

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

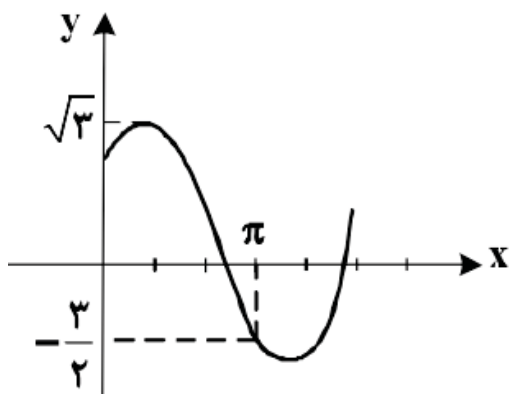
ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

سراسری تجربی ۹۸

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است ، کدام است ؟



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

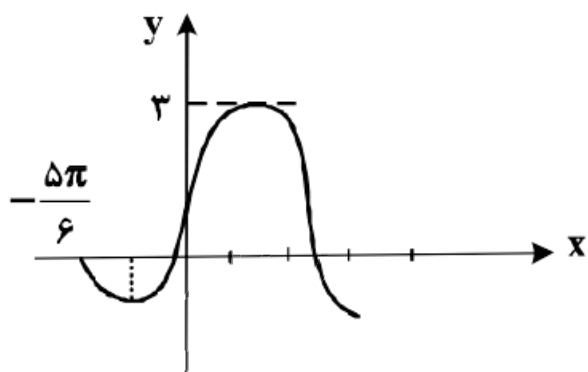
$y = b \sin(x + \frac{\pi}{3}) + a$ $\max = |b| + a \longrightarrow a + b = \sqrt{3}$

$(\pi, -\frac{3}{2}) \longrightarrow -\frac{3}{2} = b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) + a \longrightarrow -\frac{3}{2} = -b \sin \frac{\pi}{3} + a \longrightarrow 3 = \sqrt{3}b - 2a$

$\begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 2\sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow (2 + \sqrt{3})b = 3 + 2\sqrt{3} \longrightarrow b = \sqrt{3}$

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos(\frac{\pi}{6} - x)$ است ، مقدار تابع در $\frac{\pi}{6}$ کدام است ؟



(۱) ۱/۵ (۲) ۲

(۳) ۲/۵ (۴) $1 + \sqrt{3}$

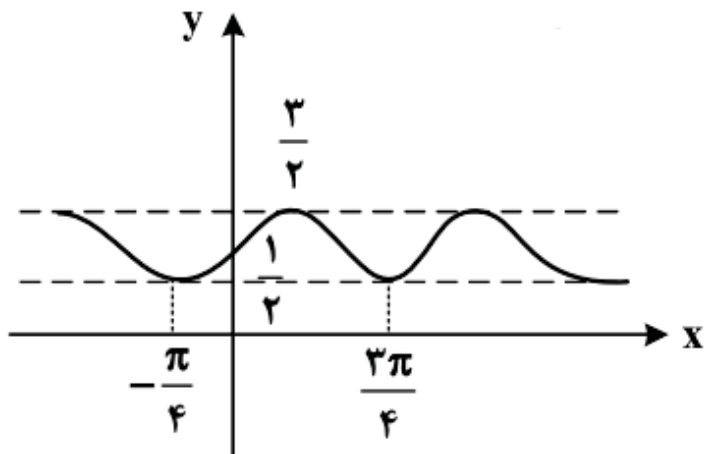
$y = b \sin x + a$ (I) $\max = |b| + a \xrightarrow{b > 0} a + b = 3$

(II) $(-\frac{5\pi}{6}, 0) \longrightarrow 0 = b \sin(-\frac{5\pi}{6}) + a \longrightarrow 2a - b = 0 \longrightarrow a = 1 \wedge b = 2$

$y = 2 \sin x + 1 \longrightarrow f(\frac{\pi}{6}) = 2 \sin(\frac{\pi}{6}) + 1 = 2(\frac{1}{2}) + 1 = 1 + 1 = 2$

سراسری ریاضی ۹۸

شکل روبه رو ، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است . کدام $a + b$ است ؟



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)

۲ (۳) ۳ (۴)

$$y = a(\sin bx \cdot \cos bx) + 1 \longrightarrow y = a\left(\frac{1}{2} \sin 2bx\right) + 1 \longrightarrow y = \frac{a}{2} \sin 2bx + 1$$

$$T = \left| \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \right| = \pi \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \pi = \frac{2\pi}{|2b|} \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = 1}$$

$$\max = |a| + c \longrightarrow \frac{3}{2} = \left| \frac{a}{2} \right| + 1 \longrightarrow \frac{1}{2} = \left| \frac{a}{2} \right| \xrightarrow{a > 0} \boxed{a = 1} \quad \boxed{a + b = 2}$$

چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس a و b هم علامت هستند . یعنی a و b هر دو مثبت یا هر دو منفی می توانند باشند .

نکته : ۱ - فاصله بین دو نقطه ماکزیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۲ - فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۳ - فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .

۴ - فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

سراسری ریاضی ۹۸ - خارج از کشور

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = \tan(\pi x) - \cot(\pi x)$ ، کدام است ؟

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۲ (۳) ۳ (۴)

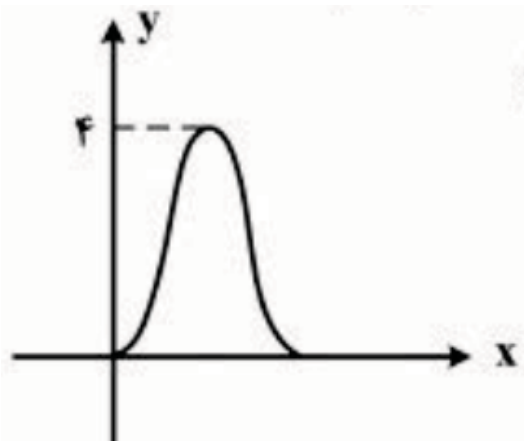
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$\tan x - \cot x = -2 \cot 2x$

$$\tan(\pi x) - \cot(\pi x) = -2 \cot(2\pi x) \longrightarrow T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

