$\rightarrow 1,5(M_2 - M_1) = 0,9 \rightarrow M_2 - M_1 = \frac{0,9}{1,5}$$



درستی یا نادرستی هریک از جملات زیر را بیابید.

۱) نمودار توابع $y = \log_2 x$ و $y = 2^x$ نسبت به محور y ها قرینه هستند.

۲) نمودار توابع $y = \log_{\frac{1}{6}} x$ و $f(x) = (\frac{1}{6})^x$ همدیگر را در یک نقطه روی خط $y = x$ قطع می کنند.

۳) نمودار توابع $y = \log_3 x$ و $f(x) = 3^x$ همدیگر را در یک نقطه روی خط $y = x$ قطع می کنند.

۴) مقدار تابع $y = \log_a x$ هیچ گاه منفی نمی شود.

۵) مقدار تابع $y = \log_a x$ با افزایش مقدار x افزایش می یابد.

۶) نقطه $(\frac{1}{2}, \sqrt{3})$ روی نمودار وارون تابع $y = 3^x$ قرار دارد.

۷) نمودار تابع $y = \log_3 x$ بالاتر از نمودار تابع $y = \log_2 x$ قرار دارد.

۸) اگر $\log x < \log y < 0$ باشد، $x < y$

۹) نمودار دو تابع $y = \log_a x$ و $y = -\log_a x$ نسبت به محور y ها قرینه اند.

جاهاي خالي را با عبارت مناسب پر کنيد.

۱) نمودار توابع $y = 3^{-x}$ و $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ نسبت به خط قرینه اند.

۲) دامنه تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ و برد آن است.

۳) اگر نقطه (c, b) روی نمودار $y = \log_a x$ باشد، نقطه روی نمودار $y = a^x$ خواهد بود.

۴) مقدار $\log_{0/7} x$ با افزایش مقدار x می یابد.

۵) حاصل $\log_2 \sqrt[5]{8}$ بین دو عدد قرار دارد.

۶) پایه لگاریتم باید و باشد.

۷) تابع $y = \log_2 x$ محور x هارا در نقطه قطع می کنند و لی محور y هارا





(۸) ضابطه وارون تابع $y = 3^x$ بصورت است.

(۹) ضابطه وارون تابع $f = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$ بصورت است.

(۱۰) نمودار تابع $y = \log_2 x$ در بازه بالاتر از نمودار $y = \log_3 x$ قرار دارد.

(۱۱) خط $y = -3$ تابع $y = \log x$ را در نقطه‌ای به طول قطع می‌کند.

لگاریتم عددی در مبنای ۹، از ۴ برابر لگاریتم ثلث آن عدد در مبنای $\frac{1}{12}$ بیشتر است. لگاریتم این عدد در مبنای $\sqrt{3}$ کدام است؟

دامنه توابع زیر را بیابید.

$$y = \log_2(x^2 - x - 2) \quad (۱)$$

$$y = \log_{(x-5)}(x^2 - x - 6) \quad (۲)$$

$$y = \frac{x+3}{\log(x+3)-\log(2x+1)} \quad (۳)$$

$$\sqrt{1 - \log(x-1)} \quad (۴)$$

$$y = \frac{1}{\log_2(x-1)-3} \quad (۵)$$

$$y = \log_3 x^2 \quad (۶)$$

$$y = \log_2(x^2 - 4) \quad (۷)$$

دانلود از سایت ریاضی سرا



مشخص کنید هر یک از اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرند.

$$\log_2 57 \quad (1)$$

$$\log_3 190 \quad (2)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{40} \quad (3)$$

$$\log_2 \sqrt{21} \quad (4)$$

تساوی‌های زیر را به فرمت نمایی یا لگاریتمی بنویسید.

$$\log_8 16 = \frac{4}{3} \quad (1)$$

$$3^2 = 9 \quad (2)$$

$$4^{\frac{5}{2}} = 32 \quad (3)$$

$$\log_{\sqrt{6}} 216 = 6 \quad (4)$$

اگر $f(x) = \log_2(x + 3)$ باشد $f(5) + f^{-1}(1)$ را بیابید.





اگر $\log 3 = a$ و $\log 2 = b$ بیابید.

$$\log 108 \quad (1)$$

$$\log 6/75 \quad (2)$$

$$\log 1200 \quad (3)$$

$$\log \sqrt[3]{450} \quad (4)$$

$$\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{10}} \quad (5)$$

$$\log \sqrt[3]{3} - \log 375 \quad (6)$$

$$\log \sqrt{0/036} \quad (7)$$

$$\log(16 \times 18 \times 450) \quad (8)$$

اگر $\log_3 2 = a$ پیدا کنید.





ثابت کنید اگر X, Y و Z یک دنباله هندسی تشکیل دهند $\log_a z, \log_a y, \log_a x$ نیز دنباله هندسی تشکیل می‌دهند.

اگر $\log_{42} 16 = a$ و $\log_{42} 7 = b$ در اینصورت حاصل $\log_{42} 3 = a - b$ باید.

اگر $\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$ حاصل عبارات زیر را باید.

$$\log 120 \quad (1)$$

$$\log \sqrt{5} \quad (2)$$

$$\log \frac{24}{25} \quad (3)$$

$$\log \sqrt{45} \quad (4)$$

در هر قسمت مقدار تابع خواسته شده را باید.

$$f(x) = 5 - \log_2(7x + 8) \rightarrow f(2) = ? \quad (1)$$

$$f(x) = 3 + 2 \log(\sqrt{x^2 + 9} - 2) \rightarrow f(4) = ? \quad (2)$$

آیا توابع زیر برابرند؟

$$\begin{cases} f(x) = \log(x-1)^2 \\ g(x) = 2 \log(x-1) \end{cases} \quad (\text{الف})$$

$$\begin{cases} f(x) = \log x^2 \\ g(x) = 3 \log x \end{cases} \quad (\text{ب})$$





نمودار توابع زیر را رسم کنید.



$y = -\log_2 x \quad (2)$

$y = \log_{\frac{1}{3}}(x + 2) \quad (4)$

$y = 1 + \log(x + 2) \quad (6)$

$y = |\log_2 x| \quad (8)$

$y = |\log_2 x + 1| \quad (10)$

$y = \log_3 x + 1 \quad (1)$

$y = \log_3(-x) \quad (3)$

$y = 2 + \log_3(-x) \quad (5)$

$y = \log_2|x| \quad (7)$

$y = |\log|x|| \quad (9)$

$y = \log(2x - 1) \quad (11)$





$$y = 3 - \log(x - 2) \quad (12)$$

$$y = \log_2 x^2 \quad (12)$$

الف) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه (2 و 2) عبور کند، a را بیابید؟

ب) اگر از نقطه (4 و $\frac{1}{2}$) عبور کند چطور؟

نمودار تابع با ضابطه $y = a + \log_3(bx + 3)$ ، محور y ها در نقطه‌ای به عرض یک قطع کرد و از نقطه (3 و $\frac{8}{9}$) عبور کرده است. a و b را بیابید.

