



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

<p>سراسری تجربی ۹۶</p> <p>محور تقارن یک سهمی با رأس <math>(-1, 3)</math> موازی محور <math>X</math> ها است. اگر این سهمی از نقطه <math>(5, 9)</math> بگذرد، فاصله کانون تا خط هادی آن، کدام است؟</p> <p>۴ (۴)                      ۳/۵ (۳)                      ۳ (۲)                      ۲/۵ (۱)</p> <p>چون محور تقارن سهمی موازی محور <math>X</math> ها و از نقطه <math>(5, 9)</math> می گذرد پس سهمی افقی و دهانه آن به سمت راست می باشد، لذا معادله آن <math>(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha)</math> می باشد.</p> <p><math display="block">\begin{cases} S(-1, 3) \\ S(\alpha, \beta) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 3 \end{cases} \quad (y - 3)^2 = 4p(x + 1) \longrightarrow \begin{cases} 5 \\ 9 \end{cases} \longrightarrow 4p = 6 \longrightarrow p = \frac{3}{2}</math></p> <p>فاصله کانون تا خط هادی سهمی، فاصله کانونی گویند که برابر <math>2p</math> می باشد. لذا</p> <p><math>2p = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3</math></p>	<p>۱</p>
<p>سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور</p> <p>سهمی با کانون <math>F(2, 3)</math> و خط هادی به معادله <math>x = -4</math>، محور <math>X</math> ها را با کدام طول، قطع می کند؟</p> <p><math>\frac{1}{2}</math> (۴)                      <math>\frac{1}{4}</math> (۳)                      <math>-\frac{1}{4}</math> (۲)                      <math>-\frac{1}{2}</math> (۱)</p> <p>چون خط هادی <math>x = -4</math> و کانون در سمت راست آن می باشد، سهمی افقی و رو به راست می باشد، لذا معادله سهمی به صورت <math>(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha)</math> می باشد.</p> <p><math>FH = 2p =  -4 - 2  = 6 \longrightarrow p = 3</math>                      <math>x_s = \frac{x_F + x_\Delta}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = -1 \longrightarrow S(-1, 3)</math></p> <p><math>(y - 3)^2 = 12(x + 1) \xrightarrow{y=0} 9 = 12x + 12 \longrightarrow x = -\frac{1}{4}</math></p> <p><b>نکته:</b> وتر کانونی، وتری از سهمی است که از کانون گذشته و بر محور تقارن عمود است و طول آن <math>4p</math> می باشد.</p> <p><b>نکته:</b> بهتر است مختصات کانون و معادله خط هادی را در صفحه محورهای مختصات مشخص کنیم.</p>	<p>۲</p>
<p>سراسری تجربی ۹۴</p> <p>خط هادی یک سهمی به معادله <math>x = \frac{13}{4}</math> است. هر پرتوی که از نقطه <math>(-\frac{5}{4}, -2)</math> بر این سهمی بتابد، در امتداد محور <math>X</math> ها باز می تابد. این سهمی محور <math>X</math> ها را با کدام طول قطع می کند؟</p> <p><math>\frac{5}{4}</math> (۴)                      <math>\frac{5}{9}</math> (۳)                      <math>\frac{3}{4}</math> (۲)                      <math>\frac{1}{3}</math> (۱)</p> <p><b>نکته:</b> در مسائل سهمی، اشعه یا پرتو همان کانون سهمی است. پس</p> <p><math>F(-\frac{5}{4}, -2)</math></p> <p>چون خط هادی سهمی <math>x = \frac{13}{4}</math> است، پس سهمی افقی است و چون خط هادی در سمت راست کانون است پس تقعر آن به سمت چپ است لذا معادله آن به صورت <math>(y - \beta)^2 = -4p(x - \alpha)</math> می باشد.</p>	<p>۳</p>

$$S \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} F \begin{vmatrix} \alpha - p \\ \beta \end{vmatrix} \longrightarrow F \begin{vmatrix} -\frac{5}{4} \\ -2 \end{vmatrix} \quad x = \alpha + p \xrightarrow{x = \frac{13}{4}} \alpha + p = \frac{13}{4}$$

$$\begin{cases} \alpha - p = -\frac{5}{4} \\ \alpha + p = \frac{13}{4} \end{cases} \longrightarrow \alpha = 1, p = \frac{9}{4} \longrightarrow S \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix} \text{ or } FH = 2p = \left| \frac{13}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) \right| \longrightarrow p = \frac{9}{4}$$

$$(y + 2)^2 = -9(x - 1) \xrightarrow{y=0} (0 + 2)^2 = -9(x - 1) \longrightarrow x = \frac{5}{4}$$