سراسری ریاضی ۹۷

شکل زیر نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ ، در بازه $(0, 4)$ است ، b کدام است ؟



(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

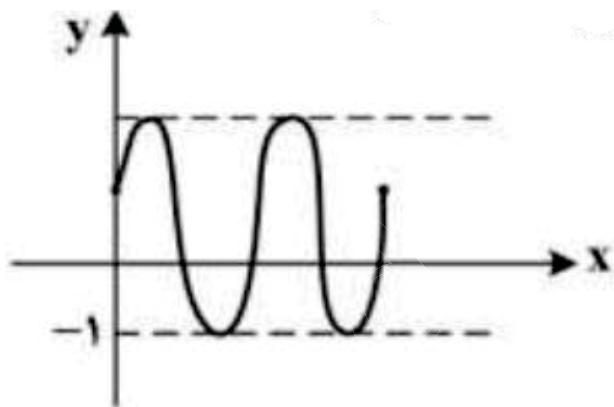
۵

چون نمودار تابع در بازه $(0, 4)$ متقارن است پس نقطه $(2, 4)$ ، ماکزیمم تابع است .

$$\begin{cases} (0, 0) \longrightarrow a + b = 0 \\ (2, 4) \longrightarrow a - b = 4 \end{cases} \longrightarrow 2b = -4 \longrightarrow \boxed{b = -2}$$

سراسری ریاضی ۹۷ - خارج از کشور

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $(0, \frac{4}{3})$ است ، $a + b$ کدام است ؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۶

نمودار تابع در بازه $(0, \frac{4}{3})$ دو بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم : $2T = \frac{4}{3} \longrightarrow T = \frac{2}{3}$

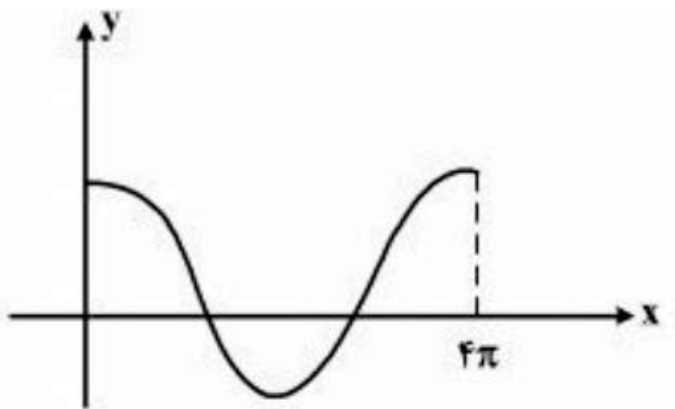
$$y = a \sin(b\pi x) + 1 \longrightarrow \min = -|a| + c \longrightarrow -1 = -|a| + 1 \longrightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{|b|} \longrightarrow |b| = 3 \longrightarrow b = \pm 3 \xrightarrow{a > 0, b > 0} \boxed{a + b = 5}$$

نکته : فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

سراسری ریاضی ۹۶

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$ است ، مقدار تابع در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است ؟



(۱) $-\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۰

۷

نکته: فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است .

چون نمودار تابع در بازه $(0, 4\pi)$ یک بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم : $T = 4\pi - 0 = 4\pi$

$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx \xrightarrow[\substack{a > 0 \\ b > 0}]{T = \frac{2\pi}{|m|}} \frac{2\pi}{|m|} = 4\pi \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \xrightarrow{m > 0} m = \frac{1}{2}$$

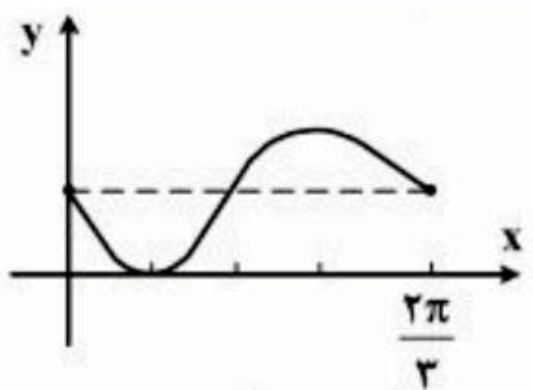
$$y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{1}{2}x \xrightarrow{x = \frac{16\pi}{3}} y = \frac{1}{2} + 2 \cos \frac{8\pi}{3} \rightarrow y = \frac{1}{2} + 2 \cos \left(3\pi - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y = \frac{1}{2} - 2 \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) \rightarrow y = \frac{1}{2} - 2 \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}} y = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

نکته: چون $\cos(-\theta) = \cos \theta$ است پس در تابع $y = a \cos bx + c$ مقدار b همواره مثبت است .

سراسری ریاضی ۹۶ - خارج از کشور

شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است ، مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ ، کدام است ؟



(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۸

چون نمودار تابع در بازه $(0, \frac{2\pi}{3})$ یک بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم : $T = \frac{2\pi}{3}$

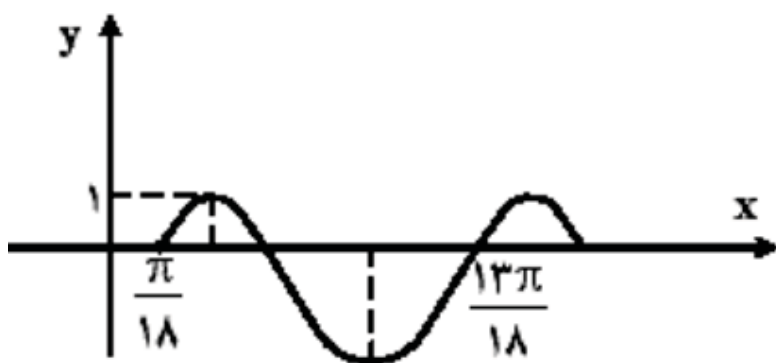
$$y = 1 - \sin mx \xrightarrow{\substack{a < 0 \\ b > 0}} T = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow \frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |m| = 3 \xrightarrow{m > 0} \boxed{m = 3}$$

$$y = 1 - \sin 3x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} y = 1 - \sin \frac{7\pi}{2} \rightarrow y = 1 - \sin(\pi - \frac{\pi}{2}) \rightarrow y = 1 - \sin(-\frac{\pi}{2})$$

$$y = 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 1 + 1 = \boxed{2}$$

سراسری ریاضی ۹۵

شکل زیر ، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{2})$ است . $a + b$ کدام است ؟



