



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

گردآوری داده ها

واحد آماری :

هر یک از افراد یا اشیاء که داده های مربوط به آنها در بررسی آماری گردآوری می شود واحد آماری گویند.

جامعه آماری :

مجموعه تمام واحد های آماری را یک جامعه آماری می گویند یعنی کل افراد یا اشیایی که می خواهیم به عنوان واحد آماری مورد مطالعه و بررسی قرار دهیم.

--- برای استفاده از جامعه آماری (سرشماری) مشکلات زیر وجود دارد.

(۱) در دسترس نبودن همه افراد جامعه

(۲) وقت گیر بودن و هزینه بالای دسترسی به همه افراد جامعه و بررسی آنها

(۳) امکان از بین رفتن قسمتی از جامعه در صورت طولانی شدن مطالعه آماری

نمونه :

هر زیر مجموعه از جامعه ی آماری که با روش مشخصی که در ادامه گفته می شود انتخاب شود را نمونه گویند و فرایندی که نمونه برای تعمیم به کل جامعه انتخاب می شود را نمونه گیری می نامند.

توجه : مشخص شد که بررسی تمام اعضای جامعه آماری هزینه بر دقت گیر است، لذا بخشی از جامعه را به عنوان نمونه ای از کل جامعه مورد بررسی قرار می دهیم در نتیجه باید یک نمونه تصادفی و همسانی برای تمام افراد جامعه باشو وبا توجه به حجم جامعه، متناسب انتخاب شود تا تمام خصوصیت جامعه را در بر بگیرد.

- برای یک نمونه مطالعاتی درست، روش نمونه گیری از اهمیت خاصی برخوردار است.

انواع نمونه گیری

الف) نمونه گیری احتمالی :

روش نمونه گیری که همه ی واحدهای آماری، احتمالی معلوم برای انتخاب در نمونه داشته باشند و از روشی تصادفی برای انتخاب واحدهای نمونه استفاده شود.

۱) نمونه گیری تصادفی ساده:

نوع نمونه گیری که در آن همه واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه احتمال یکسان دارند. در واقع انتخاب افراد مستقل از یکدیگر باشد و انتخاب شدن یا نشدن هر شخص یا شی در نمونه تاثیری بر بقیه نداشته باشد.

در این روش ابتدا جامعه ای که قرار است روی آن مطالعه انجام دهیم مشخص نموده و یک لیست به روز از تمام افراد جامعه آماده می کنیم در صورت لزوم به هر واحد آماری یک شماره نسبت می دهیم و به کمک یکی از روش های احتمالی مانند استفاده از رندم در ماشین حساب یا قرعه کشی نمونه را انتخاب می کنیم.

توجه : برای انتخاب نمونه ی k تایی از جامعه n تایی شانس هر واحد از رابطه $\frac{k}{n}$ بدست می آید.

مزیت روش نمونه گیری ساده :

۱) ساده بودن ۲) برای جامعه های کوچک سریع و عملی است.

۳) چون انتخاب کاملاً تصادفی است شانس همه افراد با هم یکسان و جهت گیری در آن وجود ندارد.

معایب روش :

در هر بازه زمانی مطالعه نیاز به لیست کامل از افراد جامعه است. که در جوامع بزرگ و پراکنده دسترسی هزینه بر وقت گیر است.

همچنین ممکن است علی رغم تصادفی بودن نمونه معرف همه افراد یا اشیاء با خصوصیات مختلف جامعه نباشد.

نمونه گیری خوشه ای :

در این نمونه گیری واحدهای نمونه گیری به صورت گروه (خوشه) هستند و نمونه از بین تمام واحدهای آماری خوشه های انتخاب شده، بدست می آید.

اگر همه خوشه ها انتخاب شوند، سرشماری داریم.

در واقع در نمونه گیری خوشه ای واریانس داده های بتن خوشه ای کم ولی واریانس داده های داخل خوشه زیاد باشد مورد قبول تر و به واقعیت جامعه نزدیک تر است.