سراسری تجربی ۹۴ - خارج از کشور

نقطه  $S(-1/6, -1)$ ، رأس سهمی است. هر پرتو که موازی محور  $x$  ها بر این سهمی بتابد، به نقطه  $(0/9, -1)$  باز می تابد. این سهمی محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می کند؟

-۲, ۰ (۴)      -۴, ۲ (۳)      -۵, ۳ (۲)      -۶, ۴ (۱)

چون  $y_S = y_F$  پس سهمی افقی است و چون کانون در سمت راست سهمی است پس تقعر آن به سمت راست است.

$$S \begin{vmatrix} -1/6 \\ -1 \end{vmatrix} \longrightarrow S \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} F \begin{vmatrix} 0/9 \\ -1 \end{vmatrix} \longrightarrow F \begin{vmatrix} \alpha + p \\ \beta \end{vmatrix} \text{ or } P = SF = \left| 0/9 - (-1/6) \right| = 2/5$$

$$\alpha + p = 0/9 \longrightarrow -1/6 + p = 0/9 \longrightarrow p = 2/5 = \frac{5}{2}$$

$$(y + 1)^2 = 10(x + 1/6) \xrightarrow{x=0} (y + 1)^2 = 10(0 + 1/6) \longrightarrow (y + 1)^2 = 16 \longrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -5 \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۲

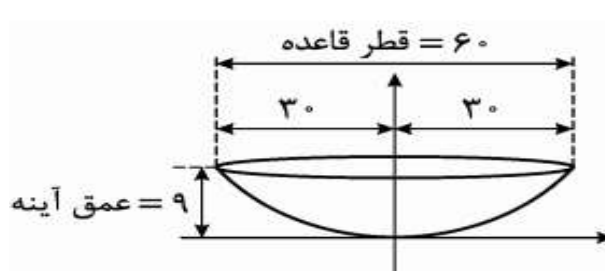
سهمی به کانون  $F(2, 4)$  و خط هادی به معادله  $x = -1$ ، محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می کند؟

$\frac{11}{3}$  (۴)       $\frac{10}{3}$  (۳)       $\frac{19}{6}$  (۲)       $\frac{17}{6}$  (۱)

با توجه به خط هادی سهمی افقی است و چون کانون در سمت راست خط هادی است پس دهانه رو به راست می باشد.

$$x_S = \frac{x_F + x_\Delta}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \longrightarrow S\left(\frac{1}{2}, 4\right) \quad FH = 2p = |-1 - 2| = 3 \longrightarrow p = \frac{3}{2}$$

$$(y - 4)^2 = 4\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{y=0} 16 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right) \longrightarrow x = \frac{19}{6}$$

<p>سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور عمق یک آینه سهموی در مرکز آن ۹ واحد و قطر قاعده آن ۶۰ واحد است. فاصله کانون تا رأس آن، کدام است؟</p> <p>(۱) ۱۵      (۲) ۲۰      (۳) ۲۲/۵      (۴) ۲۵</p> <p><b>نکته:</b> اگر عمق آینه در مرکز را با <math>h</math> و قطر دهانه را با <math>2b</math> نشان دهیم، با نوشتن معادله سهمی داریم: <math>b^2 = 4ph</math></p> <p><math>h = 9</math>      <math>2b = 60 \rightarrow b = 30</math>      <math>b^2 = 4ph \rightarrow 900 = 4p(9) \rightarrow p = 25</math></p>	<p>۶</p> 
<p>سراسری تجربی ۸۹ یک تلسکوپ انعکاسی دارای آینه سهموی است که فاصله رأس تا کانون ۷۲ سانتی متر و قطر قاعده آن ۱۶۸ سانتی متر است. عمق آینه در مرکز، چند سانتی متر است؟</p> <p>(۱) ۲۴      (۲) ۲۴/۵      (۳) ۲۶      (۴) ۲۶/۵</p> <p><math>p = 72</math>      <math>2b = 168 \rightarrow b = 84</math></p> <p><math>b^2 = 4ph \rightarrow 84^2 = 4(72)h \rightarrow h = \frac{84 \times 84}{4 \times 72} = \frac{49}{2} = 24.5</math></p>	<p>۷</p>
<p>سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور یک اشعه نورانی در امتداد خط <math>X = 3</math> و اشعه دیگر در امتداد خط <math>X = -1</math>، از داخل سهمی به معادله <math>X^2 - 2X - 4Y + 9 = 0</math> بر آن می تابانیم. مختصات نقطه تلاقی بازتاب این دو پرتو، کدام است؟</p> <p>(۱) (۱, ۳)      (۲) (۱, ۴)      (۳) (۲, ۲)      (۴) (۲, ۳)</p> <p>محل تلاقی بازتاب این دو پرتو، همان کانون سهمی است.</p> <p><math>x^2 - 2x + 1 = 4x - 9 + 1 \rightarrow (x - 1)^2 = 4(y - 2) \rightarrow S(1, 2)</math>      <math>4p = 4 \rightarrow p = 1</math></p> <p><math>F(\alpha, \beta + p) \rightarrow F(1, 2 + 1) \rightarrow F(1, 3)</math></p>	<p>۸</p>
<p>سراسری تجربی ۸۸ در سهمی به معادله <math>y^2 + 4y + 2x + 1 = 0</math>، خط هادی آن از نقطه ای با کدام مختصات می گذرد؟</p> <p>(۱) (۱, -۲)      (۲) (۱, ۲)      (۳) (۲, ۱)      (۴) (۰, ۳)</p>	<p>۹</p>