$\frac{1}{2}$ (۱)

۱ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۴)

۹

نکته : فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است . بنابراین داریم : $T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$

چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس a و b هم علامت هستند .

$$y = a - 2 \cos(\frac{\pi}{2} + bx) \rightarrow y = a + 2 \sin(bx)$$

$$T = \frac{13\pi}{18} - \frac{\pi}{18} = \frac{12\pi}{18} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |b| = 3 \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = 3}$$

$$y = a + 2 \sin 3x \rightarrow -1 \leq \sin 3x \leq 1 \rightarrow -2 \leq 2 \sin 3x \leq 2$$

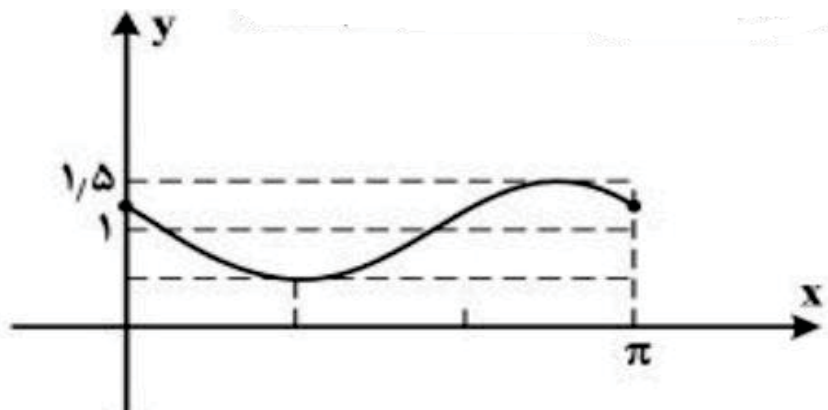
$$a - 2 \leq a + 2 \sin 3x \leq a + 2 \rightarrow a + 2 = 1 \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$\text{or } \max = |a| + c \rightarrow 1 = 2 + a \rightarrow \boxed{a = -1}$$

توجه داشته باشیم که نمودار تابع $y = \sin x$ در یک همسایگی صفر صعودی است ولی نمودار $y = \sin(-x)$ در یک همسایگی صفر نزولی است .

سراسری ریاضی ۹۵ - خارج از کشور

شکل روبه رو ، قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6})$ است . $a + b$ کدام است ؟



1/2 (۱)

۱ (۲)

3/2 (۳)

۲ (۴)

۱۰

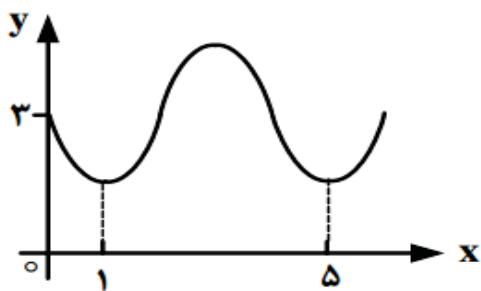
چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، نزولی می باشد پس a و b مختلف علامت هستند .

$$y = 1 + a \sin(bx - \frac{\pi}{6}) \rightarrow T = \pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$y = 1 + a \sin(2x - \frac{\pi}{6}) \rightarrow \max = |a| + c \rightarrow \frac{3}{2} = |a| + 1 \rightarrow |a| = \frac{1}{2} \xrightarrow{a < 0} \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

سراسری تجربی ۹۳

شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است . مقدار y در نقطه $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است ؟



2/5 (۲) ۲ (۱)

3/5 (۴) ۳ (۳)

۱۱

نکته: فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است . پس داریم : $T = 5 - 1 = 4$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow 4 = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{a > 0} b = -\frac{1}{2} \rightarrow y = a + \sin(-\frac{1}{2}\pi x) \rightarrow \boxed{y = a - \sin(\frac{\pi}{2} x)}$$

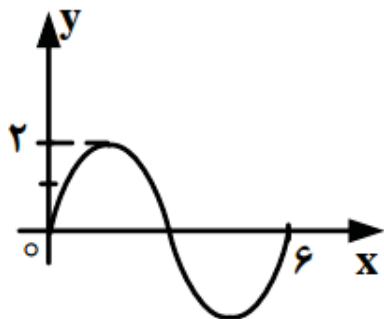
چون عرض از مبدأ نمودار تابع ۳ است پس داریم :

$$(0, 3) \rightarrow 3 = a - \sin(0) \rightarrow a = 3$$

$$y = 3 - \sin(\frac{\pi}{2} x) \rightarrow f(\frac{25}{3}) = 3 - \sin(\frac{25\pi}{6}) = 3 - \sin(4\pi + \frac{\pi}{6}) = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است . حاصل $a + b$ ، کدام است ؟



(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۱۲

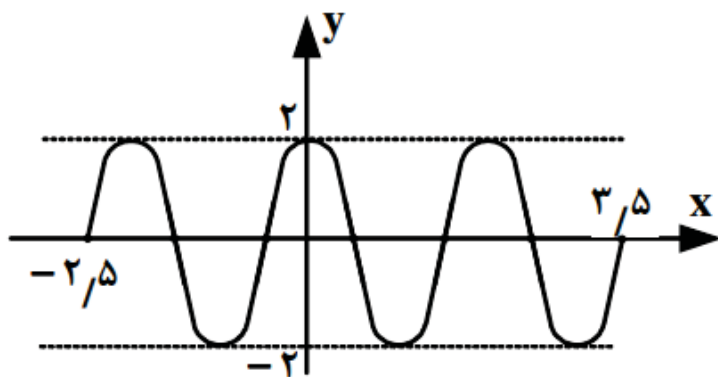
نکته: فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است . پس داریم : $T = 6 - 0 = 6$
چون تابع \sin در همسایگی صفر ، صعودی است پس علامت a و b هر دو یکسان هستند .