نمودار تابع $f(x) = \log x$ را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل کرده و سپس نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و در آخر یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه نمودار را بیابید و سپس رسم کنید.

اگر نمودار تابع $f(x) = 2 \log_b(x + a)$ به صورت زیر باشد، مقدار a و b کدام است.

تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_2(3x + b)^2$ از دو نقطه (11 و 5) و (15 و 21) می‌گذرد، a و b کدام است.





نمایی و
تکاریم

حاصل عبارات زیر را محاسبه کنید.

$$\log_{16} \sqrt[3]{4} = 2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\log \sqrt[5^3]{5} = \sqrt[3]{0/0016} \quad (2)$$

$$\left(\frac{1+2 \log_3 2}{1+3 \log_3 2}\right) \log_{12} 24 \quad (3)$$

$$3^{1+\log_9 25} \quad (4)$$

$$8^{1-\log_2 0/2} \quad (5)$$

$$\log_{4\sqrt{2}} 8\sqrt[3]{16} \quad (6)$$

$$\log_{0/2\sqrt{5}} 5\sqrt[3]{5\sqrt{5}} \quad (7)$$

$$\log_{1+\sqrt{2}}^{(3+2\sqrt{2})} \quad (8)$$

حاصل عبارات زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{1+\log_3 7} + \frac{1}{1+\log_7 3} \quad (1)$$

$$\log_3 2 \times \log_4 3 \times \dots \times \log_{1024} 1023 \quad (2)$$

$$1+\log_3 7 \quad (3)$$

وارون توابع زیر را بیابید.

$$f(x) = 3^{x-1} + 2 \quad (1)$$

$$f(x) = \log_3(2x - 1) \quad (2)$$





$$f(x) = 3 - 2^{1-2x} \quad (3)$$

$$f(x) = 1 - \log_2(x-1) \quad (4)$$

جاهای خالی را با علامت $<$ یا $>$ پر کنید.

$$\log_{0/1} \sqrt{6} \quad \square \quad \log_{0/1} \sqrt{11} \quad (1)$$

$$\log_5 3 \quad \square \quad \log_7 3 \quad (2)$$

$$\log_3 7 \quad \square \quad \log_3 6 \quad (3)$$

تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

$$\log_c a \cdot b = \log_c a + \log_c b \quad (1)$$

$$\log_b a \times \log_a b = 1 \quad (2)$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad (3)$$

معادلات زیر را حل کنید.

$$\log_3(5x-1) = 2 \quad (1)$$

$$2\log(x^2 - 1) = \log 3 + \log(x+3) \quad (2)$$

$$2\log(x-2) = \log(x+10) \quad (3)$$

$$\log(x-2) + \log(x-4) = 2\log 2 \quad (4)$$





$$\log_5(2x - 1) + \log_5(3x - 5) = -\log_{\frac{1}{5}} 5 \quad (5)$$

$$3(\log_2 x)^2 - 4 \log_2 x = -1 \quad (6)$$

$$(2x)^{\log_2 x} = 4 \quad (7)$$

$$3\log_x 2 + \log_2 x = 4 \quad (8)$$

$$x^{\log_2 x - 1} = 64 \quad (9)$$

$$\log(x^2 - 5) - \log(x - 1) = \log(2x - 5) \quad (10)$$

$$(x - 2)(9^{\log_3(2x-4)}) = 500 \quad (11)$$

$$\log(2x + 1) + \log(2x - 1) - \log x = 2 \log 3 \quad (12)$$

$$\frac{1}{2}\log(3x) - \log(2x) = 2 - \log 25 \quad (13)$$

$$\log_x(x + 2) + \log_x(3x - 5) = 2 \quad (14)$$

$$\log_9(x - 4) = 1 - \log_3 2 \quad (15)$$

$$\log_5(25^x + 100) = x + 2 \quad (16)$$





$$x^{1+\log x} = 100 \quad (17)$$

$$\log_{18} x + \log_8 x = 2 \log_8 x \log_{18} x \quad (18)$$

از معادله $\log(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1$ در پایه ۸ را بیابید.

نمودارهای دو تابع $y = 1 + \log(x + 2)$ و $y = \log(x^2 - 4)$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند.

اگر $\log_8(9x + 1) = (0/4)^{2x-1} = (\frac{1}{8})^{x^2}$ باشد، حاصل $(0/4)^{2x-1}$ را بیابید.

حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

$$[-\log_{0/5} 9] \quad (1)$$

$$\left[\log_{\frac{1}{3}} 90 \right] \quad (2)$$

$$[\log_2 70] \quad (3)$$

$$\left[\log_{\sqrt[3]{3}} 4 \right] \quad (4)$$





نامعادلات زیر را حل کنید.

$$\log_2(2x - 1) > -2 \quad (1)$$

$$\log_3 x < \log_2 x \quad (2)$$

$$\log_2 x \leq \log_3 x \quad (3)$$

$$\log_{\frac{1}{9}} \frac{x-1}{3} < \log_{\frac{1}{2}} 2 \quad (4)$$

$$x^{\log_3 x} > 81 \quad (5)$$



نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : یازدهم

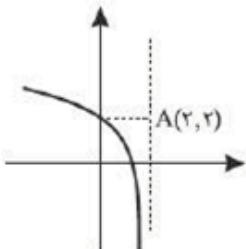
نام دبیر : مهندس حسن پور

عنوان آزمون : لگاریتم

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

بخشی از نمودار $f(x) = a + \log_{\frac{1}{2}}(b - \alpha x)$ شکل زیر است. نمودار خط $y = u$ را با کدام طول قطع می‌کند؟



-۳۲ (۱)

-۱۶ (۲)

-۸ (۳)

-۶ (۴)

هرگاه $\log_{\frac{1}{2}}(16 + 4^x) = x + \log_{\frac{1}{2}}10$ اختلاف ریشه‌های معادله چه عددی است؟

۴ (۴)

$\log_{\frac{1}{2}}6$ (۳)

۲ (۲)

$\log_{\frac{1}{2}}6$ (۱)

اگر $\log_{\frac{1}{2}a}b = 1/25$ و $\log_{\frac{1}{2}}a = 0/8$ باشد، حاصل $\log_{\frac{1}{2}}a =$ است؟

$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

معادله $x = 3^a + x^r$ فقط یک جواب دارد. جذر عدد مثبت a کدام است؟

۴

$\frac{1}{3} \log_3(4)$

$\log_3(2)(3)$

$\log_3(2)(2)$

$2 \log_3(2)(1)$

از رابطه $\log_3(2x+5) - \log(x+3) = \log(2x-1)$ حاصل $\log(4x+v)$ کدام است؟

۵

۴ (۴)

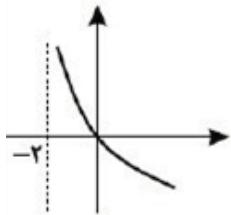
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نمودار تابع $f(x) = a - \log_3(2x+b)$ به صورت زیر است. مقدار a کدام است؟