$$(y+2)^2 = -2(x-\frac{3}{2}) \longrightarrow S = (\frac{3}{2}, -2) \quad -4p = -2 \longrightarrow p = \frac{1}{2}$$

$$F \begin{cases} \alpha - p \\ \beta \end{cases} \quad x = \alpha + p \longrightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \longrightarrow x = 2$$

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

به ازای کدام مقدار  $a$ ، خط هادی سهمی به معادله  $y^2 - 6y + 2x + a = 0$  از نقطه  $(1, 2)$  می گذرد؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

$$y^2 - 6y + 9 = -2x - a + 9 \longrightarrow (y-3)^2 = -2(x - \frac{9-a}{2}) \longrightarrow \text{سهمی افقی رو به چپ}$$

$$S(\frac{9-a}{2}, 3) \quad -4p = -2 \longrightarrow p = \frac{1}{2} \quad x = \frac{9-a}{2} + \frac{1}{2} = \frac{10-a}{2}$$

$$(1, 2) \longrightarrow 1 = \frac{10-a}{2} \longrightarrow a = 8$$

۱۰

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

وتری از سهمی به معادله  $y^2 = 4(x+y)$  که از کانون بر محور تقارن آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادله این دایره کدام است؟

$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 2y = 2 \quad (3)$$

**نکته:** وتر از کانون بر محور تقارن آن عمود باشد، همان وتر کانونی سهمی است پس وتر کانونی سهمی قطری از

دایره است. لذا مرکز دایره همان کانون سهمی و شعاع دایره  $R = 2p \longrightarrow d = 4p$  است.

$$y^2 - 4y = 4x \longrightarrow (y-2)^2 = 4(x+1) \longrightarrow S(-1, 2) \quad 4p = 4 \longrightarrow p = 1$$

$$F(\alpha + p, \beta) \longrightarrow F(-1+1, 2) \longrightarrow F = O(0, 2) \quad R = 2p = 2$$

$$(x-0)^2 + (y-2)^2 = 4 \longrightarrow x^2 + y^2 - 4y = 0$$

۱۱

سراسری تجربی ۸۶

در سهمی به معادله  $x^2 - 6x + 8 = 2y$ ، معادله خط هادی آن، کدام است؟

$$y = \frac{1}{2} \quad (4)$$

$$y = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$y = -1 \quad (2)$$

$$y = -\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$x^2 - 6x + 9 - 9 = 2y - 8 \longrightarrow (x-3)^2 = 2(y + \frac{1}{2}) \longrightarrow \begin{cases} S(3, -\frac{1}{2}) \\ p = \frac{1}{2} \end{cases} \longrightarrow \text{سهمی قائم رو به بالا}$$

۱۲

$$y = \beta - p = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \longrightarrow L: y = -1 \longrightarrow \text{معادله خط هادی}$$

سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

دو اشعه به موازات محور X ها بر سهمی به معادله  $y^2 - 2y + 4x = 11$  می تابند، پس از بازتاب در کدام نقطه متقاطع اند؟