$$y = a \sin(b\pi x) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \longrightarrow \boxed{b = \frac{1}{3}}$$

$$\max = |a| + c \xrightarrow{\max=2} |a| = 2 \longrightarrow \boxed{a = 2} \qquad a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

سراسری ریاضی ۹۲

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin\pi(\frac{1}{5} + bx)$ است . $a.b$ کدام است ؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۳/۵

۱۳

نکته: فاصله بین ابتدا و انتهای نمودار ، تعداد دوره تناوب است پس داریم :

چون نمودار تابع سه بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم : $T = 2$: $3T = 3/5 - (-2/5) = 6 \longrightarrow T = 2$

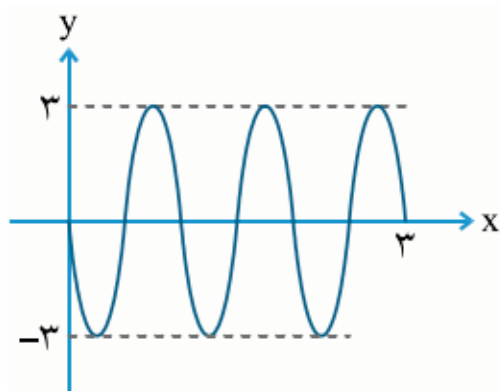
$$y = a \sin\pi(\frac{1}{5} + bx) \longrightarrow y = a \sin(\frac{\pi}{5} + \pi bx) \longrightarrow y = a \cos \pi bx$$

$$y = a \cos \pi x \xrightarrow{(0,2)} 2 = a \cos 0 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$y = a \cos \pi bx \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi b|} \longrightarrow \frac{2}{|b|} = 2 \longrightarrow |b| = 1 \longrightarrow \boxed{b = 1} \wedge b = -1$$

سراسری ریاضی ۹۲ - خارج از کشور

شکل رو به رو ، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است . a, b کدام است ؟



(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) ۴/۵

(۴) ۶

۱۴

چون نمودار تابع \sin در همسایگی راست صفر ، نزولی می باشد پس a و b مختلف علامت هستند .

$$سه دور کامل = 3T = 3 - 0 \longrightarrow T = 1$$

$$y = a \sin(b\pi x) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \longrightarrow \frac{2}{|b|} = 1 \longrightarrow |b| = 2 \longrightarrow \boxed{b = 2}$$

$$y = a \sin(2\pi x) \longrightarrow y = a \sin(2\pi x) \longrightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = -3 \longrightarrow \boxed{a = -3}$$

سراسری تجربی ۹۱

نمودار تابع $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ ، روی بازه $[-1, 1]$ در چند نقطه ، بیشترین مقدار را دارد ؟

(۴) ۴

(۳) ۳

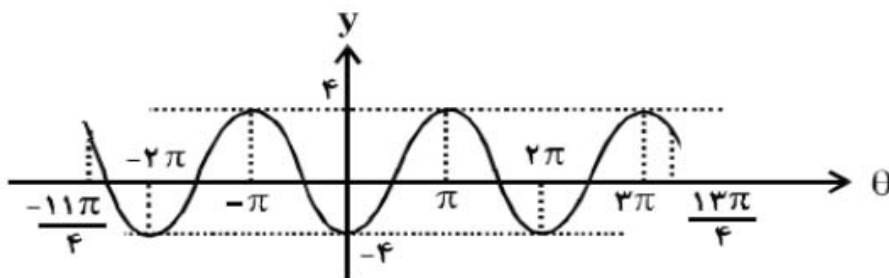
(۲) ۲

(۱) ۱

روش اول : اگر x در بازه $[-1, 1]$ باشد ، عبارت داخل کسینوس را می سازیم .

$$-1 \leq x \leq 1 \xrightarrow{\times(-3\pi)} -3\pi \leq -3\pi x \leq 3\pi \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{\pi}{4} + 3\pi$$

$$-\frac{11\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{13\pi}{4} \longrightarrow -\frac{11\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{13\pi}{4} \longrightarrow y = -4 \cos \theta$$



نمودار تابع در بازه $\left[-\frac{11\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right]$ ، در نقاط $x = -\pi, \pi, 3\pi$ بیشترین مقدار را دارد .

۱۵

روش دوم: در تابع $y = a \cos bx + c$ ، بیشترین مقدار $|a| + c$ و کم ترین مقدار آن $-|a| + c$ است .

اگر بخواهیم در معادله $y = a \cos u$ ، بیش ترین مقدار یا کم ترین مقدار را به دست آوریم ، بایستی $\cos u = 1$ یا $\cos u = -1$ باشد . با توجه به علامت a ، مثبت یا منفی بودن 1 را مشخص می کنیم . مثلاً اگر a منفی باشد و سوال از ما ، بیش ترین مقدار را خواسته باشد ، بایستی $\cos u = -1$ را در نظر بگیریم تا ضرب آن ها مثبت شود .

$$a = -4 < 0 \xrightarrow{\max = |-4| = 4} \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right) = -1 \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi x = 2k\pi + \pi \longrightarrow x = -\frac{2k}{3} - \frac{1}{4}$$

$$k = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{4} \quad k = 1 \longrightarrow x = -\frac{11}{12} \quad k = -1 \longrightarrow x = \frac{5}{12}$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

نمودار تابع $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$ ، روی بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ در چند نقطه ، محور X ها را قطع می کند ؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

نکته: برای تعیین تلاقی نمودار تابع با محور X ها ، باید جواب های معادله $y = 0$ را به دست آوریم .

$$y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \xrightarrow{y=0} 3 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \longrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = 0 \longrightarrow \frac{\pi}{4} - 2x = k\pi$$

$x = \frac{\pi}{8} - \frac{k\pi}{2}$	k	-۲	-۱	۰	۱	۲
X		$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8}$	$-\frac{3\pi}{8}$	$-\frac{7\pi}{8}$

در بازه $\left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ نمودار تابع ، محور X ها ، را در ۵ قطع می کند .