۶



-1 (۱)

-1/5 (۲)

-2 (۳)

-2/5 (۴)

دامنه تابع $y = \sqrt{2 - \log_3(x^2 - 16)}$ کدام است؟

۷

(-5, -4) \cup (4, 5) (۲)

[-5, -4) \cup (4, 5] (۱)

(-5, 5) (۴)

$R - (-4, 4)$ (۳)



کدام عدد بزرگ‌تر است؟

۸

$\log_3^5 (4)$

$\log_2^5 (3)$

$\log_2^6 (2)$

$\log_3^6 (1)$

از معادله لگاریتمی $\sqrt{x+1} = \log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$ در پایه‌ی

۹

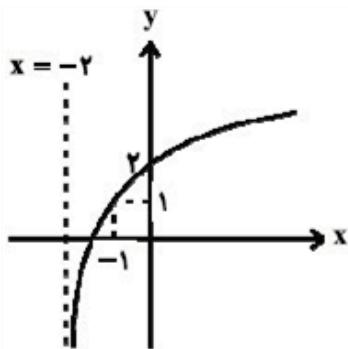
۴. کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)



اگر نمودار تابع $y = \log_2(x + a) - b$ را دو واحد به سمت بالا و سپس ۳

۱۰

واحد به سمت چپ انتقال دهیم، نمودار زیر حاصل می‌شود. حاصل $a - b$ برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟

۱ (۱)

-۲ (۲)

۳ صفر

۴ (۴)



۱۱

اگر دامنهٔ تابع $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + vx - 6}}{[x - 5]} + \frac{\log(x - 1)}{x^2 - 4x + 18}$ بتویسیم، حاصل کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

۴ (۴) ۲ (۳) ۲ (۲) صفر ۲ (۱)

۱۲

دامنهٔ تابع $y = \sqrt{1 - 2 \log x}$ به صورت بازهٔ $[a, b]$ است. $a - b$ کدام است؟

۲/۵ (۴) ۲ (۳) ۱/۵ (۲) ۱ (۱)

۱۳

برد تابع $f(x) = \log \frac{1}{x+1}$ کدام است؟

($-\infty, +\infty$) (۴) ($-\infty, 0$) (۳) ($0, +\infty$) (۲) ($0, 1$) (۱)

۱۴

دامنهٔ تابع $f(x) = \log \frac{x+a}{bx+1}$ کدام است؟ در این صورت حاصل $f\left(-\frac{5}{2}\right)$ بازه‌ی $(-4, 5)$ است.

$\frac{-1}{2}$ (۴) $\frac{-1}{2}$ (۳) -1 (۲) صفر (۱)



اگر $x < 1$ باشد، کدام گزینه از بقیه کوچکتر است؟

۱۵

$$\log_{\frac{1}{2}}^x (4)$$

$$\log_{\frac{x}{2}}^2 (3)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}^x (2)$$

$$\log_{\frac{x}{2}}^x (1)$$

اگر $\log_a \frac{1}{2} = 4$ باشد، حاصل $\log_2^{(2a-1)} - \log_2^{(2a+1)} = \log_{\frac{1}{2}}^{36}$ است؟

۱۶

$$-\frac{1}{2} (4)$$

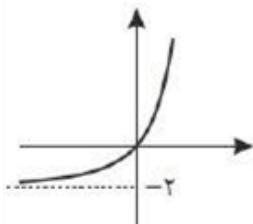
$$\frac{1}{2} (3)$$

$$-1 (2)$$

$$1 (1)$$

نمودار وارون تابع $y = b + \log_{\frac{1}{2}}^{(x+a)}$ به صورت زیر است. مقدار $b + a$ کدام است؟

۱۷



$$1 (1)$$

$$2 (2)$$

$$-1 (3)$$

$$-2 (4)$$

دامنه تعریف $y = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{4}}^{(x^2 - 3x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۸

$$4 (4)$$

$$3 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$



۱۹

حاصل $\log(2 + \sqrt{3}) + \log(\sqrt{12} - 3) + \frac{1}{2}\log 3$ کدام است؟

$$\log\sqrt{2} (4)$$

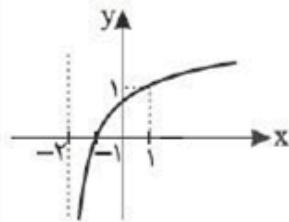
$$\log\sqrt{3} (3)$$

$$\log 2 (2)$$

$$\log 3 (1)$$

۲۰

نمودار تابع $f(x) = \log_a^{(bx + c)}$ به صورت زیر است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟



$$4 (1)$$

$$5 (2)$$

$$6 (3)$$

$$7 (4)$$

۲۱

اگر $\log_2^{\sqrt{75}}$ باشد، حاصل $\log_3 = 0/48$ و $\log_2 = 0/3$ کدام است؟

$$\frac{18}{5} (4)$$

$$\frac{9}{5} (3)$$

$$\frac{94}{15} (2)$$

$$\frac{47}{15} (1)$$

۲۲

اگر $\log_{24}^4 = b$ و $\log_{24}^3 = a$ باشد، حاصل \log_{24}^{\wedge} کدام است؟

$$3 - 3a - 3b (4)$$

$$3 + a + b (3)$$

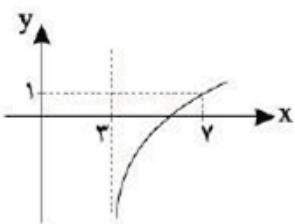
$$6 - 3a - 3b (2)$$

$$3 + 3a - 3b (1)$$



۲۳

شکل زیر نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ است. نمودار $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(ax + b)$ محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟



- ۱) ۴
- ۲) ۳/۵
- ۳) ۳
- ۴) ۲/۵

۲۴

تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_{\frac{1}{2}}(bx - 4)$ از دو نقطه‌ی (۶, ۲) و (۱۰, ۱۲) می‌گذرد. a کدام است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۲۵

کدامیک از توابع زیر، با تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

$$\log \frac{\frac{x-2}{x} - 4}{\frac{x-2}{x} + 2x} \quad (۱)$$

$$\log(x-2) - \log x \quad (۲)$$

$$2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 \quad (۴)$$

از دو معادلهی دومجهولی $\text{Log}(x + \sqrt{y}) = 1 + \text{Log} y$ و $3^{x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ مقدار x کدام است؟

۱/۶ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۴ (۲)

۱/۲ (۱)

دامنهی تغییرات تابع $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{6}} + \sqrt{|x| - |x|}$ کدام است؟

(-۴, ۴) (۴)