(۴, ۱) (۴)      (۳, ۱) (۳)      (۲, ۳) (۲)      (۲, ۱) (۱)      ۱۳

اگر دو اشعه به موازات محور X ها بر سهمی افقی فوق تابیده شود، دو اشعه پس از بازتاب، در کانون این سهمی متقاطع می باشند. پس با تعیین مختصات کانون سهمی، نقطه تلاقی بازتاب این دو اشعه به دست می آید.

$$y^2 - 2y + 4x = 11 \longrightarrow (y-1)^2 = -4(x-3) \longrightarrow \begin{cases} S(3,1) \\ p=1 \end{cases} \longrightarrow \text{سهمی افقی رو به چپ}$$

$$F(\alpha - p, \beta) \longrightarrow F(3-1, 1) \longrightarrow F(2, 1) \longrightarrow \text{کانون}$$

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

یک سهمی محور X ها در دو نقطه به طول های ۱ و ۵ قطع کرده و خط هادی آن به معادله  $y = -2$  است. عرض رأس این سهمی، کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)       $-\frac{1}{2}$  (۳)       $-\frac{3}{2}$  (۲)      -۱ (۱)      ۱۴

با توجه به رسم شکل سهمی در دستگاه مختصات، دو نقطه  $A(1, 0)$  و  $B(5, 0)$  و معادله خط هادی، نتیجه می گیریم که خط هادی در پایین این دو نقطه قرار دارد، در نتیجه سهمی قائم و رو به بالا است و معادله محور تقارن آن  $x = 3$  می باشد، بنابراین مختصات کانون به صورت  $F(3, y_F)$  است.

$$A(1, 0) \xrightarrow{y=-2} AH = 2 \longrightarrow \text{فاصله نقطه A تا خط هادی}$$

$$AF = \sqrt{(2)^2 + (y_F - 0)^2} = \sqrt{4 + y_F^2} \longrightarrow \text{فاصله نقطه A تا خط کانون}$$

$$AH = AF \longrightarrow 2 = \sqrt{4 + y_F^2} \longrightarrow y_F = 0 \longrightarrow F(3, 0) \longrightarrow \text{مختصات کانون سهمی}$$

$$x_S = x_F = 3, \quad y_S = \frac{0 + (-2)}{2} = -1 \longrightarrow S(3, -1) \longrightarrow \text{مختصات رأس سهمی}$$

**نکته:** رأس سهمی وسط خط هادی و کانون می باشد.  $(SF = SH = p)$

<p>سراسری تجربی ۸۳</p> <p>خط به معادله <math>y = 1</math> محور تقارن و خط <math>x = 2</math> خط هادی در یک سهمی اند. اگر این سهمی از نقطه <math>(3, 2)</math> بگذرد فاصله کانون تا خط هادی آن، کدام است؟</p> <p>(۱) ۱ (۲) <math>\frac{5}{4}</math> (۳) <math>\frac{3}{2}</math> (۴) ۲</p> <p>چون نقطه <math>M(3, 2)</math> سمت راست خط هادی است پس سهمی افقی رو به راست باز می شود.</p> $x = \alpha - p \xrightarrow{x=2} \alpha = p + 2 \quad (y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \longrightarrow (y - 1)^2 = 4p(x - \alpha)$ $\xrightarrow{(3,2)} (2 - 1)^2 = 4p(3 - p - 2) \longrightarrow (2p - 1)^2 = 0 \longrightarrow 2p = 1$	<p>۱۵</p>
<p>سراسری تجربی ۸۱</p> <p>شیب خط قائم بر بیضی به معادله <math>x^2 + 3y^2 - 8x = 0</math> در نقطه برخورد آن بیضی با نیمساز ناحیه اول و در این ناحیه کدام است؟</p> <p>(۱) -۳ (۲) <math>-\frac{1}{2}</math> (۳) <math>\frac{1}{3}</math> (۴) ۳</p> $\begin{cases} x^2 + 3y^2 - 8x = 0 \\ y = x \end{cases} \longrightarrow x^2 + 3x^2 - 8x = 0 \longrightarrow 4x^2 - 8x = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \longrightarrow y = 2 \end{cases}$ $f'(x, y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2x - 8}{6y} \quad m = f'(2, 2) = \frac{1}{3} \longrightarrow m' = -3$	<p>۱۶</p>
<p>سراسری تجربی ۸۰</p> <p>مختصات رأس سهمی که کانون آن <math>F(3, 5)</math> و معادله خط هادی آن <math>x = -3</math>، کدام است؟</p> <p>(۱) <math>(-3, 3)</math> (۲) <math>(-3, 5)</math> (۳) <math>(0, 5)</math> (۴) <math>(3, 0)</math></p> <p>با توجه به معادله خط هادی و قرار گرفتن کانون در سمت راست آن، سهمی افقی و رو به راست است.</p> $S \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix} \quad F \begin{vmatrix} \alpha + p \\ \beta \end{vmatrix} \longrightarrow F \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix} \quad x_S = \frac{-3 + 3}{2} = 0 \longrightarrow S(0, 5) \quad \text{or} \quad x = \alpha - p$	<p>۱۷</p>
<p>سراسری تجربی ۷۹</p> <p>نقطه <math>S(-1, 1)</math> رأس سهمی و خط به معادله <math>x = \frac{-3}{4}</math> خط هادی آن است. این سهمی محور طول ها را با کدام طول قطع می کند؟</p> <p>(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۰ (۴) ۱</p>	<p>۱۸</p>