سراسری ریاضی ۸۸

دوره تناوب اصلی تابع با ضابطه $f(x) = \tan 3x - \cot 3x$ ، کدام است ؟

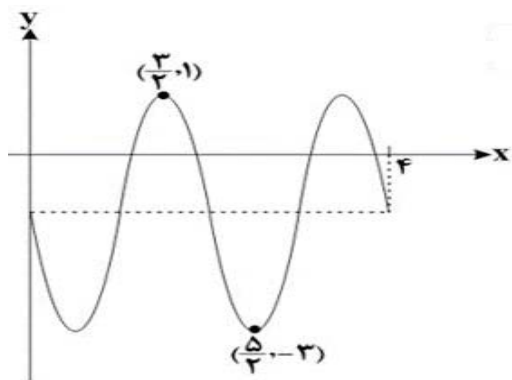
$\frac{\pi}{6}$ (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) π (۴)

$$f(x) = \tan 3x - \cot 3x = -2 \cot 6x \longrightarrow T = \frac{\pi}{6}$$

۱۷

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos \pi(\frac{3}{2} + bx) + c$ است ، حاصل abc کدام است ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲



$$f(x) = a \cos(\frac{3\pi}{2} + \pi bx) + c$$

$$f(x) = a \sin(\pi bx) + c$$

$$2T = 4 - 0 \longrightarrow T = 2$$

$$\frac{T}{2} = \left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \right| = 1 \longrightarrow T = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow 2 = \frac{2\pi}{|\pi b|} \longrightarrow |b| = 1$$

۱۸

$$\begin{cases} \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \max - \min = 2|a| \longrightarrow |1 - (-3)| = 2|a| \longrightarrow |a| = 2 \\ \max + \min = 2c \longrightarrow 1 + (-3) = 2c \longrightarrow c = -1 \end{cases}$$

چون نمودار تابع در همسایگی راست صفر ، نزولی است پس $a < 0$ یا $b < 0$ بنابراین $abc = 2$

نکته :

فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم برابر $2|a|$ است . پس $2|a| = |-3 - 1| = 4 \longrightarrow |a| = \pm 2 \longrightarrow a = -2$

فاصله بین ابتدا و انتها نمودار ، تعداد دوره تناوب است پس $2T = 4 - 0 = 4 \longrightarrow T = 2$

نکته : ۱ - فاصله بین دو نقطه ماکزیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۲ - فاصله بین دو نقطه مینیمم متوالی ، یک دوره تناوب است .

۳ - فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .

اگر تابع $f(x) = 5 \sin 3(\frac{\pi}{2}x - c)$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ ماکزیمم شود ، طول نقطه مینیمم آن ، کدام می تواند باشد ؟

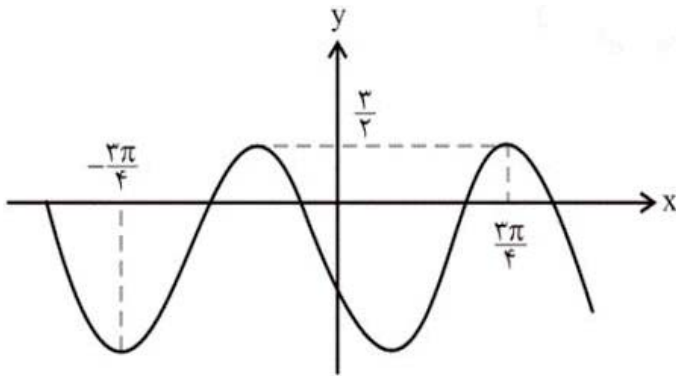
- (۱) $-\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{11}{6}$ (۴) $\frac{4}{3}$

$$f(x) = 5 \sin(\frac{3\pi}{2}x - 3c) \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left| \frac{3\pi}{2} \right|} = \frac{4}{3} \longrightarrow \frac{T}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6} \qquad \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = \frac{3-4}{6} = -\frac{1}{6}$$

۱۹

اگر نمودار زیر ، قسمتی از تابع $y = -\frac{3}{2} + a \sin bx$ باشد ، مقدار ab کدام است ؟



(۱) ۶

(۲) -۶

(۳) ۳

(۴) -۳

۲۰

توجه داشته باشیم که نمودار تابع در بازه $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ ، $1/5$ بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم :

$$\frac{3}{2}T = \frac{3\pi}{4} - (-\frac{3\pi}{4}) \rightarrow T = \pi$$

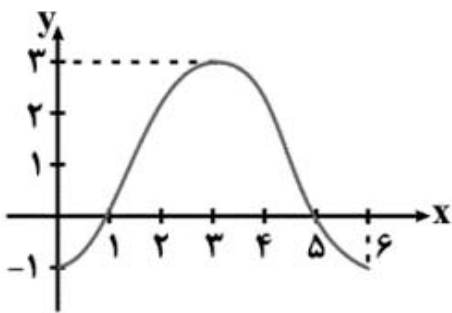
$$y = a \sin bx - \frac{3}{2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$\max + \min = 2c \rightarrow \frac{3}{2} + \min = 2(-\frac{3}{2}) \rightarrow \min = -\frac{9}{2}$$

$$\max - \min = 2|a| \rightarrow \frac{3}{2} - (-\frac{9}{2}) = 2|a| \rightarrow |a| = 3 \rightarrow \boxed{a = -3}$$

چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، نزولی است پس $a < 0$ یا $b < 0$ بنابراین $a.b = -6$

اگر نمودار تابع $y = a + 2 \sin(\pi(bx - \frac{1}{3}))$ به صورت زیر باشد ، حاصل $a + b$ کدام می تواند باشد ؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۱

$$y = a + 2 \sin(\pi bx - \frac{\pi}{3}) \rightarrow y = -2 \sin(\frac{\pi}{3} - \pi bx) + a \rightarrow y = -2 \cos(\pi b x) + a$$

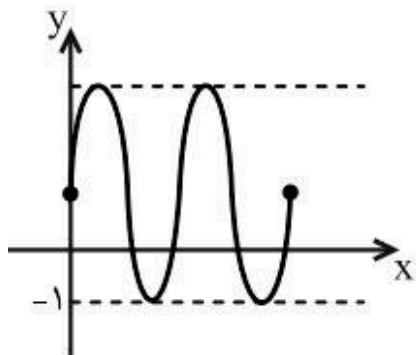
$$\max + \min = 2c \rightarrow 3 + (-1) = 2a \rightarrow a = 1$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow 6 = \frac{2\pi}{\pi b} \rightarrow |b| = \frac{1}{3} \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a + b = \frac{4}{3}$$

شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ ، در بازه $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ است . حاصل $a + b$ کدام است ؟



۴ (۲) ۳ (۱)

۶ (۴) ۵ (۳)

۲۲

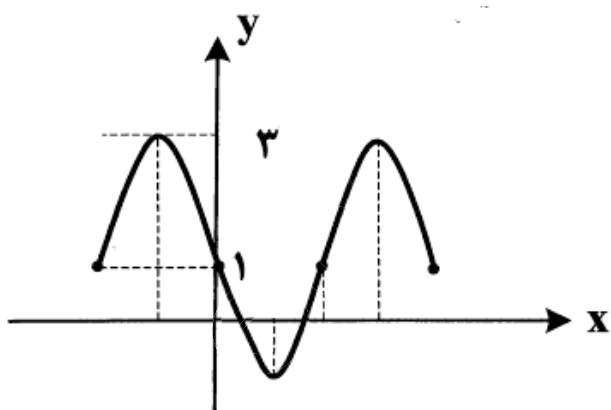
چون نمودار تابع در بازه $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ ، دو بار به طور کامل تکرار شده است ، بنابراین داریم : $2T = \frac{4}{3} \rightarrow T = \frac{2}{3}$

$$y = 1 + a \sin(b\pi x) \rightarrow \min = -|a| + c \rightarrow -1 = a + 1 \rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{|b\pi|} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow \boxed{b = 3}$$

if $b = 3 \rightarrow a = 2 \rightarrow a + b = 5$ if $b = -3 \rightarrow a = -2 \rightarrow a + b = -5$

شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$ است ، حاصل $a - b$ کدام است ؟



-۲ (۲) -۱ (۱)

۱ (۴) ۰ (۳)

۲۳

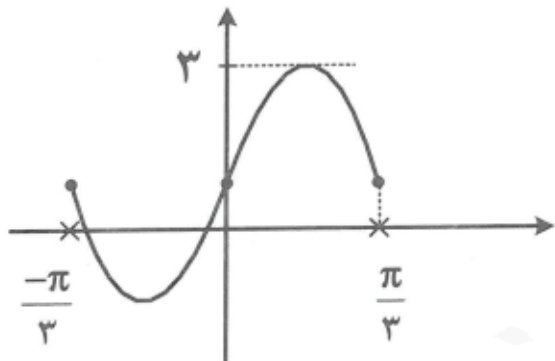
چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، نزولی است پس a و b مختلف علامت هستند .

$$y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \rightarrow y = a - b \sin 2x \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$(0, 1) \rightarrow \boxed{1 = a}$$

$$\max = |a| + c \rightarrow 3 = |-b| + a \xrightarrow{\substack{-b < 0 \\ b > 0}} 3 = b + 1 \rightarrow \boxed{b = 2}$$

شکل مقابل نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است ، $a + b$ کدام است ؟



۳ (۲) ۲ (۱)

۵ (۴) ۴ (۳)

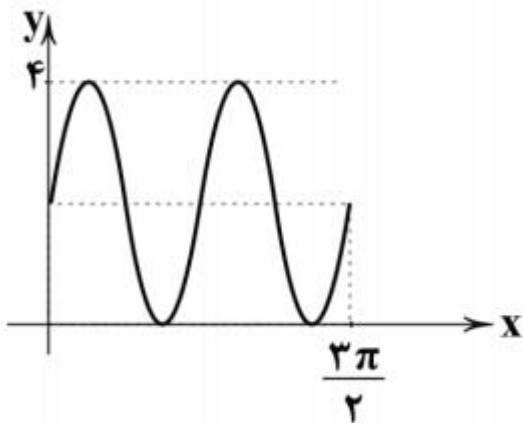
۲۴

چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، صعودی است پس a و b هم علامت هستند .

$$y = a \sin bx + 1 \longrightarrow \max = |a| + c \longrightarrow 3 = a + 1 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$T = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{b} \longrightarrow \boxed{b = 3}$$

قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + 2$ به صورت مقابل است ، $a.b$ کدام است ؟



$\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{16}{3}$ (۱)

$-\frac{8}{3}$ (۴)

$-\frac{16}{3}$ (۳)

۲۵

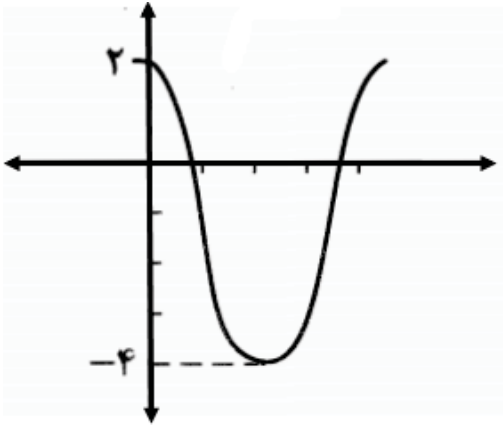
نمودار تابع در بازه $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ دو بار به طور کامل تکرار شده است بنابراین داریم : $2T = \frac{3\pi}{2} \longrightarrow T = \frac{3\pi}{4}$

$$f(x) = a \sin bx + 2 \longrightarrow \max = |a| + c \longrightarrow 4 = a + 2 \longrightarrow \boxed{a = 2}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \frac{3\pi}{4} = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow \boxed{b = \frac{8}{3}}$$

$$a.b = \frac{16}{3}$$

شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ است ، مقدار a کدام است ؟



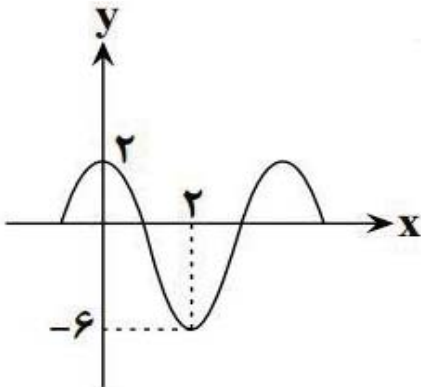
- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) ۲
- (۴) -۲