(در هر خوشه تفاوت بیشتری از نظر ویژگی مورد بررسی وجود دارد.)

مراحل زیر را در این نمونه گیری انجام می دهیم.

(۱) جامعه هدف را مشخص می کنیم.

(۲) جامعه را به واحد یا گروه های کوچکتر به عنوان خوشه تقسیم می کنیم.

(۳) چند خوشه را به طور تصادفی انتخاب می کنیم.

(۴) سرشماری از تمام واحدهای آماری خوشه های انتخاب شده صورت می گیرد.

(۵) و در نهایت نتایج جمع بندی شده و به کل جامعه تعمیم داده می شود.

مزایای که این روش دارد این است که

(۱) در وقت و هزینه صرفه جویی می شود.

(۲) اگر بین خوشه ها تفاوت چندانی از لحاظ ویژگی مورد بررسی وجود نداشته باشد به راحتی می توان نتایج را به کل جامعه تعمیم داد.

ولی عیب اصلی آن این است که اگر بین خوشه ها تفاوت زیادی وجود داشته باشد ممکن است نتایجی که به جامعه تعمیم می دهیم درست نباشد و فاصله زیادی داشته باشد.

نمونه گیری طبقه ای :

در این روش جامعه را به زیر طبقه ای کاملاً مجزا تقسیم کرده و از هر طبقه نمونه تصادفی ساده انتخاب می شود.

این نمونه گیری تصادفی در هر طبقه باید با نسبت تعداد اعضای آن طبقه به کل افراد جامعه صورت گیرد.

در این روش نیز :

(۱) جامعه هدف را مشخص می کنیم.

(۲) جامعه را طوری گروه بندی (طبقه بندی) می کنیم که اعضای هر طبقه همگن باشند ولی دو طبقه یا حتی چند طبقه هیچ اشتراکی نداشته باشند.

(۳) از هر طبقه متناسب با کل جامعه نمونه تصادفی ساده انتخاب می کنیم.

(۴) افراد انتخاب شده را در یک جا جمع کرده و بررسی را انجام می دهیم و به کل جامعه تعمیم می دهیم در این روش برخلاف روش خوشه ای ، واریانس داده های هر طبقه کم ولی واریانس بین دو طبقه مجزا زیاد خواهد بود.

توجه: اگر تعداد کل افراد N باشند و تعداد افراد طبقه های n_i و بخواهیم در کل k نفر انتخاب کنیم در

نتیجه از هر طبقه $\frac{n_i}{N} \times k$ انتخاب می شود.

مثال: جامعه ای دارای ۱۰۰ نفر است که به طبقه هایی ۲۰ تایی، ۳۰ تایی، ۱۵ تایی و ۳۵ تایی تقسیم می کنیم. اگر بخواهیم در کل ۲۰ نفر انتخاب کنیم از هر طبقه چند نفر انتخاب می شوند.

$$\frac{20}{100} \times 20 = 4 \quad \frac{30}{100} \times 20 = 6 \quad \frac{15}{100} \times 20 = 3 \quad \frac{35}{100} \times 20 = 7$$

مزیتی که روش دارد این است که چون از همه اقشار و گروه ها نمونه تصادفی انتخاب می شود نتایج برای تعمیم به کل جامعه نزدیکتر است. همچنین اگر تفاوت بینی واحدهای آماری در هر طبقه کم باشد دقت آمار گیری بالا است.

و عیب روش این است که ممکن است طبقه بندی هزینه و زمان زیادی ببرد و یا اطلاعات کافی برای طبقه بندی مناسب جامعه نداشته باشیم.

توجه: برای بالاتر رفتن دقت نمونه گیری بهتر از است از چند روش نمونه گیری یا یک روش برای چند مرحله استفاده کنیم. که به نمونه گیری چند مرحله ای معرف است.

نمونه گیری سیستماتیک یا سامانمند:

در نمونه گیری طبقه ای اگر اندازه طبقات یکسان باشد آن را سیستماتیک می گویند.

واحدهای آماری به تصادف از طبقه اول انتخاب می شود و با همان رویه از طبقات دیگر این کار را انجام می شود. لذا همه طبقات عضو متناظر با واحد آماری انتخاب شده از طبقه اول برای حضور در نمونه انتخاب می شوند.

- در این روش تمام افراد یا اعضای جامعه شانسی برابر دارند.

- اگر افراد جامعه به صورت تصادفی فهرست شده باشند می توان روش نمونه گیری سیستماتیک را بجای نمونه گیری تصادفی ساده استفاده نمود. ولی در صورتی که اعضای جامعه با توجه به یک نظم خاص مرتب شده باشند. نمونه گیری تصادفی مناسب تر است.

مثال : می خواهیم از بین ۲۰۰ نفر ۲۰ نفر را تصادفی انتخاب کنیم. ابتدا به آنها شماره ۱ تا ۲۰۰ را نسبت

می دهیم. می توانیم از تقسیم $\frac{200}{20} = 10$ برای پیدا کردن فاصله طبقات استفاده کنیم یعنی :

۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۲۰	۱۹۱	۱۹۲	۱۹۳	۲۰۰
----	----	----	----	----	-------	-----	-----	-----	-----

یعنی ۲۰ طبقه ۱۰ تایی که از هر طبقه یکی را انتخاب می کنیم به عنوان مثل اگر طبقه اول ۷ انتخاب شود بقیه دوم ۱۷ و ... طبقه آخر ۱۹۷ انتخاب می شود.

مزیت روش این است که :

اولا ساده است ثانیاً کم هزینه و عملی تر نسبت به نمونه گیری تصادفی ساده است.

اما معایب آن این است که ممکن است اعضای که تصادفی انتخاب می شوند از همه سطوح مختلف جامعه نباشند همچنین اگر در فاصله های نمونه گیری افراد خصوصیت یکسان داشته باشند نمونه ی انتخاب شده بیان گر کل جامعه نیست.

روش نمونه گیری غیر احتمالی یا غیر تصادفی:

اگر در یک نمونه گیری شانس حضور همه اعضای جامعه یکسان نباشد و به صورت سلیقه ای و اعمال نظر انتخاب شوند. آن را نمونه گیری غیر تصادفی گویند.

مانند:

(۱) آمارگیری قضاوتی: بر اساس قضاوت آمار گیرنده انتخاب شوند.

(۲) نمونه گیری داوطلبانه: اگر اعضای تصادفی به دلیل در دسترس بودن یا داوطلبانه انتخاب شوند.

(۳) نمونه گیری سهمیه ای: تقسیم بندی جامعه به بخش های مختلف و از هر بخش به تناسب تعدادشان موارد در دسترس را به عنوان نمونه انتخاب کنیم.

(۴) نمونه گیری زنجیره ای: اگر انتخاب نمونه ها را وابسته به انتخاب اولین نمونه انجام دهیم

نمونه گیری اریب:

روش نمونه گیری نادرست که نتایج حاصل از آن دور از واقعیت است را نمونه گیری اریب می نامند. در این روش با افزایش حجم نمونه، میزان انحراف از واقعیت بیشتر نیز می شود.

در واقع علت دوری از واقعیت حاصل از نتایج روش نمونه گیری اریب به صورت های زیر است:

(۱) روش نادرستی برای انتخاب نمونه در نظر گرفته باشد.

(۲) انتخاب روش نادرست گرفتن اطلاعات از واحدهای آماری

(۳) تحلیل آماری نامناسب انتخاب شود.

عوامل زیر در خطاهای نمونه گیری موثر هستند.

(۱) نداشتن فهرست کامل از افراد جامعه و شرایط آنها مانند افرادی که بیماری خاصی دارند.

۲) انتخاب اعضای که نماینده کل جامعه نباشند یا حتی انتخاب افرادی که در پدیده مورد بررسی ارتباطی به پدیده نداشته باشند به عنوان مثال در یک مدرسه برای بررسی قوای جسمی دانش آموزان نمونه از دانش آموزان غیر ورزشی انتخاب شوند.

۳) پاسخ درست ندادن در جمع آوری اطلاعات مانند روش پرسش نامه توسط واحدهای آماری

۴) تاثیر نوع بیان و سوال آمار گیرنده در جواب دادن به سوال ها توسط اعضای نمونه که به عدم پاسخ درست می انجامد.

۵) اشتباهات ناشی از مشاهده نادرست و غیردقیق برای جمع آوری اطلاعات یا دقیق نبودن ابزار اندازه گیری یا عدم استخراج درست اطلاعات از منبع

۶) حجم نمونه نسبت به کل جامعه کم انتخاب شود.

گردآوری داده ها :

الف) روش میدانی

۱) مشاهده : به کمک مشاهده و بدون نیاز به اعضا برای پاسخ گویی، اطلاعات جمع آوری می شود. مانند دیدن ماشین های عبور کرده از پلیس راه یا ثبت وقایع با یکی از حواس پنج گانه

۲) پرسش نامه : جمع آوری اطلاعات از طریق پاسخ دادن به پرسش های از پیش تهیه شده

۳) مصاحبه: که از طریق صحبت رو در رو یا حتی تلفنی و ... اطلاعات از اعضای جامعه جمع آوری می شود .

----- معایب و مزایای روش های میدانی :

مشاهده

مزایا: برای جوامع کوچک دقیق و قابل اعتماد است و بسیار سریع و قابل دسترس می باشد و حتی به کمک ابزار دقیق و مخصوص جهت ثبت وقایع اطلاعات در زمان کم قابل دستیابی می باشد.

معایب: چون در این روش از حواس پنج گانه کمک می گیریم امکان خطا زیاد است. و در صورتی که جامعه بزرگی و موارد مورد بررسی زیاد باشد وقت گیر و پر هزینه است. همچنین ممکن است تمایلات شخصی مشاهده گر در ثبت دخیل باشد که اطلاعات درست در اختیار قرار نمی گیرد.

پرسشنامه:

مزایا: برای جوامعی که تمام اعضا در دسترس هستند در زمان کم قابل اجرا است. بعد از انجام روش به کمک ابزاری چون کامپیوتر تجزیه و تحلیل اطلاعات آسان تر است.

معایب: مهم ترین عیب روش حذف افراد بی سواد است. همچنین عدم پاسخگویی بعضی از افراد جامعه (ممکن است به دلیل ترس از فاش شدن هویت باشد) یا درست جواب دادن آنها و همچنین اگر جامعه بزرگ و تعداد اعضا زیاد و براحتی در دسترس نباشند وقت گیر است.

مصاحبه:

مزایا: در این روش احتیاج به سواد خواندن و نوشتن نیست و همچنین مصاحبه گر می تواند در مورد سوال های حجم، پاسخگو باشد. و همچنین می تواند عدم تمایل به پاسخگویی را کم کند.

معایب: نیاز به شخص با تجربه و علاقه مند به عنوان مصاحبه کننده و محدودیت در جوامع بزرگ و وقت گیر و پر هزینه بودن

(ب) روش استفاده از دادگان:

در این روش از اطلاعاتی که توسط افراد دیگر یا ارگان ها یا موسسه های دیگر در قالب کتاب مقاله یا فایل و... جمع آوری شده استفاده می شود.

مزایا : صرفه جویی در وقت و جلوگیری از دوباره کاری و همچنین ارزیابی روش تحقیق گذشته و اطلاعات برای انتخاب روش درست تجزیه و تحلیل

معایب: ممکن است اطلاعات از قبل ثبت شده دقیق یا ناقص باشد. یا حتی اطلاعات قبلی قدیمی بوده و برای حل قابل بررسی نباشد. یا مسائل امنیتی باعث عدم دسترسی به اطلاعات بشود.

مفاهیم جمع آوری آمار:

آمارگیری : گردآوری داده ها به یکی از روش های قبلی را آمارگیری گویند.

آمارگیر: کسی که وظیفه آمارگیری را برعهده دارد.

متغیر: هر ویژگی از اعضای جامعه که قرار است در مورد آن آمارگیری شود به عنوان مثال وزن یا گروه خونی یا میزان تحصیلات.

الف) متغیر کمی : متغیرهایی که مقدار عددی می گیرند که شامل گسسته (فقط مقدارهای صحیح می گیرند) و پیوسته اتمام مقادیر صحیح و بین این اعداد صحیح را نیز می گیرند، می باشد.

ب) متغیرهای کیفی: لزوماً عدد نمی‌گیرند. مانند گوره خونی یا جنسیت افراد که شامل کیفی اسمی (یک کیفیت با یک اسم را مشخص می‌کنند مانند رنگ) و کیفی مرحله‌ای (که به صورت مرحله به مرحله است مانند دوران زندگی یا تحصیلی) می‌باشد.

داده‌ها: مقادیر اندازه‌گیر شده (مشاهده شده) یک متغیر که در جمع‌آوری اطلاعات بدست می‌آیند.

آماره یا آماره نمونه :

مشخصه عددی که توصیف‌کننده جنبه خاص از نمونه است و از داده‌ها بدست می‌آید مانند میانه، مد یا انحراف معیار و ...

پارامتر یا پارامتر جامعه، مشخصه عددی که توصیف‌کننده جنبه خاص از جامعه است. در صورتی که داده‌های کل جامعه در دسترس باشد قابل محاسبه است.

پس فرق اصلی آماره و پارامتر در نمونه و جامعه است.

توجه: همیشه نمی‌توان پارامتر جامعه را از سرشماری بدست آورد و مجبور می‌شویم از آمار استفاده کنیم.

«آمار استنباطی»

فرایند نتیجه‌گیری درباره پارامترهای جامعه به اساس نمونه، آمار استنباطی نامیده می‌شود.

برآورد:

برآوردن کردن پارامتر جامعه :

اگر در یک فرآیند آمارگیری، ابتدا از نمونه استفاده کنیم و سپس به کمک آن مقدار پارامتر جامعه را حدس بزنیم این کار را برآورد کردن پارامتر جامعه می‌نامیم.

الف) برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه :

در این روش مقدار عددی آماره را برای پارامتر جامعه برآورد می نماییم. به عنوان مثال از یک جامعه n عضوی می توان نمونه ای از این n عضو را به عنوان آماره نمونه انتخاب نمود و پارامتر مورد بررسی را بر اساس آن بدست آورد هر چه مقدار تعداد نمونه بیشتر باشد امکان نزدیک شدن برآورد به پارامتر بیشتر است.

ب) برآورد بازه ای یا فاصله اطمینان :

عبارست از بازه ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان برای دقت بازه اگر برآورد شود که پارامتر در بازه $[a, b]$ قرار دارد $b-a$ را فاصله اطمینان می گویم بدیهی است هر چه قدر فاصله ی اطمینان کوتاهتر باشد و ضریب اطمینان بالاتر برآورد فاصله ی بهتری انجام شده است.

انحراف معیار برآورد میانگین جامعه :

اگر در یک جامعه میانگین داده ها μ و انحراف معیار داده های آن σ می باشد برای برآورد نقطه ای پارامتر μ ، همه نمونه های تصادفی n عضوی ممکن را از جامعه انتخاب کرده و میانگین \bar{x} را در آن ها حساب کنیم انحراف معیار آماره های به دست آمده (\bar{x} ها) از رابطه ی زیر بدست می آید.

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

در جامعه با انتخاب همه ی نمونه های ۱۰۰ تایی از جامعه ای با واریانس $1/96$ انحراف معیار برآورد میانگین چقدر است؟

$$\sigma = 1/4 \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{1/4}{\sqrt{100}} = \frac{1/4}{10} = 0.04$$

برآورد بازه ای برای میانگین جامعه :

اگر نمونه ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می توانیم بگوییم.

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

ضریب اطمینان ۹۵٪ در برآورد بازه ای به این معناست که از ۱۰۰ نمونه ی مختلف با حجم برابر انتخاب کنیم و برای هر کدام \bar{x} را حساب کنیم و با استفاده از میانگین به دست آمده از نمونه بازه ی

($\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$) را برای برآورد پارامتر میانگین بسازیم ، فقط ۵ تا از این ۱۰۰ بازه ی برآورد شده

شامل عدد μ نیستند و ۹۵٪ آن ها شامل μ می باشند.

توجه : وقتی میانگین در فاصله (a,b) برآورد می شود مقدار $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$ نمونه برابر با $\frac{b-a}{2}$ خواهد بود و طول بازه (b-a) است.

برآورد بازه ای نسبت به اطمینان ۹۵ درصد :

اگر جامعه نسبتاً بزرگ، n نمونه تصادفی ساده انتخاب کنیم و m تا از آن ها ویژگی مورد مطالعه ما را داشته باشند آن گاه نسبت واقعی افرادی از جامعه که آن ویژگی را دارند با اطمینان ۹۵ درصد در بازه ی زیر است.

$$P = \frac{m}{n} \text{ برآورد پارامتر نسبت به ویژگی در جامعه است. } \left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right)$$

توجه : ۱ طول بازه اطمینان برابر با $2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

۲- میزان خطا در محاسبه $P = \frac{m}{n}$ طبق رابطه ی بالا حداکثر $r\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ می باشد.

۳- اگر در بازه اطمینان تعداد نمونه ها k برابر شود، طول بازه ی اطمینان تقسیم بر \sqrt{k} خواهد شد.

یعنی اگر تعداد نمونه ها ۱۰۰ برابر شود طول بازه ی اطمینان بر $\sqrt{100} = 10$ تقسیم خواهد شد بنابراین دقت محاسبه p یک رقم اعشار بهتر می شود.

توجه : اگر بخواهیم بدون تغییر تعداد نمونه با اطمینان بیش از ۹۵٪ نسبت را برآورد کنیم لازم است از ضریب بزرگتری از عدد ۲ در بازه استفاده کنیم.

نکته : در برآورد بازه ای نسبت، بازه ی روبرو شامل بازه اطمینان ۹۵ درصدی است.

$$\left(p - \frac{1}{\sqrt{n}}, p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \quad \left(p = \frac{m}{n} \right)$$

مثال ۱ : فرض کنید جامعه ای از ۶ نفر تشکیل شده است که درآمد ماهیانه آن ها بر حسب میلیون عبارت است از ۳ و ۵ و ۲۱۵ و ۱/۵ و ۵/۵ و ۳/۵

$$\text{میانگین پارامتر جامعه} = \frac{3/5 + 5 + 1/5 + 2/5 + 5/5 + 3}{6} = \frac{21}{6} = 3/5$$

$$\{1/5, 2/5, 5\} \text{ میانگین نمونه سه تایی} = \frac{1/5 + 2/5 + 5}{3} = 3$$

که اختلاف با پارامتر ۰/۵ است و برآورد نقطه ای ۳ است.

$$\text{میانگین نمونه ی چهارتایی} = \frac{3/5 + 1/5 + 2/5 + 5/5}{4} = \frac{13}{4} = 3/25$$

میانگین نمونه ی چهارتایی $\{3/5, 1/5, 2/5, 5/5\}$

برآورد نقطه ای ۳/۲۵ است و ۰/۲۵ میلیون با پارامتر اختلاف دارد.

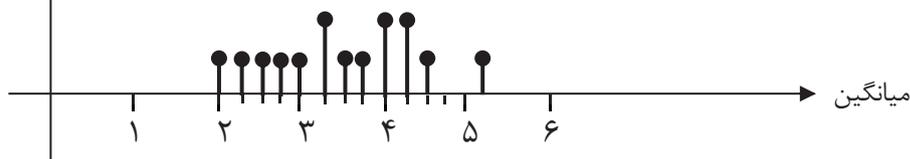
یعنی با تغییر نمونه های تصادفی برآوردهای مختلفی بدست می آید.

تمام برآوردهای دو نقطه ی در جدول زیر آمده است.

نمونه	$\{5/5, 2/5\}$ $\{3, 5\}$	$\{3, 2/5\}$	$\{3, 1/5\}$	$\{5, 3/5\}$ $\{3, 5/5\}$	$\{5, 1/5\}$ $\{3, 3/5\}$	$\{5, 2/5\}$	$\{5, 5/5\}$	$\{2/5, 1/5\}$
\bar{x}	4	2/75	2/25	4/25	3/25	3/75	5/25	2
احتمال	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

نمونه	$\{2/5, 3/5\}$	$\{1/5, 5/5\}$	$\{1/5, 3/5\}$	$\{5/5, 3/5\}$
\bar{x}	3	3/5	2/5	4/5
احتمال	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$

↑ احتمال بر حسب $\frac{1}{15}$



برآورد پنج نقطه ای :

نمونه	$\{3, 5, 2/5, 1/5, 5/5\}$	$\{3/5, 2/5, 1/5, 3/5\}$	$\{3, 2/5, 5/5, 5/5, 3/5\}$	$\{3/5, 1/5, 5/5, 5/5, 3/5\}$
\bar{x}	$\frac{17/5}{5} = 3/5$	$\frac{15/5}{5} = 3/1$	$\frac{19/5}{5} = 3/9$	$\frac{18/5}{5} = 3/7$
احتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

نمونه	$\{3, 2/5, 1/5, 5/5, 3/5\}$	$\{5, 3/5, 2/5, 1/5, 5/5\}$
-------	-----------------------------	-----------------------------

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+n}{n+1} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{(n+1)} = \frac{n}{2}$$

پارامتر μ

اگر پارامتر μ را با میانگین آماره $\bar{x} = 450$ برآورد کنیم آنگاه

$$\frac{n}{2} = 45 \quad n = 90$$

مثال: اگر اندازه نمونه را 9 برابر کنیم انحراف معیار برآورد میانگین چه تغییر خواهد کرد؟

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}} = \frac{\frac{\sigma}{\sqrt{9n}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{1}{3}$$

مثال:

با اندازه گیری وزن 10 کشتی گیر بازه (80 و 100) را با اطمینان 95٪ برای وزن کل کشتی گیران شرکت کننده در مسابقه المپیک برآورد کرده ایم میانگین وزن کشتی گیران و ضریب تغییرات را برای وزن کشتی گیران به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{80+100}{2} = 90$$

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{10}} = \frac{100-80}{2} = 10$$

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{10}} = \frac{b-a}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma = 5\sqrt{10}$$

مثال: برای اینکه بدانیم چند نفر از دانش آموزان از مدرسه خود راضی هستند یک نمونه ۱۰۰ نفری را انتخاب نمودیم که ۶۴ نفر رضایت داشتند نسبت واقعی افرادی که از مدرسه خود راضی هستند با اطمینان ۹۵٪ در چه بازه ای قرار دارد؟

$$p = \frac{m}{n} = \frac{64}{100} = 0.64$$

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right)$$

$$\left(0.64 - 2\sqrt{\frac{\frac{64}{100} \times \frac{36}{100}}{100}}, 0.64 + 2\sqrt{\frac{\frac{64}{100} \times \frac{36}{100}}{100}} \right)$$

$$\left(0.64 - 2 \times \frac{48}{1000}, 0.64 + 2 \times \frac{48}{1000} \right) = (0.64 - 0.096, 0.64 + 0.096)$$

$$= (0.544, 0.736)$$