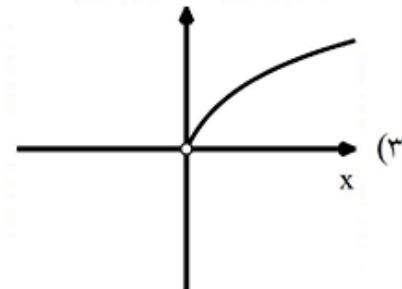
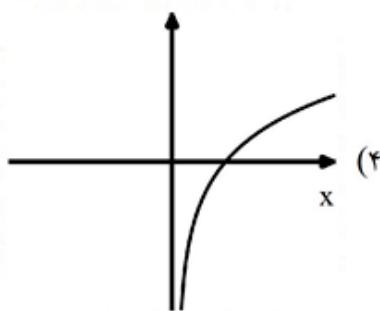
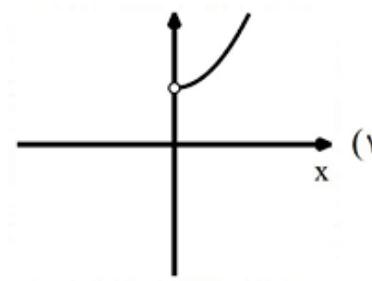
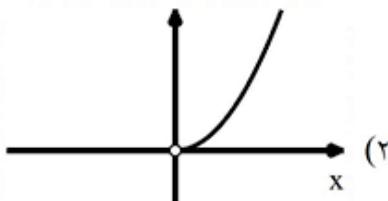
(۴, ۹) (۳)

(-۴, ۹) (۲)

(-۹, ۹) (۱)



نمودار تابع $\log_{\frac{1}{3}} x$, کدام است؟



دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \frac{\log(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1 + 1}}$ است؟

$$(-1, 2) \quad (2$$

$$(-2, 1) \quad (4$$

$$(-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \quad (1$$

$$(-\infty, -2) \cup (1, +\infty) \quad (3$$



٣٠

اگر تساوی $\log_x y - \log_y x = 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟

$$xy = 2 \quad (4)$$

$$y = \sqrt{x} \quad (3)$$

$$y = x^2 \quad (2)$$

$$y = x^{-2} \quad (1)$$

٣١

اگر به ازای اعداد مثبت و مخالف یک a, b و c تساوی $\log_a c + \log_b c = 1$ برقرار باشد، آنگاه

$$\log_c a \cdot \log_c b$$

$$\log_c(a+b) \quad (2)$$

$$\log_c(a+b) \quad (3)$$

$$\log_c(ab) \quad (2)$$

$$\log_c(ab) \quad (1)$$

٣٢

دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(|x^2 - 2| - x)$ کدام است؟

$$(-\infty, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad (2)$$

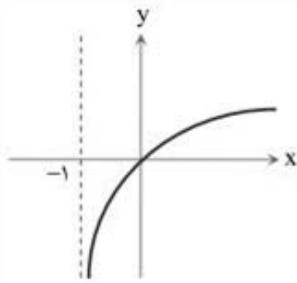
$$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty) \quad (4)$$

$$(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty) \quad (1)$$

$$[-1, 1) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad (3)$$



نمودار تابع $y = \log_{\alpha} (ax^2 + bx + c)$ به صورت مقابل است.



مقدار $b + c$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

اگر $f(x) = \log_{\alpha}(x+2)$ کدام است؟ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x f(x)}}$

- (۱) $(-2, 0)$
- (۲) $(-2, +\infty) - \{-1\}$
- (۳) $(-2, -1] \cup (0, +\infty)$
- (۴) $(-2, -1) \cup (0, +\infty)$

نمودار تابع $f(x) = \log_{\alpha}(ax + b)$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و نیمساز ناحیه دوم را در نقطه‌ای به طول

۱- قطع می‌کند، در این صورت $a - b$ کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $2(3)$
- (۳) $3(4)$



۳۶

اگر $\log_{18}^{\frac{a}{b}} = b$ و $\log_{\frac{a}{b}}^{\frac{a}{b}} = a$ کدام است؟

$$\frac{a + ab + 1}{b + 2} \quad (4)$$

$$\frac{a + ab + 2}{b + 1} \quad (3)$$

$$\frac{a + ab + 2}{b + 2} \quad (2)$$

$$\frac{a + ab + 1}{b + 1} \quad (1)$$

۳۷

اگر $\log_6^{\frac{a}{b}} = b$, $\log_{15}^{\frac{a}{b}} = a$ کدام است؟

$$\frac{1}{2}(5b - 2a + 2) \quad (4)$$

$$2b - 2a - 2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}(4b - 2a + 2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}(3b - 4a + 2) \quad (1)$$

۳۸

دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{\log(5x - 20) - \log(x - 2)}$ کدام است؟

$$(2, \frac{9}{2}] \quad (4)$$

$$[\frac{9}{2}, +\infty) \quad (3)$$

$$(2, +\infty) \quad (2)$$

$$(2, \frac{9}{2}) \quad (1)$$

۳۹

نمودار تابع $y = \log_{\frac{a}{b}}^{(ax + b)}$ محور x ‌ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و نیمساز ناحیهٔ دوم را در نقطه‌ای به طول -1 قطع کرده است. مقدار $a + b$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

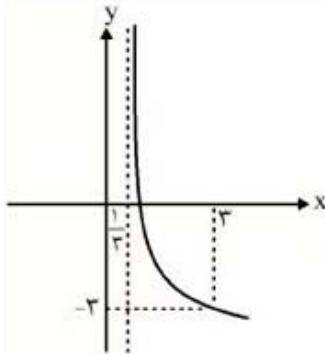
$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$



نمودار تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{a}}(ax + b)$ به صورت مقابل است.



مقدار $f^{-1}(-5)$ کدام است؟

۷ (۱)

۸ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

اگر $\log_{\frac{1}{2}a} 2 = a$ باشد، حاصل $\log_{\frac{1}{2}a} \frac{2}{3}$ کدام است؟

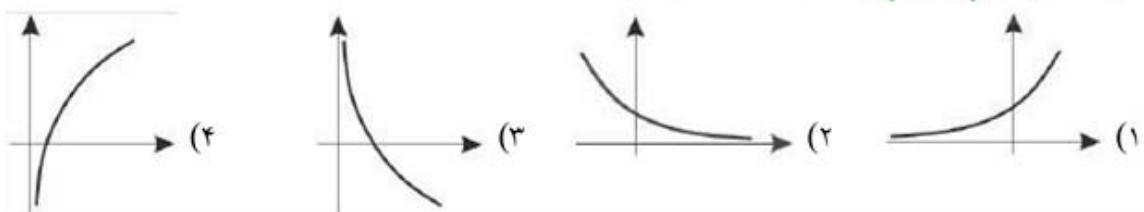
$$\frac{a+3}{4a} (۱)$$

$$\frac{2a+1}{4a} (۲)$$

$$\frac{2a+2}{4a} (۳)$$

$$\frac{2a+3}{4a} (۴)$$

نمودار تابع $f(x) = (\log_a x)^x$ شبیه کدام گزینه است؟



کدامیک از توابع زیر با تابع $y = \log x$ برابر است؟

۴۳

$$y = \log \frac{x}{x} \quad (1) \quad y = \log \frac{x-1}{x} \quad (2) \quad y = -\log \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (3) \quad y = \log x^2 \quad (4)$$