۲۶

$$y = a + b \sin(\frac{\pi}{2} + x) \longrightarrow y = a + b \cos x$$

$$\begin{aligned} (0, 2) &\longrightarrow 2 = a + b \\ (\pi, -4) &\longrightarrow -4 = a - b \end{aligned} \longrightarrow 2a = -2 \longrightarrow \boxed{a = -1}$$

اگر نمودار زیر مربوط به تابع $y = a \sin \pi(\frac{1}{3} - bx) + c$ باشد ، مقدار تابع به ازای $x = \frac{7}{3}$ ، کدام است ؟



- (۱) $-2\sqrt{3} - 2$
- (۲) $2\sqrt{3} - 2$
- (۳) -4
- (۴) $-3\sqrt{3}$

۲۷

نکته: فاصله بین نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی ، نصف دوره تناوب است .

$$y = a \sin \pi(\frac{1}{3} - bx) + c \longrightarrow y = a \sin(\frac{\pi}{3} - b\pi x) + c \longrightarrow y = a \cos(b\pi x) + c$$

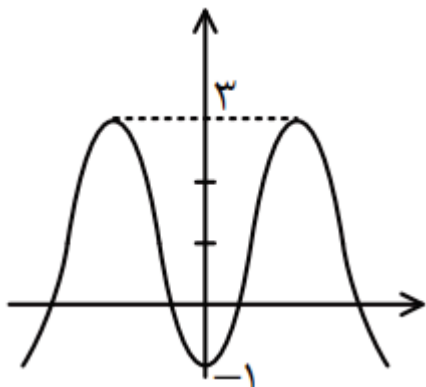
$$I) \frac{1}{2} T = 2 \longrightarrow T = 4 \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \longrightarrow 4 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \longrightarrow |b| = \frac{1}{2} \longrightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$II) \max - \min = 2|a| \longrightarrow 2 - (-6) = 2|a| \longrightarrow |a| = 4 \longrightarrow \boxed{a = 4}$$

$$III) \max = |a| + c \longrightarrow 2 = 4 + c \longrightarrow \boxed{c = -2}$$

$$y = 4 \cos(\frac{\pi}{2} x) - 2 \longrightarrow f(\frac{7}{3}) = 4 \cos(\frac{7\pi}{6}) - 2 = -4 \cos(\frac{\pi}{6}) - 2 = -2\sqrt{3} - 2$$

قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin^2 x$ به صورت مقابل است ، حاصل $a - b$ کدام است ؟



(۱) -۵

(۲) ۷

(۳) -۳

(۴) ۴

۲۸

$$\cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 \longrightarrow \boxed{\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}}$$

$$y = a + b \sin^2 x \longrightarrow y = a + b\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x\right) \longrightarrow y = -\frac{b}{2} \cos 2x + a + \frac{b}{2}$$

$$\max = |a| + c \longrightarrow 3 = \frac{b}{2} + a + \frac{b}{2} \longrightarrow \boxed{a + b = 3}$$

$$\min = -|a| + c \longrightarrow -1 = -\frac{b}{2} + a + \frac{b}{2} \longrightarrow \boxed{a = -1} \longrightarrow \boxed{b = 4}$$

در تابع $y = 3 - 2 \cos \frac{\pi}{2} x$ ، دوره تناوب ، ماکزیمم و مینیمم به ترتیب کدام است ؟

(۴) ۱, ۵, ۴

(۳) ۵, ۱, ۴

(۲) ۵, ۱, ۲

(۱) ۱, ۵, ۲

$$y = 3 - 2 \cos \frac{\pi}{2} x \longrightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\max = |-2| + 3 = 5 \quad \min = -|-2| + 3 = -2 + 3 = 1$$

۲۹

نمودار تابع $y = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، در چند نقطه محور X ها را قطع می کند ؟

(۴) ۲

(۳) ۳

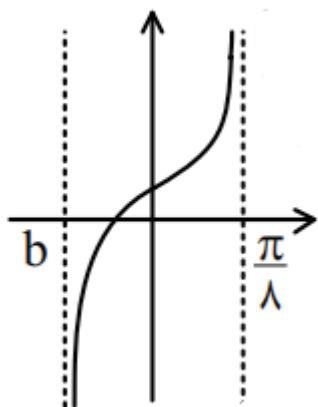
(۲) ۴

(۱) ۵

$$y = -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow{y=0} -3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \longrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$2x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \longrightarrow k = 0, 1, 2, 3$$

۳۰



نمودار تابع $y = \frac{1 + \tan ax}{1 - \tan ax}$ به صورت مقابل است ، مقدار b کدام است ؟

$-\frac{3\pi}{4}$ (۲)

$-\frac{3\pi}{8}$ (۱)

$-\frac{\pi}{4}$ (۴)

$-\frac{\pi}{8}$ (۳)

۳۱

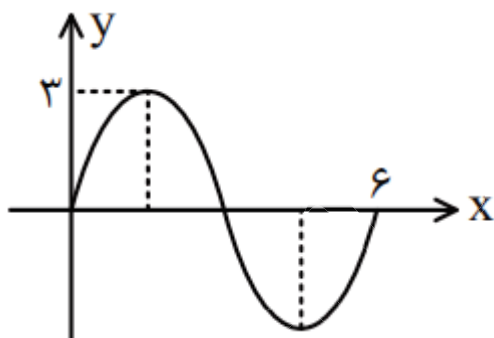
$$y = \frac{1 + \tan ax}{1 - \tan ax} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + ax\right) \rightarrow a > 0$$

$$x = \frac{\pi}{8} \rightarrow \frac{\pi}{4} + a\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\pi}{2} \rightarrow 2\pi + \pi a = 4\pi \rightarrow a = 2$$

$$x = b \rightarrow \frac{\pi}{4} + 2(b) = -\frac{\pi}{2} \rightarrow 2b = -\frac{3\pi}{4} \rightarrow b = -\frac{3\pi}{8}$$

توجه داشته باشیم چون تابع صعودی است ، بنابراین a مثبت است .

شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است ، حاصل $a + b$ کدام است ؟



$\frac{10}{3}$ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۳۲

چون نمودار تابع \sin در همسایگی صفر ، صعودی می باشد پس a و b هم علامت هستند .

$$y = a \sin(b\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \xrightarrow{b > 0} T = \frac{2\pi}{b\pi} \rightarrow 6 = \frac{2\pi}{b\pi} \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\max = |a| + c \xrightarrow{a > 0} 3 = a$$

$$a + b = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

نمودار تابع $y = \cos(\frac{3\pi}{2}x)$ در بازه $[-1, 1]$ ، محور X ها را در چند نقطه قطع می کند؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

$$y = \cos(\frac{3\pi}{2}x) \xrightarrow{y=0} \cos(\frac{3\pi}{2}x) = 0 \longrightarrow \frac{3\pi}{2}x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow x = \frac{2k+1}{3}$$

k	-۲	-۱	۰	۱
X	-۱	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	۱

۳۳

تابع $f(x) = -4\cos(2x - \frac{\pi}{4})$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ چند بار حداکثر مقدار خود را اختیار می کند؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

برای این که تابع، بیشترین مقدار خود را اختیار کند، باید مقدار $\cos(2x - \frac{\pi}{4})$ برابر -۱ شود.

$$\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = -1 \longrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi \longrightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{8} \longrightarrow k = -1, 0, 1$$

$$x = k\pi + \frac{5\pi}{8} \longrightarrow$$

k	-۲	-۱	۰	۱	۲
X	$-\frac{11\pi}{8}$	$-\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{21\pi}{8}$

۳۴

خط $y = \frac{1}{2}$ نمودار تابع $y = \sin^2 x$ را در نقاطی با کدام طول قطع می کند؟

- $\frac{k\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{2}$ (۳) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۱)

$$y = \sin^2 x \longrightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2} \longrightarrow 2\sin^2 x - 1 = 0 \longrightarrow 1 - 2\sin^2 x = 0$$

$$\cos 2x = 0 \longrightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \longrightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}}$$

۳۵

دوره تناوب تابع با ضابطه $f(x) = a \sin 2x + b \cos \frac{x}{2}$ ، کدام است ؟

4π (۴)

$\frac{5\pi}{2}$ (۳)

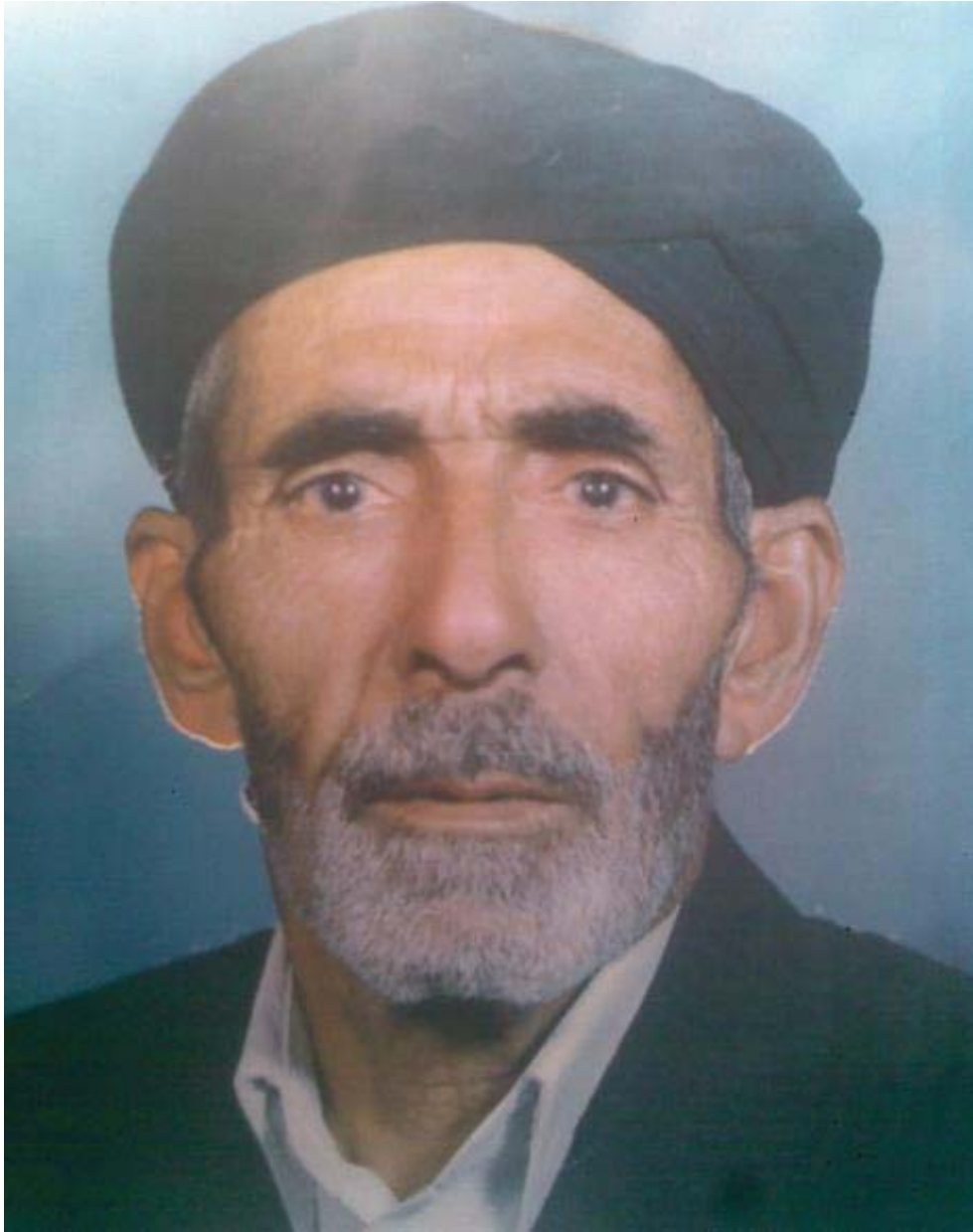
2π (۲)

π (۱)

۳۶

$$T_1 = \frac{2\pi}{2} \longrightarrow T = 4\pi$$

$$T_2 = 4\pi$$



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هائی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .
با تشکر : **سید علی موسوی**

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را همراهی کنید و پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام (۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴) و یا به ایمیل seyedalimousavi48@gmail.com ارسال فرمائید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان