بچه ها سلام ، با تخته معادله‌ی درجه دوم در خدمت شما هستم . با من همراه باشید. اگه تخته هایی که براتون می زارم خوبه و خوشتون میاد حتما در اخر صفحه یا از طریق آیدی نظر خودتونو بنویسین . نظرات شما به من روحیه میده و منو در ادامه نوشتن تخته ها کمک میکنه

نکته ۱:

اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $ax^۲+bx+c=۰$ باشند، آن‌گاه داریم:

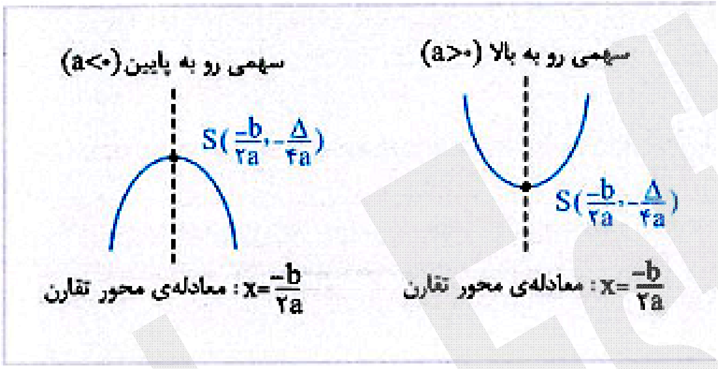
$$\boxed{P=\alpha.\beta=\frac{c}{a}} \quad , \quad \boxed{S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}}$$

روابط مهم بین S و P و جواب‌های معادله:

۱ $\boxed{\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P}$　　۲ $\boxed{\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳PS}$　　۳ $\boxed{|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}$

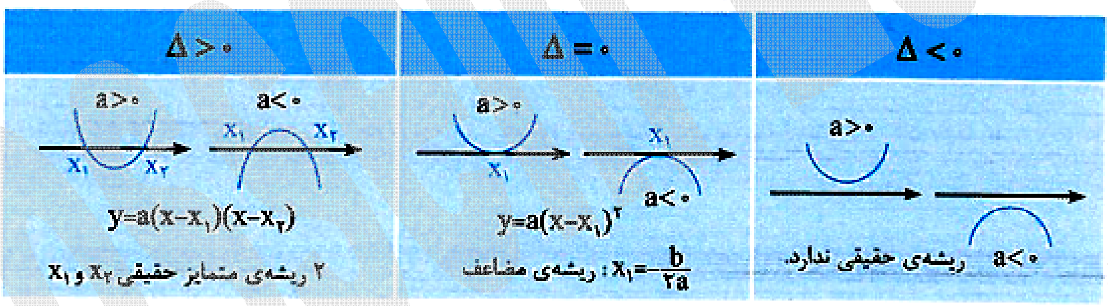
تذکر: دخترا و پسرای گلم دقت کنید فرمولهای دیگه ای که توی اکثر کتابها می بینید لزومی به حفظ کردنشون نیست !!!! مهمترین فرمول هایی که باید بلد باشی همین فرمولهاست.... بقیه را باید خودت بتونی سر جلسه به دست بیاری...

نکته ۲: نمودار سهمی در دو حالت مختلف به صورت زیر است:



نکته ۳:

تعداد جواب‌های معادله‌ی $ax^۲+bx+c=۰$، در حقیقت تعداد نقاط برخورد نمودار تابع درجه دوم با محور x ها می‌باشد که با توجه به علامت $\Delta=b^۲-۴ac$ به یکی از صورت‌های زیر است:



نکته ۴:

برای حل معادلات به فرم $a◯^۲+b◯+c=۰$، باید از تغییر متغیر $t=◯$ استفاده کنیم تا معادله به یک معادله‌ی درجه دوم تبدیل شود. سپس معادله‌ی درجه دوم را حل می‌کنیم. مثلاً اگر معادله به‌صورت $x^۴+۳x^۲-۱=۰$ باشد، با تغییر متغیر $t=x^۲$ به معادله‌ی درجه دوم $t^۲+۳t-۱=۰$ می‌رسیم.

به سوال کنکور تجربی ۹۳ دقت کنید:

به ازای کدام مقدار m، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $mx^2-(m+2)x+5=0$، برابر ۶ می‌باشد؟

۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) ۱ ۳) ۱ و $-\frac{9}{5}$ ۴) $\frac{9}{5}$ و ۱-

مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله برابر ۶ است، پس:

$$S=-\frac{b}{a}=\frac{-(-(m+3))}{m}=\frac{m+3}{m}\ ,\ P=\frac{c}{a}=\frac{5}{m}$$

$$x_1^2+x_2^2=6\Rightarrow S^2-2P=6\Rightarrow(\frac{m+3}{m})^2-\frac{10}{m}=6\Rightarrow\frac{m^2+6m+9}{m^2}-\frac{10}{m}=6\xrightarrow{\times m^2}m^2+6m+9-10m=6m^2$$

$$\Rightarrow 5m^2+4m-9=0\ \underset{a+b+c=0}{\xrightarrow{5+4+(-9)=0}}\ m=1\ ,\ m=\frac{c}{a}=-\frac{9}{5}$$

باید به ازای دو مقدار حاصل برای m، $\Delta>0$ باشد وگرنه قابل قبول نیستند. از $m=1$ که بررسی آن ساده‌تر است، شروع می‌کنیم:

$m=1\Rightarrow x^2-4x+5=0\Rightarrow\Delta=16-4(5)<0\Rightarrow$ معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد $\Rightarrow$ $m=1$ غیرقابل قبول است

با توجه به گزینه‌ها نیازی به بررسی $m=-\frac{9}{5}$ نیست و جواب قطعاً گزینه‌ی (۱) است.☺زیرا اگر $m=-\frac{9}{5}$ نیز غیرقابل قبول باشد، تست جواب ندارد!

به تست کنکور تجربی ۸۷ دقت کنید:

ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2+ax+b=0$، یک واحد از ریشه‌های معادله‌ی $3x^2+7x+1=0$، بیشتر است. b کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۱- ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{4}{3}$

خب سریع ریشه معادله ای که مجهول نداره رو x و ریشه معادله دیگر را x' فرض می کنیم و ارتباط گفته شده را به صورت ریاضی می نویسم . سپس x را برحسب x' به دست اورده و در معادله ای که مجهول نداره قرار می دهیم. با این کار به معادله‌ی جدید می رسیم . یه کم توضیح فارسی این کار سخته

ریشه‌های معادله‌ی بدون مجهول $3x^2+7x+1=0$ را x و ریشه‌های معادله‌ی $x^2+ax+b=0$ را x' در نظر می‌گیریم. داریم:

رابطه‌ی داده شده: $x'=x+1\Rightarrow x=x'-1\ \underset{\text{بدون مجهول}}{\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله‌ی}}}\ 3(x'-1)^2+7(x'-1)+1=0\Rightarrow 3x'^2-6x'+3+7x'-7+1=0$

$$\Rightarrow 3x'^2+x'-3=0\ \underset{\text{همه‌ی جملات را تقسیم بر ۳ می‌کنیم}}{\xrightarrow{\text{برای مقایسه با معادله‌ی } x^2+ax+b=0}}\ x'^2+\frac{x'}{3}-1=0\ \underset{x^2+ax+b=0}{\xrightarrow{\text{مقایسه با}}}\ a=\frac{1}{3}\ ,\ b=-1$$

به سوال کنکور تجربی ۹۰ دقت کنید:

مجموع ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(x^2+x)^2-18(x^2+x)+72=0$، کدام است؟

۱) ۴- ۲) ۲- ۳) ۲ ۴) ۴

معادله را از روش تغییر متغیر حل می‌کنیم. داریم:

$$(x^2+x)^2-18(x^2+x)+72=0\xrightarrow{x^2+x=t}t^2-18t+72=0\Rightarrow(t-6)(t-12)=0\Rightarrow t=6\ ,\ t=12$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t=x^2+x=12\Rightarrow x^2+x-12=0\xrightarrow{\Delta>0}x_1+x_2=S=-\frac{b}{a}=-\frac{1}{1}=-1\\ t=x^2+x=6\Rightarrow x^2+x-6=0\xrightarrow{\Delta>0}x_3+x_4=S'=-\frac{b}{a}=-\frac{1}{1}=-1\end{cases}\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها}=x_1+x_2+x_3+x_4=-2$$

به سوال کنکور تجربی ۸۹ دقت کنید:

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}m+2=0$ ، فاقد ریشه‌ی حقیقی است؟

۱) $-3<m<5$ ۲) $-3<m<4$ ۳) $-2<m<4$ ۴) $-1<m<5$

شرط آن‌که معادله‌ی $\underbrace{2}_{a}x^2+\underbrace{(m+1)}_{b}x+\underbrace{\frac{1}{2}m+2}_{c}=0$ فاقد ریشه‌ی حقیقی باشد، آن است که Δ ی معادله، منفی باشد. پس داریم:

$$\Delta<0\Rightarrow(m+1)^2-4(2)(\frac{1}{2}m+2)=(m^2+2m+1)-4m-16=\underbrace{m^2-2m-15}_{(m-5)(m+3)}<0\xrightarrow[\text{تعیین علامت}]{\text{به کمک جدول}}-3<m<5$$

به سوال کنکور تجربی ۸۳ دقت کنید:

اگر یکی از منحنی‌های تابع درجه دوم $y=(a-1)x^2+x+3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد، این منحنی محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

می‌دانیم در تابع درجه دوم $y=ax^2+bx+c$ ، خط قائم به معادله‌ی $x=-\frac{b}{2a}$ ، محور تقارن منحنی است. پس در تابع $y=(a-1)x^2+x+3$ داریم:

$$x=-\frac{1}{2(a-1)}:\text{معادله‌ی محور تقارن}\xrightarrow[x=2:\text{معادله‌ی محور تقارن}]{\text{طبق صورت تست}}-\frac{1}{2(a-1)}=2\Rightarrow a-1=-\frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{ضابطه‌ی تابع y ، }-\frac{1}{4}\text{ می‌گذاریم}]{\text{به جای a-1 در}}y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$$

برای یافتن محل تقاطع با محور x ها باید y را برابر صفر قرار دهیم:

$$y=0\Rightarrow-\frac{1}{4}x^2+x+3=0\xrightarrow{\times(-4)}x^2-4x-12=0\Rightarrow(x-6)(x+2)=0\Rightarrow x=6,x=-2\Rightarrow x=6:\text{طول مثبت}$$

موفق باشید.

@see_i