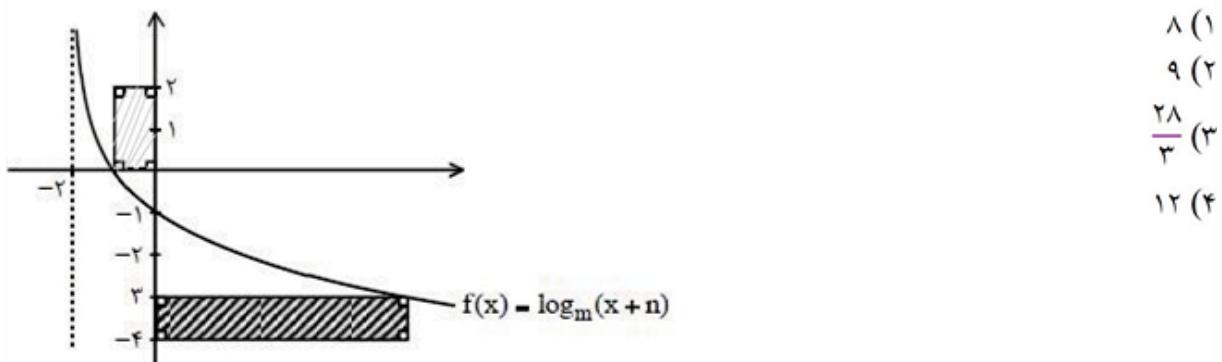
حاصل حاصل کدام است؟

۴۴

$$2(4) \quad 6(3) \quad \frac{3}{2}(2) \quad 2(1)$$

شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \log_m(x+n)$ است. مجموع مساحت‌های ناحیه‌های رنگی کدام است؟

۴۵



۸(۱)

۹(۲)

$\frac{28}{3}(3)$

۱۲(۴)

اگر $\log_{150} 3 = b$ و $\log_2 a = a$ باشد، حاصل $\log_2 b =$ کدام است؟

۴۶

$$\frac{1+b-a}{b+a} \quad (1) \quad \frac{1+b-a}{a+b} \quad (2) \quad \frac{a-b+2}{ab+a} \quad (3) \quad \frac{1-a+b}{a+b} \quad (4)$$



۴۷

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $\log \alpha + 5 \log \beta - 2 \log(\alpha + \beta) = 0$ کدام است؟

 $\gamma k (4)$ $\gamma k + 3 (3)$ $\gamma k - 2 (2)$ $-\gamma k - 3 (1)$

۴۸

اگر $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ باشد، لگاریتم $(x^3 - 3x)$ در پایه ۲ کدام است؟

 $\frac{1}{3} (4)$ $\frac{3}{2} (3)$ $\frac{4}{3} (2)$ $\frac{3}{4} (1)$

۴۹

برد تابع $f(x) = \log_{\sqrt{2}}(1 + \sin x)$ کدام است؟

 $[0, 1] (4)$ $(0, 1] (3)$ $[0, 1) (2)$ $(0, 1) (1)$

۵۰

ساده شده $(\log_{12} 3)^2 + 4 \log_{12} 2 \cdot \log_{12} 6$ چه عددی است؟

 $4 (4)$ $1 (3)$ $(\log_{12} 34)^2 (2)$ $(\log_{12} 6)^2 (1)$ 

۵۱

دو تابع $g(x) = \sin x$ و $f(x) = \log_3^x$ در چند نقطه متقاطع اند؟

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

۵۲

سه عدد $2^{\log a}$, $2^{\log a} + 2^{\log a}$ و $2^{\log a}$ جملات متولی یک دنباله‌ی حسابی هستند. a کدام است؟

۹۰ (۴)

۶۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

۵۳

جواب کامل نامعادله‌ی $2^x > \log_2 x$ کدام است؟

 $x > 2$ (۴) $x \in \mathbb{R}$ (۳) $x > -1$ (۲) $x > 0$ (۱)

۵۴

نمودار تابع $y = \log(x - 1)^2$ با کدام طول محور X ها را قطع می‌کند؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۰ (۲)

۱ (۱)



۵۵

اگر $x_1 > x_2$ و $\log_{x_1}^x + \log_{x_2}^x = 16$ باشد، مقدار $\log_{\sqrt{x}}^x + \frac{2}{\log_{\sqrt{x}}^x} = 3$ ریشه‌های معادله

کدام است؟

$\frac{13}{3}(4)$

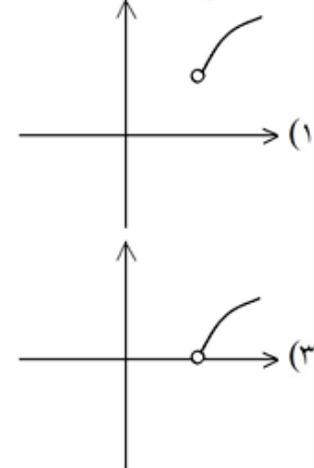
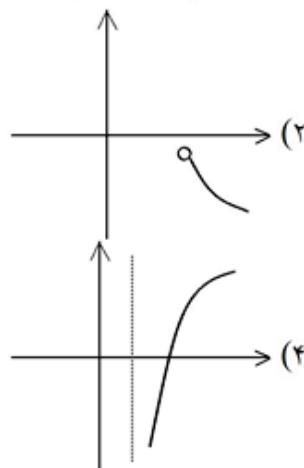
$\frac{11}{3}(3)$

$4(2)$

$3(1)$

۵۶

نمودار تابع $y = \log(x^2 - 9x + 20) - \log(x - 5)$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۵۷

اگر $\log_{1/25} 2 = a$ باشد، مقدار $\log_{1/25} a$ کدام است؟

$2a - 2(4)$

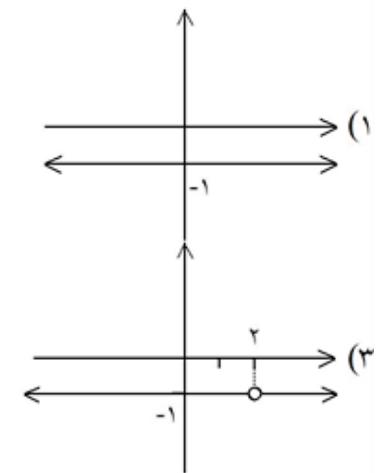
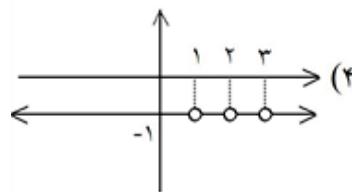
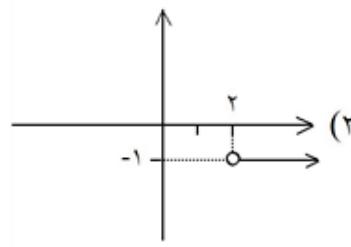
$2a - 1(3)$

$2 - 2a(2)$

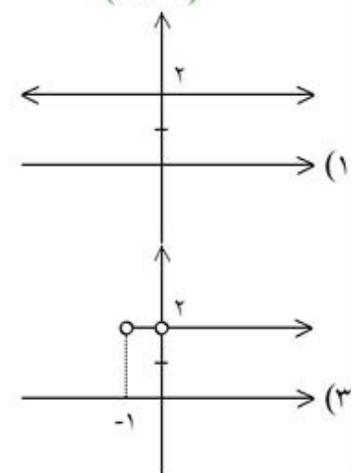
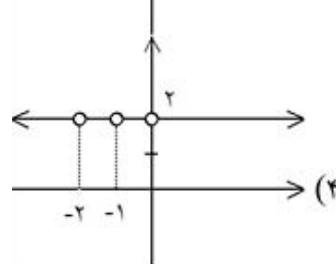
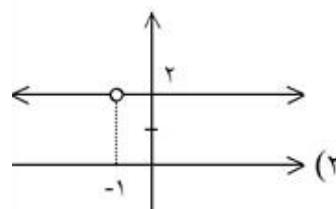
$1 - 2a(1)$



نمودار تابع $y = \text{Log}_{(x-2)^2}$ کدام است؟

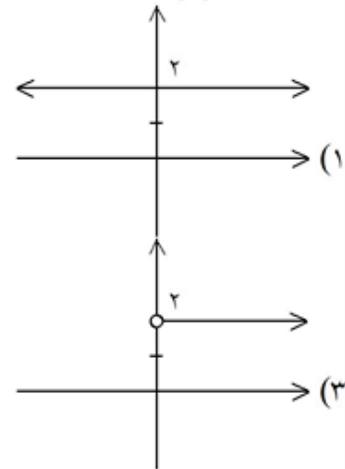
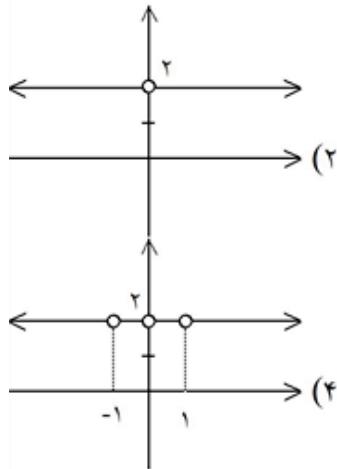


نمودار تابع $y = \text{Log}_{(x+1)^4}$ کدام است؟



نمودار تابع $y = \frac{\log x}{|x|}$ کدام است؟

۶۰



اگر $f(x + \log_3 x)$ مقدار $\frac{x^x - 1}{x^x + 2}$ کدام است؟

۶۱

۴) صفر

$$\frac{3}{11}(3)$$

$$\frac{7}{29}(2)$$

$$\frac{1}{5}(1)$$

اگر $a^b = 2^6$ و $b^a = 5^4$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt[5]{a}}(b)$ کدام است؟

۶۲

$$\frac{ra+b}{ra-b+1}(4)$$

$$\frac{ra+b}{rb+a-1}(3)$$

$$\frac{ra+b}{rb+a+1}(2)$$

$$\frac{ra+b}{rb-a+1}(1)$$

تابع $f(x) = \sqrt{a - \log_5(3x - b)}$ کدام است؟
 فقط برای $x \leq 15$ با معنی است، $\log_5(\frac{x-a}{b})$

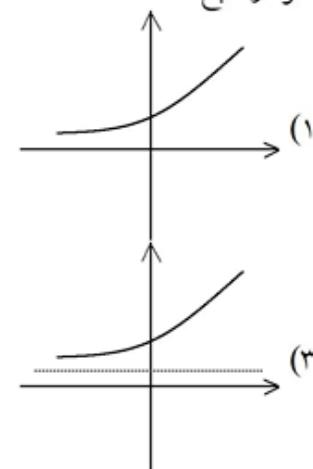
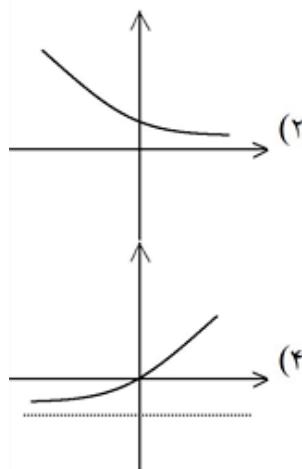
۱۰ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

نمودار تابع $y = \log_5^{\frac{x}{3}} - 1$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



مقدار x از تساوی $\log_5(\log_7(\log_4 x)) = 0$ کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر



۶۶

با فرض $f(x) = \log_{\alpha}(ax+b)$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۶ (۱)

۶۷

عدد $\sqrt[1/5]{\log_{10} 5}$ در کدام بازه قرار دارد؟

(-۲, -۱) (۴)

(-۱, ۰) (۳)

(۰, ۱) (۲)

(۱, ۲) (۱)

۶۸

حاصل ضرب ریشهای معادله $\log_{10} x = 1000$ کدام است؟

۱۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۱۰ (۲)

-۳ (۱)

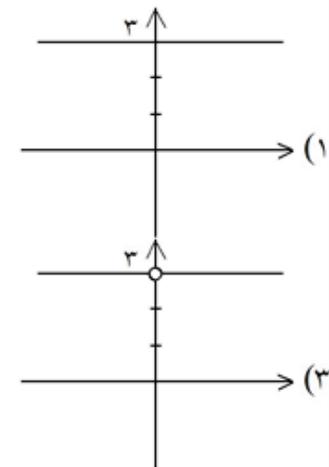
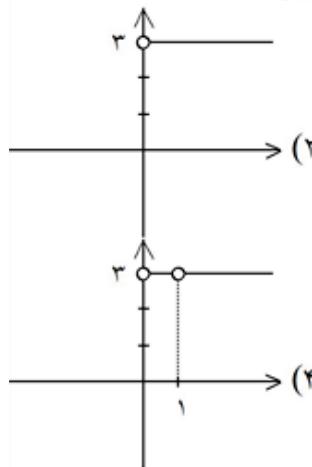
۶۹

دامنه تابع $y = \log(\cos x)$ کدام است؟

 $\left(2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$ (۲) $(2k\pi, (2k+1)\pi)$ (۱) $((2k-1)\pi, 2k\pi)$ (۴) $\left((2k-1)\frac{\pi}{2}, (2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$ (۳)

۷۰

اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟ باشد، نمودار $g(x) = \log_x^2$ و $f(x) = \log_x^4$



۷۱

اگر $\log_9^\beta = 3^{\alpha - 4\beta}$ باشد، حاصل کدام است؟

$$\frac{2}{25}(4)$$

$$\frac{2}{5}(3)$$

$$\frac{4}{5}(2)$$

$$\frac{4}{25}(1)$$

۷۲

اگر $\log_4^{11} = \alpha + 1$ باشد، حاصل کدام است؟

$$242(4)$$

$$144(3)$$

$$44(2)$$

$$484(1)$$

$\text{Log}_{\sqrt[3]{5}}^5$ مقدار کدام است؟

۱ (۴)

۵ (۳)

 $\sqrt[5]{5}$ (۲)

۲۵ (۱)

$A = \text{Log}_{\sqrt[3]{V}}^5 \times \text{Log}_{11}^V \times \text{Log}_{125}^{11}$ مقدار کدام گزینه است؟

۲ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

 $\frac{1}{3}$ (۱)

$\text{Log}_3^{\sqrt[3]{A}}$ مقدار کدام گزینه است؟

۹ (۴)

 $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt[3]{7}$ (۲)

۷ (۱)



اگر $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{3}}(ax + b)$ به ازای x های عضو $(-\infty, 3)$ تعریف شده باشد و فرم کلی آن

x ها در نقطه‌ای به طول $\frac{b}{a}$ قطع می‌کند، حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{3}}^b$ کدام است؟

$\frac{3}{2}(4)$

$\frac{2}{3}(3)$

$-3(2)$

$\frac{1}{3}(1)$

اگر $x = -2$ ، $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{5}}(ax + b)$ تعریف شده باشد و $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{5}}^2$ به ازای x برابر $1 + 2c$ باشد، آنگاه $\text{Log}(-ab)$ کدام است؟

$\frac{1}{2}(4)$

$-1(3)$

$2(2)$

$1(1)$



اگر $\sqrt{x+6}$ در پایه‌ی ۲ کدام مقدار لگاریتم $\text{Log}(2x+5) + \text{Log}(x+2) = \text{Log}(x^2 + 9x + 14)$ است؟

است؟

$\frac{2}{3}(4)$

$3(3)$

$2(2)$

$\frac{3}{2}(1)$



اگر $\log z = 0/3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\log 25 \dots \log 16}{\log 8 \dots \log \frac{1}{128}}$ کدام است؟

$$\frac{43}{25} (4)$$

$$\frac{41}{25} (3)$$

$$\frac{7}{5} (2)$$

$$\frac{6}{5} (1)$$

حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\sqrt[3]{x^5 + \log x} = 10^{5+\log x}$ کدام است؟

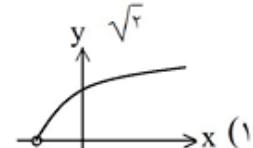
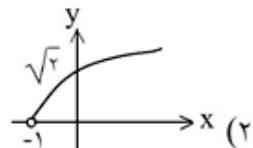
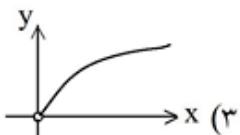
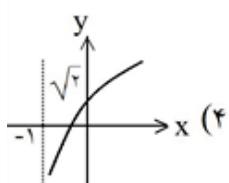
$$0/01 (4)$$

$$0/001 (3)$$

$$100 (2)$$

$$1000 (1)$$

نمودار تابع $z \log y = \log z + \log(x+1)$ کدام است؟



حاصل عبارت حاصل عبارت
 $\log_A \left(\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \right) + \log_{\left(5\sqrt{2} - 7 \right)}^{\left(2 - 2\sqrt{2} \right)^2}$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

اگر $\log_{۲۲}^۳ = a$ و $\log_{۲۲}^۵ = b$ ، مقدار $\frac{۱+ab}{۲}$ کدام است؟

 $\frac{۱+ab}{۲}$ (۴) $\frac{۱-ab}{۲}$ (۳) $۲(a+b-۱)$ (۲) $-۲(a+b-۱)$ (۱)

اگر $\log_A (\sqrt[۴]{۲}-۱) = \frac{(۱)^{۱/\sqrt[۴]{۵}}}{۱+\sqrt[۴]{۲}+\sqrt[۴]{۳}} + \sqrt[۴]{۹}$ باشد، کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴

۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴

۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : یازدهم

نام دبیر : مهندس حسن پور

عنوان آزمون : کاربرد نمایی و لگاریتم

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری

۱ انرژی آزاد شده در یک زلزله $7/6$ ریشتری، 1000 برابر یک زلزله n ریشتری (برحسب ارج) است. n کدام است؟
 $(\text{Log } E = 11/8 + 1/5 M)$

$2/6$

$6/6$

$4/6$

$5/6$

۲ روز پنجم دیماه 1382 زلزله‌ای به شدت $6/6$ ریشتر، شهر بم را در کرمان لرزاند. مقدار انرژی آزاد شده در این زلزله چه قدر بوده است؟
 $(\text{Log } E = 11/8 + 1/5 M)$

$E = 10^{21/5} \text{Erg}$

(۴)

$E = 10^{22/5} \text{Erg}$

(۳)

$E = 10^{22/5} \text{Erg}$

(۲)

$E = 10^{21/5} \text{Erg}$

(۱)

۳ تکثیر نوعی از باکتری با 100 عدد آغاز شده و هر نیمساعت هر باکتری به دو قسمت تقسیم می‌شود. بعد از چند دقیقه از آغاز تکثیر، تعداد آنها به 600 باکتری می‌رسد؟
 $(\text{Log } 3 \approx 0.45, \text{Log } 2 \approx 0.3)$

100

(۴)

90

(۳)

80

(۲)

75

(۱)

۴ رشد جمعیت کشوری، یک درصد در سال است. جمعیت این کشور حدوداً پس از چند سال $1/5$ برابر می‌شود؟
 $(\text{Log } 1.01^{2/25} \approx 8/5)$

45

(۴)

43

(۳)

41

(۲)

39

(۱)

۵

اگر بزرگی زمینلرزه برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزاد شده بر حسب ارگ (Erg) از رابطه $\text{Log E} = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M$ به دست می‌آید. میزان انرژی آزاد شده در یک زلزله ۶ ریشتری چه قدر بیشتر از انرژی یک زلزله ۴ ریشتری است؟

$$\frac{9}{99} \times 10^{\frac{20}{8}} \quad (4) \qquad \frac{9}{99} \times 10^{\frac{19}{8}} \quad (3) \qquad \frac{9}{99} \times 10^{\frac{18}{8}} \quad (2) \qquad \frac{9}{99} \times 10^{\frac{17}{8}} \quad (1)$$

۶

یک داروی آسم در هر دقیقه میزان ده درصد وارد خون می‌شود. اگر پس از سه دقیقه $\frac{1}{1} 27$ میلی‌گرم دارو در جریان خون موجود باشد، داروی اولیه چند میلی‌گرم بوده است؟

$$127 \quad (4) \qquad 119 \quad (3) \qquad 109 \quad (2) \qquad 100 \quad (1)$$

۷

اگر انرژی آزاد شده توسط زلزله‌ای 1000 برابر شود، به قدرت زلزله در مقیاس ریشتر چند واحد اضافه می‌گردد؟

$$\frac{5}{2} \quad (4) \qquad \frac{3}{2} \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

۸

قدرت یک زلزله باید چه میزان افزایش یابد تا انرژی آزاد شده توسط آن 1000 برابر شود؟

$$2 \quad (4) \qquad \frac{4}{3} \quad (3) \qquad \frac{2}{3} \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$



۹

اگر در یک زلزله، انرژی آزاد شده ده برابر شود، بزرگی زلزله چه قدر اضافه شده است؟

(۴) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۱۰

نسبت انرژی آزاد شده در یک زلزله $7/8$ ریشتری به انرژی آزاد شده در یک زلزله $6/8$ ریشتری کدام است؟

 $\sqrt[3]{10^2}$ (۴) $\sqrt{10}$ (۳) $10\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt[3]{10}$ (۱)

۱۱

مقدار ماده‌ای پس از هر 40 سال به $\frac{1}{4}$ مقدار آن می‌رسد. نمونه‌ای از این ماده 2048 میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس

از 400 سال باقی می‌ماند چه قدر است؟(۴) 2^{-9} (۳) 2^{-8} (۲) 2^{-10} (۱) 2^{-11}

۱۲

یک قایق کاملاً بادی، روزانه 5 درصد بادش را از دست می‌دهد. باد این قایق پس از چند روز، به نصف باد روز اول می‌رسد؟ $(\text{Log } 19 \approx 1/287)$ و $\text{Log } 2 \approx 1/301$

(۴) ۲۵

(۳) $21/5$ (۲) $18/5$

(۱) ۱۷



۱۳

از جمعیت شهری در پایان هر سال، یک درصد کم می‌شود. با گذشت چند سال جمعیت این شهر، نصف جمعیت فعلی آن می‌شود؟ $\text{Log } 99 = 1/995$, $\text{Log } 2 = 0/3$

۷۲ (۴)

۶۴ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۴

تکثیر نوع خاصی از بیماری با 100 باکتری شروع می‌شود و هر باکتری در مدت نیم ساعت به دو قسمت تقسیم می‌شود. تعداد باکتری‌ها بعد از چند ساعت به 6400 می‌رسد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۱۵

نسبت انرژی آزاد شده در دو زلزله برابر $10^{2/4}$ است. اختلاف بزرگی دو زمین‌لرزه چه قدر است؟
 $(\text{Log } E = 11/8 + 1/5 M)$

۱/۸ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۲ (۱)

۱۶

از نوعی باکتری 200 عدد موجود است. اگر هر 3 ساعت حجم آن 5 برابر شود، تقریباً پس از چه مدتی 20000 باکتری داریم؟ $(\text{Log } 2 = 0/3)$

۴ ساعت (۴)

۳ ساعت (۳)

۲ ساعت $8/5$ (۲)

۱ ساعت ۷ (۱)

۱۷

جمعیت کشوری هر سال ۱ درصد کاهش می‌یابد. پس از چند سال جمعیت این کشور نصف جمعیت اولیه خواهد شد؟ ($\text{Log } 99 \cong 1/99$, $\text{Log } 5 = 0.7$)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۸

اگر انرژی آزاد شده حاصل از یک زلزله $E_{\text{rg}} = 10^{22} \text{ Erg}$ باشد، شدت زلزله بر حسب ریشر کدام است؟ ($\text{Log } 2 = 0.3$)

۷ (۴)

۷/۵ (۳)

۷/۳ (۲)

۷/۲ (۱)

۱۹

تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت از رابطه‌ی $f(t) = Ab^{kt}$ پیروی می‌کند (t بر حسب دقیقه است). اگر تعداد باکتری‌ها با گذشت هر دقیقه $1/5$ برابر شود، در پایان دقیقه‌ی چهارم، جمعیت باکتری‌ها تقریباً چند برابر جمعیت اولیه‌ی آن‌ها می‌شود؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲۰

اگر شدت زلزله بم $6/6$ و شدت زلزله کرمانشاه $4/6$ ریشر باشد، انرژی آزاد شده در بم چند برابر انرژی آزاد شده در کرمانشاه است؟ (اگر انرژی آزاد شده یک زلزله به بزرگی M ریشر برابر E باشد، داریم: $\text{Log } E = 11/8 + 1/5M$)

$$\text{ضمناً } 2^{\frac{1}{3}} \approx \sqrt[10]{10}^{\frac{1}{5}}$$

۱۰ (۴)

۱/۰۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



۲۱

بزرگی زلزله‌ای در مقیاس ریشتر از بزرگی زلزله دیگری در همان مقیاس، ۴ ریشتر بیشتر است. انرژی آزاد شده در زلزله اول چند برابر انرژی آزاد شده در زلزله دوم است؟ ($\text{Log E} = \frac{11}{8} + \frac{1}{5}M$)

$$10^7 (4) \quad 10^6 (3) \quad 10^5 (2) \quad 10^4 (1)$$

۲۲

نرخ تورم یک کشور ۲۰ درصد در سال می‌باشد. پس از چند سال قیمت اجنبان ۴ برابر می‌شود؟

$$2 \text{ Log}_{1/2} (1/20) (4) \quad 2 \text{ Log}_{1/2} (1/2) (3) \quad 2 \text{ Log}_{1/2} (1) (2) \quad \text{Log}_{1/2} (1) (1)$$

۲۳

مسائل رشد:

گاهی تغییرات یک پدیده بر حسب زمان به صورت یک تابع نمایی افزایشی است. مدل ریاضی این مسائل به صورت $A_t = A_0(1+r)^t$ می‌باشد که در آن A_0 مقدار اولیه، t نرخ (آهنگ) رشد سالانه، t زمان سپری شده بر حسب سال و A_t مقدار ثانویه (بعد از t سال) است.

مثال: اگر جمعیت یک شهر ۳ میلیون نفر و نرخ رشد جمیعت ۲ درصد باشد. جمعیت این شهر پس از گذشت ۵ سال چند نفر خواهد بود؟

$$A_0 = 3, \dots = 3 \times 10^6, r = \frac{2}{100} = 0.02, t = 5$$

$$A_5 = A_0(1+r)^t \Rightarrow A_5 = 3 \times 10^6 (1+0.02)^5 = 3 \times 10^6 \times (1.02)^5$$

۲۴

نرخ رشد جمعیت کشوری ۲% است. اگر جمعیت این کشور ۱۰ میلیون نفر باشد، سه سال دیگر جمعیت این کشور چند نفر است؟

$$10602080 (4) \quad 10602180 (3) \quad 10612180 (2) \quad 10612080 (1)$$

۲۵

اگر جمعیت به طور نمایی و با ضریب ثابت 2% در سال رشد کند پس از چند سال این جمعیت $1/3$ برابر می‌شود؟
 $(\log 31 = 1/49.02, \log 1/02 = 0/0086)$

۵۸ (۴)

۵۷ (۳)

۵۶ (۲)

۵۵ (۱)

۲۶

فرض کنید جمعیت کشوری 10 میلیون نفر باشد، اگر جمعیت به طور نمایی و با ضریب ثابت 3% در سال رشد کند، پس از گذشت چند سال جمعیت این کشور به 30 میلیون نفر خواهد رسید؟
 $(\log 1/03 = 0/0128, \log 3 = 0/477)$



۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