$\begin{cases} S(\alpha, \beta) \\ S(-1, 1) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \end{cases} \quad F \begin{vmatrix} \alpha - p \\ \beta \end{vmatrix} \quad x = \alpha + p \xrightarrow{\alpha = -1} -\frac{3}{4} = -1 + p \longrightarrow p = \frac{1}{4}$ $(y-1)^2 = -4\left(\frac{1}{4}\right)(x+1) \longrightarrow (y-1)^2 = -(x+1) \xrightarrow{y=0} x = -2$	
<p style="text-align: right;">سراسری تجربی ۷۸</p> <p>معادله خط هادی سهمی به معادله <math>y = \frac{1}{\lambda}(4 + 4x - x^2)</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>y = 3</math>      (۲) <math>y = 2x - 2</math>      (۳) <math>y = 2x - 4</math>      (۴) <math>2y = x + 3</math></p> $\lambda y = 4 + 4x - x^2 \longrightarrow x^2 - 4x = -\lambda y + 4 \longrightarrow (x-2)^2 = -\lambda(y-1) \longrightarrow S \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ $-4p = -\lambda \longrightarrow p = 2 \quad y = \beta + p = 1 + 2 \longrightarrow y = 3$	۱۹
<p style="text-align: right;">سراسری تجربی ۷۷</p> <p>یک پرتو از کانون سهمی به معادله <math>y^2 + 2y - 6x + 4 = 0</math> تابیده و با محور <math>x</math> زاویه <math>45^\circ</math> می سازد، معادله پرتو</p> <p style="text-align: right;">سراسری تجربی ۷۴</p> <p>آن کدام است؟</p> <p>(۱) <math>y = 2 + 3\sqrt{2}</math>      (۲) <math>y = -1</math>      (۳) <math>y = -3</math>      (۴) <math>y = 2</math></p> $m = 1 \quad (y+1)^2 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{S\left(\frac{1}{2}, -1\right)} F(2, -1) \quad y+1 = 1(x-2) \longrightarrow y = x+3$ $(y-2)^2 = 18 \longrightarrow y = 2 + 3\sqrt{2}$	۲۰
<p style="text-align: right;">سراسری تجربی ۷۶</p> <p>به ازای کدام مقدار <math>a</math> در سهمی به معادله <math>y^2 = ay + 2x + 5</math> خط هادی به معادله <math>x = -\frac{7}{2}</math> است؟</p> <p>(۱) <math>\pm 1</math>      (۲) <math>\pm 2</math>      (۳) <math>\pm 3</math>      (۴) <math>\pm 4</math></p> $y^2 - ay = 2x + 5 \longrightarrow \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = 2\left(x + \frac{5}{2} + \frac{a^2}{8}\right) \longrightarrow S\left(-\frac{5}{2} - \frac{a^2}{8}, \frac{a}{2}\right)$ $4p = 2 \longrightarrow p = \frac{1}{2} \quad x = \alpha - p \longrightarrow -\frac{7}{2} = -\frac{5}{2} - \frac{a^2}{8} - \frac{1}{2} \longrightarrow a = \pm 2$	۲۱



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هایی که در اختیار شما قرار گرفته است ،  
زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات  
را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .

با تشکر : **سید علی موسوی**

خواهشمند است پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام ( ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴ )  
و یا به ایمیل [seyedalimousavi48@gmail.com](mailto:seyedalimousavi48@gmail.com) ارسال فرمائید .

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را  
همراهی کنید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان