



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

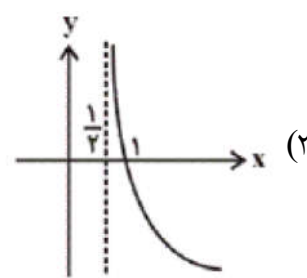
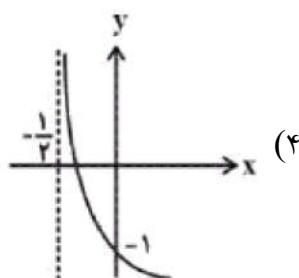
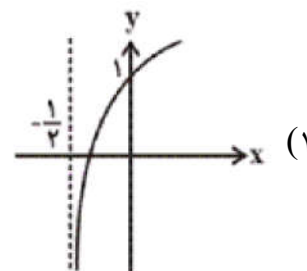
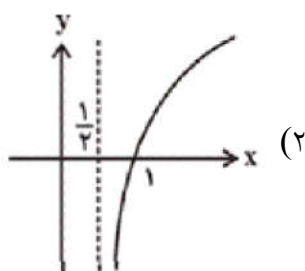
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

نمودار توابع لگاریتمی

۱- کدام گزینه می تواند نمودار تابع $y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(2x + 1) + 1$ باشد؟



ری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۶ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۶

۲- نمودار تابع به معادله ی $y = 2 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x + 10)$ محور x ها را با طول x_1 و محور y ها را با عرض y_1 قطع می کند. حاصل $x_1 + y_1$ کدام است؟

(۴) ۱۰۱

(۳) ۱۰۰

(۲) ۹۱

(۱) ۹۰

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۳

۳- نمودار تابع $f(x) = a + \text{Log}_{\frac{1}{2}}(bx + 1)$ ، محور y ها را در نقطه ی A به عرض ۲ قطع می کند و از نقطه ی $(3, 4)$ می گذرد. مقدار b کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

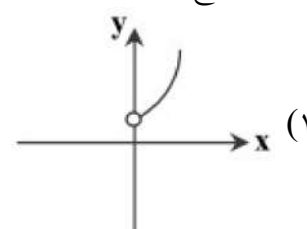
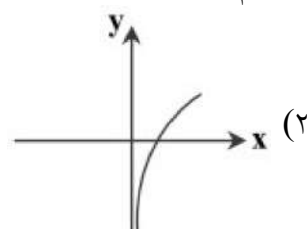
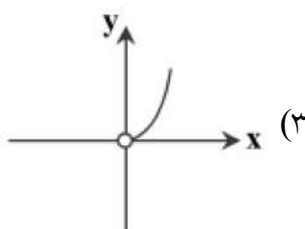
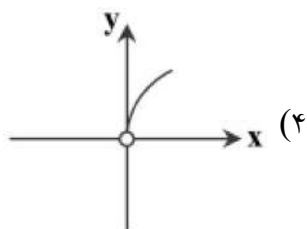
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

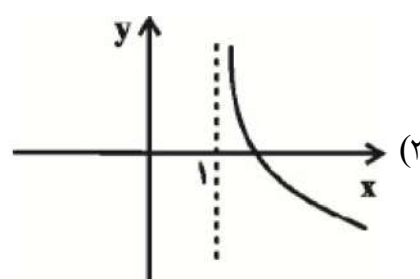
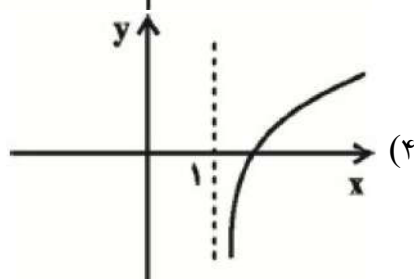
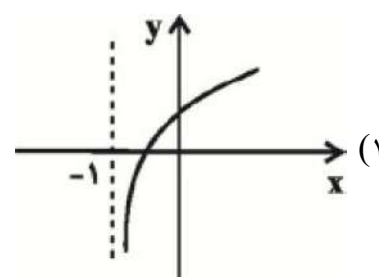
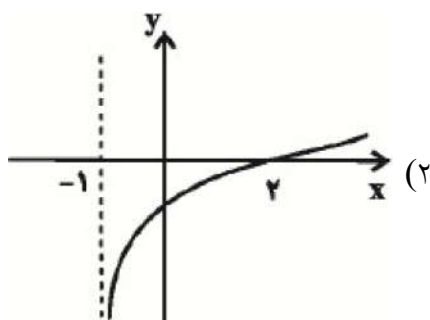
دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۴- نمودار تابع $f(x) = 9 \text{Log}_{\frac{x}{3}}$ کدام است؟



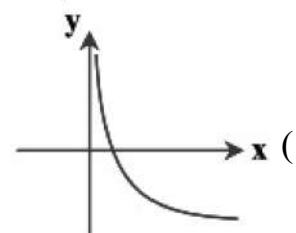
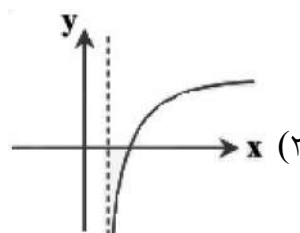
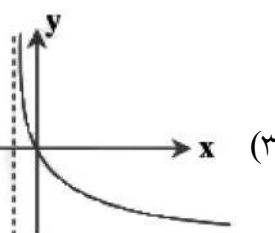
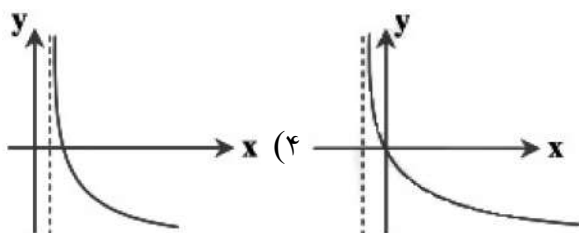
دبیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - مرحله ۶

۵- نمودار تابع $y = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ کدام است؟



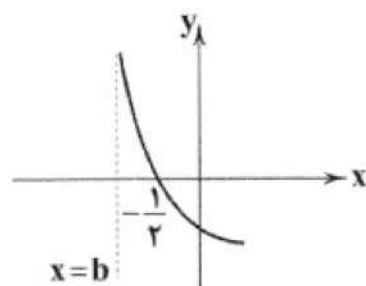
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۶- نمودار تابع $f(x) = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$ به کدام شکل است؟



دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۷- شکل زیر مربوط به تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+a)$ می باشد. حاصل $a-b$ کدام است؟



(۱) ۳

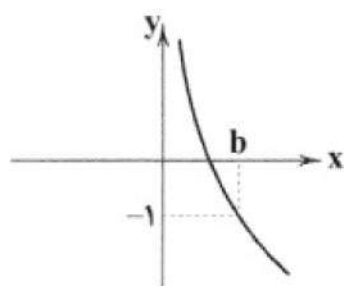
(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) صفر

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۸- نمودار زیر مربوط به تابع $y = \log_a x$ می باشد. کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $a = b$

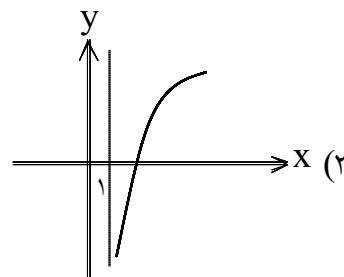
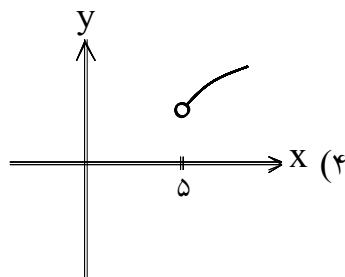
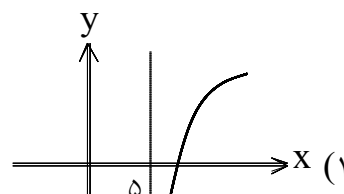
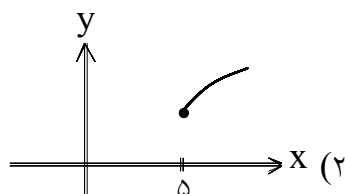
(۲) $\frac{a}{b} > 1$

(۳) $a = -b$

(۴) $ab = 1$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۹- نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 - 6x + 5) - \text{Log}(x - 5)$ کدام می تواند باشد؟



دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۰

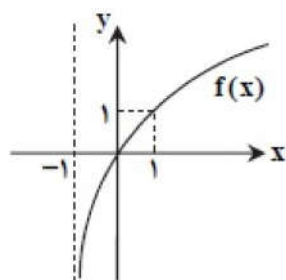
۱۰- نمودار تابع $f(x) = \text{Log}_b(x + a)$ به شکل مقابل است. مقدار $f(15)$ کدام است؟

(۱) $\text{Log}_2 14$

(۲) ۲

(۳) $\text{Log}_2 15$

(۴) ۴



دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۱۰

۱۱- اگر نمودار تابع $y = \text{Log}_p(ax + b)$ را ابتدا یک واحد به سمت راست و سپس ۳ واحد بالا ببریم، از نقاط $(7, 7)$

و $(6, 3)$ می گذرد. مقدار a کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۲

(۲) ۶

(۱) ۴

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

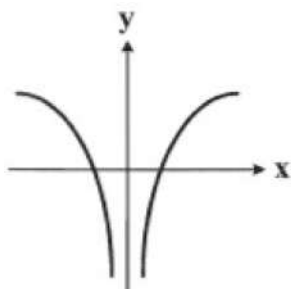
۱۲- شکل مقابل نمودار کدام است؟

(۱) $y = |\text{Log} x|$

(۲) $y = \text{Log}|x|$

(۳) $y = \text{Log}(x^2 + 1)$

(۴) $y = \text{Log}(x^2 - 1)$



دیپستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

ویژگی های لگاریتم

سوالات ساده

۱۳- اگر $3^a = A$ باشد، $\text{Log}_3 A^2$ کدام است؟

(۴) $3+a^2$

(۳) $2+a^2$

(۲) $3+2a$

(۱) $2+2a$

دبیرستان دوره دوم - سراسری - ریاضی - ۹۱

۱۴- اگر $(4 - \sqrt{13})^x > (4 - \sqrt{13})^9$ باشد، حدود x کدام است؟

(۴) $[0, +\infty)$

(۳) $[0, 3)$

(۲) $(-3, 3)$

(۱) $R - [-3, 3]$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۱۵- اگر $\text{Log} x = 1$ و $\text{Log} y = 0$ باشد، $x + y$ کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۲

(۱) صفر

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۷

۱۶- حاصل $\text{Log} 2 - \text{Log} 2000 + \text{Log} 5 + 2 \text{Log} 4$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۱۷- اگر $f(x) = \text{Log}_3(2x - 1)$ باشد، حاصل $f(2) \times f(1)$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۱۸- لگاریتم عدد A در پایه ی ۴ برابر $\frac{3}{2}$ است. حاصل $\text{Log}_3(1 + \frac{1}{A})$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) ۴

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۱

۱۹- حاصل عبارت $\text{Log} \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(3 + 2\sqrt{2})}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) $-\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۰- اگر $\text{Log} \sqrt{5} = k$ باشد، حاصل $2 \text{Log}(3 - \sqrt{7}) + \text{Log}(16 + 6\sqrt{7})$ کدام است؟

(۴) $2 - 4k$

(۳) $4 - 2k$

(۲) $4k - 1$

(۱) $2k - 1$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۲۱- مقدار عددی $\text{Log}_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \sqrt[3]{4}$ چه قدر است؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۸

۲۲- اگر $\sqrt[3]{a} = \frac{16}{3}$ باشد، حاصل $\text{Log}_{b\sqrt{b}} a \cdot \text{Log}_a b^3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۶

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۷

۲۳- اگر a ، b و c اعداد حقیقی و $\text{Log}_2 5 = a$ ، $\text{Log}_5 7 = 25$ و $\text{Log}_7 16 = \sqrt{7}$ باشند؛ حاصل عبارت

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۴۹ (۳) ۱۷۸ (۴) ۱۸۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۷

۲۴- اگر $\text{Log} x = \text{Log} 2 - \text{Log}(x - 2)$ باشد، آن گاه حاصل $\text{Log}_{|x-1|} 9$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۳

۲۵- اگر $\text{Log}_{10} 5 = a$ ، آن گاه $\text{Log}_{\frac{1}{10}} 100$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3(1-a)}$ (۲) $\frac{2}{3(1+a)}$ (۳) $\frac{3}{2(1+a)}$ (۴) $\frac{3}{2(1-a)}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۳

۲۶- اگر $\text{Log}_y^x = 3$ باشد، مقدار عددی $\text{Log}_{\sqrt[3]{x}} y + \text{Log}_{\sqrt{x}} y$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{64}{9}$ (۴) ۲۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۳

۲۷- اگر حاصل عبارت $A = 2 \left(\text{Log}_{\sqrt[3]{2}}^4 - \text{Log}_{\frac{x}{2}}^x \right)$ برابر با یک باشد، آن گاه مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۷

۲۸- بیشترین مقدار عبارت $(\text{Log}_5 5)^{\sin x + 1}$ کدام است؟

- (۱) $\text{Log}_5 7$ (۲) $\text{Log}_5 5$ (۳) $(\text{Log}_5 5)^2$ (۴) $(\text{Log}_5 7)^3$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۹- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\text{Log}_{\frac{1}{2}} x > 2$ ، کدام است؟

- (۱) $x > \frac{1}{4}$ (۲) $0 < x < \frac{1}{4}$ (۳) $x > 4$ (۴) $0 < x < 4$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲

۳۰- حاصل عبارت $\text{Log}_{(\sqrt{2}-1)}(\sqrt{2}+1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲

$$\text{Log}_3 3 + \text{Log}_3 x$$

۳۱- مقدار x از معادله‌ی $= 15$ کدام است؟

- (۱) 5 (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) 3

سری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۳۲- حاصل عبارت $\text{Log}_{(x-1)}(2x^2 - 4x + 3)$ به ازای $x = 4$ ، در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(4, 5)$ (۴) $(5, 6)$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۵

۳۳- اگر $\text{Log}_y^x = 3$ باشد، مقدار عددی $\text{Log}_{\sqrt[3]{x}} \frac{y^2}{\sqrt{x}} + \text{Log}_{\sqrt{x}} y$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{64}{9}$ (۴) 24

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۳۴- اگر $\text{Log}_{\frac{5}{1}} = a$ ، آنگاه $\text{Log}_{\frac{1}{8}}^{100}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3(1-a)}$ (۲) $\frac{2}{3(1+a)}$ (۳) $\frac{3}{2(1+a)}$ (۴) $\frac{3}{2(1-a)}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۳۵- اگر $\text{Log}_3 4 = \alpha$ و $\text{Log}_3 5 = \beta$ باشد، آنگاه $3^{\alpha\beta}$ کدام است؟

- (۱) 9 (۲) 16 (۳) 25 (۴) 20

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۶

۳۶- نمودار تابع به معادله $y = 2 - \log_{10}(x + 10)$ ، محور x ها را با طول x_0 و محور y ها را با عرض y_0 قطع

می‌کند، حاصل $x_0 + y_0$ کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۹۱ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۱

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۳

۳۷- با فرض $\log_2^9 = x$ ، حاصل $\log_6^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{2+x}$ (۲) $\frac{1}{2+x}$ (۳) $\frac{1}{1+2x}$ (۴) $\frac{2}{1+2x}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۴

۳۸- حاصل عبارت $A = (\log_{10}^2)(\log_{10}^{50}) + (\log_{10}^{50})^2$ کدام است؟

- (۱) $\log_{10}^{50}$ (۲) $\log_{10}^2$ (۳) ۱ (۴) ۲

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۳۹- اگر $\log \sqrt{2} - \log 2 = \log \left(\frac{1}{4}\right)^k$ باشد، حاصل $\log \sqrt[k]{4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{4}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۴۰- حاصل عبارت $A = \log_8(\sqrt{11} + \sqrt{12}) + \log_8(\sqrt{12} - \sqrt{11})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۴۱- حاصل عبارت $9^{(1 - \log_3^2)} + 5^2 \log_5^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) $\frac{45}{4}$ (۳) $\frac{23}{2}$ (۴) $\frac{45}{7}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۴۲- لگاریتم عددی در پایه ۴ برابر $\frac{15}{4}$ است. لگاریتم معکوس این عدد در پایه ۸ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۵

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۳

۴۳- اگر $9^a = 27\sqrt{3}$ و $\log \sqrt{b} - \log(2 - a) = 1$ ، مقدار b کدام است؟

- (۱) $6/25$ (۲) $4/5$ (۳) $2/5$ (۴) ۲۵

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۳

۴۴- اگر $\text{Log}_a^3 = 1 - 2 \text{Log}_a^x$ ، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۳

۴۵- اگر $2^a \sqrt{2} = 2$ و $3^{b+1} = 9$ باشد، مقدار $\text{Log}_{b+3} a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۴۶- اگر $\text{Log}_7(x^3 + 5) = 5$ ، آنگاه حاصل $\text{Log}_5(x^2 - 4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۴۷- اگر $\text{Log } 2 = k$ ، آنگاه حاصل $A = \frac{1}{2} \text{Log}(7 + 2\sqrt{6}) + \text{Log}(\sqrt{6} - 1)$ کدام است؟

- (۱) k (۲) $2 - 2k$ (۳) $1 - k$ (۴) $2k$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۴۸- لگاریتم چه عددی در مبنای $\sqrt[4]{2}$ برابر ۸ است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{2}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۲

۴۹- کدام گزینه همواره درست است؟ (همه‌ی عبارات‌ها تعریف شده‌اند.)

- (۱) $\text{Log}_b^y = x \Leftrightarrow b^x = y$ (۲) $\text{Log}_b^y = x \Leftrightarrow b = xy$
(۳) $\text{Log}_b^y = x \Leftrightarrow x^y = b$ (۴) $\text{Log}_b^y = x \Leftrightarrow b^y = x$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۲

۵۰- حاصل عبارت $A = \text{Log } 1000 - 2 \text{Log } 0.1$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۷

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۳

۵۱- تساوی داده‌شده در کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\text{Log } \frac{1}{27} = 3$ (۲) $\text{Log } \sqrt[3]{7^2} = \frac{2}{3}$ (۳) $\text{Log } \frac{1}{2} = 5$ (۴) $\text{Log } \frac{1}{4} = 1$

دیپیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - مرحله ۶

۵۲- اگر $a = \text{Log } 5$ ، حاصل عبارت $\text{Log } 0.002$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) $-2 - a$ (۲) $2 - a$ (۳) $-4 - a$ (۴) $-a - 3$

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۵۳- اگر $\text{Log}_M N = \text{Log}_N M$ و $M \neq N$ ، آنگاه MN کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱۰

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۵۴- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) $\text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2$ (۲) لگاریتم هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است.
(۳) $\text{Log } x \cdot \text{Log } y = \text{Log } x + \text{Log } y$ (۴) $\text{Log } (x + y) = \text{Log } x \text{ Log } y$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۹

۵۵- حاصل $\text{Log } \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{32}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{20}{69}$ (۲) $-\frac{16}{15}$ (۳) $\frac{18}{29}$ (۴) $\frac{15}{32}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۵۶- اگر $f(x) = \text{Log}_4 (3^x - 1)$ باشد، آنگاه $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{17}{48}$ (۴) تعریف شده نیست.

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۵۷- اگر $\text{Log}_b^a = 3$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\sqrt{a}}^{b^2}$ برابر کدام است؟ ($a, b > 0$ و $a, b \neq 1$)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{3}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۵۸- حاصل $\frac{\text{Log}_2 9}{\text{Log}_{\frac{1}{5}} 32 - \text{Log}_3 \sqrt{27}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{13}$ (۲) $\frac{8}{13}$ (۳) $-\frac{8}{13}$ (۴) $\frac{8}{13}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۶

۵۹- اگر $\text{Log } 2 = \frac{1}{3}$ و $\text{Log } 3 = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\text{Log } \frac{3}{6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{54}$ (۲) $\frac{1}{54}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{1}{54}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۷

۶۰- نمودار توابع $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ و $y = 2^{-x}$ نسبت به قرینه‌اند.

- (۱) محور طول‌ها (۲) محور عرض‌ها (۳) نیمساز ربع اول و سوم (۴) نیمساز ربع دوم و چهارم
دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۶۱- عدد $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5}$ در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(-2, -1)$
دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۶۲- اگر $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.5$ باشد، حاصل $\log \frac{7}{5}$ باشد، تقریباً کدام است؟

- (۱) 0.9 (۲) $1/1$ (۳) $1/2$ (۴) $1/7$
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۶۳- اگر $\log_{12} a = \log_{\sqrt[4]{27}}$ باشد، حاصل $\log \sqrt[4]{27}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a}$ (۲) $\frac{1-a}{4a}$ (۳) $\frac{1-a}{2a}$ (۴) $\frac{1-a}{a}$
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۶۴- حاصل $\log_{256}^{255} \times \log_{\frac{1}{5}}^4 \times \log_{\frac{1}{4}}^3 \times \log_{\frac{1}{3}}^2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2 \log_2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8 \log_2}$
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۶۵- دامنه‌ی تابع $y = \log(x^2 - 1)$ شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۶۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{8}} x} + \sqrt{\log_{\frac{1}{4}} x}$ ، کدام است؟

- (۱) $\{ \}$ (۲) $\{1\}$ (۳) $(0, 1]$ (۴) $[1, +\infty)$
دیپستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۵

۶۷- ضابطه وارون تابع $f(x) = 3^{2x-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} + \log_3 x$ (۲) $-\frac{1}{2} + \log_3 \sqrt{x}$ (۳) $\frac{1}{2} + \log_3 \sqrt{x}$ (۴) $\frac{1}{2} - \log_3 x$
دیپستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۶۸- برد تابع $f(x) = \text{Log} \sqrt{x-1}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, +\infty)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(-1, 1)$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۶۹- برد تابع $y = \text{Log}(1-x^2)$ ، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $[-1, 1]$ (۳) $(-\infty, 0]$ (۴) $(-\infty, 0)$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۷۰- تغییرات تابع $y = \text{Log}_a x$ به ازای کدام مقادیر a نزولی است؟

- (۱) $0 < a < 1$ (۲) $a < 1$ (۳) $a > 1$ (۴) $-1 < a < 1$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۷۱- کمترین مقدار تابع $y = \text{Log}_3(x^2 - 2x + 10)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $2/5$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۷۲- اگر $\text{Log}_a^k = b$ باشد، لگاریتم عدد k در کدام مبنا برابر $\frac{b}{a}$ است؟

- (۱) $4a$ (۲) $\frac{a}{4}$ (۳) a^4 (۴) $\sqrt[4]{a}$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۷۳- اگر $\text{Log}_a^x = \frac{3}{5}$ و $\text{Log}_b^x = \frac{2}{3}$ باشند، Log_{ab}^x ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{6}{19}$ (۴) $\frac{15}{19}$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۷۴- تابع وارون تابع $f(x) = 2^{\frac{3x-1}{4}}$ ، کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = \text{Log}_x^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{3}$ (۲) $f^{-1}(x) = \text{Log}_x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}$

- (۳) $f^{-1}(x) = \frac{1}{4} \left(3 \text{Log}_2^x + 1 \right)$ (۴) $f^{-1}(x) = \frac{1}{4} \left(\text{Log}_2^x + 2 \right)$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۲

ویژگی های لگاریتم

سوالات متوسط

۷۵- اگر $\text{Log}_{\sqrt{x}} 2 + \text{Log}_x (x-1) = 1$ باشد، مقدار $\text{Log}_{(x-1)} (x+5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۸

۷۶- اگر $\text{Log}_{\frac{9}{x}} \text{Log}_{\frac{1}{x}} x = 0.75$ آن گاه $\text{Log}_{\frac{9}{x}} x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۷

۷۷- لگاریتم عدد x در مبنای $\frac{1}{2}$ برابر ۲ است، x کدام است؟

- (۱) 0.5 (۲) 0.25 (۳) ۲۵ (۴) $\frac{1}{25}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۷۸- اگر $\text{Log } 7 = 0.8451$ باشد، لگاریتم چه عددی برابر $3/8451$ است؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۷۰۰۰ (۳) 0.070 (۴) 0.0007

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۷۹- اگر $\text{Log } 2 = 0.3010$ ، مقدار $\text{Log } \sqrt[3]{5}$ کدام است؟

- (۱) 0.322 (۲) 0.332 (۳) 0.223 (۴) 0.233

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۸۰- اگر $\text{Log } 2 = a$ باشد، حاصل $\text{Log}_5 8$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3a}{1-a}$ (۲) $3a$ (۳) $\frac{1-a}{3a}$ (۴) $3-a$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۸۱- حاصل $\frac{(\text{Log } 8)^2 - (\text{Log } 2)^2}{\text{Log } \sqrt{2} \text{Log } 4}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۹

۸۲- اگر $\text{Log } 5 = 3k$ باشد، $\text{Log } \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

- (۱) $1-4k$ (۲) $2-5k$ (۳) $1-2k$ (۴) $1-k$

دبیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. ۹۰ -

۸۳- اگر $\text{Log } 20 = 1/3.010$ باشد، از تساوی $2^x = 5$ مقدار تقریبی x کدام است؟

- (۱) $2/23$ (۲) $2/28$ (۳) $2/32$ (۴) $2/38$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۸۴- اگر $\text{Log } 2 = 0/3$ و $\text{Log } 3 = 0/4$ فرض شوند، مقدار $\text{Log}_{16} 9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۸۵- اگر $\text{Log } 2 = 0/3.010$ ، حاصل $\text{Log } \sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) $0/3225$ (۲) $0/3295$ (۳) $0/3425$ (۴) $0/3495$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۸۶- حاصل $\text{Log } 2\sqrt{5} + \text{Log } 5\sqrt{2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۸۷- اگر $\text{Log}_b a = \frac{1}{18}$ باشد، حاصل $\text{Log}_a \sqrt{b}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $4/5$ (۳) ۶ (۴) $6/5$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۸۸- مجموعه جواب نامعادله ی $\text{Log}_{\frac{1}{2}} x > 0$ ، کدام است؟

- (۱) $x > \frac{1}{4}$ (۲) $0 < x < \frac{1}{4}$ (۳) $x > 4$ (۴) $0 < x < 4$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۸۹- a و b دو عدد مثبت هستند. اگر $\text{Log}_b a = \frac{5}{4}$ و $(b \neq 1)$ باشد، کدام یک از روابط زیر بین a و b همواره درست است؟

- (۱) $4a = 5b$ (۲) $5a = 4b$ (۳) $a^4 = b^5$ (۴) $a^5 = b^4$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۹۰- لگاریتم دو برابر عددی در مبنای ۲ برابر ۳ است. لگاریتم هشت برابر آن عدد، در کدام مبنا برابر ۵ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۹۱- اگر $\text{Log} \frac{1}{3^6} = a$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$3^a = 36 \quad (1) \quad -4 < a < -3 \quad (2) \quad 3 < a < 4 \quad (3) \quad 3^a + 2 = \frac{1}{2} \quad (4)$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۹۲- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 3 - \text{Log}_3(x+3)$ مفروض است. اگر نمودار وارون این تابع محور x ها را با طول a و

محور y ها را با عرض b قطع کند، آن‌گاه $a + b$ کدام است؟

$$26 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۱۲

۹۳- حاصل عبارت $\text{Log}_{\frac{1}{2}} 625 + 9 \text{Log}_3 \sqrt{5}$ کدام است؟

$$-1 \quad (1) \quad -9 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۱۲

۹۴- با دانستن مقدار عددی Log_2 ، مقدار عددی کدام یک از عبارت‌های زیر قابل محاسبه نیست؟

$$\text{Log}_{20} \quad (1) \quad \text{Log}_{\frac{1}{25}} \quad (2) \quad \text{Log}_{75} \quad (3) \quad \text{Log}_{\frac{1}{25}}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۱۲

۹۵- اگر $\text{Log}_2 = \frac{1}{3}$ و $\text{Log}_3 = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\text{Log} \frac{\sqrt{12}}{5}$ کدام است؟

$$\frac{1}{7} \quad (1) \quad \frac{1}{1} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad -\frac{1}{5} \quad (4)$$

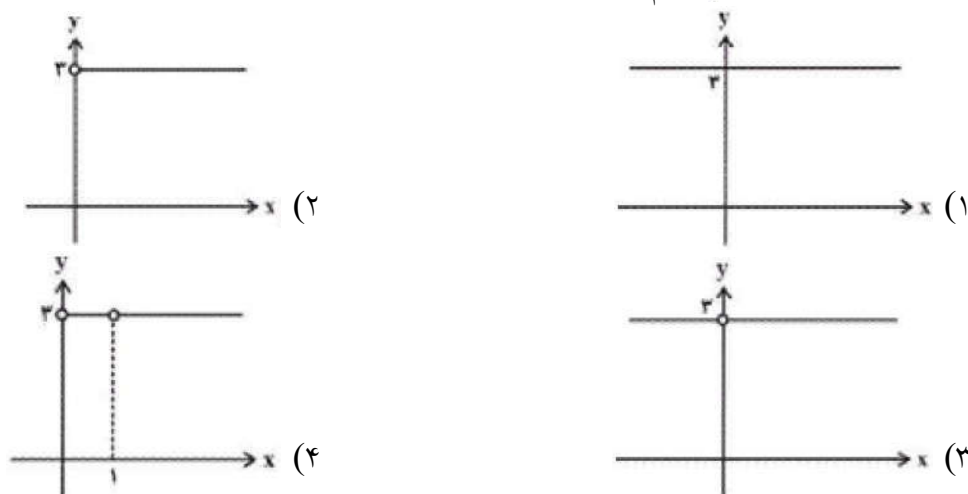
دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۸

۹۶- اگر $\text{Log} \frac{1}{3^6} = a$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$3^a = 36 \quad (1) \quad -4 < a < -3 \quad (2) \quad 3 < a < 4 \quad (3) \quad 3^a + 2 = \frac{1}{2} \quad (4)$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۸

۹۷- نمودار $y = x^{\log_x 3}$ کدام است؟



دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۱۷

۹۸- عبارت $\log x - \log 2x - \log 2$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\log x$ (۲) $-\log 2$ (۳) $-2\log 2$ (۴) $-2\log x$

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۹۹- حاصل $\log_4 \sqrt{2} - \log_{81} 9$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۱۰۰- اگر $\log x + \log y = 2$ و $\log x = \log 5 - \log 0.5$ باشد، کدام رابطه بین x و y برقرار است؟

- (۱) $x = y$ (۲) $x = 2y$ (۳) $x = 10y$ (۴) $x = \frac{y}{10}$

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۱۰۱- حاصل $\frac{\log 16 - \log 2}{\log 32 - \log 8} + \log_8 \sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۹

۱۰۲- حاصل $\log_3 \sqrt{45} - \frac{1}{3} \log_3 5$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۹

۱۰۳- حاصل $\log_4 32 \sqrt[3]{2}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

دیپارستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۳

۱۰۴- حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{27}} 3\sqrt{3} - \text{Log}_{\frac{1}{8}} 0.008$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۳

۱۰۵- فاصله ی نقطه ی برخورد نمودار تابع $y = 3^{x+1}$ با محور y ها و نقطه ی برخورد نمودار معکوس این تابع نمایی با محور x ها کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۸

۱۰۶- حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{3} - 2\text{Log}_{\frac{1}{4}} \sqrt[2]{6}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۸

۱۰۷- اگر $\text{Log} 2 = k$ باشد، حاصل $\text{Log}(1 + \sqrt{5}) + 2\text{Log}(6 - 2\sqrt{5})$ کدام است؟

- (۱) $2k$ (۲) $4k$ (۳) $1+k$ (۴) $2+4k$

دبیرستان دوره دوم - سراسری - تجربی - ۹۰

۱۰۸- اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{0.25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $(\frac{1}{A} - 1)$ در پایه ۴ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سراسری - ریاضی - ۹۰

۱۰۹- اگر $a = \text{Log}_8 2\sqrt{2}$ باشد، آنگاه حاصل $\text{Log}_{(1-a)} 2$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹ - انسانی - جامع ۳

۱۱۰- بیشترین مقدار عبارت $(\text{Log}_v^5)^{2\sin(x)+1}$ کدام است؟

- (۱) Log_5^v (۲) Log_v^5 (۳) $(\text{Log}_v^5)^3$ (۴) $(\text{Log}_5^v)^3$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۱۱۱- اگر $\text{Log}_y^4 x^2 = 2$ و $x + y = 8$ باشد، مقدار $\text{Log}_4(9xy)$ چه قدر است؟ ($x > 0$)

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۱

۱۱۲- اگر $\text{Log}_4 5 = a$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{25}} 4\sqrt{2}$ کدام است؟

$$\frac{5}{4a} \quad (1) \quad -\frac{5}{4a} \quad (2) \quad -\frac{5}{4+a} \quad (3) \quad \frac{5}{4+a} \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۱

۱۱۳- اگر $\text{Log } 7 = n$ و $\text{Log } 13 = m$ آن گاه، حاصل $\text{Log}_7 \sqrt{9/10}$ کدام است؟

$$\frac{m+n}{2n-1} \quad (1) \quad \frac{m+n-1}{2n} \quad (2) \quad \frac{m-n+1}{n} \quad (3) \quad \frac{m-n-1}{2n} \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۷

۱۱۴- اگر $8x = 4\sqrt[3]{2}$ و $\text{Log}_3 \sqrt{x+1} = \text{Log}_3^y$ ، آن گاه مقدار y کدام است؟

$$7/5 \quad (1) \quad 12 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 25 \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۳

۱۱۵- اگر $\text{Log}_b^a = 4$ و $a - b^2 = 12$ باشد، آن گاه مقدار b کدام است؟ (Log_b^a تعریف شده است.)

$$2 \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۶

۱۱۶- اگر $\text{Log}_6^3 = a$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{24}}^{18}$ بر حسب a کدام است؟

$$\frac{a+1}{3-2a} \quad (1) \quad \frac{3a+1}{3+2a} \quad (2) \quad \frac{a-1}{3+2a} \quad (3) \quad \frac{3a-1}{3-2a} \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۶

۱۱۷- تابع $f(x) = \text{Log}_3(ax+b)$ فقط برای مقادیر $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ با معنی است. اگر $f(4) = 2$ باشد، آن گاه

$$f\left(-\frac{4}{9}\right) \text{ کدام است؟}$$

$$-2 \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سراسری - ریاضی - ۹۴

۱۱۸- معادله ی $\text{Log}_4 \frac{x}{1+|x|} + \text{Log}_4 \frac{4}{x} = \frac{1}{2}$ چند جواب دارد؟

$$\text{صفر} \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad 2 \quad (3) \quad 3 \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۲

۱۱۹- حاصل عبارت $\text{Log}_{\frac{1}{25}} 625 + 9 \text{Log}_3 \sqrt{5}$ کدام است؟

$$-1 \quad (1) \quad -9 \quad (2) \quad 9 \quad (3) \quad 1 \quad (4)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۰- با دانستن مقدار عددی Log_2 مقدار عددی کدام یک از عبارت‌های زیر قابل محاسبه نیست؟

(۱) Log_{20} (۲) $\text{Log}_{0.3125}$ (۳) Log_{75} (۴) $\text{Log}_{0.25}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۱- نمودار دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \text{Log}_3 x^2$ و $g(x) = 2 \text{Log}_3 x$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

(۱) f بخشی از g است. (۲) g بخشی از f است.

(۳) فقط در یک نقطه متقاطع‌اند. (۴) کاملاً یکسان‌اند.

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۲- اگر $a = \text{Log}_3 12$ ، آن‌گاه $\text{Log}_3 \sqrt[3]{3}$ برابر با کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3a-3}$ (۲) $\frac{3}{2a-2}$ (۳) $\frac{6}{6a-1}$ (۴) $\frac{4}{a-1}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۳- اگر $\text{Log}_a a$ و $\text{Log}_b b$ جواب‌های معادله‌ی $x^2 + 2mx - 30 = 0$ باشند، آن‌گاه مقدار کسر

$$\frac{\text{Log}_a(ab)}{\text{Log}_a a \times \text{Log}_b b} \quad \text{کدام است؟ } (m \neq 0)$$

(۱) $\frac{m}{15}$ (۲) $-\frac{m}{15}$ (۳) $\frac{15}{m}$ (۴) $-\frac{15}{m}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲

۱۲۴- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{x}{2} + \text{Log} \frac{1}{2} > 0$ ، کدام است؟

(۱) $x > \frac{1}{4}$ (۲) $0 < x < \frac{1}{4}$ (۳) $x < 4$ (۴) $0 < x < 4$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲

۱۲۵- اگر $ab = 7$ و $\text{Log}_2 + \text{Log}_3 = 4 \text{Log} \sqrt{a-b}$ ، آن‌گاه حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۲ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۶- اگر لگاریتم ۱۲ در پایه‌ی ۶ برابر a باشد، آن‌گاه لگاریتم ۳ در پایه‌ی ۶ کدام است؟

(۱) $2-a$ (۲) $a-2$ (۳) $1-a$ (۴) $a-1$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۷- اگر $A = \text{Log}_8$ و $B = \text{Log}_3$ ، آن‌گاه $\frac{3B-A}{6}$ برابر کدام است؟

(۱) $\text{Log} \sqrt[3]{6}$ (۲) $\text{Log} \sqrt{6}$ (۳) $\text{Log} \sqrt[3]{1/5}$ (۴) $\text{Log} \sqrt{1/5}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۱۲۸- نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(ax + b)$ محور xها را در نقطه‌ای به طول ۱- و نیم ساز ناحیه‌ی چهارم را در نقطه‌ای به

عرض ۱- قطع کرده است. b کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۴

۱۲۹- اگر $\log_3 2 = \frac{1}{a}$ باشد، مقدار $\log_{\frac{1}{24}} 16$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3+a}$ (۲) $\frac{2}{3+a}$ (۳) $\frac{3+a}{4}$ (۴) $\frac{3+a}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۵

۱۳۰- از معادله‌ی $\log_3 \left(\log_{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}} \right) = -2$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۲۷ (۴) ۲۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۳

۱۳۱- با فرض $\log_2^9 = x$ ، حاصل $\log_{\frac{1}{6}} 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{2+x}$ (۲) $\frac{1}{2+x}$ (۳) $\frac{1}{1+2x}$ (۴) $\frac{2}{1+2x}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۳

۱۳۲- اگر $\log_{\frac{5}{10}} = a$ ، آنگاه $\log_{\frac{1}{8}} 100$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3(1-a)}$ (۲) $\frac{2}{3(1+a)}$ (۳) $\frac{3}{3(1+a)}$ (۴) $\frac{3}{3(1-a)}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۱۸

۱۳۳- نامعادله‌ی $2^{x^2-|x|} \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2-2x}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۱۳۴- اگر $\log_3^2 = m$ باشد، مقدار $\log_{\frac{48}{27}}^4$ بر حسب m همواره کدام است؟

- (۱) $\frac{4m-1}{3m-2}$ (۲) $\frac{4m+1}{3m+2}$ (۳) $\frac{3m+2}{4m+1}$ (۴) $\frac{4m+2}{3m+1}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۱۳۵- حاصل $(\text{Log}_{25} 16 - \text{Log}_5 16)$ کدام است؟ $\sqrt{5}$

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۱۳۶- اگر $\text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{n}{n+1} + \text{Log}_{\frac{2}{3}} \frac{1}{2} + \text{Log}_{\frac{3}{4}} \frac{2}{3} + \dots + \text{Log}_{\sqrt{3}} (n+2) = -3$ باشد. مقدار $\text{Log}_{\sqrt{3}} (n+2)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۱۳۷- جواب نامعادله ی $\text{Log}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x+1}{x-1} > 4$ کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\frac{5}{3}, -1)$ (۳) $(-\frac{5}{3}, 1)$ (۴) $(-1, 1)$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۱۳۸- اگر $\text{Log}_3 2 = k$ باشد، حاصل $\text{Log}_{24} 18$ کدام است؟

- (۱) $\frac{k+1}{2k+1}$ (۲) $\frac{k+2}{3k+1}$ (۳) $\frac{k}{2k+1}$ (۴) $\frac{k}{3k+1}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۱۳۹- حاصل $\frac{\text{Log}_2 2 + \text{Log}_5 5 + \text{Log}_{36} 36}{\text{Log}_6 2 + \frac{1}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۸

۱۴۰- اگر $f(x) = \text{Log} \frac{1+x}{1-x}$ ، $x \in (-1, 1)$ باشد، $f\left(\frac{2x}{1+x}\right)$ برابر کدام است؟

- (۱) $-2f(x)$ (۲) $(f(x))^2$ (۳) $2f(x)$ (۴) $-(f(x))^2$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۸

۱۴۱- حاصل $\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2} + \text{Log}_{1/5} 9$ کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۳۲۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۱۴۲- اگر $\text{Log} \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = a$ و $\text{Log} \frac{1}{b} = -1$ باشد، آنگاه حاصل $\text{Log}_2 (a+b)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۳

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۳

۱۴۳- اگر $2 \cong 10^{\frac{1}{301}}$ و $3 \cong 10^{\frac{1}{477}}$ باشد، آنگاه حاصل $A = 3 \text{Log}_2 + 2 \text{Log}_3$ کدام است؟

- (۱) $1/857$ (۲) $0/778$ (۳) $1/578$ (۴) $0/875$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۳

۱۴۴- تابع $f(x) = a - \text{Log}_3(bx + 1)$ از نقاط $(0, 1)$ و $(1, 0)$ می‌گذرد. حاصل ab کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) $-\frac{3}{4}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ - یازدهم - مرحله ۹

۱۴۵- مقدار $\text{Log}_4 \text{Log}_3$ ۲ کدام است؟

- (۱) Log_3 (۲) $\text{Log} \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{\text{Log}_3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۱۴۶- اگر $x > 0$ و $x^2 > 2^x$ در بازه (a, b) برقرار باشد، حداکثر مقدار عبارت $\text{Log}_8 \sqrt{b-a}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۱۴۷- دامنه تابع $y = \text{Log}(2^x - 3)$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(\text{Log}_2, +\infty)$ (۳) $(\text{Log}_3, +\infty)$ (۴) $(0, 1)$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۱۴۸- اگر $\text{Log}_2 = a$ و $\text{Log}_3 = b$ ، آنگاه $\text{Log}_{\sqrt{5}}^{24}$ برحسب a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{4a+2b}{1-a}$ (۲) $\frac{3a+b}{1-a}$ (۳) $\frac{6a+2b}{1-a}$ (۴) $\frac{2a+b}{1+a}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷ - ۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۱۴۹- حاصل $\frac{4}{100}$ به توان $\sqrt[81]{5}$ Log کدام است؟

- (۱) 2^{-1} (۲) 3^{-2} (۳) 3^{-8} (۴) 3^{-16}

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۱۵۰- دامنه ی تابع $y = \sqrt{\text{Log}_{\frac{1}{11}}(x - 1)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۶

۱۵۱- طول محل تلاقی نمودار $y = -1 + \text{Log}_{\frac{x}{x-1}}$ و خط $y = -2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{11}$ (۴) $-\frac{1}{11}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۷

۱۵۲- با فرض $f(x) = \text{Log}_3(ax + b)$ ، اگر $f^{-1}(3) = 7$ و $D_f = (\frac{1}{4}, +\infty)$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۱۵۳- اگر $\text{Log}_2 = a$ و $\text{Log}_3 = b$ ، حاصل $\text{Log}_{\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{2}}}$ برحسب a و b کدام است؟

- (۱) $1 - 3b - \frac{4a}{3}$ (۲) $1 - 4b - \frac{3a}{2}$ (۳) $1 - 2b - \frac{4a}{3}$ (۴) $1 - 4a - \frac{3b}{2}$

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۱۵۴- اگر $\text{Log}_4 = a$ و $\text{Log}_{\sqrt{125}} = b$ باشد، کدام گزینه رابطه a و b را نشان می دهد؟

- (۱) $a = 1 - \frac{2b}{3}$ (۲) $a = 1 + \frac{2b}{3}$ (۳) $a = 2 - \frac{2b}{3}$ (۴) $a = 2 - \frac{4b}{3}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۵- حاصل $\left[\text{Log}_{\frac{9}{3}} \frac{82}{3} \right]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۶- تابع با ضابطه $f(x) = a + \text{Log}_2(bx - 1)$ از دو نقطه $A(3, 10)$ و $B(43, 14)$ می گذرد، a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۷- حاصل $A = \log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \dots + \log \tan 88^\circ + \log \tan 89^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

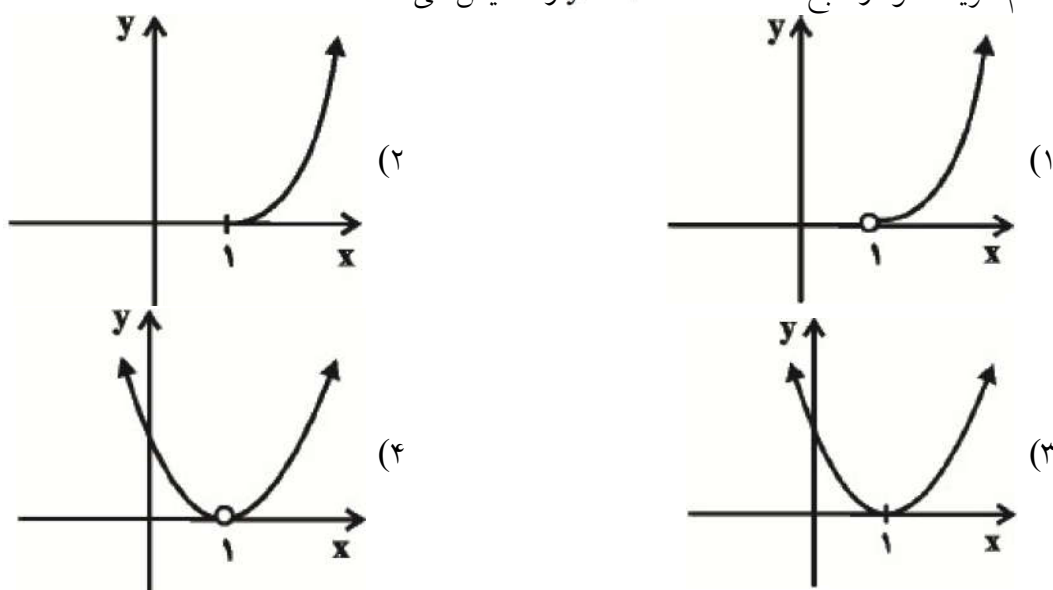
دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۸- مجموع جواب‌های معادله $9^x - 7 \times 3^x + 10 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) $\log_3 10$ (۴) $\log_3 7$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۵۹- کدام گزینه نمودار تابع $y = 4^{\log(x-1)}$ را نمایش می‌دهد؟



دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۶۰- وارون تابع $f(x) = \frac{3^x - b}{a}$ به‌ازای مجموعه مقادیر $\{x \mid x > -\frac{1}{3}\}$ قابل تعریف است. اگر $f^{-1}(3) = 2$ باشد،

b کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{9}{10}$ (۴) ۳

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۶۱- اگر $\log_6(a+b) = 3 + \log_3 b = 2 + \log_2 a$ آن‌گاه حاصل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۱۰۸ (۳) ۳۲۴ (۴) ۹۶

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۱۶۲- حاصل عبارت $\sqrt[3]{2^{3 + \log_2 6}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) $4\sqrt{3}$

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۱۶۳- اگر $\text{Log} 20 = a$ و $\text{Log} 30 = b$ ، مقدار $\text{Log} 15$ برحسب a و b کدام است؟

- (۱) $2a - b + 2$ (۲) $a + b + 1$ (۳) $2a - b - 1$ (۴) $b - a + 1$

دیپیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۱۶۴- اگر $A = \text{Log} \frac{4}{5} + \text{Log} \frac{5}{6} + \text{Log} \frac{6}{7} + \dots + \text{Log} \frac{399}{400}$ و $B = (\text{Log}_{15} 16)(\text{Log}_{14} 15) \dots (\text{Log}_2 3)$

، حاصل $\frac{A}{B}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

دیپیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۱۶۵- اگر a و b ریشه‌های معادله درجه دوم $\frac{1}{4}x^2 - 25x + 25 = 0$ باشد، حاصل $\text{Log} a + \text{Log}(a + b) + \text{Log} b$

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) 1 (۳) 4 (۴) صفر

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۱۶۶- حاصل $[\text{Log}_3 19] + [2^{0/2}]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۱۶۷- اگر $0 < x < 1$ باشد، کدام گزینه از بقیه کوچک‌تر است؟

- (۱) $\text{Log}_x x$ (۲) $\text{Log}_{\frac{1}{x}} x$ (۳) $\text{Log}_x x^{\frac{1}{2}}$ (۴) $\text{Log}_{\frac{1}{x}} x^{\frac{1}{2}}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۱۶۸- جذر حاصل عبارت $\frac{\text{Log}_{0.1/25} 3}{1 + \frac{\text{Log}_{\sqrt{27}} 9}{\text{Log}_{\sqrt[3]{10}} 0.1}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{16}{81}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۱۶۹- اگر $2 = 6^a$ و $5 = 6^b$ باشد، حاصل $\text{Log}_{75} 40$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3a+b}{2b-a+1}$ (۲) $\frac{2a+b}{2b+a+1}$ (۳) $\frac{3a+b}{2b+a-1}$ (۴) $\frac{2a+b}{2a-b+1}$

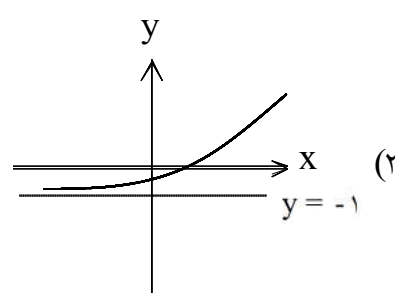
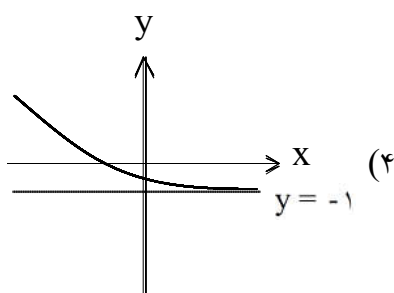
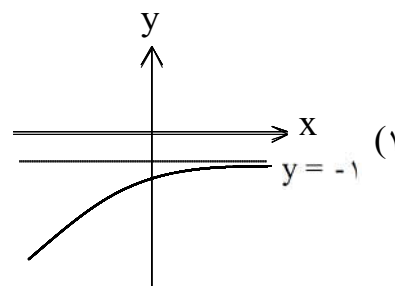
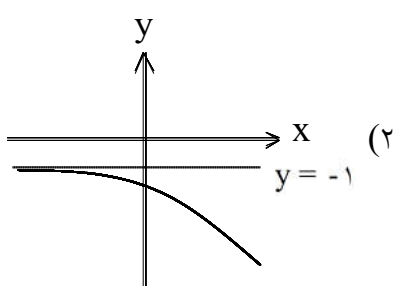
دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۱۷۰- ضابطه‌ی وارون تابع $f(x) = \frac{2^{x+1} + 3}{2^x - 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\log_2 x + 3}{\log_2 x - 2}$ (۲) $\log_2 \left(\frac{x+3}{x-2} \right)$ (۳) $\log_2 \left(\frac{x-2}{x+3} \right)$ (۴) $2 \log_2 \left(\frac{x-2}{x+3} \right)$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۱۷۱- نمودار تابع $y = - \left(\log_{16} 3^{-4x} - 1 \right)$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۰

۱۷۲- حاصل $\log_{4\sqrt{2}} (x^2 - 4x + 6)$ به ازای $x = 2 + \sqrt{2}$ کدام است؟

(۴) $\frac{6}{5}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{4}{5}$

(۱) $\frac{3}{5}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۵

۱۷۳- کدام یک از توابع زیر، با تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

(۲) $\log \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$

(۱) $\log(x-2) - \log x$

(۴) $2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}}$

(۳) $\frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2$

دبیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. ۹۷

۱۷۴- اگر $\text{Log} 2 = 0/3$ و $\text{Log} 3 = 0/5$ باشد، حاصل $\text{Log} \sqrt[3]{3/6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $0/1$ (۳) $0/2$ (۴) $\frac{3}{5}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۱۷۵- اگر $\text{Log}_{15}^3 = a$ باشد، حاصل Log_9^{375} کدام است؟

- (۱) $\frac{3-2a}{2}$ (۲) $\frac{3+2a}{2a}$ (۳) $\frac{3+2a}{2}$ (۴) $\frac{3-2a}{2a}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۱۷۶- دامنه ی تابع $y = \sqrt{2 - \text{Log}_3(x^2 - 8x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 0] \cup [8, 9]$ (۲) $(-\infty, 0) \cup (8, +\infty)$
(۳) $(-1, 0) \cup (8, 9)$ (۴) $[-1, 0) \cup (8, 9]$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۱۷۷- اگر عددی در ۹ ضرب شود، به لگاریتم آن عدد در مبنای b ، ۴ واحد اضافه می شود. مقدار Log_b^{729} ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۱۷۸- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x - x^2)}$ ، کدام است؟

- (۱) $\{1\} - (0, 2)$ (۲) $\{1\} - (0, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{3}{2}, 2) \cup (0, 1)$ (۴) $(1, 3) \cup (0, 1)$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۱۷۹- دامنه تعریف تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\text{Log}_{\frac{1}{2}}(x - x^2)}}$ ، کدام است؟

- (۱) $(0, \frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $\{0\}$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۲

ویژگی های لگاریتم

سوالات سخت

۱۸۰- حاصل عبارت $(\text{Log}_{\sqrt{3}} 3)^2 + (\text{Log}_{\sqrt{3}} 7)(\text{Log}_{\sqrt{3}} 63)$ کدام است؟

$$\text{Log}_{\sqrt{3}} 3 \quad \text{Log}_{\sqrt{3}} 7 \quad 2 \quad 1$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۵

۱۸۱- اگر $\text{Log} 3 = 0.4$, $\text{Log} 7 = 0.8$ و $\text{Log} 28 = 1.4$ باشد، مقدار $\text{Log} \frac{49}{3\sqrt{12}}$ کدام است؟

$$\frac{13}{15} \quad \frac{11}{15} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{7}{15}$$

ری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۱

۱۸۲- حاصل $\text{Log}_{\sqrt{3}} \frac{1}{9} + \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3}$ کدام است؟

$$-\frac{9}{4} \quad -\frac{7}{4} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{7}{4}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۷

۱۸۳- اگر $8^a = 2\sqrt{2}$ ، حاصل $\text{Log}_4 (1 - a)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad -2 \quad 2$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۷

۱۸۴- هرگاه $2^{x+2} + 4^{x+2} = 272$ باشد، مقدار $\text{Log}_3 \frac{2}{x}$ چه قدر است؟

$$2 \quad 1 \quad \text{صفر} \quad -1$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۱۰

۱۸۵- اگر $\text{Log}_3 a = 2$ باشد، حاصل $a^{(\text{Log}_3 b) + 1}$ ، همواره کدام است؟

$$(b+3)^2 \quad \left(\frac{b}{3}\right)^2 \quad (3b)^2 \quad (b-3)^2$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۱۸۶- حاصل عبارت $(\text{Log}_{\sqrt{5}} 2)(\text{Log}_{\sqrt{5}} 50) + (\text{Log}_{\sqrt{5}} 5)^2$ کدام است؟

$$2 \quad 1 \quad (\text{Log}_{\sqrt{5}} 2) \quad (\text{Log}_{\sqrt{5}} 5)$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۲

۱۸۷- اگر $\text{Log}_e 3 = a$ ، آن گاه $\text{Log}_3 18$ کدام است؟

$$(1) a - \frac{1}{a} \quad (2) a + \frac{1}{a} \quad (3) 1 + \frac{1}{a} \quad (4) 1 - \frac{1}{a}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۴

۱۸۸- حاصل عبارت $A = (\text{Log } 2)(\text{Log } 50) + (\text{Log } 5)^2$ کدام است؟

$$(1) \text{Log } 5 \quad (2) \text{Log } 2 \quad (3) 1 \quad (4) 2$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۴

۱۸۹- با توجه به جدول زیر، مقدار a کدام است؟

لگاریتم اعشاری عدد	عدد به صورت توانهای کسری ۱۰	عدد به شکل نماد علمی	عدد به شکل اعشاری
a	$10^{0.82} \times 10^5$	$10^{5.21}$	۱۲۱۰۰۰

$$(1) 0.82 \quad (2) 0.82 \quad (3) 5.21 \quad (4) 5.21$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۱۹۰- اگر $m = \text{Log } a$ و $n = \text{Log } b$ باشد، حاصل $\text{Log } \sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt[3]{b^2}$ کدام است؟

$$(1) \frac{2}{5}m + \frac{2}{3}n \quad (2) \frac{2}{5}n + \frac{2}{3}m \quad (3) \frac{2}{5}m + n \quad (4) \frac{2}{3}n + m$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۸

۱۹۱- حاصل عبارت $\left| \text{Log } \frac{1}{2} \right| + \text{Log } \frac{\sqrt{2}}{8}$ کدام است؟

$$(1) \frac{5}{2} \quad (2) \frac{8}{3} \quad (3) \frac{17}{6} \quad (4) 3$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۸

۱۹۲- حاصل عبارت $\frac{\text{Log } \sqrt{27} + \text{Log } \sqrt{2^3} - \text{Log } \sqrt{5^3}}{\text{Log } 6 - \text{Log } 5}$ کدام است؟

$$(1) \frac{3}{2} \quad (2) \frac{2}{3} \quad (3) \frac{8}{9} \quad (4) \frac{27}{8}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۱۹۳- اگر $\text{Log } 2 = a$ باشد، مقدار $\text{Log } \frac{0.64}{5}$ بر حسب a کدام است؟

$$(1) 5a - 1 \quad (2) 4a - 2 \quad (3) 4a - 1 \quad (4) 5a + 4$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۱۹۴- حاصل $(2 \text{Log } 3 - 3 \text{Log } 2) \times 5^8$ کدام است؟

$$(1) 9 \quad (2) 8 \quad (3) 6 \quad (4) 12$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۱۹۵- حاصل $\frac{1}{3} \sqrt[3]{27} - \text{Log } 0.01$ برابر کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۱۹۶- اگر $\text{Log } 2 = 0.3010$ و $\text{Log } 3 = 0.4770$ حاصل $\text{Log } \sqrt[4]{15}$ کدام است؟

- (۱) 0.2960 (۲) 0.2940 (۳) 0.2920 (۴) 0.2910

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۱۹۷- اگر $\text{Log } 40 = 1.6020$ ، حاصل $\text{Log } 0.8$ کدام است؟

- (۱) -0.097 (۲) -0.023 (۳) -0.97 (۴) -0.23

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۹

۱۹۸- اگر $x + y = \frac{9}{2}$ و $\text{Log}_x x + \text{Log}_y y = 1$ باشد، $|x - y|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۹

۱۹۹- اگر $\text{Log}_y x^3 = A$ باشد، $\text{Log}_{\frac{1}{y}} \sqrt{x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{A}{3}$ (۲) $\frac{A}{3}$ (۳) $-\frac{A}{6}$ (۴) $\frac{A}{6}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۳

۲۰۰- اگر x ، y و z اعدادی حقیقی و مثبت باشند و $\text{Log}_{\frac{1}{x}}^x = \text{Log}_{\frac{1}{y}}^y = \text{Log}_{\frac{1}{z}}^z = 105$ باشد، آنگاه حاصل عبارت

$$\sqrt[7]{\frac{x^5 \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[5]{x^3 y^2 z}}}$$

کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) 10.67 (۳) 10.65 (۴) 10.66

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۶

۲۰۱- بیشترین مقدار عبارت $(\text{Log}_y^5)^{2 \sin x + 1}$ (که $x \in \mathbb{R}$) کدام است؟

- (۱) Log_5^y (۲) Log_y^5 (۳) $(\text{Log}_y^5)^3$ (۴) $(\text{Log}_5^y)^3$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۳

۲۰۲- مجموعه جواب نامعادله $\sqrt[3]{\text{Log } 10x^2} > \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- (۱) $x > 10$ (۲) $|x| > 10$ (۳) $|x| > 1$ (۴) $|x| > 9$

دیپرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۵

۲۰۳- معادله $\text{Log}_{\pi} x = |\cos x|$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دیپرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۲۰۴- تابع وارون تابع $f(x) = 10^{x-1-3\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-1)}$ ، کدام است؟

- (۱) $f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{\text{Log}(x)} + 1)^3$ (۲) $f^{-1}(x) = (\text{Log } x + 1)^3$
(۳) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\text{Log } x + x^3} + 1$ (۴) $f^{-1}(x) = \text{Log } x + x^3 + 1$

دیپرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

معادلات لگاریتمی

سوالات ساده

۲۰۵- اگر $\text{Log}_3(2x + 1) = 4$ باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۴۰ (۳) ۸۲ (۴) ۸۰

دیپرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۲۰۶- از تساوی $\text{Log}_x(x^2 + 4) = 1 + \text{Log}_x 5$ ، مقدار لگاریتم x در پایه ۲، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

دیپرستان دوره دوم - سراسری - تجربی - ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۰۷- مقدار y از دستگاه $\begin{cases} 2\sqrt{2} = 2^x - 3 \times 4^y \\ \text{Log}_7 2x - \text{Log}_7 y = 2\text{Log}_7 3 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{13}$ (۲) $\frac{9}{13}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دیپرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۰۸- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $6 = 0 + (3^x - 1) - 15 \cdot 9^x$ باشند، مقدار $\frac{x_1}{x_2}$ کدام است؟ $(x_1 > x_2)$

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}} 2 \quad \text{Log}_{\frac{1}{3}} 3 \quad \text{Log}_{\frac{1}{3}} 4 \quad \text{Log}_{\frac{1}{3}} 1$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۰۹- از معادله‌های $64 = (2)^y \times (\sqrt{2})^{2x}$ و $\text{Log } x - \text{Log } y = 1$ ، مقدار x کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad 5 \quad \frac{5}{2} \quad 10$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۲۱۰- اگر $\text{Log}_{\sqrt{3}} \frac{9}{x} = 2 + \text{Log}_{\sqrt{3}} (x - 2)$ ، آن‌گاه حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{4}} (x^2 - 1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{2} \quad 3 \quad 2$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۲۱۱- اگر $\text{Log}_x (x^4 - 2) = 2$ ، آن‌گاه حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{5}} (x^4 - 2)$ کدام است؟

$$-2 \quad 2 \quad -1 \quad 1$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۲۱۲- اگر $\text{Log}_7 (x + 7) - \text{Log}_7 (x - 1) = 1$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{7}} x$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{4}{3}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۲

۲۱۳- اگر $6 = \text{Log}_{\frac{1}{3}} x + \text{Log}_{\sqrt{3}} x + \text{Log}_3 x$ باشد، مقدار لگاریتم 3^x در مبنای x کدام است؟

$$\frac{81}{4} \quad 9 \quad \frac{9}{2} \quad 3$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۲

۲۱۴- اگر $\text{Log } 24 - \text{Log } 6 = \text{Log } (x + 3) - \text{Log } \sqrt{x}$ باشد، مقدار لگاریتم $x - 1$ در مبنای $\sqrt{2}$ کدام است؟

$$6 \quad 4 \quad 2 \quad \frac{3}{2}$$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۸

۲۱۵- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\text{Log } x = x^{100}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۰/۰۱ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۰۰/۱

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۷

۲۱۶- از تساوی $\text{Log}_x(x-6) - \text{Log}_x(3x+8) = 2$ ، مقدار لگاریتم x در پایه‌ی ۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۳

۲۱۷- از معادله‌های $(\sqrt{2})^{2x} \times (2)^{2y} = 64$ و $\text{Log } x - \text{Log } y = 1$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۱۸- مجموع مکعبات جواب‌های معادله‌ی $\text{Log}_x 2 - \text{Log}_y 3 = 5$ کدام است؟

- (۱) ۸/۵ (۲) ۲۷/۵ (۳) ۶۴/۵ (۴) ۲۱۶/۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۱۹- اگر $\text{Log}_y(2^x + 8) = \text{Log}_y 2 + x \text{Log}_y 2$ ، آنگاه حاصل $\frac{\text{Log}_x x + 3}{\text{Log}_y x + 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۲

۲۲۰- اگر $\text{Log}_y(x-1) = 1 + \text{Log}_y\left(\frac{1}{x}\right)$ باشد، آنگاه مقدار عبارت $\text{Log}_y(x-1)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) صفر

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۵

۲۲۱- اگر x در معادله‌ی $\text{Log}_y x = 1 + \text{Log}_y\left(x + \frac{12}{5}\right)$ صدق کند، مقدار عبارت $\text{Log}_5 2x + 1$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

سری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۶ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۶

۲۲۲- اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله‌ی $\text{Log}_3(5x-2) = 1 + \text{Log}_3 \sqrt{x}$ باشند، حاصل $\text{Log}_3 |x_1 - x_2|$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۲۲۳- هرگاه $\text{Log}_y(x^2 + 4) - \text{Log}_y\left(\frac{x}{y} + 2\right) = 3$ باشد، مقدار $\text{Log}_{\sqrt[3]{3}}(x^2 - 9)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۵

۲۲۴- لگاریتم عددی در پایه ی ۴ برابر $\frac{15}{4}$ است. لگاریتم مجذور معکوس این عدد در پایه ی ۸ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۵

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۳

۲۲۵- از دستگاه معادلات $\begin{cases} \text{Log}(x^2 + 4y^2) = 2\text{Log}\sqrt{2} + \text{Log}23 \\ \text{Log}x + \text{Log}y = 2\text{Log}3 - \text{Log}2 \end{cases}$ ، حاصل لگاریتم $x + 2y$ در مبنای ۱۶

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{0}{75}$ (۴) $\frac{1}{5}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱۳

۲۲۶- هرگاه $\text{Log}(3x - 1) - \frac{1}{2}\text{Log}(x + 1) = 2\text{Log}2$ باشد، مقدار $\text{Log}_{\frac{1}{3}}x\sqrt{x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۴

۲۲۷- از معادله ی لگاریتمی $\text{Log}_{\sqrt[3]{3}}(2x^2 + 1) - \text{Log}_{\sqrt[3]{3}}(x + 2) = 1$ ، مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه ی ۸، کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

دیپستان دوره دوم - سراسری - تجربی - ۹۵

۲۲۸- اگر $\text{Log}_5(x - 2) = 2$ و $\text{Log}_{\sqrt[3]{3}}x - \text{Log}_{\sqrt[3]{3}}y = 1$ ، مقدار $\text{Log}_{\sqrt{2}}(y + 1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{9}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۴

۲۲۹- اگر $\text{Log}_y(x+7) - \text{Log}_y(x-1) = 1$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\sqrt[3]{3}}x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۸

۲۳۰- حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $4 - 9 \log_8 x = (\log_4 x)^2$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۳۱- نمودار دو تابع با معادله‌های $y = \log(x^2 - 1)$ و $y = 1 + \log(x + 1)$ یک‌دیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۳۲- به عدد سه چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای $\frac{1}{4}$ برابر با ۲- گردد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۲

۲۳۳- از دو معادله‌ی دو مجهولی $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$ و $\log y = 2 \log 3 + \log x$ مقدار y کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - سراسری - تجربی - ۹۶

۲۳۴- اگر $\log_x(2x + 3) = 2$ ، مقدار $\log_{(x+1)}(6x - 2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - مرحله ۶

۲۳۵- معادله لگاریتمی $\log_4(x^2 - 3) = \log_4(2x)$ دارای چند ریشه است؟

- (۱) فاقد ریشه است. (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۲۳۶- اگر $\log_3(3 + \log_2^x) = 2$ ، مقدار $\log_4^x$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۲۳۷- مقدار x از تساوی $\log_5(\log_4(\log_4 x)) = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۸ (۴) ۶

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۶

۲۳۸- مقدار x از تساوی $\log_4(\log_4(\log_5(x + 1))) = 0$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱۹ (۳) ۶۲۴ (۴) -۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۷

۲۳۹- جواب بزرگ‌تر معادله $\text{Log}_3(1 - 2x) + 2 = \text{Log}_3(10x^2 + 5)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{5}$

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۲۴۰- ریشه معادله $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(\text{Log}_{\frac{1}{2}}(2 - x)) = -1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{92}$ (۲) $\frac{1}{94}$ (۳) $\frac{1}{96}$ (۴) $\frac{1}{98}$

دیپستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۸

۲۴۱- اگر $\text{Log}(m + 1) + \text{Log } 2 = 3 \text{Log } 2 - \text{Log } 1 = 2 \text{Log } \sqrt{2} m - \text{Log } 1$ باشد، آن‌گاه مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) ۵

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۲۴۲- تعداد جواب‌های معادله $\text{Log}(x + 2) + \text{Log}(x - 3) = \text{Log } x + 2 \text{Log } 2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۲۴۳- از رابطه $\text{Log}(4x + 1) = \text{Log}(2x - 1) + \text{Log}(x + 2)$ ، مقدار لگاریتم $(2x + 5)$ در پایه ی ۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{0}{5}$ (۲) $\frac{0}{75}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

دیپستان دوره دوم - سراسری - ریاضی - ۹۷

۲۴۴- از رابطه $\text{Log}(4x - 1) = \text{Log}(x + 1) + \text{Log}(2x - 5)$ ، مقدار لگاریتم $(2x + 1)$ در پایه ی ۳، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۲

دیپستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - ریاضی - ۹۷

۲۴۵- جواب معادله $\text{Log}_{(x+2)}(2 - x) + \text{Log}_x \sqrt{x} = \text{Log}_{\frac{1}{25}} \frac{1}{5}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) جواب ندارد.

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۲۴۶- از دو معادله $2^x \times 8^y = 16$ و $\text{Log}_2(x - y) = 3 - \text{Log}_2^3$ ، حاصل $\text{Log}_y^x - \text{Log}_x^y$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) ۳

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۲۴۷- از معادله $\text{Log}_4(x + 3) + \text{Log } x = 1$ مقدار $\text{Log}_4(x + 3)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) صفر

دیپستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۲۴۸- اگر x' و x'' ریشه‌های معادله $\text{Log}_{\frac{x}{3}} + \text{Log}_{\frac{3}{x}} = \frac{3}{2}$ باشند و $x' > x''$ باشد، مقدار $(x'')^{x'}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۲

۲۴۹- اگر $\text{Log}(x+2) + \text{Log}(x-3) = 1$ باشد، لگاریتم $(x^2 - x)$ در پایه ۲ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۳ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۲

معادلات لگاریتمی

سوالات متوسط

۲۵۰- لگاریتم ۱۶ در پایه‌ی عدد X برابر $\frac{4}{3}$ است، لگاریتم عدد X در پایه‌ی ۲ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۲۵۱- اگر $\text{Log}(x+5) - \text{Log} 2 = 2 \text{Log} 6 - \text{Log} x - \text{Log} \frac{x}{3}$ حاصل، $\text{Log}_3 x$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) -۱

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۸

۲۵۲- اگر $\text{Log} 24 - \text{Log} 6 = \text{Log}(x+3) - \text{Log} \sqrt{x}$ باشد، مقدار لگاریتم ۱ - X در مبنای $\sqrt{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۱۰

۲۵۳- اگر $\text{Log}(4x-2) = 1 + \text{Log}(x-2)$ ، آنگاه $\text{Log}_9 x$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۲۵۴- اگر به عدد X ، ۳ واحد اضافه کنیم، لگاریتم آن در مبنای ۲ نسبت به قبل، دو واحد افزایش می‌یابد. X کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۲۵۵- اگر $\text{Log}_p(x+1) + 2\text{Log}_p\sqrt{2x-1} = 1$ ، آن گاه حاصل لگاریتم $(x+1)$ در پایه ی $\frac{1}{8}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۲۵۶- اگر $4^x = 3 + 2^{x+1}$ ، آنگاه $\text{Log}_p(1+2^x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۲

۲۵۷- از معادله ی $\text{Log}_x(x+2) - \text{Log}_x(4-x) = 1$ ، حاصل $\text{Log}_p x^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۴

۲۵۸- مجموع ریشه های معادله ی $10^{2x} - 10^{x+1} + 24 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\text{Log} 24$ (۲) $\text{Log} 11$ (۳) $\text{Log} 22$ (۴) $\text{Log} 39$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۵

۲۵۹- اگر $f(x) = 1 + \text{Log}_p^x$ ، آن گاه از معادله ی $f(x) + f\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 5$ ، مقدار $f\left(\frac{3}{x}\right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) $\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۱۲

۲۶۰- اگر $\text{Log}_{10}(2^x + 8) = \text{Log}_{10}^2 + x\text{Log}_{10}^2$ ، آنگاه حاصل $\frac{\text{Log}_x^3 + 3}{\text{Log}_3^x + 1}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۱۴

۲۶۱- مجموع جواب های معادله ی $\text{Log}_p^x + \text{Log}_{\sqrt{x}}^2 = 3$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۱۸ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸ - ریاضی - جامع

۲۶۲- معادله ی $\text{Log}_x(x+4) = \text{Log}_x(x-4) + 1$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۲۶۳- اگر $2^x = 2\sqrt[3]{2}$ باشد، حاصل $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۲۶۴- اگر $\log_2(x-6) = -2$ آن گاه لگاریتم $2\sqrt{x} + 4$ در مبنای ۳ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۱۴

۲۶۵- اگر $\log_x 16 = -2$ باشد، حاصل $\log_4 x$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۶

۲۶۶- اگر $\frac{1}{2}\log 25 + \log(x-2) = 1$ ، حاصل $\log_{16} x$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۳

۲۶۷- یکی از جوابهای معادله ی $\left(\log_3 x\right)^2 - 10\log_9 x + 6 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) $\sqrt{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۱۸

۲۶۸- اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله ی $\log_{\sqrt{3}} x = 1 + \log_3(5x-2)$ باشند، حاصل $\log_3 |x_1 - x_2|$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - تجربی - مرحله ۱۸

۲۶۹- مقدار x در $\log_{\frac{x}{2}} \frac{0.25}{2} = -2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹ - انسانی - جامع ۲

۲۷۰- لگاریتم دو برابر عددی در مبنای ۲، از دو برابر لگاریتم همان عدد در مبنای ۲ سه واحد کم تر است. آن عدد کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۷ (۳) ۱۶ (۴) ۹

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۷۱- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{2 \log_4 x}{x} = \frac{8}{x}$ کدام است؟

$$\frac{9}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{49}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{15}{13} \quad (۲)$$

$$\frac{17}{8} \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۷۲- هرگاه $2^{x+2} + 4^{2+x} = 272$ باشد، مقدار $\log_3 \frac{2}{x}$ چه قدر است؟

$$2 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$2 \quad \text{صفر}$$

$$-1 \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۸

۲۷۳- اگر $\log_4(x-y) - \log_4 x = \frac{1}{2}$ و $2^{x+y} \times 4^{\frac{x}{4}} = 4$ باشند، y کدام است؟

$$3 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$-2 \quad (۲)$$

$$-4 \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۶

۲۷۴- معادله‌ی $\log_9 x^2 + \log_3(1-2x) = 0$ چند جواب دارد؟

$$3 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۹

۲۷۵- در مورد معادله‌ی $\log(x+4) = \frac{1}{2} \log(2x+11)$ کدام گزینه صحیح است؟

$$(۲) \text{ یک جواب منفی دارد.}$$

$$(۱) \text{ یک جواب مثبت دارد.}$$

$$(۴) \text{ جواب ندارد.}$$

$$(۳) \text{ دو جواب مثبت دارد.}$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۶

۲۷۶- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{2x}{10} - \frac{x+1}{10} + 24 = 0$ کدام است؟

$$\log_{10} 39 \quad (۴)$$

$$11 \quad (۳)$$

$$\log_{10} 11 \quad (۲)$$

$$\log_{10} 24 \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۳

۲۷۷- اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله‌ی $\log_3(5x-2) = 1 + \log_3 \sqrt{x}$ باشند، حاصل $\log_3 |x_1 - x_2|$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$\text{صفر} \quad (۱)$$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۳

۲۷۸- اگر $f(x) = 1 + \log_3 x$ ، آن گاه از معادله ی $f(x) + f\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 5$ ، مقدار $f\left(\frac{3}{x}\right)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) $-\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۲۷۹- اگر عددی را در ۱۶ ضرب کنیم به لگاریتم آن در پایه ی a ، ۳ واحد افزوده می شود. لگاریتم a^6 در پایه ی ۴ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴) $\frac{8}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۳

۲۸۰- اگر معادله ی $x^2 + 2x + \log_{\frac{1}{2}}(1-m) = 0$ دارای دو جواب حقیقی متمایز باشد، محدوده ی m کدام است؟

- (۱) $-1 < m < \frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2} < m < 1$ (۳) $m < \frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2} < m < 1$

ری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۶ و دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - تجربی - مرحله ۶

۲۸۱- اگر $8^x = 4\sqrt[3]{2}$ و $2 + \log_3 \sqrt{x+1} = \log_3 y$ ، آن گاه مقدار y کدام است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۲۸۲- مجموع جواب های معادله ی $10^{2x} - 10^{x+1} + 24 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\log_{10} 24$ (۲) $\log_{10} 11$ (۳) ۱۱ (۴) $\log_{10} 39$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۲۸۳- اگر $3 \log_{10} x - \log_{10} (2x-1) = 2 \log_{10} 2$ ، آن گاه لگاریتم $(8x - x^3)$ در پایه ی $\frac{1}{6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - ریاضی - مرحله ۲

۲۸۴- اگر $\log_2 x - \log_2 y = 1$ و $25^x \times \left(\frac{1}{5}\right)^y = 125$ ، آن گاه x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۳

۲۸۵- اگر $\text{Log}_x(x^4 - 2) = 2$ ، آن گاه حاصل $\text{Log}_{\frac{1}{5}}(x^4 - 2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۳

۲۸۶- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $9^x - 15(3^{x-1}) + 6 = 0$ باشند، مقدار $\frac{x_1}{x_2}$ کدام است؟ $(x_1 > x_2)$

- (۱) Log_2^3 (۲) Log_3^4 (۳) $\text{Log}_3^{\frac{1}{2}}$ (۴) $\text{Log}_{\frac{1}{3}}^2$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱۷

۲۸۷- اگر $1 + \text{Log}_x x = \text{Log}_y y$ و $x^2 + y^2 = 21$ ، آن گاه لگاریتم $\frac{2x}{y}$ در پایه‌ی $\frac{1}{3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹ - ریاضی - جامع ۳

۲۸۸- اگر $\text{Log}_2(x-1) + 2 \text{Log}_2 \sqrt{3x+2} = 3$ ، مقدار لگاریتم $(2x-1)$ در پایه‌ی $\sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹ - ریاضی - جامع ۲

۲۸۹- یکی از جواب‌های معادله‌ی $8 \text{Log}_4 x - (\text{Log}_3 x)^2 = 5$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) ۹ (۴) ۸۱

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۶

۲۹۰- هرگاه $\text{Log}_5^{25} x^2 + \text{Log}_x^{25} = 7$ باشد، آن گاه $\text{Log}_{\frac{1}{16}}(x^2 + 3)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۱۸

۲۹۱- جواب معادله‌ی $4^{2-x} = 5^x$ ، کدام است؟

- (۱) $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^8$ (۲) $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^5$ (۳) $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^{16}$ (۴) $\text{Log}_{\frac{1}{2}}^{10}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۱۸

۲۹۲- با توجه به تساوی $1 - \text{Log}_2^5 = \text{Log}_4^{(2x-1)}$ ، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{7}{6}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - ریاضی - مرحله ۲

۲۹۳- از معادله ی لگاریتمی $\text{Log}(x^2 - x - 6) - \text{Log}(x - 3) = \text{Log}(2x - 5)$ ، مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ی

۴، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۱

دیپستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۵

۲۹۴- اگر $\text{Log}_q 2x = \text{Log}(2x - 1) + \frac{1}{2} \text{Log} x^2 = \text{Log} 3$ ، آن گاه $\text{Log}_q 2x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۱۴

۲۹۵- اگر $\text{Log}_x(4 + x^3) = 2 + \text{Log}_x(x + 2)$ باشد، مقدار $\text{Log}_8 \sqrt{x}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۲۹۶- مجموعه جواب معادله ی $\text{Log}(4 - x) = \text{Log}(6 - x) - \text{Log} x$ کدام است؟

- (۱) $\{1, 2\}$ (۲) $\{2, 3\}$ (۳) $\{2\}$ (۴) $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۱

۲۹۷- اگر $\text{Log}_{2x} 216 = x$ باشد، لگاریتم، x در چه پایه ای برابر ۱ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۷

۲۹۸- اگر $f(x) = (\text{Log} x)^2$ باشد، نمودار $f(1-x)$ و $f(x-2)$ در چند نقطه یک دیگر را قطع می کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - ریاضی - مرحله ۸

۲۹۹- اگر $9^x + 3^{x+1} = 108$ و $\text{Log}_4(x-2y) = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار y کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ - تجربی - مرحله ۹

۳۰۰- اگر $a = \text{Log}_4 b$ ، آن گاه معادله ی $3^{x-a} = 2x^2$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

دیپستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - تجربی - مرحله ۱۲

۳۰۱- اگر لگاریتم عدد ۴ در مبنای x برابر ۱- باشد، لگاریتم x در چه مبنایی برابر ۲ است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۲

۳۰۲- اگر لگاریتم عددی در پایه ی ۳ برابر با ۱- باشد، آن گاه لگاریتم معکوس مجذور آن عدد بعلاوه ی یک در پایه ی ۱۰ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۳ (۳) -۱ (۴) ۱

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴ - انسانی - مرحله ۱۳

۳۰۳- از دو معادله ی دو مجهولی $3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\text{Log}(x + 2y) = 1 + \text{Log} y$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $1/4$ (۳) $1/5$ (۴) $1/6$

دیپیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. - ۹۶

۳۰۴- جواب معادله $\text{Log} x + \text{Log} x^2 + \text{Log} x^3 + \dots + \text{Log} x^{10} = 220$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) 10^2 (۳) 10^3 (۴) 10^4

دیپیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - مرحله ۶

۳۰۵- به ازای کدام مقدار مثبت k معادله $\text{Log}_3 \frac{x}{\sqrt{x}} + \text{Log} \sqrt{x} = k$ فقط یک جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۳۰۶- اگر $\text{Log}_3 a^2 + 2 \text{Log} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \text{Log} \sqrt{3}^{(5+a)}$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۳۰۷- اگر $2 \text{Log}(\sqrt{2}m) - \text{Log} 1 = 3 \text{Log} 2 + \text{Log}(m+1)$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) ۵

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۳۰۸- حاصل ضرب ریشه های معادله $x^1 - \text{Log} x = \frac{1}{100}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) $0/1$ (۳) ۱۰ (۴) ۱

دیپیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۷-۹۶ - یازدهم - مرحله ۱۰

۳۰۹- اگر معادله درجه دوم $x^2 - (1 + \text{Log} m)x + \text{Log} m = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۰

۳۱۰- اگر $\text{Log}_y(2a - 1) - \text{Log}_y(2a + 1) = \text{Log}_{\frac{36}{25}}$ باشد، حاصل $\text{Log}_{\frac{49}{4}} a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۷

۳۱۱- مجموع ریشه‌های معادله $\text{Log}_x x + 3\text{Log}_x 2 = \text{Log}_3 81$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

دبیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۳۱۲- مجموع ریشه‌های معادله $(2^x - 3\text{Log}_3 5)(4^x - 5\text{Log}_5 3) = 0$ کدام است؟

(۱) $\text{Log}_2 10$ (۲) $\text{Log}_2 5\sqrt{3}$ (۳) $\text{Log}_2 5\sqrt{2}$ (۴) $\text{Log}_2 3\sqrt{2}$

دبیرستان دوره دوم - آزمونهای گزینه ۲ - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۷

۳۱۳- مجموع ریشه‌های معادله $\text{Log}_2(4^x + 15) - x = 3$ کدام است؟

(۱) $\text{Log}_2 15$ (۲) ۳ (۳) ۱۵ (۴) $\text{Log}_2 15$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۳۱۴- از دو معادله دو مجهولی $3^{-14-x} = \frac{1}{81(x+y)}$ و $3\text{Log}_5 2 + \text{Log}_{25} y = \text{Log}_{25} x$ مقدار x کدام است؟

(عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۱

۳۱۵- اگر $\text{Log}_3 a^2 + 2\text{Log} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2}\text{Log} \sqrt{3}^{(5+a)}$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۳۱۶- معادله $\text{Log} x + \text{Log} |x - 2| = 0$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۳۱۷- ریشه‌های معادله $\text{Log } x = \sqrt{\text{Log } x^y - 12}$ چقدر اختلاف دارند؟

- (۱) ۱۱۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰۰ (۴) ۱۲۰۰۰

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۳

۳۱۸- مقدار x از تساوی لگاریتمی $\text{Log}_5(\text{Log}_2(\text{Log}_x(x+6))) = 0$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۸

۳۱۹- اگر $\text{Log}_2 \sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 4 \text{Log}_9 \sqrt{x}$ باشد، $\text{Log}_5 x^2$ تقریباً کدام است؟ ($\text{Log}_2 \approx 0.3$)

- (۱) $\frac{3}{14}$ (۲) $\frac{15}{14}$ (۳) $-\frac{6}{7}$ (۴) صفر

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۳۲۰- اگر $\text{Log}_x(3x-1) + \text{Log}_x(x+1) = 2$ باشد، حاصل $\text{Log}_2(x^2 + x + \frac{7}{2})$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۳۲۱- اگر $\text{Log}_2 x^2 + \text{Log}_{\sqrt{2}}(-x-3) = 4$ باشد، آن‌گاه حاصل لگاریتم $(2x^2 - 5)$ در پایه‌ی ۹ کدام است؟

- (۱) 0.75 (۲) ۱ (۳) $1/25$ (۴) $1/5$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۱۹

۳۲۲- اگر $\text{Log}_x^8(x^2-1) = 1 + \text{Log}_{\sqrt{x}}^3$ باشد، حاصل $\text{Log}_{x^2} \sqrt[4]{27}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{8}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - یازدهم - مرحله ۲۲

۳۲۳- اگر $\text{Log } x = 4 + 3(\text{Log } 2)$ باشد، مقدار $\text{Log}_{1000} x$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۵

۳۲۴- مجموع ریشه‌های معادله $\text{Log}_{16} x + \text{Log}_{\frac{4}{x}} = \frac{3}{4}$ ، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۱

۳۲۵- اگر $\text{Log}_2(\text{Log}_{\sqrt{2}}(\text{Log}_{\sqrt{2}}(\text{Log}_{\sqrt{2}}(x)))) = 3$ باشد، مقدار $\text{Log}_{\sqrt{x}}(x + 2\sqrt{x})$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - جامع ۲

معادلات لگاریتمی

سوالات سخت

۳۲۶- اگر $a = \sqrt[3]{2\text{Log}_3 8 - \text{Log}_3 16}$ باشد، معادله ی $\text{Log}_a(x+1) + \text{Log}_a(x-1) = 3$ چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۳۲۷- اگر $\text{Log}(x+1) - \text{Log} 2 = \text{Log} \frac{2}{x} + \text{Log} 5$ ، آن گاه عدد x کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - انسانی - مرحله ۹

۳۲۸- اگر $\begin{cases} (2\sqrt{2})^x 4^y = 256 \\ \text{Log}(x-2) + \frac{1}{y} \log 9 = \text{Log}(5+y) \end{cases}$ ، آن گاه $x+y$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۳۲۹- معادله ی $\text{Log}_9 x^2 + \text{Log}_3(1-2x) = 0$ چند ریشه دارد؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰ - ریاضی - مرحله ۱

۳۳۰- اگر $\text{Log}_2(\text{Log}_3^x) = 2$ باشد، Log_9^x کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{2}{3}$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۷

۳۳۱- از دو معادله ی $4^x + 2^x = 72$ و $\text{Log}(x+1) + \text{Log}(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

دبیرستان دوره دوم - کنکورهای خارج از کشور - سراسری - تجربی. ۹۲

۳۳۲- جواب معادله ی $\text{Log}_x(x+2) = \text{Log}_x(4-x) + 1$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - انسانی - مرحله ۸

۳۳۳- از تساوی $\text{Log}_q(x-4) = 1 - \text{Log}_3 2$ مقدار x کدام است؟

- ۱ (۱) $4/25$ ۲ (۲) $4/5$ ۳ (۳) $6/25$ ۴ (۴) $6/5$

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۸

۳۳۴- از معادله ی $\text{Log} \sqrt{2x+5} = \frac{1}{2} \text{Log} 9 + \text{Log}(x-1)$ ، مقدار $\text{Log}_4 2x$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - انسانی - مرحله ۹

۳۳۵- جواب معادله ی $3^x = 2^{1-2x}$ ، عدد $x = \text{Log}_b 2$ است. مقدار b کدام است؟

- ۳ (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۲۷ (۴)

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۱ - سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ - تجربی - مرحله ۳

۳۳۶- اگر رابطه ی $(\text{Log} 2)^2 + 1 = \text{Log} x + (\text{Log} 5)^2$ برقرار باشد، حاصل $\text{Log} \sqrt{2^3}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $2\sqrt{2}$ ۲ (۲) ۲۷ ۳ (۳) ۶۴ ۴ (۴) ۸۱

دبیرستان دوره دوم - سوالات گردآوری شده - سری ۲ - سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲ - ریاضی - مرحله ۱۵

۳۳۷- اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله $\text{Log}_4 2x + \frac{2}{\text{Log}_4 2x} = 3$ باشند و $x_1 < x_2$ باشد، مقدار $\text{Log}_{x_1} 8 + \text{Log}_{x_2} 16$

کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۱۱ (۳) $\frac{11}{3}$ ۱۳ (۴) $\frac{13}{3}$

دبیرستان دوره دوم - آزمایشی سنجش - یازدهم - سال تحصیلی ۹۶-۹۷ - مرحله ۶

۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه ی تابع را محاسبه می کنیم.

پس دامنه ی تابع بازه ی $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ است.

در $x = 0$ مقدار تابع را محاسبه می کنیم:

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(2(0) + 1) + 1 = \log_{\frac{1}{2}} 1 + 1 = 0 + 1 = 1$$

بنابراین نمودار گزینه ی «۱» می تواند نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) + 1$ باشد.

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن مقدار x_0 ، معادله ی $y = 0$ را حل می کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow 2 - \log_{\frac{1}{2}}(x_0 + 10) = 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x_0 + 10) = 2 \Rightarrow x_0 + 10 = 10^2 \Rightarrow x_0 = 90$$

برای پیدا کردن مقدار y_0 ، مقدار x را در معادله ی تابع قرار می دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y_0 = 2 - \log_{\frac{1}{2}}(0 + 10) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow x_0 + y_0 = 90 + 1 = 91$$

۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. طبق فرض $f(0) = 2$ و $f(3) = 4$ می باشد.

$$f(x) = a + \log_p(bx + 1) \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{f(0)=2} 2 = a + \log_p 1 \Rightarrow a = 2 \\ \xrightarrow{f(3)=4} 4 = a + \log_p(3b + 1) \xrightarrow{a=2} \log_p(3b + 1) = 2 \end{cases}$$

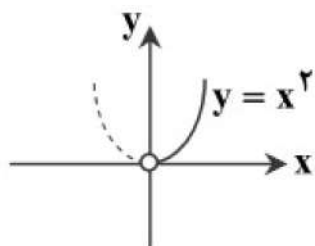
$$\Rightarrow 3b + 1 = 2^2 = 4 \Rightarrow 3b = 3 \Rightarrow b = 1$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $\log_b^a = a$; $b^{\log_b^a} = a$; $(b \neq 1, a, b > 0)$ نکته: $\log_b^a = n \log_b^a$

ابتدا با توجه به نکته، تابع داده شده را ساده می کنیم:

$$f(x) = {}_9 \log_3^x = ({}_{3^2} \log_3^x) = {}_{3^2} \log_3^x = {}_3 \log_3^{x^2} = x^2$$

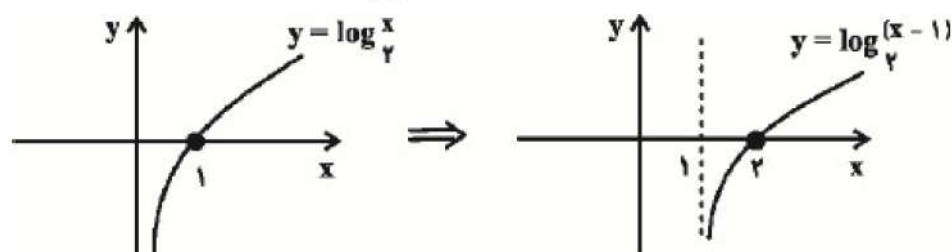
دامنه ی تابع $f(x)$ به صورت $D_f = (0, +\infty)$ است.



بنابراین نمودار این تابع، نمودار تابع $f(x) = x^2$ در بازه $(0, +\infty)$ است:

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با ساده سازی تابع داده شده داریم:

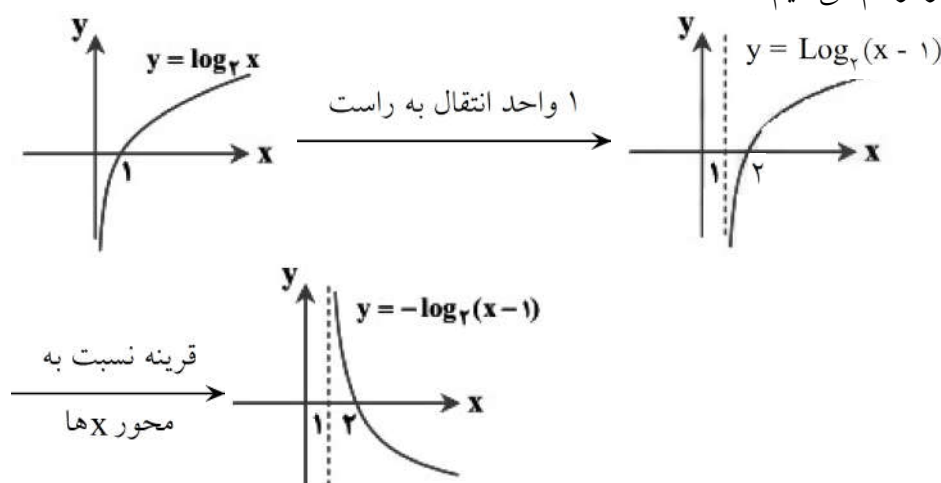
$$y = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}(x-1) \Rightarrow y = \log_2(x-1)$$



۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: با فرض $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع $y = f(x-a)$ یا $y = f(x+a)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$ ، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم. با استفاده از نکات بالا، نمودار تابع را رسم می کنیم.



۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \log_{x+a} 1 = -\log_{\frac{1}{x+a}}(x+a)$$

نمودار تابع فوق از انتقال $|a|$ واحدی نمودار $y = -\log x$ در راستای محور x ها به دست می آید.

از طرفی نمودار داده شده در صورت مسئله از انتقال نمودار $y = -\log x$ به اندازه $\frac{3}{2}$ واحد به چپ به دست آمده

$$a = +\frac{3}{2}$$

است، در نتیجه:

$$b = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - b = 3$$

و از آن جا داریم:

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی $(b, -1)$ روی نمودار تابع $y = \text{Log}_a x$ قرار دارد، در نتیجه:

$$\text{Log}_a b = -1 \Rightarrow a^{-1} = b \Rightarrow \frac{1}{a} = b \Rightarrow ab = 1$$

اما توجه کنید که:

$$0 < a < 1 \Rightarrow b = \frac{1}{a} > 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = a \left(\frac{1}{b} \right) = a^2 \xrightarrow{0 < a < 1} 0 < \frac{a}{b} < 1$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(x^2 - 6x + 5) - \text{Log}(x - 5) = \text{Log} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5} = \text{Log} \frac{(x - 5)(x - 1)}{(x - 5)} = \text{Log}(x - 1)$$

در نتیجه باید نمودار $y = \text{Log}(x - 1)$ را رسم کنیم، اما دقت شود که دامنه‌ی تابع را باید از همان فرم اولی به دست آوریم:

$$1) x^2 - 6x + 5 > 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 1 & 5 \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow D_1 = (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$$

$$2) x - 5 > 0 \Rightarrow x > 5 \Rightarrow D_2 : (5, +\infty)$$

$$\text{دامنه‌ی تابع} = D_1 \cap D_2 = (5, +\infty)$$

در نتیجه باید تابع $y = \text{Log}(x - 1)$ را برای $x > 5$ رسم کنیم که گزینه‌ی ۴ درست است.

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو نقطه $A(1, 1)$ و $B(0, 0)$ روی نمودار قرار گرفته‌اند، پس مختصاتشان در ضابطه تابع صدق می‌کند:

$$\begin{cases} f(0) = 0 \Rightarrow \text{Log}_b a = 0 \Rightarrow a = b^0 \Rightarrow a = 1 \\ f(1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_b (1 + a) = 1 \Rightarrow a + 1 = b \xrightarrow{a=1} b = 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x) = \text{Log}_2(x + 1) \Rightarrow f(15) = \text{Log}_2 16 = 4 \text{Log}_2 = 4$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای این که نمودار یک واحد به سمت راست منتقل شود، باید به جای x ، $x - 1$ بگذاریم و برای این که ۳ واحد بالا رود، باید کل ضابطه را با ۳ جمع کنیم:

$$\text{تابع جدید} = f(x) = \text{Log}_2(a(x - 1) + b) + 3 = \text{Log}_2(ax - a + b) + 3$$

$$\text{می‌گذرد} (7, 7) \Rightarrow f(7) = 7 \Rightarrow \text{Log}_2(7a - a + b) + 3 = 7 \Rightarrow \text{Log}_2(6a + b) = 4$$

$$\Rightarrow 6a + b = 16 \quad (1)$$

$$\text{می‌گذرد} (3, 6) \Rightarrow f(3) = 6 \Rightarrow \text{Log}_2(3a - a + b) + 3 = 6 \Rightarrow \text{Log}_2(2a + b) = 3$$

$$\Rightarrow 2a + b = 8 \quad (2)$$

از حل ۱ و ۲ داریم

$$\xrightarrow{\quad} a = 2, b = 4$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای $x > 0$ شاخه سمت راست $y = \text{Log} x$ است و برای $x < 0$ شاخه سمت چپ $y = \text{Log} x$ است پس به طور کل $y = \text{Log}|x|$ است.

۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3^9 A^2 = \text{Log}_3^9 + \text{Log}_3 A^2 = 2 + 2 \text{Log}_3 A = 2 + 2 \text{Log}_3 3^a = 2 + 2a$$

۱۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم $4 - \sqrt{13}$ عددی بین صفر و یک است. با فرض $t = 4 - \sqrt{13}$ داریم:

$$t^{x^2} > t^9 \xrightarrow{0 < t < 1} x^2 < 9 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \Rightarrow x \in (-3, 3)$$

۱۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log } x = 1 &\Rightarrow 10^1 = x \Rightarrow x = 10 \Rightarrow x + y = 10 + 1 = 11 \\ \text{Log } y = 0 &\Rightarrow 10^0 = y \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

۱۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log } 4 + 2 \text{Log } 5 + \text{Log } 2000 - \text{Log } 2 &= \text{Log } 4 + \text{Log } 5^2 + \text{Log } 2000 - \text{Log } 2 \\ \text{Log } 4 + \text{Log } 25 &= \text{Log } 4 \times 25 = \text{Log } 100 = 2 \\ \text{Log } 2000 - \text{Log } 2 &= \text{Log } \frac{2000}{2} = \text{Log } 1000 = 3 \end{aligned} \Rightarrow \text{عبارت حاصل} = 2 + 3 = 5$$

۱۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(2) &= \text{Log}_3(2 \times 2 - 1) = \text{Log}_3^3 = 1 \\ f(1) &= \text{Log}_3(2 \times 1 - 1) = \text{Log}_3^1 = 0 \\ f(2) \times f(1) &= 1 \times 0 = 0 \end{aligned}$$

۱۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_r A = -\frac{3}{r} &\Rightarrow A = r^{-\frac{3}{r}} = (r^2)^{-\frac{3}{2}} = r^{-3} = \left(\frac{1}{r}\right)^3 = \frac{1}{8} \\ 1 + \frac{1}{A} &= 1 + \frac{1}{\frac{1}{8}} = 1 + 8 = 9 \Rightarrow \text{Log}_r \left(1 + \frac{1}{A}\right) = \text{Log}_r 9 = \text{Log}_{r^2} 3^2 = 2 \end{aligned}$$

۱۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 3 + 2\sqrt{2} &= (\sqrt{2} + 1)^2 & \sqrt{2} - 1 &= (\sqrt{2} + 1)^{-1} \\ \text{Log}_{3+2\sqrt{2}} \sqrt{2} - 1 &= \text{Log}_{(\sqrt{2}+1)^2} (\sqrt{2}+1)^{-1} = \frac{-1}{2} \text{Log}_{(\sqrt{2}+1)} (\sqrt{2}+1) = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

۲۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض داریم:

$$\text{Log} \sqrt{5} = k \Rightarrow \text{Log} 5 = 2k \Rightarrow \text{Log} 2 = 1 - 2k \quad (*)$$

می دانیم:

$$\begin{aligned} 2 \text{Log} (3 - \sqrt{7}) + \text{Log} (16 + 6\sqrt{7}) &= \text{Log} (3 - \sqrt{7})^2 + \text{Log} (16 + 6\sqrt{7}) \\ &= \text{Log} (9 + 7 - 6\sqrt{7}) + \text{Log} (16 + 6\sqrt{7}) = \text{Log} (16 - 6\sqrt{7}) + \text{Log} (16 + 6\sqrt{7}) \end{aligned}$$

حال از رابطه ی $\text{Log} a + \text{Log} b = \text{Log} ab$ استفاده می کنیم. چون اتحاد مزدوج تشکیل می شود، بنابراین:

$$\text{عبارت} = \text{Log} (256 - 252) = \text{Log} 4 = 2 \text{Log} 2 \xrightarrow{(*)} 2(1 - 2k) = 2 - 4k$$

۲۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به این که $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a > 0$)، داریم:

$$\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}, \quad 2\sqrt{2} = 2^1 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$$

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشند، آن گاه:

$$\text{Log}_a a = 1, \quad \text{Log}_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \text{Log}_b a$$

بنابراین:

$$\text{Log}_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \sqrt[3]{4} = \text{Log}_{2^{-\frac{3}{2}}} 2^{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{3}{2}} \text{Log}_2 2 = -\frac{4}{9}$$

۲۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{b\sqrt{b}} a\sqrt[3]{a} = \frac{16}{3} \Rightarrow \text{Log}_{b^{\frac{3}{2}}} a^{\frac{4}{3}} = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}} \text{Log}_b a = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{8}{9} \text{Log}_b a = \frac{16}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_b a &= \frac{1}{\text{Log}_a b} \\ \Rightarrow \text{Log}_b a &= 6 \xrightarrow{\text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}} \text{Log}_a b = \frac{1}{6} \quad (*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_{\frac{y}{z}} y^m &= \frac{m}{n} \text{Log}_{\frac{y}{z}} y \\ \xrightarrow{\text{طبق } (*)} \text{Log}_{\frac{y}{z}} b^{\frac{3}{2}} &= \frac{3}{2} \text{Log}_{\frac{y}{z}} b \xrightarrow{\text{طبق } (*)} \frac{3}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۲۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 < 5 < 7 \Rightarrow \log_7 1 < \log_7 5 < \log_7 7 \Rightarrow 0 < \log_7 5 < 1$$

چون $0 < \log_7 5 < 1$ ، پس عبارت $(\log_7 5)^{\sin x + 1}$ هنگامی بیشترین مقدار را دارد که توانش کمترین

مقدار باشد، یعنی در حالتی که $\sin x = -1$ ، پس بیشترین مقدار عبارت $(\log_7 5)^{\sin x + 1}$ برابر است با:

$$(\log_7 5)^{2(-1) + 1} = (\log_7 5)^{-1} = \log_5 7$$

$$\log_{\frac{1}{7}} x = -\log_7 x$$

$$2 - \log_{\frac{1}{7}} x > 0 \xrightarrow{\log_{\frac{1}{7}} x = -\log_7 x} 2 + \log_7 x > 0$$

۲۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \log_7 x n > -2 \Rightarrow \log_7 x > \log_7 \frac{1}{4} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

تذکر: دقت شود دامنه ی نامعادله ی فوق $x > 0$ می باشد.

$$3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2 \quad \sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$$

۳۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_{3+2\sqrt{2}} \sqrt{2} - 1 = \log_{(\sqrt{2}+1)^2} (\sqrt{2}+1)^{-1} = \frac{-1}{2} \log_{(\sqrt{2}+1)} (\sqrt{2}+1) = -\frac{1}{2}$$

$$x > 0 : \log_7 3 + \log_7 x = \log_7 3x$$

۳۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \log_7 3 + \log_7 x = \log_7 3x \Rightarrow \log_7 3x = 15 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

نکات مهم درسی: اگر a ، x و y سه عدد مثبت و $a \neq 1$ باشد، داریم:

$$1) \log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$2) a^{\log_a x} = x$$

۳۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_{x-1} (x^2 - 2x + 1) + 1 = \log_{x-1} (x-1)^2 + 1 \quad \underline{\underline{x=4}} = \log_3 19$$

$$\log_3 9 < \log_3 19 < \log_3 27 \Rightarrow 2 < \log_3 19 < 3$$

$$\log_{\frac{1}{x^2}} y + \log_{\frac{1}{x^3}} y = 2 \log_{\frac{1}{x}} y + 6 \log_{\frac{1}{x}} y = 8 \log_{\frac{1}{x}} y$$

۳۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{x}} y = \frac{1}{\log_x \frac{1}{y}} = \frac{1}{-\log_x y} = -\frac{1}{\log_x y}$$

از طرفی داریم:

$$\text{مقدار عبارت} = 8 \log_{\frac{1}{x}} y = 8 \times \frac{1}{-\log_x y} = -\frac{8}{\log_x y}$$

۳۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{8}}^{\frac{1}{100}} = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{100}}}{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{8}}} = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{100}}}{\frac{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}}}{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{2}}}} = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{100}}}{\frac{1}{2} \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}}} = \frac{2}{\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}} - \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}}} = \frac{2}{3(1-a)}$$

۳۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. طبق تعریف لگاریتم:

$$\text{Log}_3 4 = \alpha \Rightarrow 4 = 3^\alpha, \text{Log}_2 5 = \beta \Rightarrow 5 = 2^\beta$$

$$3^{\alpha\beta} = (3^\alpha)^\beta = 4^\beta = (2^\beta)^2 = 5^2 = 25$$

لذا:

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن مقدار x_* ، معادله ی $y = 0$ را حل می کنیم:

$$y = 0 \Rightarrow 2 - \text{Log}_{\frac{1}{10}}(x_* + 10) = 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{10}}(x_* + 10) = 2 \Rightarrow x_* + 10 = 10^2 \Rightarrow x_* = 90$$

برای پیدا کردن مقدار y_* ، مقدار $x = 0$ را در معادله ی تابع قرار می دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y_* = 2 - \text{Log}_{\frac{1}{10}}(0 + 10) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow x_* + y_* = 90 + 1 = 91$$

۳۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^9 = x \Rightarrow 2 \text{Log}_{\frac{1}{2}}^3 = x \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}^3 = \frac{x}{2}$$

حال:

$$\text{Log}_{\frac{1}{6}}^2 = \frac{1}{A} \Rightarrow A = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^6 = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{2 \times 3} = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^2 + \text{Log}_{\frac{1}{2}}^3 = 1 + \frac{x}{2} = \frac{2+x}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{6}}^2 = \frac{1}{A} = \frac{2}{2+x}$$

۳۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= (\text{Log}_{\frac{1}{10}}^2)(\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{2}} + \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}}) + (\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}})^2 = \text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 + \text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 \times \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}} + (\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}})^2 \\ &= \text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 + \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}} (\text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 + \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}}) = \text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 + (\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{5}})(\text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{2}}) \\ &= \text{Log}_{\frac{1}{10}}^2 + \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10}} = \text{Log}_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{2}} = 1 \end{aligned}$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \sqrt[3]{2} - \text{Log } 2 = \text{Log } \left(\frac{1}{2}\right)^k \Rightarrow \text{Log } 2^{\frac{1}{3}} - \text{Log } 2 = \text{Log } 2^{(-2k)} \Rightarrow -\frac{1}{3}\text{Log } 2 = -2k\text{Log } 2$$

$$2k = \frac{1}{3} \Rightarrow k = \frac{1}{6}$$

$$\text{Log } \sqrt[3]{2} \xrightarrow{k = \frac{1}{6}} \text{Log } \sqrt[6]{2^2} = \text{Log } 2^{\frac{2}{6}} = \frac{2}{6}\text{Log } 2 = \frac{1}{3}\text{Log } 2$$

۴۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \text{Log}_8 (\sqrt{11} + \sqrt{12}) \times (\sqrt{12} - \sqrt{11}) = \text{Log}_8 (12 - 11) = \text{Log}_8 1 = 0$$

۴۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$9(1 - \text{Log}_3 2) = 9 \times 9^{-\text{Log}_3 2} = 9 \times 3^{-2\text{Log}_3 2} = 9 \times 3^{\text{Log}_3 2^{-2}} = 9 \times 2^{-2} = \frac{9}{4}$$

$$5^2 \text{Log}_5 3 = 5 \text{Log}_5 3^2 = 5 \text{Log}_5 9 = 9$$

پس حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{9}{4} + 9 = \frac{9 + 36}{4} = \frac{45}{4}$$

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عدد مورد نظر را a در نظر می گیریم، طبق فرض داریم:

$$\text{Log}_4 a = \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\text{Log}_2 a = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{Log}_2 a = \frac{15}{2}$$

$$\text{Log}_8 a^{\frac{1}{3}} = \text{Log}_2 a^{-\frac{2}{3}} = -\frac{2}{3}\text{Log}_2 a \xrightarrow{= (1)} -\frac{2}{3}\left(\frac{15}{2}\right) = -5$$

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$9^a = 27\sqrt{3} \Rightarrow 3^{2a} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{4}$$

$$\text{Log } \sqrt{b} - \text{Log } \left(2 - \frac{7}{4}\right) = 1 \Rightarrow \text{Log } \sqrt{b} = \text{Log } \frac{1}{4} + \text{Log } 10 = \text{Log } \left(\frac{10}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{b} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \frac{25}{4} = 6.25$$

$$\text{Log}_a^x = 1 - 2 \text{Log}_a^3 \Rightarrow \text{Log}_a^{4x} = 1 \Rightarrow 4x = a \Rightarrow x = \frac{a}{4}$$

۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{x}{\sqrt{a}}} = \text{Log}_{\frac{\frac{a}{4}}{\sqrt{a}}} = \text{Log}_{\left(\frac{\sqrt{a}}{4}\right)} = 2 \text{Log}_{\frac{\sqrt{a}}{4}} = 2$$

۴۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$a\sqrt{2} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}, \quad b + 1 = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{b+3} a = \text{Log}_2 2^{-\frac{1}{2}} = \text{Log}_2 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} \text{Log}_2 2 = -\frac{1}{2}$$

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ابتدا از رابطه ی $\text{Log}_b a = c \Rightarrow a = b^c$ استفاده می کنیم.

$$\text{Log}_7(x^3 + 5) = 5 \Rightarrow x^3 + 5 = 7^5 \Rightarrow x^3 = 27 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3 : \text{Log}_5(x^2 - 4) = \text{Log}_5 5 = 1$$

حال حاصل $\text{Log}_5(x^2 - 4)$ را می یابیم:

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی را در ۲ ضرب می کنیم:

$$2A = \text{Log}(7 + 2\sqrt{6}) + \text{Log}(\sqrt{6} - 1)$$

حال ضریب لگاریتم را به توان تبدیل می کنیم:

$$\begin{aligned} 2A &= \text{Log}(7 + 2\sqrt{6}) + \text{Log}(\sqrt{6} - 1)^2 \\ \Rightarrow 2A &= \text{Log}(7 + 2\sqrt{6}) + \text{Log}(6 + 1 - 2\sqrt{6}) \\ \Rightarrow 2A &= \text{Log}(7 + 2\sqrt{6}) + \text{Log}(7 - 2\sqrt{6}) \end{aligned}$$

با کمک رابطه ی $\text{Log } a + \text{Log } b = \text{Log } ab$ طرف راست را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2A &= \text{Log}(7 + 2\sqrt{6})(7 - 2\sqrt{6}) \\ \Rightarrow 2A &= \text{Log}(49 - 24) \Rightarrow 2A = \text{Log } 25 \\ \Rightarrow 2A &= \text{Log } 5^2 \Rightarrow 2A = 2 \text{Log } 5 \\ A &= \text{Log } 5 = \text{Log } 10 - \text{Log } 2 = 1 - \text{Log } 2 \\ A &= 1 - k \end{aligned}$$

چون $\text{Log } 2 = k$ است، بنابراین:

$$\text{Log } \sqrt[4]{2} = 8 \Rightarrow x = (\sqrt[4]{2})^8 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2^{\frac{1}{4}}}\right)^8 = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم داریم:

$$\text{Log}_b y = x \Leftrightarrow b^x = y ; (y > 0, b > 0, b \neq 1)$$

$$\text{Log } 1000 = 3, \text{Log } 0.1 = -2 \Rightarrow A = 3 - 2 \times (-2) = 7$$

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \text{Log}_a a = 1, \text{Log}_a b^n = n \text{Log}_a b, \text{Log}_a 1 = 0 ; (a, b > 0, a \neq 1, n \in \mathbb{N})$$

$$\text{گزینه ۱: } \text{Log}_{\frac{1}{27}} = \text{Log}_{\frac{1}{3^3}} = \text{Log}_{3^{-3}} = -3 \text{Log}_3 = -3 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۲: } \text{Log} \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \text{Log} \sqrt[3]{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3} \text{Log} \sqrt{2} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه ۳: } \text{Log} \frac{1}{2} = \text{Log} \frac{1}{2^5} = \text{Log} 2^{-5} = \text{Log} \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -5 \text{Log} \frac{1}{2} = -5 \quad \times$$

$$\text{گزینه ۴: } \text{Log} \frac{1}{4} = 0 \quad \times$$

۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } (a, b, c > 0, c \neq 1) \quad \text{Log} \frac{a}{b} = \text{Log} \frac{a}{c} - \text{Log} \frac{b}{c}$$

اگر ۰/۰۰۲ را به صورت کسر بنویسیم، داریم:

$$\text{Log } 0.002 = \text{Log} \frac{2}{1000} = \text{Log } 2 - \text{Log } 1000 = \text{Log} \frac{1}{5} - \text{Log } 1000$$

$$= \text{Log } 10 - \text{Log } 5 - \text{Log } 1000 = \frac{\text{Log } 5 = a}{1} - a - 3 = -2 - a$$

۵۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\log_b a \times \log_a b = 1 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$; $(a, b > 0, a, b \neq 1)$ نکته

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آنگاه از تساوی $\log_a x = \log_a y$ می توان نتیجه گرفت که $x = y$ و بالعکس اگر $\log_a x = \log_a y$ و $x, y > 0$ ، آنگاه: $x = y$

با استفاده از نکات داریم: $\log_M N = \log_N M \Rightarrow \log_M N = \frac{1}{\log_M N} \Rightarrow (\log_M N)^2 = 1$

$$\begin{cases} \log_M N = 1 \Rightarrow N = M^1 \Rightarrow N = M & * \\ \log_M N = -1 \Rightarrow N = M^{-1} \Rightarrow N = \frac{1}{M} \Rightarrow NM = 1 \end{cases} \quad (M \neq N \text{ سوال})$$

۵۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه «۱» صحیح است. زیرا:

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \log_{\frac{1}{2}} 2^{-\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} 2 = -\frac{1}{3} \times 1 = -\frac{1}{3}$$

۵۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $f(a) = -2$ باشد و تابع وارون پذیر باشد، در این صورت $f^{-1}(-2) = a$ می شود.

$$f(a) = \log_4 (3a - 1) = -2 \Rightarrow 3a - 1 = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow 3a = \frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16} \Rightarrow a = \frac{17}{48}$$

۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log \sqrt[3]{b^2} = \log \frac{b^2}{a^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{\left(\frac{1}{3}\right)} \log \frac{b}{a} = 6 \log \frac{b}{a} = 6 \times \left(\log \frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{6}{3}$$

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3 2 = a \Rightarrow 3^a = 2 \Rightarrow 9^{\text{Log}_3 2} = 9^a = (3^2)^a = (3^a)^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{Log}_{\sqrt{5}} 32 = \text{Log}_{5^{-1/2}} 2^5 = \frac{5}{-1} \text{Log}_5 2 = -5 \times 1 = -5$$

$$\text{Log}_3 \sqrt{27} = \text{Log}_3 \sqrt{3^3} = \text{Log}_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \text{Log}_3 3 = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{4}{-5 - \frac{3}{2}}$$

$$= \frac{4}{-\frac{13}{2}} = -\frac{8}{13}$$

۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{3/6} = \text{Log}_{2^2 \times 3^2 \times 10^{-1}} = \text{Log}_{2^2} + \text{Log}_{3^2} + \text{Log}_{10^{-1}}$$

$$= 2 \text{Log}_2 2 + 2 \text{Log}_3 3 - 1 \text{Log}_{10} 10 = 2(0/3) + 2(0/47) - 1 = 0/6 + 0/94 - 1 = 1/54 - 1 = 0/54$$

۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته ۱: نمودار $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (خط $y = x$) قرینه یکدیگرند.

نکته ۲: توابع $y_1 = a^x$ و $y_2 = \text{Log}_a x$ (با فرض $a > 0$, $a \neq 1$) وارون یکدیگرند.

$$y_1 = \text{Log}_{\frac{1}{2}} x, \quad y_2 = 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

با توجه به نکته ۲، این دو تابع وارون یکدیگرند. پس با توجه به نکته ۱، نمودارشان نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه اند.

۶۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر $a > 1$ ، از شرط $x < y$ نتیجه می شود: $\text{Log}_a x < \text{Log}_a y$

نکته: اگر $0 < a < 1$ ، از شرط $x < y$ نتیجه می شود: $\text{Log}_a x > \text{Log}_a y$

$$1 < 1/5 < 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^1 < 1/5 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Rightarrow 0 > \text{Log}_{\frac{1}{2}} 1/5 > -1 \Rightarrow -1 < \text{Log}_{\sqrt{5}} 1/5 < 0$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{5}} 1/5 \in (-1, 0)$$

۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \sqrt{5} = \text{Log } \frac{\sqrt{5}}{1} = \text{Log } \sqrt{5} - \text{Log } 1$$

$$= \text{Log } (25 \times 3) - 1 = 2 \text{Log } 5 + \text{Log } 3 - 1$$

می دانیم $\text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 \approx 1 - 0/3 = 0/7$

$$2 \text{Log } 5 + \text{Log } 3 - 1 \approx 2(0/7) + 0/5 - 1 = 1/4 + 0/5 - 1 = 0/9$$

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به شرط تعریف لگاریتم‌ها داریم:

$$\text{Log}_b^a = A \Rightarrow a = b^A \Rightarrow \sqrt[A]{a} = b \Rightarrow b = a^{\frac{1}{A}} \Rightarrow \text{Log}_a^b = \frac{1}{A}$$

$$\text{Log}_b^a = A \Rightarrow (b^m)^A = a \Rightarrow (b^A)^m = a \Rightarrow b^A = \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_a^{\frac{1}{m}} = A \Rightarrow \frac{1}{m} \text{Log}_b^a = A \Rightarrow \text{Log}_b^a = m \text{Log}_a^{\frac{1}{m}}$$

$$\text{Log}_b^a = \frac{1}{\text{Log}_a^b} \Rightarrow \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\text{Log}_{\frac{1}{2}}^3} = \frac{1}{a}$$

$$\text{Log}_3^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} + \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{a} - 1}{2} = \frac{1-a}{2a}$$

$$\text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\text{Log}_3^{\frac{2}{1}}} = \frac{2}{\text{Log}_3^2} = 2 \text{Log}_3^{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{1-a}{2a} = \frac{1-a}{a}$$

۶۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\text{Log}_b^a = \frac{\text{Log} a}{\text{Log} b}$ و از آنجا داریم:

$$\begin{aligned} \text{حاصل} &= \frac{\text{Log} 2}{\text{Log} 3} \times \frac{\text{Log} 3}{\text{Log} 4} \times \frac{\text{Log} 4}{\text{Log} 5} \times \dots \times \frac{\text{Log} 255}{\text{Log} 256} = \frac{\text{Log} 2}{\text{Log} 256} = \text{Log}_{256}^2 = \text{Log}_{2^8}^2 \\ &= \frac{1}{8} \text{Log}_{2^8}^2 = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه‌ی توابع لگاریتمی داریم:

$$\begin{cases} x > 0 & (1) \\ x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 & (2) \\ x^2 - 1 \neq 1 \Rightarrow x^2 \neq 2 \Rightarrow x \neq \pm \sqrt{2} & (3) \end{cases}$$

$$1 \cap 2 \cap 3 \Rightarrow x > 1, x \neq \sqrt{2}$$

بنابراین دامنه‌ی تابع فقط شامل عدد طبیعی ۱ نیست.

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{\lambda}} x \geq 0 \Rightarrow 0 < x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{\lambda}} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \rightarrow x = 1 \Rightarrow D_f = \{1\}$$

۶۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 3^{2x-1} \Rightarrow 2x - 1 = \log_3 y \Rightarrow x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_3 y$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \log_3 \sqrt{x} \quad \text{پس}$$

۶۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه ی تابع $x > 1$ است پس $0 < \sqrt{x-1} < +\infty$ در نتیجه $-\infty < f(x) < +\infty$ یا به صورت بازه $(-\infty, +\infty)$ است.

۶۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم $0 < 1 - x^2 \leq 1$ چون تابع لگاریتمی حالت صعودی دارد پس $-\infty < y \leq 0$ به صورت بازه $(-\infty, 0]$ است.

۷۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم $y = \log_a x \Rightarrow x = a^y$ این تابع برای تصاویر $0 < a < 1$ نزولی است.

۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع لگاریتمی در پایه ۳ حالت صعودی دارد. کمترین مقدار وقتی است که عبارت $x^2 - 2x + 10 = (x-1)^2 + 9 \geq 9$ $y = \log_3 9 = 2$ باشد پس

۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_a^k = b \Rightarrow k = a^b, \log_x^k = \frac{b}{\frac{1}{4}} \Rightarrow k = x^{\frac{b}{4}}$$

$$\log_x^{\frac{b}{4}} = b \Rightarrow \frac{b}{4} \log_a^x = b \Rightarrow \log_a^x = \frac{b}{\frac{b}{4}} = 4$$

در نتیجه:

$$x = a^4$$

بنابراین:

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{5}{3} + \frac{3}{2}} = \frac{6}{19}$$

۷۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2^{\frac{3x-1}{4}} \Rightarrow \log_2 y = \frac{3x-1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \left(4 \log_2 y + 1 \right)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \left(4 \left(\log_2 x \right) + 1 \right) = \frac{4}{3} \log_2 x + \frac{1}{3} = \log_2 x^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{3}$$

بنابراین:

۷۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \log_6 \sqrt{x} + \log_6 (x-1) = 1 \Rightarrow \log_6 \left(\sqrt{x} \right)^2 + \log_6 (x-1) = 1 \Rightarrow \log_6 x + \log_6 (x-1) = 1$$

$$\Rightarrow \log_6 x(x-1) = 1 \Rightarrow x(x-1) = 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases}$$

غ ق ق

$$\log_{(x-1)}(x+5) \xrightarrow{x=3} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

حال داریم:

۷۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0.75 \Rightarrow x = \frac{1}{3}^{0.75} = \frac{1}{3}^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{x} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{9}{\frac{1}{27}} = \log_{\frac{1}{3}} 27 = \log_{\frac{1}{3}} 3^{-3} = (-3) \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = 2 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

۷۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۷۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log 7 = 0.8451 \Rightarrow \log 7000 = \log 7 \times 1000 = \log 7 + \log 1000 = 0.8451 + 3 = 3.8451$$

$$\log \sqrt[3]{5} = \log 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 5$$

۷۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log 5 = 1 - 0.3010 = 0.6990$$

می دانیم $\log 2 = 1 - \log 5$ ، پس:

$$\frac{1}{3} \log 5 = \frac{1}{3} (0.6990) = \frac{0.6990}{3} = 0.233$$

حال خواهیم داشت:

۸۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از فرمول تغییر مبنا به صورت $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ داریم:

$$\log_5 8 = \frac{\log 8}{\log 5} = \frac{\log 2^3}{1 - \log 2} = \frac{3 \log 2}{1 - \log 2} = \frac{3 \times a}{1 - a} = \frac{3a}{1-a}$$

۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. صورت و مخرج را جداگانه ساده می کنیم:

$$(\text{Log } 8)^2 - (\text{Log } 2)^2 = (\text{Log } 8 - \text{Log } 2)(\text{Log } 8 + \text{Log } 2) = \text{Log } 4 \text{Log } 16 = \text{Log } 2^2 \text{Log } 2^4 = 8(\text{Log } 2)^2$$

$$\text{Log } \sqrt[3]{2} \text{Log } 4 = \text{Log } 2^{\frac{1}{3}} \text{Log } 2^2 = \frac{1}{3} \times 2(\text{Log } 2)^2 = (\text{Log } 2)^2$$

$$\text{جواب نهایی} = \frac{8(\text{Log } 2)^2}{(\text{Log } 2)^2} = 8$$

حال داریم:

۸۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \sqrt[3]{1/6} = \text{Log } (1/6)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \text{Log } 1/6 = \frac{1}{3} \text{Log } \frac{1}{1 \cdot 6} = \frac{1}{3} (\text{Log } 1 - \text{Log } 6)$$

$$= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^0 - 1) = \frac{1}{3} (0 - 1) = -\frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^0 - 1) = \frac{1}{3} (0 - 1) = -\frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^0 - 1) = \frac{1}{3} (0 - 1) = -\frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3} (\text{Log } 2^0 - 1) = \frac{1}{3} (0 - 1) = -\frac{1}{3}$$

۸۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^x = 5 \Rightarrow \text{Log}_2 5 = x \quad \text{فرمول تغییر مبنا: } x = \text{Log}_2 5 = \frac{\text{Log } 5}{\text{Log } 2} = \frac{1 - \text{Log } 2}{\text{Log } 2}$$

اگر $\text{Log } 20 = 1/3010$ باشد، داریم:

$$\text{Log } 20 = \text{Log } 2 \times 10 = \text{Log } 2 + \text{Log } 10 = \text{Log } 2 + 1 = 1/3010 \Rightarrow \text{Log } 2 = 1/3010 - 1 = -0.999699$$

$$x = \frac{1 - \text{Log } 2}{\text{Log } 2} = \frac{1 - (-0.999699)}{-0.999699} = \frac{1.999699}{-0.999699} \cong -2$$

۸۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{16} 9 = \frac{\text{Log } 9}{\text{Log } 16} = \frac{\text{Log } 3^2}{\text{Log } 2^4} = \frac{2 \text{Log } 3}{4 \text{Log } 2} = \frac{\text{Log } 3}{2 \text{Log } 2} = \frac{0.4771}{2 \times 0.3010} = \frac{0.4771}{0.6020} = \frac{4771}{6020} = \frac{4771}{6020}$$

۸۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \sqrt{5} = \text{Log } 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{Log } 5 = \frac{1}{2} (1 - \text{Log } 2) = \frac{1}{2} (1 - 0.3010) = \frac{1}{2} (0.6990) = \frac{0.6990}{2} = 0.3495$$

$$\text{Log } 2 \sqrt{5} + \text{Log } 5 \sqrt{2} = \text{Log } 2 \sqrt{5} \times 5 \sqrt{2} = \text{Log } 10 \sqrt{10}$$

۸۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$10 \sqrt{10} = 10 \times 10^{\frac{1}{2}} = 10^1 \times 10^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \text{Log}_{10} 10 \sqrt{10} = \text{Log}_{10} 10^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

داریم:

$$\text{Log}_a \sqrt[4]{b} = \text{Log}_a b^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \text{Log}_a b = \frac{1}{4} \text{Log}_a b$$

۸۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b a = \frac{1}{18} \Rightarrow \text{Log}_a b = \frac{1}{\frac{1}{18}} = 18$$

با توجه به فرمول $\text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}$ داریم:

$$\frac{1}{4} \text{Log}_a b = \frac{1}{4} \times 18 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4.5$$

بنابراین در انتها، به جای $\text{Log}_a b$ مقدار ۱۸ را جایگزین می کنیم:

۸۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} x = -\text{Log}_2 x$$

$$2 - \text{Log}_{\frac{1}{2}} x > 0 \xrightarrow{\frac{1}{2}} 2 + \text{Log}_2 x > 0$$

$$\Rightarrow \text{Log}_2 x > -2 \Rightarrow \text{Log}_2 x > \text{Log}_2 \frac{1}{4} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

تذکر: دقت شود دامنه ی نامعادله ی فوق $x > 0$ می باشد.

۸۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b a = \frac{5}{4} \Rightarrow a = b^{\frac{5}{4}} \xrightarrow[\text{۴ می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۴}} (a)^4 = \left(b^{\frac{5}{4}}\right)^4 \Rightarrow a^4 = b^5$$

۹۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2 2^x = 3 \Rightarrow 2x = 2^3 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{Log}_y 8 \times 4 = \text{Log}_y 32 = 5 \Rightarrow y^5 = 32 \Rightarrow y = 2$$

۹۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{36}} = a \Rightarrow \frac{1}{36} = 3^a$$

$$\frac{1}{81} < \frac{1}{36} < \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{-4} < \frac{1}{36} < 3^{-3} \xrightarrow{3^a = \frac{1}{36}} 3^{-4} < 3^a < 3^{-3} \Rightarrow -4 < a < -3$$

۹۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow f(0) = 3 - \log_3 3 = 2 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = 0 \Rightarrow a = 2 \\ f(x) = 0 &\Rightarrow \log_3(x + 3) = 3 \Rightarrow x + 3 = 27 \Rightarrow x = 24 \Rightarrow (24, 0) \in f \Rightarrow \\ &\Rightarrow (0, 24) \in f^{-1} \Rightarrow b = 24 \\ a + b &= 26 \end{aligned}$$

۹۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} {}_9\log \sqrt{5} &= (3^2)^{\log_3 \frac{1}{\sqrt{5}}} = 3^{2 \times \frac{1}{2} \log_3 5} = 3^{\log_3 5} = 5 \\ \log_{5/2} 625 &= \log_{5^{-1}} 5^4 = \frac{4}{-1} \log_5 5 = -4 \\ \log_{5/2} 625 + {}_9\log \sqrt{5} &= -4 + 5 = 1 \end{aligned}$$

۹۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. وقتی $a = \log 2$ موجود باشد، $\log 5$ نیز موجود است زیرا:

$$\begin{aligned} 5 \times 2 = 10 &\Rightarrow \log 5 + \log 2 = 1 \Rightarrow \log 5 = 1 - a \\ \begin{cases} \log 20 = \log 2 \times 10 = \log 2 + \log 10 = a + 1 \\ \log 0.3125 = \log \frac{5}{16} = \log 5 - \log 2^4 = (1 - a) - 4 = 1 - 5a \\ \log 0.25 = \log 2^{-2} = -2 \log 2 = -2a \end{cases} \end{aligned}$$

اما از آنجا که $75 = 3 \times 5^2$ برای محاسبه ی $\log 75$ نیاز به دانستن مقدار عددی $\log 3$ نیز داریم.

۹۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

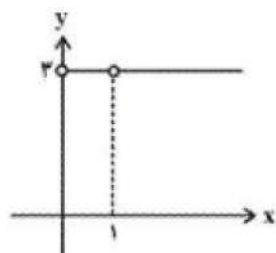
$$\begin{aligned} \log \frac{\sqrt{12}}{5} &= \log \sqrt{12} - \log 5 \\ \begin{cases} \log \sqrt{12} = \log \sqrt{2^2 \times 3} = \log 2 + \log \sqrt{3} \\ = \log 2 + \log 3^{\frac{1}{2}} = \log 2 + \frac{1}{2} \log 3 = 0.3 + \frac{1}{2}(0.4) \\ = 0.3 + 0.2 = 0.5 \\ \log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7 \end{cases} \\ \log \frac{\sqrt{12}}{5} &= \log \sqrt{12} - \log 5 = 0.5 - 0.7 = -0.2 \end{aligned}$$

۹۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{36}} = a \Rightarrow \frac{1}{36} = 3^a$$

$$\frac{1}{81} < \frac{1}{36} < \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{-4} < \frac{1}{36} < 3^{-3} \xrightarrow{3^a = \frac{1}{36}} 3^{-4} < 3^a < 3^{-3} \Rightarrow -4 < a < -3$$

۹۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = x^{\log_x 3} \Rightarrow y = 3, x > 0, x \neq 1$$

۹۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. عبارت را به یک لگاریتم تبدیل می کنیم:

$$\log x - \log 2x - \log 2 = \log x - (\log 2x + \log 2) = \log x - \log (2x \times 2)$$

$$= \log \frac{x}{2x \times 2} = \log \frac{1}{4} = \log 4^{-1} = -\log 4 = -\log 2^2 = -2 \log 2$$

۹۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حاصل هر عبارت را جداگانه محاسبه می کنیم:

$$\log_4 \sqrt{2} = \log_{2^2} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{2} \log_2 2 = \frac{1}{4}$$

$$\log_{81} 9 = \log_{3^4} 3^2 = \frac{2}{4} \log_3 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_4 \sqrt{2} - \log_{81} 9 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1-2}{4} = -\frac{1}{4}$$

۱۰۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log x + \log y = 2 \Rightarrow \log xy = 2 \Rightarrow xy = 10^2 \Rightarrow xy = 100$$

$$\log x = \log 5 - \log 0.5 \Rightarrow \log x = \log \frac{5}{0.5} \Rightarrow \log x = \log 10 \Rightarrow x = 10$$

$$xy = 100 \xrightarrow{x=10} 10 \times y = 100 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = y = 10$$

۱۰۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\log 16 - \log 2}{\log 32 - \log 8} = \frac{\log 8}{\log 4} = \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \frac{3}{2}$$

$$\text{از طرفی: } \log_8 \sqrt{2} = \log_{2^3} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \log_2 2 = \frac{1}{6}$$

$$\text{و در نهایت: } \frac{3}{2} + \frac{1}{6} = \frac{9+1}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

۱۰۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \log_3 \sqrt{45} - \frac{1}{2} \log_3 5 &= \log_3 \sqrt{45} - \log_3 5^{\frac{1}{2}} = \log_3 \sqrt{45} - \log_3 \sqrt{5} \\ &= \log_3 \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \log_3 \sqrt{9} = \log_3 3 = 1 \end{aligned}$$

۱۰۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$32\sqrt{2} = 2^5 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{5+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{11}{2}} \Rightarrow \log_4 32\sqrt{2} = \log_{2^2} 2^{\frac{11}{2}} = \frac{11}{4} \log_2 2 = \frac{11}{4} = \frac{8}{3}$$

۱۰۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{8}{1000} = \frac{4}{500} = \frac{2}{250} = \frac{1}{125} \Rightarrow \log_5 0.008 = \log_5 \frac{1}{125} = \log_5 5^{-3} = -\frac{3}{1} \log_5 5 = -3$$

$$\left. \begin{aligned} 3\sqrt{3} &= 3 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{27} &= \frac{1}{3^3} = 3^{-3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \log_{\frac{1}{27}} 3\sqrt{3} = \log_{3^{-3}} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{-3} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_5 0.008 - \log_{\frac{1}{27}} 3\sqrt{3} = -3 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -3 + \frac{1}{2} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

۱۰۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر A نقطه ی برخورد نمودار تابع $y = 3^{x+1}$ با محور y ها و A' نقطه ی برخورد معکوس این تابع نمایی با محور x ها باشد، داریم:

$$x = 0 \Rightarrow y = 3^1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow A \Big|_3 \Rightarrow A' \Big|_3$$

$$AA' = \sqrt{(0-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

۱۰۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{3} - 2 \text{Log}_{\frac{1}{4}} \sqrt[2]{6} &= \text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{3} - \frac{2}{2} \text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[2]{6} \\ &= \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[2]{6}} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{6}} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt[2]{\frac{3}{6}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۰۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log} (6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5}) &= \text{Log } 16 = \text{Log } 2^4 = 4 \text{Log } 2 = 4k \\ \text{تذکر: } 2 \text{Log} (1 + \sqrt{5}) &= \text{Log} (1 + \sqrt{5})^2 = \text{Log} (6 + 2\sqrt{5}) \end{aligned}$$

۱۰۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \text{Log}_8 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = \text{Log}_{2^3} 2 \times 2^{\frac{-2}{3}} = \text{Log}_2 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \\ \text{Log}_4 \left(-1 + \frac{1}{A}\right) &= \text{Log}_4 (-1 + 4) = \text{Log}_4 3 = \text{Log}_{2^2} 3 = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

۱۰۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a &= \text{Log}_8 2 \sqrt[2]{2} = \text{Log}_{2^3} 2 \times 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \text{Log}_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ \text{Log}_{(1-a)} 2 &= \text{Log}_{\left(1-\frac{1}{2}\right)} 2 = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = \text{Log}_{2^{-1}} 2 = \frac{1}{-1} \text{Log}_2 2 = -1 \end{aligned}$$

۱۱۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 1 < 5 < 7 &\Rightarrow \text{Log}_7^1 < \text{Log}_7^5 < \text{Log}_7^7 \Rightarrow 0 < \text{Log}_7^5 < 1 \\ \text{چون } 0 < \text{Log}_7^5 < 1, &\text{ پس عبارت } (\text{Log}_7^5)^{2 \sin x + 1} \text{ هنگامی بیشترین مقدار را دارد که توانش کمترین} \\ \text{مقدار باشد، یعنی در حالتی که } \sin x &= -1, \text{ پس بیشترین مقدار عبارت } (\text{Log}_7^5)^{2 \sin x + 1}, \text{ برابر است با:} \\ (\text{Log}_7^5)^{2(-1) + 1} &= (\text{Log}_7^5)^{-1} = \text{Log}_5^7 \end{aligned}$$

۱۱۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $\text{Log}_b a = c$ آن گاه $a = b^c$.

$$\begin{aligned} \text{Log}_y 4x^2 = 2 &\Rightarrow \text{Log}_y (2x)^2 = 2 \Rightarrow 2\text{Log}_y (2x) = 2 \Rightarrow \text{Log}_y 2x = 1 \Rightarrow 2x = y \\ \begin{cases} 2x = y \\ x + y = 1 \end{cases} &\Rightarrow x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_x (4xy) = \text{Log}_x \left(4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{3}} \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

۱۱۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$1) \text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b} \quad 2) \text{Log}_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \text{Log}_b a$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{25}} \sqrt{2} = \text{Log}_{\frac{1}{5^2}} 2^{\frac{1}{2}} = \text{Log}_{5^{-2}} 2^{\frac{1}{2}} = -\frac{5}{4} \text{Log}_5 2 = -\frac{5}{4} \times \frac{1}{\text{Log}_2 5} = -\frac{5}{4a}$$

۱۱۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به خواص $\text{Log}_c ab = \text{Log}_c a + \text{Log}_c b$ ، $\text{Log}_b a = \frac{\text{Log}_c a}{\text{Log}_c b}$

$$\text{Log}_c a^n = n \text{Log}_c a \quad \text{و} \quad \text{Log}_c \frac{a}{b} = \text{Log}_c a - \text{Log}_c b \quad \text{داریم:}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_v \sqrt{9/1} &= \text{Log}_v (9/1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{Log}_v 9/1 = \frac{1}{2} \text{Log}_v \frac{9}{1} = \frac{1}{2} (\text{Log}_v 9 - \text{Log}_v 1) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log}_v 9}{\text{Log}_v v} - \frac{\text{Log}_v 1}{\text{Log}_v v} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log}(v \times 13)}{\text{Log}_v v} - \frac{1}{\text{Log}_v v} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Log } v + \text{Log } 13}{\text{Log}_v v} - \frac{1}{\text{Log}_v v} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{n + m}{n} - \frac{1}{n} \right) = \frac{m + n - 1}{2n} \end{aligned}$$

۱۱۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^x = 4\sqrt[3]{2} \Rightarrow (2^3)^x = 2^2 \times 2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{2 + \frac{1}{3}} \Rightarrow 3x = 2 + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{9}$$

$$2 + \text{Log}_3 \sqrt{x+1} = \text{Log}_3 y \Rightarrow \text{Log}_3 2^2 + \text{Log}_3 \sqrt{x+1} = \text{Log}_3 y$$

$$\Rightarrow y = 2^2 \times \sqrt{x+1} \xrightarrow{x = \frac{7}{9}} y = 4 \times \frac{4}{3} = 12$$

۱۱۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_b^a = 4 \Rightarrow a = b^4$$

$$a - b^2 = 12 \Rightarrow b^4 - b^2 - 12 = 0 \xrightarrow{b^2 = x} x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2 \\ x = -3 \Rightarrow b^2 = -3 \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

چون Log_b^a تعریف شده است، $b > 0$ و $b \neq 1$ می باشد، پس جواب قابل قبول $b = 2$ است.

۱۱۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_9^3 = a \Rightarrow \text{Log}_3^6 = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_3^{2 \times 3} = \frac{1}{a} \Rightarrow \text{Log}_3^2 + \text{Log}_3^3 = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_3^2 = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1-a}{a} \Rightarrow \text{Log}_2^3 = \frac{a}{1-a} \quad (I)$$

$$\text{Log}_{24}^{18} = \frac{\text{Log}_2^{18}}{\text{Log}_2^{24}} = \frac{\text{Log}_2^{3 \times 2 \times 3}}{\text{Log}_2^{2^3 \times 3}} = \frac{\text{Log}_2^3 + \text{Log}_2^2 + \text{Log}_2^3}{\text{Log}_2^2 + \text{Log}_2^3} = \frac{2\text{Log}_2^3 + 1}{3 + \text{Log}_2^3}$$

$$\xrightarrow{(I)} \text{Log}_{24}^{18} = \frac{2\left(\frac{a}{1-a} + 1\right)}{3 + \left(\frac{a}{1-a}\right)} = \frac{2a + 1 - a}{3 - 3a + a} = \frac{a + 1}{3 - 2a}$$

۱۱۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{دامنه: } ax + b > 0 \Rightarrow x > -\frac{b}{a} \xrightarrow{x > -\frac{1}{2}} -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b$$

$$f(4) = 2 \Rightarrow 4a + b = 9 \Rightarrow 9b = 9 \Rightarrow b = 1, a = 2$$

$$f(x) = \text{Log}_3(2x + 1) \Rightarrow f\left(-\frac{4}{9}\right) = \text{Log}_3^{\frac{1}{9}} = \text{Log}_3^{3^{-2}} = -2$$

۱۱۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که $\text{Log}_f^{\frac{4}{x}}$ تعریف شود، باید x مثبت باشد، پس:

$$\text{Log}_f^{\frac{x}{1+|x|}} + \text{Log}_f^{\frac{4}{x}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{x > 0, |x| = x} \text{Log}_f^{\frac{x}{1+x}} + \text{Log}_f^{\frac{4}{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_f^{\frac{x}{1+x} \times \frac{4}{x}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_f^{\frac{x}{1+x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{1+x} = 2 \Rightarrow 2 + 2x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$${}^9\text{Log}_3\sqrt{5} = \sqrt{5} \text{Log}_3 9 = \sqrt{5} \text{Log}_3 3^2 = \sqrt{5^2} = 5$$

۱۱۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 625 = \text{Log}_{5^{-1}} 5^4 = \frac{4}{-1} \text{Log}_5 5 = -4$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 625 + 9 \text{Log}_3 \sqrt{5} = -4 + 5 = 1$$

۱۲۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. وقتی $a = \text{Log}_2 5$ موجود باشد، $\text{Log}_5 2$ نیز موجود است، زیرا:

$$5 \times 2 = 10 \Rightarrow \text{Log } 5 + \text{Log } 2 = 1 \Rightarrow \text{Log } 5 = 1 - a$$

$$\begin{cases} \text{Log } 20 = \text{Log } (2 \times 10) = \text{Log } 2 + \text{Log } 10 = a + 1 \\ \text{Log } \frac{1}{3125} = \text{Log } \frac{5}{16} = \text{Log } 5 - \text{Log } 2^4 = (1 - a) - 4a = 1 - 5a \\ \text{Log } \frac{1}{25} = \text{Log } 2^{-2} = -2 \text{Log } 2 = -2a \end{cases}$$

اما از آن جا که $75 = 3 \times 5^2$ ، برای محاسبه ی $\text{Log } 75$ ، نیاز به دانستن مقدار عددی $\text{Log } 3$ نیز داریم.

۱۲۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. توجه کنید با فرض این که $b > 0$ و $b \neq 1$ ، تساوی $\text{Log}_b a^2 = 2 \text{Log}_b a$ زمانی

برقرار است که a عددی مثبت باشد ولی اگر a عدد غیر صفر باشد، این تساوی به صورت $\text{Log}_b a^2 = 2 \text{Log}_b |a|$ است.

$$f(x) = \text{Log}_3 x^2 = 2 \text{Log}_3 |x| ; D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = 2 \text{Log}_3 x \Rightarrow D_g = (0, +\infty)$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 \text{Log}_3 x & ; x \in (0, +\infty) \\ 2 \text{Log}_3 (-x) & ; x \in (-\infty, 0) \end{cases}$$

ضابطه ی تابع f را به صورت زیر نیز می توان نوشت:

که با توجه به ضابطه ی تابع g ، $g(x) = 2 \text{Log}_3 x$; $x \in (0, +\infty)$ ، می توان نتیجه گرفت که نمودار g می توان نتیجه گرفت که نمودار g ، بخشی از نمودار f است.

۱۲۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = \text{Log}_3 12 \Rightarrow a = \text{Log}_3 (2^2 \times 3) \Rightarrow a = 2 \text{Log}_3 2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_3 2 = \frac{a-1}{2} \quad (*)$$

$$\text{Log}_4 3 \sqrt{3} = \text{Log}_{2^2} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2} \text{Log}_2 3 = \frac{3}{4} \text{Log}_2 3 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\text{Log}_3 2}$$

از طرفی:

$$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{a-1} = \frac{3}{2a-2}$$

$$x' = \text{Log}_{\frac{1}{2}} a, x'' = \text{Log}_{\frac{1}{2}} b$$

۱۲۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} S = x' + x'' = \text{Log}_{\frac{1}{2}} a + \text{Log}_{\frac{1}{2}} b = \text{Log}_{\frac{1}{2}} (ab) = -2m \\ P = x' x'' = \text{Log}_{\frac{1}{2}} a \times \text{Log}_{\frac{1}{2}} b = -30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Log}_{\frac{1}{2}} (ab)}{\text{Log}_{\frac{1}{2}} a \times \text{Log}_{\frac{1}{2}} b} = \frac{-2m}{-30} = \frac{2m}{30} = \frac{m}{15}$$

۱۲۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 + \text{Log}_{\frac{1}{2}} x > 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} x > -2 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} x > \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \xrightarrow{0 < \frac{1}{2} < 1} x < \frac{1}{4}$$

برای آن که $\text{Log}_{\frac{1}{2}} x$ تعریف شده باشد، باید $x > 0$ ، بنابراین مجموعه ی جواب نامعادله به صورت $0 < x < \frac{1}{4}$ است.

توجه کنید که اگر $0 < a < 1$ و b و c دو عدد مثبت باشند، آن گاه از $\text{Log}_a^b < \text{Log}_a^c$ نتیجه می شود که $b > c$.

۱۲۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2 + \text{Log}_3 = 4 \text{Log} \sqrt{a-b} \Rightarrow \text{Log}(2 \times 3) = \text{Log}(\sqrt{a-b})^4$$

$$\Rightarrow \text{Log} 6 = \text{Log}(a-b)^2 \Rightarrow (a-b)^2 = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 6$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab + 6 \xrightarrow{ab=7} a^2 + b^2 = 14 + 6 = 20$$

۱۲۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^{12} = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(2 \times 6)} = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^2 + 1 = a \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}^2 = a - 1$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}^3 = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{\frac{6}{2}} = 1 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}^2 = 1 - (a - 1) = 2 - a$$

۱۲۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3B-A}{6} = \frac{1}{6}(3B-A) = \frac{1}{6}(3 \text{Log} 3 - \text{Log} 8) = \frac{1}{6}(\text{Log} 3^3 - \text{Log} 8) = \frac{1}{6} \text{Log} \frac{3^3}{8}$$

$$\text{Log} \sqrt[6]{\frac{3^3}{8}} = \text{Log} \sqrt[6]{\frac{3^3}{2^3}} = \text{Log} \sqrt[6]{\frac{3}{2}} = \text{Log} \sqrt[12]{3}$$

۱۲۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(-a+b) = 0 \Rightarrow -a+b = 1$$

$$f(1) = -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(a+b) = -1 \Rightarrow a+b = 2 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

۱۲۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف ۱ باشند، آن گاه:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b} \quad \text{بنابراین:}$$

$$\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2} = a$$

$$\log_{2^4} 16 = \frac{1}{\log_{16} 2^4} = \frac{1}{\log_{2^4} 2^3 \times 2} = \frac{1}{\log_{2^4} 2^3 + \log_{2^4} 2} = \frac{1}{\frac{3}{4} \log_2 2 + \frac{1}{4} \log_2 2}$$

$$= \frac{4}{3 + \log_2 2} = \frac{4}{3 + a}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{x^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{1}{9}}} = x^{\frac{1}{27}}$$

۱۳۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. دقت کنید که:

$$\log_3 \log_x \frac{1}{27} = -2 \Rightarrow \log_x \frac{1}{27} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{27} \log_3 x = \frac{1}{9} \Rightarrow \log_3 x = 3 \Rightarrow x = 27$$

۱۳۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_9 x = x \Rightarrow 2 \log_3 x = x \Rightarrow \log_3 x = \frac{x}{2}$$

حال:

$$\log_9 \frac{1}{A} = \frac{1}{A} \Rightarrow A = \log_9 \frac{1}{A} = \log_9 A^{-1} = \log_9 A^{-1} = \log_9 A^{-1} = \log_9 A^{-1} = 1 + \frac{x}{2} = \frac{2+x}{2}$$

$$\Rightarrow \log_9 \frac{1}{A} = \frac{1}{A} = \frac{2}{2+x}$$

۱۳۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_{100} = \frac{\log_{10} 100}{\log_{10} 100} = \frac{\log_{10} 10^2}{\log_{10} 10^2} = \frac{2 \log_{10} 10}{2 \log_{10} 10} = \frac{2}{2(\log_{10} 10 - \log_{10} 1)} = \frac{2}{2(1 - 0)} = 1$$

۱۳۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - |x| \leq \left(\frac{-1}{2}\right)^{2-2x} \Rightarrow x^2 - |x| \leq 2^{(-1+x)} \Rightarrow x^2 - |x| \leq x - 1$$

$$x \geq 0 \Rightarrow x^2 - x \leq x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \leq 0 \Rightarrow (x-1)^2 \leq 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ق ق}$$

$$x < 0 \Rightarrow x^2 + x \leq x - 1 \Rightarrow x^2 \leq -1 \text{ غ ق ق غ}$$

۱۳۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا، لگاریتم ها را ساده می کنیم:

$$\log_3 2 = m \Rightarrow \frac{\log 2}{\log 3} = m \Rightarrow \log 2 = m \log 3 \quad (1)$$

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = \log \frac{(2^2 \times 3)}{(2^2 \times 2^3)} = \frac{\log(2^2 \times 3)}{\log(2^2 \times 2^3)} = \frac{\log 2^2 + \log 3}{\log 2^2 + \log 2^3} = \frac{2 \log 2 + \log 3}{2 \log 2 + 3 \log 2}$$

$$\xrightarrow{(1)} \log_{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{2(m \log 3) + \log 3}{2 \log 3 + 3(m \log 3)} = \frac{(2m+1) \log 3}{(2+3m) \log 3} = \log_{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{2m+1}{3m+2}$$

۱۳۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به روابط $\log_b a^m = \frac{m}{n} \log_b a$ و $a^{\log_a b} = b$ و $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$ داریم:

$$\log_{\sqrt{5}} 16 - \log_5 16 = \log_{\sqrt{5}} 16 - \log_5 16 = \frac{1}{2} \log_5 16 - \log_5 16 = \log_5 4 - \log_5 16$$

$$= \log_5 \frac{4}{16} = \log_5 \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt[5]{\log_5 \frac{1}{4}} = \sqrt[5]{\log_5 \frac{1}{4}} = \frac{1}{5} \log_5 \frac{1}{4} = \log_5 \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$$

۱۳۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}} \frac{3}{\sqrt{2}} + \dots + \log_{\sqrt{2}} \frac{n}{n+1} = (\log_{\sqrt{2}} 1 - \log_{\sqrt{2}} 2) + (\log_{\sqrt{2}} 2 - \log_{\sqrt{2}} 3)$$

$$+ (\log_{\sqrt{2}} 3 - \log_{\sqrt{2}} 4) + \dots + (\log_{\sqrt{2}} n - \log_{\sqrt{2}} (n+1)) = \log_{\sqrt{2}} 1 - \log_{\sqrt{2}} (n+1) = -3$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}} n+1 = 3 \Rightarrow n+1 = 2^3 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}} (n+2) = \log_{\sqrt[3]{2}} 9 = \log_{\sqrt[3]{2}} \frac{3^2}{2^2}$$

$$= \frac{2}{3} \log_{\sqrt[3]{2}} 3 = 8$$

۱۳۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر $0 < b < 1$ و $\text{Log}_b a > c$ ، آن گاه $a < b^c$. بنابراین داریم:

$$0 < b = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x+1}{x-1} > 4 \longrightarrow \frac{x+1}{x-1} < \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = \left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{4} < 0 \Rightarrow \frac{4(x+1) - (x-1)}{4(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{3x+5}{4(x-1)} < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -\frac{5}{3} < x < 1 \quad (1)$$

از طرفی لگاریتم برای اعداد مثبت تعریف می شود، لذا: $\frac{x+1}{x-1} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -1 \text{ یا } x > 1 \quad (2)$

$$(1), (2) \Rightarrow \text{مجموعه جواب نامعادله} = \left(-\frac{5}{3}, -1\right)$$

۱۳۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون تغییر مبنای $\text{Log}_b a = \frac{\text{Log}_c a}{\text{Log}_c b}$ ، داریم:

$$\text{Log}_{24} 18 = \frac{\text{Log}_3 18}{\text{Log}_3 24} = \frac{\text{Log}_3 (2 \times 3^2)}{\text{Log}_3 (2^3 \times 3)} = \frac{\text{Log}_3 2 + \text{Log}_3 3^2}{\text{Log}_3 2^3 + \text{Log}_3 3} = \frac{k + 2\text{Log}_3 3}{3(\text{Log}_3 2) + 1} = \frac{k+2}{3k+1}$$

۱۳۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\text{Log } 2 + \text{Log } 5 + \text{Log } 36}{\text{Log } 6 + \frac{1}{2}} = \frac{\text{Log } 360}{\text{Log } 6 + \frac{1}{2} \text{Log } 10} = \frac{\text{Log } 360}{\text{Log } 6 + \text{Log } \sqrt{10}} = \frac{\text{Log } 360}{\text{Log } 6\sqrt{10}}$$

با استفاده از $\frac{\text{Log}_c a}{\text{Log}_c b} = \text{Log}_b a$ حاصل عبارت برابر می شود با:

$$\text{Log}_{6\sqrt{10}} 360 = \text{Log}_{\sqrt{360}} 360 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \text{Log}_{360} 360 = 2$$

۱۴۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \text{Log} \frac{1+\frac{2x}{1+x^2}}{1-\frac{2x}{1+x^2}} = \text{Log} \frac{\frac{(1+x)^2}{1+x^2}}{\frac{(1-x)^2}{1+x^2}} = \text{Log} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = 2 \text{Log} \frac{1+x}{1-x} = 2f(x)$$

۱۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2+\text{Log}_{\sqrt{5}/5} 9} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{\text{Log}_{\sqrt{5}/5} 9}$$

حال با کمک رابطه ی $\text{Log}_c b = b^{\text{Log}_c a}$ داریم:

$$\text{عبارت} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^{-2} \times 9^{\text{Log}_{\sqrt{5}/5} \frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} \times 9^{\left(\text{Log}_{\sqrt{5}/5} \sqrt{2} - \text{Log}_{\sqrt{5}/5} 4\right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{2}{16}} \times 9^{\left(\text{Log}_{\sqrt{5}/5} 2^{\frac{1}{2}} - \text{Log}_{\sqrt{5}/5} 2^2\right)} = 8 \times 9^{\left(\frac{-1}{2} + 2\right)} = 8 \times 9^{\frac{3}{2}} = 8 \times (3^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$= 8 \times 3^3 = 8 \times 27 = 216$$

۱۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{2} = a \Rightarrow \left(\sqrt{2}\right)^a = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}a} = 2^{-1} \Rightarrow \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$\text{Log}_b \frac{1}{b} = -1 \Rightarrow \frac{1}{b} = b^{-1} \Rightarrow 10^{-1} = b^{-1} \Rightarrow b = 10 \Rightarrow \text{Log}_y^{(10^{-2})} = \text{Log}_y^{\wedge} = 3$$

$$10^{0/301} \cong 2 \Rightarrow \text{Log}_{10} 2 = 0/301$$

$$10^{0/477} \cong 3 \Rightarrow \text{Log}_{10} 3 = 0/477$$

$$\Rightarrow A = 3 \times 0/301 + 2 \times 0/477 = 0/903 + 0/954 = 1/857$$

۱۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a - \text{Log}_3(bx + 1)$$

$$\text{Log}_3^1 = 0$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow a - \text{Log}_3 1 = 1 \longrightarrow a = 1$$

$$f(x) = 1 - \text{Log}_3(bx + 1)$$

$$\xrightarrow{f(1)=0} -\text{Log}_3(b+1) = 0$$

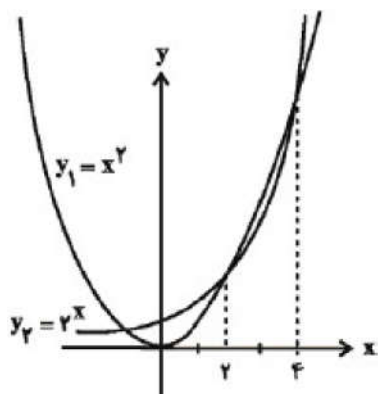
$$\Rightarrow \text{Log}_3(b+1) = 1 \Rightarrow b+1 = 3 \Rightarrow b = 2$$

$$a \times b = 1 \times 2 = 2$$

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[2]{\log \sqrt[4]{3}} = (\log 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\log 3}$$

توجه کنید از روابط لگاریتمی $\frac{\log a}{\log b} = \log_b a$ و $\log_c^b = b \log_c^a$ استفاده کرده ایم.



۱۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل و این که $x > 0$ است، نمودار

$$y_1 = x^2 \text{ در بازه } (2, 4) \text{ بالای نمودار } y_2 = 2^x \text{ قرار می گیرد.}$$

$$\log \sqrt[2]{b-a} = \log \sqrt[2]{2} = \log 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

۱۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^x - 3 > 0 \Rightarrow 2^x > 3 \Rightarrow \log_2 2^x > \log_2 3 \Rightarrow x > \log_2 3$$

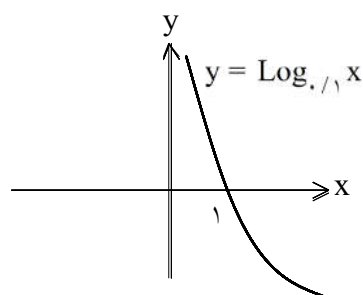
۱۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \log \sqrt[2]{5} &= 2 \log_5 2 = 2 \times \frac{\log 2}{\log 5} \\ &= 2 \times \frac{\log(2 \times 3)}{\log \frac{1}{2}} = 2 \times \frac{2 \log 2 + \log 3}{\log 10 - \log 2} = 2 \times \frac{2a + b}{1 - a} = \frac{4a + 2b}{1 - a} \end{aligned}$$

۱۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{4}{100}\right)^{\log \frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{2 \log_5 1} = (5^{-2})^{2 \log_5 1}$$

۱۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 & (1) \\ \log_{1/2}(x - 1) \geq 0 \Rightarrow x - 1 \leq 1 \Rightarrow x \leq 2 & (2) \end{cases}$$

تنها شامل عدد صحیح ۲ است $\Rightarrow 1 < x \leq 2 \Rightarrow (1), (2)$

۱۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-1 + \log_{x-1} x = -2 \Rightarrow \log_{x-1} x = -1 \Rightarrow \frac{x}{x-1} = 10^{-1} \Rightarrow \frac{x}{x-1} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow x - 1 = 10x \Rightarrow 9x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{9}$$

۱۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته ۱: اگر تابع f وارون پذیر باشد و $f(a) = b$ ، آنگاه: $f^{-1}(b) = a$
نکته ۲: شرط تعریف تابع $y = \log_b a$ ، $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$ است.

نکته ۳: جدول تعیین علامت تابع خطی $y = ax + b$ به صورت مقابل است:

x	$-\frac{b}{a}$
$ax + b$	مخالف علامت a موافق علامت a

مطابق نکته ۱ داریم:

$$f^{-1}(3) = v \Rightarrow f(v) = 3 \Rightarrow \log_3(va + b) = 3 \Rightarrow va + b = 3^3 \Rightarrow va + b = 27 \quad (*)$$

از طرفی مطابق صورت سؤال، دامنه این تابع به صورت $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$ است. با استفاده از نکات ۲ و ۳ داریم:

x	$\frac{1}{4}$
$ax + b$	- +

$$\Rightarrow \text{مقدار } ax + b \text{ به ازای } x = \frac{1}{4} \text{ صفر است.} \Rightarrow a \times \frac{1}{4} + b = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}a + b = 0 \quad (**)$$

بازل دستگاه شامل معادلات (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} va + b = 27 \\ \frac{1}{4}a + b = 0 \end{cases}$$

$$\frac{27a}{4} = 27 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -1$$

بنابراین: $a + b = 3$

۱۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \log_c ab = \log_c a + \log_c b, \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b, \log_b a^n = n \log_b a$$

$$\text{نکته: } \log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{aligned} \log \frac{\sqrt{75}}{72} &= \log \sqrt{75} - \log 72 = \frac{1}{2} \log 75 - \log 72 = \frac{1}{2} \log 5^2 \times 3 - \log 2^3 \times 3^2 \\ &= \frac{1}{2} (2 \log 5 + \log 3) - (3 \log 2 + 2 \log 3) = \frac{1}{2} (2(1-a) + b) - (3a + 2b) \\ &= 1 - a + \frac{b}{2} - 3a - 2b = 1 - 4a - \frac{3}{2}b \end{aligned}$$

۱۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا $\log 4$ و $\log \sqrt{125}$ را ساده می‌کنیم:

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{2}$$

$$\log \sqrt{125} = \log \sqrt{5^3} = \log 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 5 = b \Rightarrow \log 5 = \frac{2b}{3}$$

از آنجایی که $\log 10 = \log (2 \times 5) = \log 2 + \log 5 = 1$ می‌باشد، بنابراین:

$$\log 2 + \log 5 = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 - \frac{2b}{3} \Rightarrow a = 2 - \frac{4b}{3}$$

۱۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left[\log \frac{9}{82} \right] = \left[\log \frac{9}{3} - \log \frac{82}{3} \right] = \left[2 - \log \frac{82}{3} \right] = 2 + \left[-\log \frac{82}{3} \right]$$

مقدار جزء صحیح را حساب می‌کنیم:

$$3^4 < 82 < 3^5 \Rightarrow 4 < \log \frac{82}{3} < 5 \Rightarrow -5 < -\log \frac{82}{3} < -4$$

$$\Rightarrow \left[-\log \frac{82}{3} \right] = -5$$

$$2 + \left[-\log \frac{82}{3} \right] = 2 + (-5) = -3$$

مقدار به دست آمده را جای‌گذاری می‌کنیم:

۱۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= 10 \Rightarrow 10 = a + \log_3(3b - 1) \\ f(43) &= 14 \Rightarrow 14 = a + \log_3(43b - 1) \end{aligned} \right\}$$

تفاضل
 $\longrightarrow 4 = \log_3(43b - 1) - \log_3(3b - 1)$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{43b - 1}{3b - 1} = 4 \Rightarrow \frac{43b - 1}{3b - 1} = 16 \Rightarrow b = 3$$

$$10 = a + \log_3(9 - 1) \Rightarrow 10 = a + 3 \Rightarrow a = 7$$

۱۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$\log a + \log b + \log c + \dots = \log(a \times b \times c \times \dots)$$

$$A = \log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \dots + \log \tan 88^\circ + \log \tan 89^\circ$$

بنابراین:

$$= \log(\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ + \tan 89^\circ)$$

اکنون عبارت جلوی log را کمی تغییر می دهیم. یعنی:

$$\tan 89^\circ = \cot 1^\circ, \quad \tan 88^\circ = \cot 2^\circ, \quad \dots$$

$$A = \log(\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 44^\circ)$$

$$\times \tan 45^\circ \times \tan 46^\circ \times \tan 47^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ$$

$\cot 44^\circ \quad \cot 43^\circ \quad \dots \quad \cot 1^\circ$

$$A = \log((\tan 1^\circ \times \cot 1^\circ) \times (\tan 2^\circ \times \cot 2^\circ) \times \dots \times \tan 45^\circ)$$

$$= \log(1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1) = \log 1 = 0$$

۱۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x = 2 \Rightarrow x_1 = \log_3 2 \\ 3^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_3 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 2 + \log_3 5 = \log_3 10$$

۱۵۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به قوانین لگاریتم داریم:

$$y = 4^{\log_2(x-1)} = 2^{2 \log_2(x-1)} = 2^{\log_2(x-1)^2} = (x-1)^2$$

$$x-1 > 0 \rightarrow x > 1$$

دامنه y را به دست می آوریم:

پس نمودار گزینه «۱» صحیح است.

۱۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{r^x - b}{a} \Rightarrow ay = r^x - b \Rightarrow r^x = ay + b$$

$$\Rightarrow \log_r r^x = \log_r (ay + b) \Rightarrow x = \log_r (ay + b)$$

جای x و y را عوض می کنیم

$$\xrightarrow{\quad} f^{-1}(x) = y = \log_r (ax + b)$$

$$D_{f^{-1}} = \left(-\frac{1}{r}, +\infty\right)$$

$$\Rightarrow a\left(-\frac{1}{r}\right) + b = 0 \Rightarrow -\frac{1}{r}a + b = 0 \quad (1)$$

$$f^{-1}(r) = 2 \Rightarrow \log_r (ra + b) = 2 \Rightarrow ra + b = 9 \quad (2)$$

$$a = 2/7, b = 0/9$$

از حل دو معادله (۱) و (۲)، داریم:

۱۶۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_6 (a + b) = 3 + \log_3 b = 2 + \log_2 a = k \Rightarrow a + b = 6^k$$

$$\log_2 a = k - 2 \Rightarrow a = 2^{k-2}, \log_3 b = k - 3 \Rightarrow b = 3^{k-3}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{6^k}{2^{k-2} \times 3^{k-3}} = \frac{2^k \times 3^k}{2^k \times 2^{-2} \times 3^k \times 3^{-3}} = 2^2 \times 3^3 = 4 \times 27 = 108$$

۱۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a^{\log_a b} = b \quad \text{نکته: با شرط } a, b > 0 \text{ و } a \neq 1, \text{ همواره داریم:}$$

$$\sqrt{2^3 + \log_2 6} = \sqrt{2^3 \times 2^{\log_2 6}} = \sqrt{8 \times 6} = 4\sqrt{3}$$

با توجه به نکته بالا می توان نوشت:

$$\text{نکته: } \log_c ab = \log_c a + \log_c b, \log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b \quad ۱۶۳- \text{گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$\text{نکته: } \log_5 10 = \log_2 \frac{10}{2} = \log_2 5 = 1 - \log_2 2 = 1 - \log_2 2$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{cases} \log_2 10 = a \Rightarrow \log_2 2 + \log_2 5 = a \Rightarrow \log_2 5 = a - 1 \Rightarrow \log_5 10 = 1 - \log_2 5 = 1 - (a - 1) = 2 - a \\ \log_3 10 = b \Rightarrow \log_3 3 + \log_3 10 = b \Rightarrow \log_3 10 = b - 1 \\ \log_5 10 = \log_3 10 + \log_5 10 = (b - 1) + (2 - a) = b - a + 1 \end{cases}$$

بنابراین:

۱۶۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$, $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$ نکته

نکته: $\log_b a \times \log_c b = \log_c a$

نکته: $\log_b a^n = n \log_b a$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A = \log_{\frac{4}{5}} + \log_{\frac{5}{6}} + \log_{\frac{6}{7}} + \dots + \log_{\frac{399}{400}} = \log \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{399}{400} \right)$$

$$= \log \frac{4}{400} = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2$$

$$B = (\log_{15} 16)(\log_{16} 17) \dots (\log_{399} 400) = \log_{15} 16 = \log_{16} 17 = \dots = \log_{399} 400 = 4$$

$$\frac{A}{B} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \text{ بنابراین:}$$

۱۶۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log a + \log b + \log(a+b) = \log ab + \log(a+b)$$

$$= \log \frac{25}{\frac{1}{4}} + \log \frac{-(-25)}{\frac{1}{4}}$$

$$= \log 100 + \log 100 = 2 + 2 = 4$$

۱۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_3^9 < \log_3^{19} < \log_3^{27} \Rightarrow 2 < \log_3^{19} < 3 \Rightarrow [\log_3^{19}] = 2$$

$$2^0 < 2^{0/2} < 2^1 \Rightarrow 1 < 2^{0/2} < 2 \Rightarrow [2^{0/2}] = 1$$

$$[\log_3^{19}] + [2^{0/2}] = 2 + 1 = 3$$

۱۶۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \log_x x \xrightarrow{0 < x < 1} \log_x x^2 < \log_x x$$

$x^2 < x$

$$y = \log_{\frac{1}{x}} x \xrightarrow{0 < x < 1} \log_{\frac{1}{x}} x < \log_{\frac{1}{x}} x^2$$

$x^2 < x$

$$\log_{\frac{1}{x}} x = -\log_x x = \log_x \frac{1}{x}$$

حال باید دو مقدار $\log_{\frac{1}{x}} x$ و $\log_x x^2$ را مقایسه کنیم:

$$0 < x < 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} > 1 \\ 0 < x^2 < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} > x^2 \Rightarrow \log_x \frac{1}{x} > \log_x x^2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{x}} x > \log_x x^2$$

پس $\log_x x^2$ از همه کوچک تر است.

۱۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{25}} \frac{1}{25} = \log_{\frac{1}{25}} \frac{1}{25} = \log_{2^{-2}} 2^{-2} = 2^{-2} \log_2 2 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$\log_9 \sqrt[3]{27} = \log_{3^2} 3 = \frac{1}{2} \log_3 3 = \frac{1}{2}$$

$$\log_{\sqrt[3]{10}} \frac{1}{10} = \log_{10^{-\frac{1}{3}}} 10^{-1} = -\frac{1}{3} \log_{10} 10 = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{حاصل} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} - (-\frac{1}{3})} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{4}{2} = 2$$

۱۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به تعریف لگاریتم و خواص آن داریم:

$$\begin{cases} \epsilon^a = 2 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \text{Log}_\epsilon 2 = a & (۱) \\ \epsilon^b = 5 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \text{Log}_\epsilon 5 = b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_{\sqrt{5}} 40 &= \frac{\text{Log}_\epsilon 40}{\text{Log}_\epsilon \sqrt{5}} = \frac{\text{Log}_\epsilon (8 \times 5)}{\text{Log}_\epsilon (3 \times 25)} = \frac{\text{Log}_\epsilon 8 + \text{Log}_\epsilon 5}{\text{Log}_\epsilon 3 + \text{Log}_\epsilon 25} = \frac{\text{Log}_\epsilon 2^3 + \text{Log}_\epsilon 5}{\text{Log}_\epsilon 3 + \text{Log}_\epsilon 5^2} \\ &= \frac{3\text{Log}_\epsilon 2 + \text{Log}_\epsilon 5}{\text{Log}_\epsilon 3 + 2\text{Log}_\epsilon 5} \quad (*) \end{aligned}$$

$$\text{Log}_\epsilon 3 = \text{Log}_\epsilon \frac{\epsilon}{2} = \text{Log}_\epsilon \epsilon - \text{Log}_\epsilon 2 \xrightarrow{(۱)} 1 - a$$

از طرفی داریم:

$$\Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{5}} 40 \xrightarrow{(*)} \frac{3(a) + (b)}{(1 - a) + 2(b)} = \frac{3a + b}{1 - a + 2b}$$

۱۷۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا از رابطه‌ی داده شده، به کمک تعریف لگاریتم، x را برحسب y محاسبه می‌کنیم و سپس جای آن‌ها را با هم عوض می‌کنیم:

$$f(x) = y$$

$$y = \frac{2^{x+1} + 3}{2^x - 1} \Rightarrow (2^x - 1)y = 2^{x+1} + 3 \Rightarrow 2^x y - y = 2^{x+1} + 3 \Rightarrow 2^x y - 2^{x+1} = 3 + y$$

$$\Rightarrow 2^x (y - 2) = y + 3 \Rightarrow 2^x = \frac{y + 3}{y - 2} \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} x = \text{Log}_2 \left(\frac{y + 3}{y - 2} \right)$$

$$\Rightarrow y = \text{Log}_2 \left(\frac{x + 3}{x - 2} \right) \xrightarrow{y = f^{-1}(x)} f^{-1}(x) = \text{Log}_2 \left(\frac{x + 3}{x - 2} \right)$$

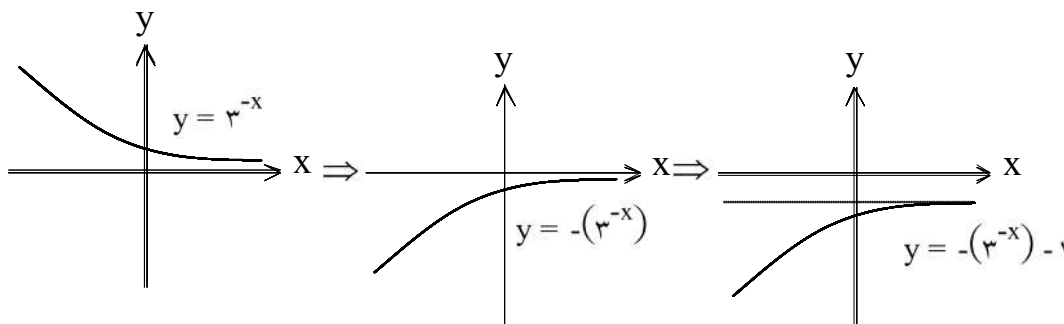
۱۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -\left(\frac{\text{Log } 3^{-x}}{\frac{1}{2}}\right) - 1 = -\left(\frac{\text{Log } (3^{-x})^2}{\frac{1}{2}}\right) - 1 = -\left(\frac{2 \text{Log } 3^{-x}}{\frac{1}{2}}\right) - 1$$

$$= -\left(\text{Log } 3^{-x}\right) - 1 \Rightarrow y = -(3^{-x}) - 1$$

Log_a b = b (می دانیم a است.)

حال برای رسم $y = -(3^{-x}) - 1$ باید ابتدا نمودار $y = 3^{-x}$ ، نسبت به محور X ها قرینه شود و بعد از آن، یک واحد به سمت پایین منتقل شود:



۱۷۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی Log را به صورت مربع کامل می نویسیم:

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}\sqrt{2}}(x^2 - 4x + 6) = \text{Log}_{\frac{1}{4}\sqrt{2}}((x-2)^2 + 2) \xrightarrow{x=2+\sqrt{2}} \text{Log}_{\frac{1}{4}\sqrt{2}}((2+\sqrt{2}-2)^2 + 2)$$

$$= \text{Log}_{\frac{1}{4}\sqrt{2}}(2) = \text{Log}_{\frac{1}{4}\sqrt{2}} 2 = \text{Log}_{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} 2 = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = 2 \times \frac{1}{2} \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{4}{5}$$

۱۷۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \text{Log} \frac{x-2}{x} \quad \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

بررسی گزینه ها:

$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow D = (2, +\infty)$$

گزینه ۱:

$$\frac{(x-2)(x+2)}{x(x+2)} > 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) - \{-2\}$$

گزینه ۲:

$$\frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 = \text{Log} \left| \frac{x-2}{x} \right| \Rightarrow x \neq 0, x \neq 2 \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

گزینه ۳:

$$2 \text{Log} \sqrt{\frac{x-2}{x}} \Rightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x = 2, x = 0 \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

گزینه ۴:

۱۷۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log \sqrt[3]{3/6} &= \log (3/6)^{1/3} = \frac{1}{3} \log \left(\frac{3^1}{1 \cdot 2} \right) = \frac{1}{3} (\log 3^1 - \log 1 \cdot 2) = \frac{1}{3} (\log (2^1) - 1) \\ &= \frac{1}{3} (2 \log (2 \times 3) - 1) = \frac{1}{3} (2 (\log 2 + \log 3) - 1) = \frac{1}{3} (2 (\underbrace{0/3 + 0/5}_{0/8}) - 1) \\ &= \frac{1}{3} (1/6 - 1) = \frac{0/6}{3} = 0/2\end{aligned}$$

۱۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_{15} 3 = a &\Rightarrow \log_3 15 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_3 (3 \times 5) = \frac{1}{a} \Rightarrow \cancel{\log_3 3} + \log_3 5 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{a} - 1 \\ \log_9 3^2 5 &= \log_{3^2} (3 \times 125) = \log_{3^2} (3 \times 5^3) = \log_{3^2} 3 + \log_{3^2} 5^3 \\ &= \frac{1}{2} \cancel{\log_3 3} + \frac{3}{2} \log_3 5 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2a} - \frac{3}{2} = \frac{3}{2a} - 1 = \frac{3 - 2a}{2a}\end{aligned}$$

۱۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}(1) \quad x^2 - 8x > 0 &\Rightarrow x(x - 8) > 0 \Rightarrow \frac{x}{\boxed{}} \quad \begin{array}{c|cc} & 0 & 8 \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow \text{جواب: } (-\infty, 0) \cup (8, +\infty) \\ (2) \quad 2 - \log_3 (x^2 - 8x) \geq 0 &\Rightarrow \log_3 (x^2 - 8x) \leq 2 \Rightarrow x^2 - 8x \leq 9 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 \leq 0 \\ \Rightarrow (x - 9)(x + 1) \leq 0 &\Rightarrow \frac{x}{(x - 9)(x + 1)} \quad \begin{array}{c|cc} & -1 & 9 \\ \hline & + & - & + \end{array} \Rightarrow \text{جواب: } [-1, 9] \\ \Rightarrow \text{جواب نهایی} &= ((-\infty, 0) \cup (8, +\infty)) \cap [-1, 9] = [-1, 0) \cup (8, 9]\end{aligned}$$

۱۷۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_b 9x &= \log_b x + 4 = \log_b x + \log_b b^4 = \log_b b^4 x \\ 9x &= b^4 x \Rightarrow b^4 = 9 \Rightarrow b^2 = 3 \\ \log_{b^2} 729 &= \log_3 729 = \log_3 3^6 = 6\end{aligned}$$

در نتیجه:

بنابراین:

۱۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}2x - x^2 > 0 &\Rightarrow x(2 - x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 2 \\ 2x - x^2 &\geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - x^2 < 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 > 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad \text{همواره برقرار است.} \\ D_f &= (0, 2) - \{1\}\end{aligned}$$

بنابراین:

۱۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x - x^2 > 0 \Rightarrow x(1 - x) > 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

$$x - x^2 \neq 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 \neq 0 \text{ , برقرار است } (\Delta < 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد})$$

$$0 < x - x^2 < 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار است } \left(\begin{matrix} \Delta < 0 \\ a = 1 > 0 \end{matrix} \right)$$

$$D_f = (0, 1)$$

بنابراین:

۱۸۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانید: $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ داریم:

$$\begin{aligned} (\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 7)(\log_{21} 63) &= (\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 7)(\log_{21} 7 + 2\log_{21} 3) = \\ &= (\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 7)^2 + 2\log_{21} 3 \cdot \log_{21} 7 = (\log_{21} 3 + \log_{21} 7)^2 = (\log_{21} 21)^2 = 1 \end{aligned}$$

۱۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانید:

$$۱) \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad ۲) \log ab = \log a + \log b \quad ۳) \log \frac{a^m}{b^n} = \frac{m}{n} \log \frac{a}{b}$$

اولاً:

$$\log 28 = \log 4 + \log 7 = 2\log 2 + \log 7 \Rightarrow 2\log 2 + 0.8 = 1.4 \Rightarrow \log 2 = 0.3$$

ثانیاً:

$$\log \frac{49}{3\sqrt[3]{12}} = \log 49 - \log 3\sqrt[3]{12} = \log 49 - (\log 3 + \log \sqrt[3]{12})$$

$$= \log 7^2 - \log 3 - \log 12^{\frac{1}{3}} = 2\log 7 - \log 3 - \frac{1}{3}\log 12$$

$$= 2(0.8) - 0.4 - \frac{1}{3}(\log 3 + \log 4) = 1.6 - 0.4 - \frac{1}{3}(0.4 + 2\log 2)$$

$$= 1.2 - \frac{1}{3}(0.4 + 0.6) = \frac{12}{10} - \frac{1}{3} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

۱۸۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$0.25 = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} 0.25 = \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} = \log_{\sqrt{2}} 4^{-1} = \log_{\sqrt{2}} 2^{-2} = -2\log_{\sqrt{2}} 2 = -2$$

$$\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

$$\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{3} = \log_{3^{-2}} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-2} \log_3 3 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} 0.25 + \log_{\frac{1}{9}} \sqrt{3} = -2 - \frac{1}{2} = \frac{-8-1}{2} = \frac{-9}{2}$$

۱۸۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$8^a = 2\sqrt{2} \Rightarrow \log_8 2\sqrt{2} = a$$

$$2\sqrt{2} = 2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^1 + \frac{1}{2} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow a = \log_8 2^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_8 (1 - a) = \log_8 \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \log_8 \frac{1}{2} = \log_8 2^{-1} = \frac{-1}{2}$$

۱۸۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. قرار می دهیم $A = 2^x$. لذا داریم:

$$2^x \times 2^2 + 2^4 \times (2^x)^2 = 272 \Rightarrow 4A + 16A^2 = 272$$

$$\Rightarrow 4A^2 + A - 68 = 0 \Rightarrow (4A + 17)(A - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 4 = 2^x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log_3 \frac{2}{x} = \log_3 1 = 0 \\ A = -\frac{17}{4} = 2^x \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

۱۸۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 a = 2 \Rightarrow a = 9$$

$$\frac{\log_3 b + 1}{a} = \frac{\log_3 b + \log_3 3}{a} = \frac{\log_3 3b}{a} = \frac{2 \log_3 (3b)}{3} = \frac{2 \log_3 (3b)^2}{3} = \frac{2}{3} \log_3 (3b)^2 = \frac{2}{3} \log_3 (3b)^2$$

۱۸۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(\log_{10} 2)(\log_{10} 50) + (\log_{10} 5)^2$$

$$= (1 - \log_{10} 5)(1 + \log_{10} 5) + (\log_{10} 5)^2 = 1 - (\log_{10} 5)^2 + (\log_{10} 5)^2 = 1$$

۱۸۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 18 = \frac{\log_6 18}{\log_6 3} = \frac{\log_6 6 + \log_6 3}{\log_6 3} = \frac{1 + \log_6 3}{\log_6 3} = \frac{1 + a}{a} = 1 + \frac{1}{a}$$

۱۸۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = (\log 2)(\log 50) + (\log 5)^2 = (1 - \log 5)(1 + \log 5) + (\log 5)^2$$

$$= 1 - (\log 5)^2 + (\log 5)^2 = 1$$

$$\log 2 = \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - \log 5$$

تذکر:

$$\log 50 = \log(10 \times 5) = \log 10 + \log 5 = 1 + \log 5$$

۱۸۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$10^{0.82} \times 10^5 = 10^{5.82}$$

$$a = \log 10^{5.82} = 5.82$$

۱۹۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \log \sqrt[5]{a} + \log \sqrt[3]{b}$$

$$= \log a^{\frac{1}{5}} + \log b^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \log a + \frac{1}{3} \log b$$

$$\frac{m = \log a \cdot n = \log b}{\rightarrow} = \frac{1}{5}m + \frac{1}{3}n$$

۱۹۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{2}}^8 = \log_{2^{-1}}^{2^3} = \frac{3}{-1} \log_{\frac{1}{2}}^2 = -3 \Rightarrow \left| \log_{\frac{1}{2}}^8 \right| = |-3| = 3$$

$$\log_{\frac{1}{8}}^{\sqrt{2}} = \log_{2^{-3}}^{2^{\frac{1}{2}}} = \log_{2^{-3}}^{2^{\frac{1}{2}-1}} = \log_{2^{-3}}^{2^{-\frac{1}{2}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-3} \log_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \left| \log_{\frac{1}{2}}^8 \right| + \log_{\frac{1}{8}}^{\sqrt{2}} = 3 + \left(-\frac{1}{6} \right) = 3 - \frac{1}{6} = \frac{18-1}{6} = \frac{17}{6}$$

۱۹۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\log \sqrt[3]{3} + \log \sqrt[3]{2} - \log \sqrt[3]{5}}{\log 6 - \log 5} = \frac{\log \sqrt{\frac{3^3 \times 2^3}{5^3}}}{\log \frac{6}{5}}$$

$$= \frac{\log \frac{6}{5}}{\log \frac{6}{5}} = \frac{\frac{3}{2} \log \frac{6}{5}}{\log \frac{6}{5}} = \frac{3}{2}$$

۱۹۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 0.64 - \text{Log } 5 = \text{Log } \frac{64}{1000} - \text{Log } 5 = \text{Log } 64 - \text{Log } 1000 - (1 - \text{Log } 2)$$

$$\log_2 6 - \log_{10} 3 - 1 + \text{Log } 2 = 6 \text{Log } 2 - 3 \text{Log } 10 - 1 + \text{Log } 2 = 6a - 3 - 1 + a = 7a - 4$$

۱۹۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$8 \times 5 (\text{Log}_5 3^2 - \text{Log}_5 2^3) = 8 \times 5 \text{Log}_5 \frac{9}{8} = 8 \times \frac{9}{8} = 9$$

۱۹۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 0.1 = \text{Log } \frac{1}{10} = \text{Log } 10^{-2} = -2 \text{Log } 10 = -2$$

$$\frac{1}{3} = 3^{-1}, \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3^{\frac{3}{3}}$$

$$\text{Log } \frac{1}{\sqrt[3]{27}} = \text{Log } \frac{3^{-1}}{3^{\frac{3}{3}}} = -\frac{1}{\frac{3}{2}} \text{Log } 3 = -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Log } 0.1 - \text{Log } \frac{1}{\sqrt[3]{27}} = -2 - \left(-\frac{2}{3}\right) = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

۱۹۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } \sqrt[4]{15} = \frac{1}{4} \text{Log } 15 = \frac{1}{4} (\text{Log } 3 \times 5) = \frac{1}{4} (\text{Log } 3 + \text{Log } 5) \xrightarrow{\text{می دانیم}} \text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2$$

$$= \frac{1}{4} (\text{Log } 3 + 1 - \text{Log } 2) = \frac{1}{4} (0.4771 + 1 - 0.3010) = \frac{1}{4} (0.4771 + 0.6990)$$

$$= \frac{1.1761}{4} = 0.2940$$

۱۹۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 40 = \text{Log } (4 \times 10) = \text{Log } 4 + \text{Log } 10 = 2 \text{Log } 2 + \text{Log } 10 = 1/6.020$$

$$\Rightarrow 2 \text{Log } 2 + (1) = 1/6.020 \Rightarrow 2 \text{Log } 2 = 1/6.020 - 1 \Rightarrow 2 \text{Log } 2 = 0.6020$$

$$\Rightarrow \text{Log } 2 = \frac{0.6020}{2} = 0.3010$$

$$\text{Log } 0.8 = \text{Log } \frac{8}{10} = \text{Log } 8 - \text{Log } 10 = 3 \text{Log } 2 - (1) = (3 \times 0.3010) - 1 = 0.9030 - 1$$

$$= -0.097$$

۱۹۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2 x + \text{Log}_2 y = 1 \Rightarrow \text{Log}_2 xy = 1 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} xy = 2^1 \Rightarrow xy = 2$$

برای دو عدد که مجموع آنها $\left(S = \frac{9}{2}\right)$ و حاصل ضرب آنها $(P = 2)$ باشد معادله ی مربوطه را می نویسیم:

$$\begin{cases} x + y = \frac{9}{2} \\ xy = 2 \end{cases} \quad x^2 - Sx + P = 0 \xrightarrow[p=2]{s=\frac{9}{2}} x^2 - \frac{9}{2}x + 2 = 0$$

برای راحتی کار طرفین تساوی را در عدد ۲ ضرب می کنیم:

$$2x^2 - 9x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4(2)(4) = 81 - 32 = 49$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-9) \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{9 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4 \\ x = x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow |x - y| = \left|4 - \frac{1}{2}\right|$$

$$= \left|\frac{7}{2}\right| = \frac{7}{2}$$

۱۹۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_r x^3 = A \Rightarrow 3\text{Log}_r x = A \Rightarrow \text{Log}_r x = \frac{A}{3}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{r}} \sqrt{x} = \text{Log}_{r^{-1}} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-1} \text{Log}_r x \xrightarrow{\text{Log}_r x = \frac{A}{3}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{A}{3}\right) = -\frac{A}{6}$$

۲۰۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{1.5}^x = \text{Log}_{1.5}^y = \text{Log}_{1.5}^z = 1.5 \Rightarrow x = y = z = 1.5^{1.5}$$

$$\sqrt[5]{\frac{x^5 \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[5]{x^3 y^2 z}}} = \sqrt[5]{\frac{x^5 y^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{3}{5}} y^{\frac{2}{5}} z^{\frac{1}{5}}}} = \sqrt[5]{x^{\frac{22}{5}} y^{\frac{4}{15}} z^{-\frac{1}{5}}} = x^{\frac{22}{25}} y^{\frac{4}{105}} z^{-\frac{1}{25}}$$

$$= 1.5^{\frac{22}{25}} \times 1.5^{\frac{4}{105}} \times 1.5^{\frac{-1}{25}} = 1.5^{.66 + .4 - .3} = 1.5^{.67}$$

۲۰۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 < 5 < 7 \Rightarrow \log_7^1 < \log_5^5 < \log_7^7 \Rightarrow 0 < \log_5^5 < 1$$

چون $0 < \log_5^5 < 1$ ، پس عبارت $(\log_5^5)^{2\sin x + 1}$ هنگامی بیشترین مقدار را دارد که توانش کمترین

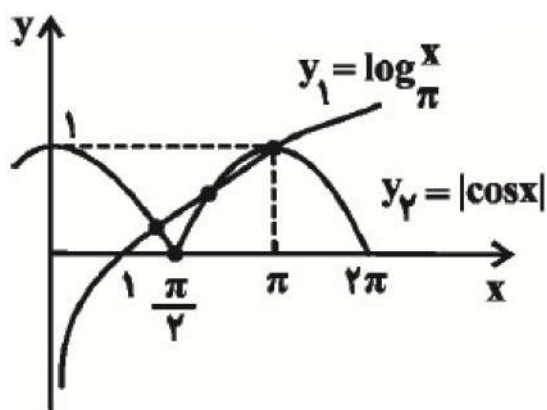
مقدار باشد، یعنی در حالتی که $\sin x = -1$ ، پس بیشترین مقدار عبارت $(\log_5^5)^{2\sin x + 1}$ برابر است با:

$$(\log_5^5)^{2(-1) + 1} = (\log_5^5)^{-1} = \log_5^7$$

۲۰۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{\log_{10} x} > \sqrt[3]{1} \Rightarrow \log_{10} x > 1 \Rightarrow \log_{10} x > 1$$

$$\Rightarrow \log_{10} x > \log_{10} 10 \Rightarrow 10x > 10 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow |x| > 1$$



۲۰۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار توابع $y_1 = \log \frac{x}{\pi}$ و

$y_2 = |\cos x|$ را رسم می کنیم.

مطابق شکل نمودار دو تابع در ۳ نقطه همدیگر را قطع می کنند. پس معادله سه ریشه دارد. توجه کنید که دو نمودار از نقطه $(\pi, 1)$ می گذرند.

۲۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 10^{x-1-3\sqrt[3]{x}+3\sqrt[3]{x-1}} = 10^{x-3\sqrt[3]{x}+3\sqrt[3]{x-1}} = 10^{(\sqrt[3]{x}-1)^3}$$

$$\log_{10} y = (\sqrt[3]{x}-1)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{x}-1 = \sqrt[3]{\log_{10} y}$$

در نتیجه:

$$\sqrt[3]{x} = 1 + \sqrt[3]{\log y} \Rightarrow x = (1 + \sqrt[3]{\log y})^3$$

$$y = f^{-1}(x) = (\sqrt[3]{\log x} + 1)^3$$

بنابراین:

۲۰۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_3(2x+1) = 4 \Rightarrow 2x+1 = 3^4 \Rightarrow 2x = 81-1 \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40$$

۲۰۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. $\log_x (x^2 + 4) = \log_x x + \log_x 5 \Rightarrow \log_x (x^2 + 4) = \log_x 5x$

$\Rightarrow x^2 + 4 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ غ ق ق غ

$\log_4 x = \log_4 4 = 1$

۲۰۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 2\sqrt{2} = 2^{x-3} \times 4^y \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}} = 2^{x-3} \times 2^{2y} \Rightarrow x-3+2y = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x+4y=9 & (1) \\ \log_2 2x - \log_2 y = 2\log_2 3 \Rightarrow \log_2 \frac{2x}{y} = \log_2 3^2 \Rightarrow \frac{2x}{y} = 9 \Rightarrow 2x = 9y & (2) \end{cases}$$

$4y + 4y = 9 \Rightarrow y = \frac{9}{13}$

رابطه ی (۲) را در (۱) قرار می دهیم:

۲۰۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$9^x - 15(3^{x-1}) + 6 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 15\left(\frac{3^x}{3}\right) + 6 = 0 \xrightarrow{3^x = A} A^2 - 5A + 6 = 0$

$\Rightarrow (A-3)(A-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \\ A = 3^x = 2 \Rightarrow x = \log_3 2 \end{cases}$

$1 > \log_3 2 \xrightarrow{x_1 > x_2} x_1 = 1, x_2 = \log_3 2 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\log_3 2} = \log_2 3$

۲۰۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$(\sqrt{2})^{2x} \times (2)^{2y} = 64 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \times (2)^{2y} = 2^6 \Rightarrow 2^{x+2y} = 2^6 \Rightarrow x+2y = 6 \quad (1)$

$\log x - \log y = 1 \Rightarrow \log \frac{x}{y} = \log 10 \Rightarrow \frac{x}{y} = 10 \quad (2)$

$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \begin{cases} x+2y=6 \\ x=10y \end{cases} \Rightarrow x+2\left(\frac{x}{10}\right) = 6 \Rightarrow x = 5$

۲۱۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{9}{x} = 2 + \log_{\sqrt{3}} (x-2) \Rightarrow \log_{\sqrt{3}} \frac{9}{x} - \log_{\sqrt{3}} (x-2) = 2$$

حال از رابطه ی $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$ استفاده می کنیم:

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{9}{x} - 2 = 2 \Rightarrow \frac{9}{x(x-2)} = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow \frac{9}{x(x-2)} = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

بنابراین حاصل $\log_4 (x^2 - 1)$ برابر است با:

$$\log_4 (3^2 - 1) = \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \frac{3}{2}$$

۲۱۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_x (x^4 - 2) = 2 \Rightarrow x^4 - 2 = x^2 \Rightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = a \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غیر قابل قبول} \\ a = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^2=2} \begin{cases} x = \sqrt{2} \Rightarrow \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (x^4 - 2) = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2 = \log_{2^{-1/2}} 2 = \log_{2^{-1/2}} 2^{-1} = \frac{1}{-1/2} \log_2 2 = -2 \\ x = -\sqrt{2} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۲۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_7 (x+7) - \log_7 (x-1) = 1 \Rightarrow \log_7 \frac{x+7}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{x+7}{x-1} = 7 \Rightarrow 2x - 2 = x + 7$$

$$\Rightarrow x = 9$$

در نتیجه داریم:

$$\log_{7^9} x = \log_{7^9} 9 = \log_{7^3} 3^2 = \frac{2}{3} \log_7 3 = \frac{2}{3}$$

۲۱۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از $\text{Log}_a x^m = \frac{m}{n} \text{Log}_a x$ داریم:

$$\text{Log}_3 x + \text{Log}_{\sqrt{3}} x + \text{Log}_{\frac{1}{3}} x = 6 \Rightarrow \text{Log}_3 x + 2 \text{Log}_3 x - \text{Log}_3 x = 6 \Rightarrow 2 \text{Log}_3 x = 6$$

$$\Rightarrow \text{Log}_3 x = 3 \Rightarrow x = 3^3 = 27 \Rightarrow \text{Log}_x 3^x = \text{Log}_3 3^{27} = \frac{27}{3} \text{Log}_3 3 = 9$$

۲۱۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم: $\text{Log}_c a - \text{Log}_c b = \text{Log}_c \frac{a}{b}$ ، لذا داریم:

$$\text{Log}_{24} - \text{Log}_6 = \text{Log}_4, \text{Log}(x+3) - \text{Log}\sqrt{x} = \text{Log}\frac{x+3}{\sqrt{x}} \Rightarrow \text{Log}\frac{x+3}{\sqrt{x}} = \text{Log}_4$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{\sqrt{x}} = 4 \Rightarrow x+3 = 4\sqrt{x}$$

برای حل معادله، طرفین را به توان ۲ می رسانیم:

$$(x+3)^2 = 16x \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=9 \end{cases}$$

به ازای $x=1$ لگاریتم $x-1$ تعریف نشده است. لذا:

$$x=9 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{2}}(x-1) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2^3 = 6 \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = 6$$

۲۱۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. از طرفین تساوی لگاریتم می گیریم و از ویژگی های لگاریتم استفاده می کنیم:

$$100x = x^{\text{Log} x} \Rightarrow \text{Log}(100x) = \text{Log}(x^{\text{Log} x}) \Rightarrow \text{Log} 100 + \text{Log} x = (\text{Log} x)(\text{Log} x)$$

$$\Rightarrow 2 + \text{Log} x = (\text{Log} x)^2 \Rightarrow (\text{Log} x)^2 - (\text{Log} x) - 2 = 0$$

با فرض $t = \text{Log} x$ خواهیم داشت:

$$t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Log} x = -1 \\ \text{Log} x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ \text{یا} \\ x = 100 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 100/1$$

۲۱۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x (3x+8) + \text{Log}_x (x-6) = 2 \Rightarrow \text{Log}_x (3x+8)(x-6) = 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2 \Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow x=8, x=-3 \quad \text{غ ق ق}$$

$$\text{Log}_{\frac{x}{4}} = \text{Log}_{\frac{1}{4}} = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{2^3}{2^2} = \frac{3}{2}$$

۲۱۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (\sqrt{2})^{2x} \times (2)^{2y} = 64 &\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \times (2)^{2y} = 2^6 \Rightarrow 2^x + 2y = 2^6 \\ \Rightarrow x + 2y = 6 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Log } x - \text{Log } y = 1 \Rightarrow \text{Log } \frac{x}{y} = \text{Log } 10 \Rightarrow \frac{x}{y} = 10 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ x = 10y \end{cases} \Rightarrow x + 2\left(\frac{x}{10}\right) = 6 \Rightarrow x = 5$$

۲۱۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با فرض $\text{Log}_x x = t$ داریم:

$$\text{Log}_x 2 = \frac{1}{t} \Rightarrow 2t - \frac{1}{t} = 5 \xrightarrow{\times t} 2t^2 - 5t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{5 \pm 7}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Log}_x x = 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{ریشه ی اول} = x_1 = 4$$

$$\text{Log}_x x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{ریشه ی دوم} = x_2 = 2^{-\frac{1}{2}}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (4)^3 + \left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^3 = 64 + \frac{1}{2} = 64\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}_2 (2^x + 8) &= \text{Log}_2 2 + \text{Log}_2 2^x = \text{Log}_2 2^{x+1} \\ \Rightarrow 2^{x+1} &= 2^x + 8 \Rightarrow 2^{x+1} - 2^x = 8 \Rightarrow 2^x (2^1 - 1) = 8 \\ \Rightarrow 2^x &= 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{\text{Log}_2 3 + 3}{\text{Log}_2 3 + 1} = \frac{1 + 3}{1 + 1} = 2 \end{aligned}$$

۲۱۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۲۲۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_y^{(x-1)} - \text{Log}_y \left(\frac{1}{x}\right) &= 1 \Rightarrow \text{Log}_y \left(\frac{x-1}{\frac{1}{x}}\right) = 1 \\ \Rightarrow \text{Log}_y (x^2 - x) &= 1 \Rightarrow x^2 - x = y^1 \Rightarrow x^2 - x - y = 0 \\ \Rightarrow (x-2)(x+1) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{ق. ق.} \\ x=-1 & \text{غ. ق. ق.} \end{cases} \\ \Rightarrow \text{Log}_y^{(x-1)} &= \text{Log}_y^{(2-1)} = \text{Log}_y 1 = 0 \end{aligned}$$

۲۲۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \log_{10} x - \log_{10} \left(x + \frac{12}{5} \right) = 1 \Rightarrow \log_{10} x^2 - \log_{10} \left(x + \frac{12}{5} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \log \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10$$

$$\Rightarrow x^2 = 10x + 24$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ ق.ق} \\ x = -2 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_5 2x + 1 \xrightarrow{x=12} \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2 \log_5 5 = 2$$

۲۲۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3^{5x-2} = 1 + \log_3 \sqrt[3]{x} \xrightarrow[\log 1 = \log_3]{\log \sqrt[3]{x} = 2 \log_3 x = \log_3 x^2} \log_3^{5x-2} = \log_3^3 + \log_3 x^2$$

$$\Rightarrow \log_3^{5x-2} = \log_3^{3x^2} \Rightarrow 3x^2 = 5x - 2 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \log_3 |x_1 - x_2| = \log_3 \frac{1}{3} = \log_3 3^{-1} = -1$$

۲۲۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به قواعد لگاریتم داریم:

$$۱) \log_b a - \log_b c = \log_b \frac{a}{c} \quad ۲) \log_b a = c \Rightarrow a = b^c$$

$$\log_7 (x^2 + 4) - \log_7 \left(\frac{x}{2} + 2 \right) = 3 \Rightarrow \log_7 \frac{x^2 + 4}{\frac{x}{2} + 2} = 3$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 4}{\frac{x}{2} + 2} = 7^3 = 49 \Rightarrow x^2 + 4 = 49x + 98 \Rightarrow x^2 - 49x - 94 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

به ازای $x = -2$ عبارت $x^2 - 9$ عددی منفی می شود.

$$\log_{\sqrt[3]{7}} (x^2 - 9) = \log_{\sqrt[3]{7}} 27 = \log_{\sqrt[3]{7}} 7^3 = 3 \times \frac{2}{3} \log_7 7 = 2$$

اگر $x = 6$ باشد، آن گاه داریم:

۲۲۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. عدد موردنظر را a درنظر می گیریم، طبق فرض داریم:

$$\text{Log}_4 a = \frac{15}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log}_2 a = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{Log}_2 a = \frac{15}{2} \quad (1)$$

$$\text{Log}_8 a^{\frac{1}{2}} = \text{Log}_{2^3} a^{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{3} \text{Log}_2 a \stackrel{(1)}{=} -\frac{1}{3} \left(\frac{15}{2} \right) = -\frac{5}{2}$$

۲۲۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \text{Log}(x^2 + 4y^2) = 2\text{Log}\sqrt{2} + \text{Log}23 \Rightarrow \text{Log}(x^2 + 4y^2) = \text{Log}46 \\ \Rightarrow x^2 + 4y^2 = 46 \\ \text{Log}x + \text{Log}y = 2\text{Log}3 - \text{Log}2 \Rightarrow \text{Log}xy = \text{Log}\frac{9}{2} \Rightarrow xy = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$(x + 2y)^2 = x^2 + 4y^2 + 4xy = 46 + 4\left(\frac{9}{2}\right) = 64 \Rightarrow x + 2y = 8$$

$$\text{Log}_{16}^{x+2y} = \text{Log}_{16}^8 = \text{Log}_{2^4}^{2^3} = \frac{3}{4} = 0.75$$

بنابراین:

۲۲۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی لگاریتمی $\text{Log}(3x - 1) - \frac{1}{2}\text{Log}(x + 1) = 2\text{Log}2$ را حل می کنیم:

$$\text{Log}(3x - 1) - \text{Log}\sqrt{x + 1} = \text{Log}4 \Rightarrow \text{Log}\frac{3x - 1}{\sqrt{x + 1}} = \text{Log}4 \Rightarrow \frac{3x - 1}{\sqrt{x + 1}} = 4$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{(3x - 1)^2}{x + 1} = 16 \Rightarrow 9x^2 - 22x - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{5}{9} \end{cases}$$

$x = -\frac{5}{9}$ غیرقابل قبول است زیرا $3x - 1$ به ازای $x = -\frac{5}{9}$ عددی منفی می شود، پس:

$$x = 3 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}} x \sqrt{x} = \text{Log}_{3^{-1}} 3\sqrt{3} = \text{Log}_{3^{-1}} 3^{\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$$

۲۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3(2x^2 + 1) - \text{Log}_3(x + 2) = 1 \Rightarrow \text{Log}_3\left(\frac{2x^2 + 1}{x + 2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 6 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$\Delta = 9 + 40 = 49 \quad x = \frac{+3 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ق ق} \\ x = \frac{5}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

اما برای جاگذاری در $\text{Log}_8(2x - 1)$ فقط می توان از $\frac{5}{2}$ استفاده کرد.

$$\text{Log}_8(2x - 1) = \text{Log}_8 4 = \frac{2}{3}$$

۲۲۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_5(x - 2) = 2 \Rightarrow x - 2 = 5^2 = 25 \Rightarrow x = 27$$

$$\text{Log}_3 x - \text{Log}_{(\sqrt{3})} y = 1 \xrightarrow{x=27} \text{Log}_3 27 - \text{Log}_{(\sqrt{3})} y = 1 \Rightarrow \text{Log}_{(\sqrt{3})} y = 2$$

$$\Rightarrow y = (\sqrt{3})^2 = 3 \Rightarrow \text{Log}_{(\sqrt{2})}(y + 1) = \text{Log}_{(\sqrt{2})} 4 = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \text{Log}_2 2 = 4$$

۲۲۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_7(x+7) - \text{Log}_7(x-1) = 1 \Rightarrow \text{Log}_7 \frac{x+7}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{x+7}{x-1} = 7 \Rightarrow 2x - 2 = x + 7 \Rightarrow x = 9$$

در نتیجه داریم:

$$\text{Log}_{7^2} x = \text{Log}_{7^2} 9 = \text{Log}_7 3^2 = \frac{2}{3} \text{Log}_7 3 = \frac{2}{3}$$

۲۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مبنای لگاریتم ها را یکسان می کنیم:

$$(\text{Log}_7 x)^2 - 9 \text{Log}_7 x = 4 \Rightarrow (\text{Log}_7 x)^2 - 3 \text{Log}_7 x - 4 = 0$$

حال معادله را حل می کنیم:

با فرض $\text{Log}_7 x = t$ داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Log}_7 x = t \\ t = -1 \xrightarrow{\text{Log}_7 x = t} \text{Log}_7 x = -1 \Rightarrow x_1 = 7^{-1} = \frac{1}{7} \\ \text{Log}_7 x = t \\ t = 4 \xrightarrow{\text{Log}_7 x = t} \text{Log}_7 x = 4 \Rightarrow x_2 = 7^4 = 2401 \end{cases}$$

$$x_1 x_2 = \frac{1}{7} \times 2401 = 343$$

بنابراین حاصل ضرب جواب ها برابر است با:

۲۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است این دو تابع را مساوی هم قرار دهیم.

$$\begin{cases} y = 1 + \text{Log}(x + 1) \\ y = \text{Log}(x^2 - 1) \end{cases} \Rightarrow 1 + \text{Log}(x + 1) = \text{Log}(x^2 - 1)$$

$$\Rightarrow \text{Log}(x^2 - 1) - \text{Log}(x + 1) = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 1 \Rightarrow \text{Log}(x - 1) = 1$$

$$\Rightarrow x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11$$

چون $x = 11$ در دامنه ی دو تابع قرار دارد، بنابراین دو منحنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.

۲۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد مجهول را x فرض نموده و طبق صورت سؤال داریم:

$$\text{Log} \frac{1}{\frac{3+x}{4}} = -2 \Rightarrow 3 + x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$$\Rightarrow 3 + x = 4^2 \Rightarrow x + 3 = 16 \Rightarrow x = 13$$

۲۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} y = 2 \text{Log} 3 + \text{Log} x \Rightarrow \text{Log} y = \text{Log} 3^2 + \text{Log} x \Rightarrow \text{Log} y = \text{Log} 9x \Rightarrow y = 9x$$

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \Rightarrow 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0 \Rightarrow 2^{x-7} \times 2^{2x+2y} = 2^0$$

$$\Rightarrow 3x - 7 + 2y = 0 \xrightarrow{y=9x} 3x - 7 + 2(9x) = 0 \Rightarrow 21x = 7 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3$$

۲۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 \text{ نکته: } y = \text{Log}_a x \Leftrightarrow a^y = x ; (x, a > 0, a \neq 1)$$

$$2 \text{ نکته: } \text{Log}_a b^n = n \text{Log}_a b ; (b, a > 0, a \neq 1)$$

با توجه به نکته ۱ می توان نوشت:

$$\text{Log}_x (2x + 3) = 2 \Rightarrow x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = -1$$

مقدار $x = -1$ قابل قبول نیست، زیرا پایه لگاریتم باید مثبت باشد. پس به ازای $x = 3$ داریم:

$$\text{Log}_{(6x-2)} \frac{x-3}{(x+1)} \text{Log}_{\frac{1}{4}} 16 = \text{Log}_{\frac{1}{4}} 4^2 = 2 \text{Log}_{\frac{1}{4}} 4 = 2$$

۲۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 3 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

$x = -1$ در دامنه نیست. پس معادله دارای یک ریشه است.

۲۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3 + \log_7 x = 9 \Rightarrow \log_7 x = 6 \Rightarrow x = 7^6$$

$$\log_7 x = \log_7 7^6 = \log_7 7^3 = 3 \log_7 7 = 3$$

۲۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_5(\log_7(\log_7 x)) = 0 \Rightarrow \log_7(\log_7 x) = 5^0 \Rightarrow \log_7(\log_7 x) = 1 \Rightarrow \log_7 x = 7^1 = 7 \Rightarrow x = 7^7 = 823543$$

۲۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3(\log_5(\log_5(x+1))) = 0 \Rightarrow \log_5(\log_5(x+1)) = 3^0 \Rightarrow \log_5(\log_5(x+1)) = 1 \Rightarrow \log_5(x+1) = 5^1 = 5 \Rightarrow x+1 = 5^5 = 3125 \Rightarrow x = 3125 - 1 = 3124$$

$$\text{نکته: } \log_a a^n = n, \log_c a + \log_c b = \log_c ab$$

۲۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\begin{aligned} \log_3(1-2x) + 2 &= \log_3(10x^2 + 5) \Rightarrow \log_3(1-2x) + \log_3 3^2 = \log_3(10x^2 + 5) \\ \Rightarrow \log_3((1-2x) \times 9) &= \log_3(10x^2 + 5) \Rightarrow 9 - 18x = 10x^2 + 5 \Rightarrow 10x^2 + 18x - 4 = 0 \\ \Rightarrow 5x^2 + 9x - 2 &= 0 \Rightarrow \Delta = 81 - 4 \times 5 \times (-2) = 121 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-9 \pm 11}{10} \Rightarrow x_1 = -2, x_2 = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

هر دو جواب قابل قبول است، پس جواب بزرگتر معادله برابر $\frac{1}{5}$ است.

$$\text{نکته: } \log_a x = y \Leftrightarrow x = a^y$$

۲۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{5}}(\log_{\frac{1}{2}}(2-x)) &= -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(2-x) = (\frac{1}{5})^{-1} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(2-x) = 5 \\ \Rightarrow 2-x &= (\frac{1}{2})^5 \Rightarrow 2-x = \frac{1}{32} \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{32} = \frac{63}{32} \end{aligned}$$

۲۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر ویژگی های لگاریتم، می دانیم $\log_a 1 = 0$ است. لذا داریم:

$$2 \log \sqrt{2} m - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m + 1)$$

$$\Rightarrow \log 2 m^2 = \log 8 + \log(m + 1)$$

$$\Rightarrow \log 2 m^2 = \log 8(m + 1) \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} \text{ (غ ق ق)} \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، $2 + 2\sqrt{2}$ است.

۲۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log(x + 2) + \log(x - 3) = \log x + \overbrace{2 \log 2}^{\log 2^2} \Rightarrow \log((x + 2)(x - 3)) = \log 4x$$

$$\Rightarrow (x + 2)(x - 3) = 4x \Rightarrow x^2 - x - 6 = 4x \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (غ ق ق)} \\ x = 6 \end{cases}$$

فقط جواب $x = 6$ قابل قبول است.

۲۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x + 2)(2x - 1) = 4x + 1$$

$$2x^2 + 3x - 2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (غ ق ق)} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_4 (2x + 5) = \log_4 8 = \frac{3}{2} = 1.5$$

۲۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log(2x - 5) + \log(x + 1) = \log(4x - 1) \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 4x - 1$$

$$\log((2x - 5)(x + 1))$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x - 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \begin{cases} 4 \checkmark \\ -\frac{1}{2} \times \text{خارج دامنه} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_3(2x + 1) = \log_3 9 = 2$$

۲۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{(x+2)}(2-x) + \text{Log}_x \sqrt{x} = \text{Log}_{\frac{1}{25}} \frac{1}{5} \Rightarrow \text{Log}_{(x+2)}(2-x) + \text{Log}_x x^{\frac{1}{2}} = \text{Log}_{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{(x+2)}(2-x) + \frac{1}{2} \text{Log}_x x = \frac{1}{2} \text{Log}_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_{(x+2)}(2-x) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{(x+2)}(2-x) = 0 \Rightarrow (x+2)^0 = (2-x) \Rightarrow 2-x = 1 \Rightarrow x = 1 \quad (\text{غ ق ق})$$

$\Rightarrow$ معادله جواب ندارد

۲۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^x \times 8^y = 16 \Rightarrow 2^x \times 2^{3y} = 2^4 \Rightarrow 2^{x+3y} = 2^4 \Rightarrow x+3y = 4 \quad (1)$$

$$\text{Log}_2(x-y) = 3 - \text{Log}_2 3 \Rightarrow \text{Log}_2(x-y) + \text{Log}_2 3 = 3$$

$$\Rightarrow \text{Log}_2 3(x-y) = 3 \Rightarrow 3x-3y = 2^3 = 8 \Rightarrow 3x-3y = 8 \quad (2)$$

با حل ۱ و ۲ داریم

$$\rightarrow x = 3, y = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Log}_y x - \text{Log}_x y = \text{Log}_{\frac{1}{3}} 3 - \text{Log}_3 \frac{1}{3} = -1 - (-1) = 0$$

۲۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر قضیه ی لگاریتم داریم:

$$\text{Log}_x(x-3) = 1 \Rightarrow x^1 - 3x = 10 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

با توجه به این که $x > 3$ است جواب $x = 5$ مورد قبول است.

یعنی $x+3=8$ و $\text{Log}_4 8 = \text{Log}_2 2^3 = \frac{3}{2} \text{Log}_2 2 = \frac{3}{2}$

۲۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_3^x + \frac{1}{2} \log_x^3 = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_3^x + \frac{\frac{1}{2}}{\log_3^x} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{(\log_3^x)^2 + \frac{1}{2}}{\log_3^x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2(\log_3^x)^2 + 1 = 3 \log_3^x$$

بنابراین:

$$2(\log_3^x)^2 - 3 \log_3^x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log_3^x = 1 \Rightarrow x = 3 = x' \\ \log_3^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{3} = x'' \end{cases}$$

$$(x'')^{x'} = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$$

۲۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log(x+2)(x-3) = \log 10$$

$$(x+2)(x-3) = 10 \Rightarrow x^2 - x = 16$$

پس لگاریتم ۱۶ در پایه ۲ برابر ۴ می باشد.

$$\log_x 16 = \frac{4}{3} \Rightarrow x^{\frac{4}{3}} = 16 \xrightarrow[\text{۳ می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۳}} x^4 = 16^3$$

۲۵۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow x^4 = (2^4)^3 \Rightarrow x^4 = (2^3)^4 \xrightarrow[\text{توان ها مساوی اند پس پایه ها هم مساوی اند}]{\text{با فرض مثبت بودن مبنای لگاریتم}} x = 2^3 = 8$$

$$\log_2 x = \log_2 8 = 3$$

$$\log x - \log 6 = 2 \log 2 - \log(x+5)$$

۲۵۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log \frac{x}{6} = \log 2^2 - \log(x+5) \Rightarrow \log \frac{x}{6} = \log \frac{4}{x+5} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{4}{x+5}$$

$$\Rightarrow x(x+5) = 4 \times 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 24 = 0$$

$$(x-3)(x+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+8=0 \Rightarrow x=-8 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$x=3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 3 = \log_{3^{-1}} 3 = \frac{1}{-1} \log_3 3 = -1$$

حال داریم:

۲۵۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم: $\text{Log}_c a - \text{Log}_c b = \text{Log}_c \frac{a}{b}$ ، لذا داریم:

$$\text{Log } 24 - \text{Log } 6 = \text{Log } 4, \text{Log}(x+3) - \text{Log} \sqrt{x} = \text{Log} \frac{x+3}{\sqrt{x}} \Rightarrow \text{Log} \frac{x+3}{\sqrt{x}} = \text{Log } 4$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{\sqrt{x}} = 4$$

برای حل معادله طرفین را به توان ۲ می رسانیم:

$$(x+3)^2 = 16x \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=9 \end{cases}$$

به ازای $x=1$ لگاریتم $x-1$ تعریف نشده است. لذا:

$$x=9 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{2}}(x-1) = \text{Log}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^3 = 6 \text{Log}_{\sqrt{2}} 2 = 6$$

۲۵۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}(4x-2) - \text{Log}(x-2) = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{4x-2}{x-2} = 1 \Rightarrow 10^1 = \frac{4x-2}{x-2} \Rightarrow \frac{4x-2}{x-2} = 10$$

$$\Rightarrow 10x - 20 = 4x - 2 \Rightarrow 10x - 4x = -2 + 20 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{6} = 3$$

$$\Rightarrow \text{Log}_9 x = \text{Log}_9 3 = \text{Log}_{\frac{1}{3}} 3^1 = \frac{1}{\frac{1}{3}} \text{Log}_3 3 = \frac{1}{\frac{1}{3}}$$

۲۵۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_7(x+3) = \text{Log}_7 x + 2 \Rightarrow \text{Log}_7(x+3) - \text{Log}_7 x = 2$$

$$\text{Log}_7 \frac{x+3}{x} = 2 \Rightarrow \frac{x+3}{x} = 7^2 \Rightarrow \frac{x+3}{x} = 49 \Rightarrow 49x = x+3 \Rightarrow 49x - x = 3 \Rightarrow 48x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$$

۲۵۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_7(x+1) + \text{Log}_7(\sqrt{2x-1})^2 = 1 \Rightarrow \text{Log}_7(x+1)(2x-1) = 1 \Rightarrow (x+1)(2x-1) = 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 7 \Rightarrow 2x^2 + x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{ق ق} \\ x=-\frac{8}{2} & \text{غ ق} \end{cases} \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x+1) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 2 = \text{Log}_{2^{-3}} 2 = -\frac{1}{3}$$

۲۵۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$4^x = 3 + 2^{x+1} \Rightarrow 2^{2x} = 3 + 2 \times 2^x \Rightarrow (2^x)^2 - 2 \times 2^x - 3 = 0$$

$$(2^x + 1)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x + 1 = 0 \Rightarrow 2^x = -1 & (\text{غ ق ق}) \\ 2^x - 3 = 0 \Rightarrow 2^x = 3 & (*) \end{cases}$$

$$\text{Log}_2(1 + 2^x) \xrightarrow{(*)} \text{Log}_2 2^2 = 2$$

۲۵۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x(x+2) - \text{Log}_x(4-x) = 1 \Rightarrow \text{Log}_x \frac{x+2}{4-x} = 1 \Rightarrow x = \frac{x+2}{4-x} \Rightarrow 4x - x^2 = x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 & \text{غیر قابل قبول} \\ x_2 = 2 \Rightarrow \text{Log}_2 x^2 = 1 \end{cases}$$

توجه کنید که به ازای $x=1$ ، مبنای لگاریتم عدد ۱ خواهد شد که قابل قبول نیست.

۲۵۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $10^x = A$ داریم:

$$A^2 - 10A + 24 = 0 \Rightarrow (A-6)(A-4) = 0 \Rightarrow (10^x - 6)(10^x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 10^{x_1} = 4 \\ 10^{x_2} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \text{Log } 4 \\ x_2 = \text{Log } 6 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \text{Log } 4 + \text{Log } 6 = \text{Log } 24$$

۲۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $f(x) = 1 + \text{Log}_2^x$ ، آنگاه از معادله ی $f(x) + f\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 5$ نتیجه می شود:

$$\left(1 + \text{Log}_2^x\right) + \left(1 + \text{Log}_2\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)\right) = 5$$

$$\Rightarrow \text{Log}_2^x + \text{Log}_2\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 3 \Rightarrow \text{Log}_2^x\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 3$$

$$\Rightarrow \text{Log}_2\left(x^3 + 2\right) = 3 \Rightarrow x^3 + 2 = 2^3 \Rightarrow x^3 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^3} = \frac{1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3}{x^3}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + \text{Log}_2^{\frac{1}{2}} = 1 - 1 = 0$$

۲۶۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_{1/2}(2^x + 8) &= \log_{1/2} 2 + \log_{1/2} 2^x = \log_{1/2} 2^{x+1} \\ \Rightarrow 2^{x+1} &= 2^x + 8 \Rightarrow 2^{x+1} - 2^x = 8 \Rightarrow 2^x(2^1 - 1) = 8 \\ \Rightarrow 2^x &= 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{\log_2 2^3 + 3}{\log_2 2 + 1} = \frac{1+3}{1+1} = 2\end{aligned}$$

۲۶۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_{\sqrt{x}} 2 &= \log_{x^{1/2}} 2 = 2 \log_x 2 = 2 \left(\frac{1}{\log_2 x} \right) \\ \log_x 2 &= A \xrightarrow{\text{معادله}} A + \frac{2}{A} = 3 \Rightarrow A^2 - 3A + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ A = 2 \end{cases} \\ \log_x 2 &= 1 \Rightarrow x_1 = 2 \\ \log_x 2 &= 2 \Rightarrow x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6\end{aligned}$$

۲۶۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_x(x+4) &= \log_x(x-4) + 1 \Rightarrow \log_x(x+4) - \log_x(x-4) = 1 \Rightarrow \log_x \frac{x+4}{x-4} = 1 \\ \Rightarrow \frac{x+4}{x-4} &= x \Rightarrow x+4 = x^2 - 4x \Rightarrow x^2 - 5x - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 + 16 = 41 \\ \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \text{ ق.ق} \\ x_2 = \frac{5 - \sqrt{41}}{2} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}\end{aligned}$$

تذکر: $x_2 = \frac{5 - \sqrt{41}}{2}$ در دامنه ی معادله صدق نمی کند.

۲۶۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}2^x &= 2 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \\ \log_{\frac{1}{9}}(x-1) &= \log_{3^{-2}}\left(\frac{4}{3}-1\right) = \log_{3^{-2}}\frac{1}{3} = \log_{3^{-2}}3^{-1} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

۲۶۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_7(x-6) = -2 \Rightarrow x-6 = 7^{-2} \Rightarrow x-6 = \frac{1}{49} \Rightarrow x = 6 + \frac{1}{49} \Rightarrow x = \frac{299}{49}$$

$$\text{Log}_3(2\sqrt{x}+4) = \text{Log}_3\left(2\sqrt{\frac{25}{4}}+4\right) = \text{Log}_3\left(2 \times \frac{5}{2}+4\right) = \text{Log}_3 9 = 2$$

۲۶۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x 16 = -2 \Rightarrow x^{-2} = 16 \Rightarrow x^{-2} = 4^2 \Rightarrow x^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_4 x = \text{Log}_4 \left(\frac{1}{4}\right) = \text{Log}_4 1 = 0$$

۲۶۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} \text{Log } 25 + \text{Log}(x-2) = 1 \Rightarrow \text{Log } 25^{\frac{1}{2}} + \text{Log}(x-2) = 1 \xrightarrow{25^{\frac{1}{2}} = (5^2)^{\frac{1}{2}} = 5}$$

$$\text{Log } 5 + \text{Log}(x-2) = 1 \Rightarrow \text{Log } 5(x-2) = 1$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} 10^1 = 5x - 10 \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{Log}_{16} 4 = \text{Log}_{2^4} 2^2 = \frac{1}{2}$$

۲۶۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\text{Log}_3^x\right)^2 - 10 \cdot \text{Log}_3^x + 6 = 0 \Rightarrow \left(\text{Log}_3^x\right)^2 - 5 \text{Log}_3^x + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{Log}_3^x = t} t^2 - 5t + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ \text{یا} \\ t=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Log}_3^x = 2 \Rightarrow x = 9 \\ \text{یا} \\ \text{Log}_3^x = 3 \Rightarrow x = 27 \end{cases}$$

۲۶۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x - 2) &= 1 + \text{Log}_{\sqrt{3}} \frac{\text{Log}_{\sqrt{3}} x}{\text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3}} = \text{Log}_{\sqrt{3}} x^2 \\ \text{Log}_{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x - 2) &= \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + \text{Log}_{\sqrt{3}} x^2 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{3}}(\sqrt{3}x - 2) = \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3} x^2 \\ \Rightarrow \sqrt{3}x^2 &= \sqrt{3}x - 2 \Rightarrow \sqrt{3}x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \\ \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{3}} |x_1 - x_2| &= \text{Log}_{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{3}} = \text{Log}_{\sqrt{3}} \sqrt{3}^{-1} = -1 \end{aligned}$$

۲۶۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_{\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} &= -2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{x}{2}\right)^{-2} \\ \left(\frac{1}{2}\right) &= \left(\frac{x}{2}\right)^{-2} \Rightarrow 2^{-2} = \left(\frac{x}{2}\right)^{-2} \Rightarrow 2 = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

۲۷۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log}_7 2x &= 2 \text{Log}_7(x) - 3 \Rightarrow \text{Log}_7 2 + \text{Log}_7 x = 2 \text{Log}_7(x) - 3 \Rightarrow \text{Log}_7 x = 1 + 3 \Rightarrow \\ \text{Log}_7 x &= 4 \Rightarrow x = 16 \end{aligned}$$

۲۷۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه ی تابع $f(x) = x^{\frac{1}{2} \log_2 x} - \frac{1}{x}$ را تعیین می کنیم:

$$x > 0 \Rightarrow D_{f(x)} = (0, +\infty)$$

با فرض $x \neq 1$ ، از طرفین، لگاریتم در مبنای x می گیریم.

$$\log_x x^{\frac{1}{2} \log_2 x} = \log_x \left(\frac{1}{x} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} \log_2 x = \log_x 1 - \log_x x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \log_2 x = \log_x 1 - \log_x x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \log_2 x = 2 \log_x 1 - 2 \xrightarrow{\log_2 x = t} t = \frac{2}{t} - 2$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1, -3$$

$$\begin{cases} \log_2 x = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \\ \log_2 x = -3 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{17}{8} \end{cases}$$

$$1^{\frac{1}{2} \log_2 1} \neq \frac{1}{(1)^2}$$

$x = 1$ نیز نمی تواند جواب معادله باشد، زیرا:

۲۷۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. قرار می دهیم $A = 2^x$. لذا داریم:

$$2^x \times 2^2 + 2^4 \times (2^x)^2 = 272 \Rightarrow 4A + 16A^2 = 272$$

$$\Rightarrow 4A^2 + A - 68 = 0 \Rightarrow (4A + 17)(A - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 4 = 2^x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log_3 \frac{2}{x} = \log_3 1 = 0 \\ A = -\frac{17}{4} = 2^x \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

۲۷۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_4(x - y) - \log_4 x = \log_4 \frac{x - y}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x - y}{x} = 4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow x - y = 2x \Rightarrow x = -y$$

$$2^{x+y} \times 4^{\frac{x}{4}} \Rightarrow 2^{-y+y} \times 4^{-\frac{y}{4}} \Rightarrow -\frac{y}{4} = 1 \Rightarrow y = -4$$

۲۷۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا حدود x را می یابیم:

$$\begin{cases} x^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\} \\ 1 - 2x > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\}$$

$$\log_3 x^2 + \log_3 (1 - 2x) = \log_3 x^2 + \log_3 (1 - 2x) = \frac{2}{3} \log_3 |x| + \log_3 (1 - 2x) = 0$$

$$\Rightarrow \log_3 |x| + \log_3 (1 - 2x) = \log_3 |x|(1 - 2x) = 0 \Rightarrow |x|(1 - 2x) = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 0) \Rightarrow (-x)(1 - 2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ x = 1 \text{ غ ق} \end{cases} \\ x \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x(1 - 2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین معادله ی فوق تنها یک جواب دارد.

۲۷۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log(x + 4) = \frac{1}{2} \log(2x + 11) \Rightarrow \log(x + 4) = \log(2x + 11)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \log(x + 4)$$

$$= \log \sqrt{2x + 11} \Rightarrow x + 4 = \sqrt{2x + 11} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} (x + 4)^2 = (\sqrt{2x + 11})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 2x + 11 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 - 2x - 11 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

جواب $x = -5$ غیرقابل قبول است، چون جلوی لگاریتم را منفی می کند. اما جواب $x = -1$ قابل قبول است، پس معادله یک جواب منفی دارد.

۲۷۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $10^x = A$ داریم:

$$A^2 - 10A + 24 = 0 \Rightarrow (A - 6)(A - 4) = 0 \Rightarrow (10^x - 6)(10^x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 10^{x_1} = 4 \\ 10^{x_2} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \log_{10} 4 \\ x_2 = \log_{10} 6 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_{10} 4 + \log_{10} 6 = \log_{10} 24$$

۲۷۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3^{5x-2} = 1 + \text{Log}_{\sqrt{3}}^x \xrightarrow[\substack{\text{Log}_{\sqrt{3}}^x = 2\text{Log}_3^x = \text{Log}_3^{x^2} \\ 1 = \text{Log}_3^3}]{\text{Log}_3^{5x-2} = \text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^{x^2}}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_3^{5x-2} = \text{Log}_3^{3x^2} \Rightarrow 3x^2 = 5x - 2 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Log}_3^{|x_1 - x_2|} = \text{Log}_3^{\frac{1}{3}} = \text{Log}_3^{3^{-1}} = -1$$

۲۷۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر $f(x) = 1 + \text{Log}_p x$ ، آنگاه از معادله ی $f(x) + f\left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 5$ ، نتیجه می شود:

$$\begin{aligned} 1 + \text{Log}_p x + \left(1 + \text{Log}_p \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)\right) &= 5 \\ \Rightarrow \text{Log}_p x + \text{Log}_p \left(x^2 + \frac{2}{x}\right) &= 3 \Rightarrow \text{Log}_p x \left(x^2 + \frac{2}{x}\right) = 3 \\ \Rightarrow \text{Log}_p (x^3 + 2) &= 3 \Rightarrow x^3 + 2 = p^3 \Rightarrow x^3 = p^3 - 2 \\ \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{1}{p} &\Rightarrow f\left(\frac{3}{x}\right) = f\left(\frac{1}{p}\right) = 1 + \text{Log}_p \frac{1}{p} = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

۲۷۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. عدد مفروض را x در نظر می گیریم طبق فرض سؤال و از آنجا که $\text{Log}_a y - \text{Log}_a x = \text{Log}_a \frac{y}{x}$ داریم:

$$\begin{aligned} \text{Log}_a 16x &= \text{Log}_a (x + 3) \Rightarrow \text{Log}_a 16x - \text{Log}_a x = 3 \Rightarrow \text{Log}_a \frac{16x}{x} = 3 \\ \Rightarrow \text{Log}_a 16 &= 3 \Rightarrow a^3 = 16 \Rightarrow a = \sqrt[3]{16} \end{aligned}$$

$$\text{Log}_4 a^6 = \text{Log}_4 \left(\sqrt[3]{16}\right)^6 = \text{Log}_4 16^2 = \text{Log}_4 4^4 = 4 \quad \text{و از آنجا که } \text{Log}_a x^m = m \text{Log}_a x \text{، داریم:}$$

۲۸۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

۲۸۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^x = 4\sqrt[3]{2} \Rightarrow (2^3)^x = 2^2 \times 2^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{(2+\frac{1}{3})} \Rightarrow 3x = 2 + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{9}$$

$$2 + \log_3 \sqrt{x+1} = \log_3 y \Rightarrow \log_3 2 + \log_3 \sqrt{x+1} = \log_3 y$$

$$\Rightarrow y = 2 \times \sqrt{x+1} \xrightarrow{x = \frac{7}{9}} y = 2 \times \sqrt{\frac{7}{9}+1} = 2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

۲۸۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $10^x = A$ داریم:

$$A^2 - 10A + 24 = 0 \Rightarrow (A-6)(A-4) = 0 \Rightarrow (10^x - 6)(10^x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 10^{x_1} = 4 \\ 10^{x_2} = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \log_{10} 4 \\ x_2 = \log_{10} 6 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_{10} 4 + \log_{10} 6 = \log_{10} 24$$

۲۸۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$2\log_{10} x - \log_{10} (2x-1) = 2\log_{10} 2 \Rightarrow \log_{10} x^2 - \log_{10} (2x-1) = \log_{10} 2^2$$

$$\Rightarrow \log_{10} \frac{x^2}{2x-1} = \log_{10} 4 \Rightarrow \frac{x^2}{2x-1} = 4 \Rightarrow x^2 = 8x - 4 \Rightarrow 4 = 8x - x^2$$

$$\Rightarrow \log_{10} \frac{(8x-x^2)}{16} = \log_{10} \frac{4}{16} = \log_{10} \frac{1}{4} = \log_{10} 4^{-1} = -\frac{1}{2} \log_{10} 4 = -\frac{1}{2}$$

۲۸۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر a و b اعدادی مثبت باشند، آن گاه $\text{Log} a - \text{Log} b = \text{Log} \frac{a}{b}$ ، پس:

$$\text{Log } 2x - \text{Log } y = 1 \Rightarrow \text{Log} \frac{2x}{y} = 1$$

اگر u و v اعداد مثبتی باشند و $v \neq 1$ ، از $\text{Log}_v u = k$ نتیجه می شود $v^k = u$ ، پس:

$$\text{Log} \frac{2x}{y} = 1 \Rightarrow 10^1 = \frac{2x}{y} \Rightarrow x = 5y \quad (1)$$

هم چنین:

$$25^x \times \left(\frac{1}{5}\right)^y = 125 \Rightarrow (5^2)^x \times (5^{-1})^y = 5^3 \Rightarrow 5^{2x-y} = 5^3 \Rightarrow 2x - y = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} \begin{cases} x = 5y \\ 2x - y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{5}{3}, y = \frac{1}{3}$$

۲۸۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \left(\frac{x^4 - 2}{x} \right) = 2 \Rightarrow x^4 - 2 = x^2 \Rightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = a \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ غ ق} \\ a = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x^2 = 2} \begin{cases} x = \sqrt{2} \Rightarrow \text{Log} \left(\frac{x^4 - 2}{x} \right) = \text{Log}_{\frac{1}{5}} \frac{2}{\sqrt{2}} = \text{Log}_{\frac{1}{5}} \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{-1} \text{Log}_{\frac{1}{5}} \frac{1}{\sqrt{2}} = -1 \\ x = -\sqrt{2} \text{ غ ق} \end{cases}$$

۲۸۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$9^x - 15(3^{x-1}) + 6 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 15\left(\frac{3^x}{3}\right) + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{3^x = A} A^2 - 5A + 6 = 0 \Rightarrow (A - 3)(A - 2) = 0$$

$$\begin{cases} A = 3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \\ A = 3^x = 2 \Rightarrow x = \text{Log}_3 2 \end{cases}$$

$$1 > \text{Log}_3 2 \xrightarrow{x_1 > x_2} x_1 = 1, x_2 = \text{Log}_3 2 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\text{Log}_3 2} = \text{Log}_2 3$$

۲۸۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم که: $\text{Log}_a x^n = n \text{Log}_a x$ و $\text{Log}_a x = \frac{1}{n} \text{Log}_a x^n$ پس:

$$1 + \text{Log}_y x = \text{Log}_y y \Rightarrow 1 + \text{Log}_y x = \text{Log}_y y \Rightarrow 1 + \frac{1}{y} \text{Log}_y x = \text{Log}_y y$$

$$\Rightarrow 1 + \text{Log}_y x^{\frac{1}{y}} = \text{Log}_y y$$

هم چنین می دانیم که: $\text{Log}_a x + \text{Log}_a y = \text{Log}_a xy$ و $1 = \text{Log}_y y$ پس:

$$1 + \text{Log}_y x^{\frac{1}{y}} = \text{Log}_y y \Rightarrow \text{Log}_y y + \text{Log}_y x^{\frac{1}{y}} = \text{Log}_y y \Rightarrow \text{Log}_y y x^{\frac{1}{y}} = \text{Log}_y y$$

$$\Rightarrow y x^{\frac{1}{y}} = y \Rightarrow y \sqrt{x} = y \quad (*)$$

$$x^2 + y^2 = 21 \xrightarrow{(*)} x^2 + (y \sqrt{x})^2 = 21 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \xrightarrow{(*)} y = 2\sqrt{3} \\ x = -7 \text{ غیر قابل قبول (تعریف نمی شود).} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{yx}{y} = \frac{2 \times 3}{2} \sqrt{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{3}} \frac{yx}{y} = \text{Log}_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$$

می دانیم که: $\text{Log}_a x^m = \frac{m}{n} \text{Log}_a x$ پس:

$$\text{Log}_{\frac{1}{3}} \sqrt{3} = \text{Log}_{3^{-1}} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{-1} \text{Log}_3 3 = -\frac{1}{2}$$

۲۸۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_y (x-1) + 2 \text{Log}_y \sqrt{3x+2} = 3 \Rightarrow \text{Log}_y (x-1) + \text{Log}_y (3x+2) = 3 \Rightarrow \text{Log}_y (3x^2 - x - 2) = 3$$

$$3x^2 - x - 2 = 8 \Rightarrow 3x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{121}}{6} = \frac{1 \pm 11}{6} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{3}} (2x-1) = \text{Log}_{\sqrt{3}} 3 = \frac{1}{\frac{1}{2}} \text{Log}_3 3 = 2$$

۲۸۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی $(\text{Log}_3 x)^2 - 4\text{Log}_3 x - 5 = 0$ یک معادله ی درجه ۲ بر حسب $\text{Log}_3 x$ است، پس:

$$(\text{Log}_3 x + 1)(\text{Log}_3 x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Log}_3 x = -1 \Rightarrow x = 3^{-1} = \frac{1}{3} \\ \text{Log}_3 x = 5 \Rightarrow x = 3^5 = 243 \end{cases}$$

۲۹۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

یادآوری: $\text{Log}_b^a = \frac{1}{\text{Log}_a b}$

ابتدا معادله ی داده شده را ساده می کنیم تا مقدار X به دست آید.

$$\text{Log}_5^2 + \text{Log}_5^x + \text{Log}_x^5 = 7 \Rightarrow 2 + 2\text{Log}_5^x + 2\text{Log}_x^5 = 7 \Rightarrow 2(\text{Log}_5^x + \text{Log}_x^5) = 5$$

$$\xrightarrow{\text{Log}_5^x = t} 2\left(t + \frac{1}{t}\right) = 5 \xrightarrow{\times t} 2t^2 + 2 = 5t \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow t = \frac{5 \pm 3}{2 \times 2} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \text{Log}_5^x = 2 \Rightarrow x = 5^2 = 25 \\ t = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_5^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$x = \sqrt{5} \Rightarrow x^2 + 3 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow \text{Log}_{16}^{\left(x^2 + 3\right)} = \text{Log}_{16}^8 = \text{Log}_{\frac{16}{8}}^{\frac{8}{8}} = \frac{3}{4}$$

جواب متناظر با، $x = 25$ در بین گزینه ها نیست.

۲۹۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از طرفین در پایه ی ۱۰ لگاریتم می گیریم:

$$2^{4-2x} = 5^x \Rightarrow (4 - 2x)\text{Log}_{10}^2 = x\text{Log}_{10}^5$$

$$4\text{Log}_{10}^2 - 2x\text{Log}_{10}^2 = x\text{Log}_{10}^5 \Rightarrow 4\text{Log}_{10}^2 = x(2\text{Log}_{10}^2 + \text{Log}_{10}^5)$$

$$4\text{Log}_{10}^2 = x(\text{Log}_{10}^{20}) \Rightarrow x = \frac{\text{Log}_{10}^{16}}{\text{Log}_{10}^{20}} = \text{Log}_{\frac{20}{16}}^{16}$$

۲۹۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 - \log_{\frac{5}{2}} = \log_{\frac{5}{2}}(2^x - 1) \Rightarrow \log_{\frac{5}{2}} 2 - \log_{\frac{5}{2}} 5 = \log_{\frac{5}{2}}(2^x - 1)$$

$$\log_{\frac{5}{2}} 2 = \frac{1}{2} \log_{\frac{5}{2}}(2^x - 1) \Rightarrow 2 \log_{\frac{5}{2}} 2 = \log_{\frac{5}{2}}(2^x - 1) \Rightarrow \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \log_{\frac{5}{2}}(2^x - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{25} = 2^x - 1 \Rightarrow 2^x = \frac{29}{25} \Rightarrow x = \frac{29}{50} \Rightarrow x = 0.58$$

۲۹۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log(x - 3)(x + 2) - \log(x - 3) = \log(2x - 5) \Rightarrow \log(x + 2) = \log(2x - 5)$$

$$\Rightarrow x + 2 = 2x - 5$$

$$x = 7 \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{8} = \log_{\frac{1}{4}} 2 = \frac{1}{2}$$

۲۹۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log(2x - 1) + \log(x^2)^{\frac{1}{2}} = \log 3 \Rightarrow \log(2x - 1) + \log x = \log 3$$

$$\Rightarrow \log x(2x - 1) = \log 3 \Rightarrow 2x^2 - x = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$$

در این معادله ی درجه دو با توجه به این که $a + c = b$ است، بنابراین:

$$x_1 = -1 \quad \text{غ ق ق ۱}$$

$$x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_4 2x = \log_4 2 \left(\frac{3}{2}\right) = \log_4 3 = \log_{\frac{1}{4}} 3^1 = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{4}} 3 = \frac{1}{2}$$

۲۹۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_x(4 + x^3) - \log_x(x + 2) = 2 \Rightarrow \log_x \left(\frac{4 + x^3}{x + 2}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{4 + x^3}{x + 2} = x^2 \Rightarrow 4 + x^3 = (x + 2)x^2 \Rightarrow 4 + x^3 = x^3 + 2x^2 \Rightarrow 2x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{2} \Rightarrow \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{\sqrt{2}} = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2 = \frac{1}{12}$$

۲۹۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. حدود x برای آن که معادله تعریف شده باشد، به صورت زیر است:

$$x \text{ برای } \{x \in \mathbb{R} | 4 - x > 0, 6 - x > 0, x > 0\} = (0, 4)$$

$$\log(4 - x) = \log \frac{6 - x}{x} \Rightarrow 4 - x = \frac{6 - x}{x} \Rightarrow x(4 - x) = 6 - x \Rightarrow 4x - x^2 = 6 - x$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب معادله، $\{2, 3\}$ است.

۲۹۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\sqrt{x}} 216 = x \Rightarrow (\sqrt{x})^x = 216 \Rightarrow (\sqrt{x})^x = 2^3 \times 3^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \text{Log}_{\sqrt{x}} x = 1$$

۲۹۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(1-x) = f(x-2) \Rightarrow (\text{Log}(1-x))^2 = (\text{Log}(x-2))^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{Log}(1-x) = \text{Log}(x-2) \\ \text{Log}(1-x) = -\text{Log}(x-2) = \text{Log}(x-2)^{-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x = x-2 \Rightarrow 1+2 = x+x \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (غ ق ق)} \\ 1-x = (x-2)^{-1} \Rightarrow 1-x = \frac{1}{x-2} \Rightarrow (1-x)(x-2) = 1 \end{cases} \quad (\text{در دامنه ی } \text{Log}(x-2) \text{ نیست.})$$

$$\Rightarrow x-2-x^2+2x-1=0 \Rightarrow x^2-3x+3=0, \Delta < 0 \rightarrow \text{ریشه ندارد.}$$

پس این دو نمودار یکدیگر را قطع نمی کنند.

۲۹۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$3^x = A, (3^x)^2 + 3(3^x) = 108 \Rightarrow A^2 + 3A - 108 = 0 \Rightarrow (A-9)(A+12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 9 = 3^x \Rightarrow x = 2 \\ A = -12 = 3^x \text{ (غیر ممکن)} \end{cases}$$

$$x = 2, \text{Log}_7(x-2y) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Log}_7(2-2y) = \frac{1}{2} \Rightarrow 2-2y = (7)^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow -2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

۳۰۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^x - a = 2x^2 \Rightarrow \text{Log}_3 3^x - a = \text{Log}_3 2x^2 \Rightarrow x - a = x^2 \text{Log}_3 2$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_3 2)x^2 - x + a = 0$$

چون این معادله، فقط یک جواب (که البته مضاعف است) دارد، پس:

$$\Delta = (-1)^2 - 4a \text{Log}_3 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4 \text{Log}_3 2} = \frac{1}{\text{Log}_3 16} = \text{Log}_{16} 3 = \text{Log}_{\frac{1}{4}} 3$$

$$= \frac{1}{2} \text{Log}_4 3 = \text{Log}_4 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow b = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

با توجه به $a = \text{Log}_4 b$ نتیجه می شود:

$$\text{Log}_x 4 = -1 \Rightarrow x^{-1} = 4 \Rightarrow \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

۳۰۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{a}} 4 = 2 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{a > 0, a \neq 1} a = \frac{1}{2}$$

۳۰۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 x = -1 \Rightarrow x = 3^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} + 1 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow \log_{10} \frac{1}{x} = 1$$

۳۰۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3^{2x+y} = 3^{2+x-y} \rightarrow 2y = 2-x$$

$$\log(x+2y) - \log y = \log 10 \Rightarrow \frac{x+2y}{y} = 10 \rightarrow x+2y = 10y$$

$$x+2y = 5 \times (2y) \rightarrow x+2-x = 5(2-x) \rightarrow x = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

۳۰۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x ; (x, a > 0, a \neq 1)$$

$$\log_a b^n = n \log_a b ; (b, a > 0, a \neq 1)$$

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آنگاه از تساوی $\log_a x = \log_a y$ می‌توان نتیجه گرفت که $x = y$ و برعکس، یعنی

اگر $x, y > 0$ و $x = y$ ، آنگاه: $\log_a x = \log_a y$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\log x + \log x^2 + \log x^3 + \dots + \log x^{10} = 220$$

با توجه به نکات داریم:

$$\Rightarrow \log x + 2\log x + 3\log x + \dots + 10\log x = 220 \Rightarrow (1+2+\dots+10)\log x = 220$$

$$\Rightarrow \frac{10 \times 11}{2} \log x = 220 \Rightarrow 55 \log x = 220 \Rightarrow \log x = \frac{220}{55} = 4 \Rightarrow x = 10^4$$

۳۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 x + \log_x \sqrt{3} = k \Rightarrow \log_3 x + \log_x 3^{\frac{1}{2}} = k$$

$$\log_3 x = \frac{1}{\log_x 3}$$

$$\Rightarrow \log_3 x + \frac{1}{2\log_x 3} = k \xrightarrow{\log_x 3} \log_3 x + \frac{1}{2\log_x 3} = k$$

با فرض $\log_3 x = A$ داریم:

$$A + \frac{1}{2A} = k \xrightarrow{A \neq 0} 2A^2 - 2kA + 1 = 0$$

برای آن که معادله درجه دوم، تنها یک جواب داشته باشد، باید دلتای آن صفر باشد. پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-2k)^2 - 4(2)(1) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 8 = 0 \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \pm\sqrt{2} \xrightarrow{k > 0} k = \sqrt{2}$$

۳۰۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از ویژگی های لگاریتم داریم:

$$\text{Log}_3 a^2 + 2 \text{Log}_{\frac{1}{(3)^2}}^{(2)^2} = \text{Log}_3 a^2 + \text{Log}_3^4 = \text{Log}_3^4 a^2 \quad (*)$$

طرف راست تساوی برابر است با:

$$\frac{1}{2} \text{Log}_{\sqrt{3}}^{(5+a)} = \text{Log}_3^{(5+a)} \quad (**)$$

از برابر قرار دادن روابط (*) و (**) نتیجه می گیریم که:

$$\text{Log}_3^4 a^2 = \text{Log}_3^{5+a} \Rightarrow 4a^2 = 5+a \Rightarrow 4a^2 - a - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

که هر دو مقدار به دست آمده، قابل قبول اند. بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای a برابر است با: $-1 + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$

۳۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر ویژگی های لگاریتم، می دانیم $\text{Log } 1 = 0$ است. بنابراین داریم:

$$2 \text{Log}(\sqrt{2}m) - \text{Log } 1 = 2 \text{Log } 2 + \text{Log}(m+1)$$

$$\Rightarrow \text{Log}(2m^2) = \text{Log } 8 + \text{Log}(m+1) \Rightarrow \text{Log}(2m^2) = \text{Log}(8(m+1))$$

$$\Rightarrow 2m^2 = 8(m+1) \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} \quad (\text{غ ق ق}) \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m همان $2 + 2\sqrt{2}$ است.

۳۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به وجود $\log x$ در معادله، دامنه آن $x > 0$ است. اگر از دو طرف تساوی، لگاریتم در پایه ۱۰ بگیریم، آن گاه داریم:

$$\log(x^1 - \log x) = \log \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow (1 - \log x) \cdot \log x = \log 1 - \log 100 = -\log 100 = -2$$

بنابراین:

$$(1 - \log x) \log x = -2$$

اگر قرار دهیم $u = \log x$ ، آن گاه:

$$(1 - u)u = -2 \Rightarrow u^2 - u - 2 = 0 \Rightarrow u = 2 \text{ یا } u = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x_1 = 2 \Rightarrow x_1 = 100 \\ \log x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 = 100 \times \frac{1}{10} = 10$$

۳۰۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (1 + \log m)^2 - 4 \log m = 0$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \log m + (\log m)^2 - 4 \log m = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \log m + (\log m)^2 = 0 \Rightarrow (1 - \log m)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \log m = 1 \Rightarrow m = 10$$

۳۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{2a-1}{2a+1}} = \log_{\frac{1}{\sqrt{36}}} \Rightarrow \log_{\frac{2a-1}{2a+1}} = -\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{36}} \Rightarrow \log_{\frac{2a-1}{2a+1}} = \log_{\frac{1}{\sqrt{36}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-1}{2a+1} = \frac{1}{6} \Rightarrow 2a+1 = 6(2a-1) \Rightarrow 2a+1 = 12a-6 \Rightarrow 12a-2a = 1+6$$

$$\Rightarrow 10a = 7 \Rightarrow a = 0.7 \Rightarrow \log_{\frac{1}{\sqrt{36}}} a = \log_{\frac{1}{\sqrt{36}}} 0.7 = \log_{(\frac{1}{6})^2} 0.7$$

$$= \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{6}} 0.7 = \frac{1}{2}$$

۳۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_b a^n = n \text{Log}_b a$ نکته

نکته: $\text{Log}_b a = \frac{1}{\text{Log}_a b}$

با توجه به نکته بالا فرض $\text{Log}_x x = a$ ، نتیجه می شود $\text{Log}_x x = \frac{1}{a}$. اکنون معادله را به شکل زیر می نویسیم:

$$a + \frac{3}{a} = \text{Log}_x x^4 = 4 \Rightarrow a + \frac{3}{a} = 4 \Rightarrow \frac{a^2 + 3}{a} = 4 \xrightarrow{\times a} a^2 + 3 = 4a$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 3 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \text{Log}_x x = 1 \Rightarrow x = 2 \\ a = 3 \Rightarrow \text{Log}_x x = 3 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه های معادله برابر است با: $2 + 8 = 10$

۳۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $\text{Log}_c a + \text{Log}_c b = \text{Log}_c ab$ نکته

نکته: با فرض $a, b > 0$ و $a \neq 1$ داریم: $a^{\text{Log}_a b} = b$

به کمک نکته بالا داریم: $5^{\text{Log}_5 3} = 3$, $3^{\text{Log}_3 5} = 5$. با جای گذاری این مقادیر در معادله داریم:

$$(2^x - 5)(4^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x = \text{Log}_2 5 \\ 4^x = 3 \Rightarrow 2^x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2 \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Log}_2 5 + \text{Log}_2 \sqrt{3} = \text{Log}_2 5\sqrt{3}$$

بنابراین مجموع ریشه های این معادله برابر است با:

۳۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2 (2^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 2^x + 15 = 2^{x+3}$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 8(2^x) + 15 = 0 \Rightarrow (2^x - 3)(2^x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \Rightarrow x_1 = \text{Log}_2 3 \\ 2^x = 5 \Rightarrow x_2 = \text{Log}_2 5 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \text{Log}_2 3 + \text{Log}_2 5 = \text{Log}_2 15$$

۳۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3^{-14-x} = \frac{1}{3^{(4x+4y)}} \Rightarrow 3^{-14-x} = 3^{(-4x-4y)}$$

$$\Rightarrow -14-x = -4x-4y \Rightarrow 3x+4y=14 \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \log_5 2 + \frac{1}{2} \log_5 5 = \frac{1}{2} \log_5 x \xrightarrow{\times 2} 3 \log_5 2 = \log_5 x - \log_5 y$$

$$\Rightarrow \log_5 \frac{x}{y} = \log_5 2^3 \Rightarrow \frac{x}{y} = 8 \Rightarrow x = 8y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \text{ و } (2)} 3(8y) + 4y = 14 \Rightarrow 28y = 14$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$$

۳۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، داریم:

$$\log_3 a^2 + 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{(2)^{\frac{1}{2}}}{(3)^{\frac{1}{2}}} = \log_3 a^2 + \log_3 \frac{4}{3} = \log_3 4a^2 \quad (*)$$

طرف راست تساوی برابر است با:

$$\frac{1}{2} \log_3 \frac{(5+a)}{\sqrt{3}} = \log_3 \frac{(5+a)}{3} \quad (**)$$

با مقایسه روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$\log_3 4a^2 = \log_3 \frac{(5+a)}{3} \Rightarrow 4a^2 = \frac{5+a}{3} \Rightarrow 4a^2 - a - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

که هر دو مقدار به دست آمده، قابل قبول‌اند. بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای a برابر است با: $-1 + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$

۳۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log x + \log |x - 2| = 0$$

$$\log 1 = 0$$

$$\rightarrow \log(x|x-2|) = \log 1 \Rightarrow x|x-2| = 1$$

$$\text{اگر } x \geq 2: x(x-2) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

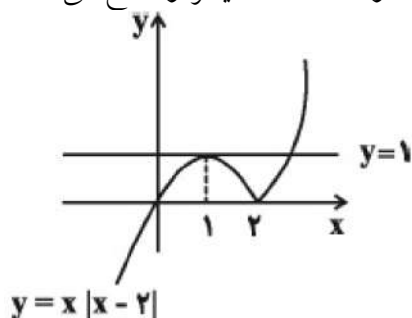
$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2 + \sqrt{8}}{2} = 1 + \sqrt{2} & \text{ق ق} \\ x_2 = \frac{2 - \sqrt{8}}{2} = 1 - \sqrt{2} & \text{غ ق} \end{cases}$$

$$\text{اگر } x < 2: -x(x-2) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ قابل قبول}$$

پس معادله ۲ جواب دارد.

در شکل زیر، نمودار توابع $y = x|x-2|$ و $y = 1$ رسم شده که مشخص است در ۲ نقطه همدیگر را قطع می کنند.



۳۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log x = \sqrt[5]{\log x^5 - 12} \Rightarrow (\log x)^2 = \log x^5 - 12$$

$$\Rightarrow (\log x)^2 = 5 \log x - 12 \Rightarrow (\log x)^2 - 5(\log x) + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (\log x - 3)(\log x - 4) = 0 \Rightarrow \log x = 3 \text{ یا } \log x = 4$$

$$x_1 = 10^3, \quad x_2 = 10^4 \Rightarrow x_2 - x_1 = 10^4 - 10^3 = 10000 - 1000 = 9000$$

۳۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_5(\log_7(\log_x(x+6))) = 0 \Rightarrow \log_7(\log_x(x+6)) = 5^0 = 1 \Rightarrow \log_x(x+6)$$

$$= 2^1 = 2 \Rightarrow x+6 = x^2 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases} \text{ (غ ق ق)}$$

۳۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x^{\frac{1}{2}} - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x - \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{2}} = 4 \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow 4 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = 1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2^{1/20}$$

$$\log_5 x^{\frac{1}{2}} = \frac{2 \log x}{\log 5} = \frac{2 \log 2^{(0/5)}}{1 - \log 2} = \frac{2(0/25) \log 2}{1 - \log 2} \approx \frac{(0/5)(0/3)}{(0/7)} = \frac{0/15}{0/7} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14}$$

۳۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله ی لگاریتمی داده شده را با استفاده از خواص لگاریتمی ساده می کنیم:

$$\log_x (3x - 1) + \log_x (x + 1) = 2 \Rightarrow \log_x (3x - 1)(x + 1) = 2 \Rightarrow \log_x (3x^2 + 3x - x - 1)$$

$$= 2 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} 3x^2 + 2x - 1 = x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 1$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + x = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(x^2 + x + \frac{1}{2} \right) \xrightarrow{(1)} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = \log_{\frac{1}{2}} 2^0 = \log_{\frac{1}{2}} 2^0 = 0 \times 1 = 0$$

۳۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که دامنه ی توابع موجود در معادله، $x < -3$ است. بنابراین:

$$\log_{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} + \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}} (-x - 3) = 4 \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{2}} |x| + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} (-x - 3) \xrightarrow{x < -3}$$

$$2 \log_{\frac{1}{2}} (-x) + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_{\frac{1}{2}} (-x - 3) = 2 \log_{\frac{1}{2}} (-x) + 2 \log_{\frac{1}{2}} (-x - 3) = 4 \xrightarrow{\div 2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} (-x) + \log_{\frac{1}{2}} (-x - 3) = 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (-x)(-x - 3) = 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + 3x) = 2$$

$$\xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} x^2 + 3x = 2^2 = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases} \xrightarrow{x < -3} x = -4$$

در نتیجه:

$$\log_9 (2x^2 - 5) \xrightarrow{x = -4} \log_9 (32 - 5) = \log_9 27 = \log_{\frac{1}{3}} 3^3 = \frac{3}{\frac{1}{3}} \times 1 = \frac{3}{\frac{1}{3}}$$

۳۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$1 = \log_x x, \log_{\sqrt{x}} \sqrt{x} = \log_{x^{\frac{1}{2}}} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_x x = \log_x x$$

در نتیجه:

$$\log_x x + \log_x (x^2 - 1) = \log_x x + \log_x x^2 \Rightarrow \log_x (x^2 - 1) = \log_x x^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 3 = 2x \Rightarrow 3x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (3x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{غیر قابل قبول} \\ x = 3 \Rightarrow \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$\log_{x^2} \sqrt[4]{x^2} \xrightarrow{x=3} \log_{3^2} 3^{\frac{2}{4}} = \frac{\frac{2}{4}}{2} \log_3 3 = \frac{1}{4}$$

۳۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\log_x x \right)^2 = 4 + 3 \left(\log_x x \right) \Rightarrow \left(\log_x x \right)^2 = 4 + 3 \left(\log_x x \right)$$

$$\log_x x = A \Rightarrow A^2 = 4 + 3A \Rightarrow A^2 - 3A - 4 = 0$$

فرض:

$$(A - 4)(A + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \\ A = -1 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\log_x x = 4 \Rightarrow \log x = 2 \Rightarrow x = 10^2 = 100$$

بنابراین:

$$\log_{100} x = \log_{100} 100 = \frac{2}{3}$$

۳۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2}{4} \log_x 2 + \frac{1}{4} \log_2^x = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\log_2^x} + \frac{1}{4} \log_2^x = \frac{3}{4}$$

$$\log_2^x = A \quad \text{فرض:}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{4} A = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} A^2}{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{4} A^2 = \frac{3}{4} A$$

در نتیجه:

$$A^2 - 3A + 1 = 0 \Rightarrow (A - 2)(A - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 = \log_2^x \\ A = 2 = \log_2^x \end{cases}$$

بنابراین:

$$\log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2^1 = 2, \log_2^x = 2 \Rightarrow x = 2^2 = 4$$

$$2 + 4 = 6$$

۳۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\sqrt{2}} \left(\log_{\sqrt{2}} \left(\log_{\sqrt{2}}^x \right) \right) = 2^3 = 8$$

$$\log_{\sqrt{2}} \left(\log_{\sqrt{2}}^x \right) = (\sqrt{2})^8 = 16 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^x = (\sqrt{2})^{16} = 16$$

$$x = (\sqrt{2})^{16} = 4$$

در نتیجه:

$$\log_{\sqrt{4}} (4 + 2\sqrt{4}) = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^3 = 6$$

بنابراین:

$${}_a \log_a^b = b$$

۳۲۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. همان طور که می دانید:

$${}_3 \log_3^8 - \log_3^{16} = {}_3 \log_3^{64} - \log_3^{16} = {}_3 \log_3^4 = 4 \Rightarrow a = \sqrt[4]{4} = 2$$

پس داریم:

پس a برابر با ۲ است، داریم:

$$\log_a (x + 1) + \log_a (x - 1) = 3 \Rightarrow \log_a (x^2 - 1) = 3 \xrightarrow{a=2} \log_2 (x^2 - 1) = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 2^3 \Rightarrow x^2 - 1 = 8 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

چون ورودی لگاریتم نباید منفی شود، پس فقط $x = 3$ قابل قبول است.

$$\text{Log}(x+1) - \text{Log } 2 = \text{Log} \frac{2}{x} + \text{Log } 5 \quad \text{گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.}$$

$$\text{Log} \frac{x+1}{2} = \text{Log } 5 \times \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{10}{x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x(x+1) = 20 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+5=0 \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases} \quad \text{غیر قابل قبول}$$

گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(2\sqrt{2})^x \cdot 4^y = 256 \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}x} \cdot 2^{2y} = 2^8 \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}x+2y} = 2^8 \Rightarrow \frac{3}{2}x + 2y = 8 \quad (1)$$

$$\text{Log}(x-2) + \frac{1}{2}\text{Log } 9 = \text{Log}(5+y) \Rightarrow \text{Log}(x-2) + \text{Log } 3 = \text{Log}(5+y)$$

$$\Rightarrow \text{Log}(3x-6) = \text{Log}(5+y) \Rightarrow 3x-6 = 5+y \Rightarrow 3x-y = 11 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cdot (2)} \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x+y=5$$

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا دامنه ی معادله را می یابیم:

$$\begin{cases} x^2 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{0\} \\ 1-2x > 0 \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) - \{0\}$$

$$\text{Log}_9 x^2 + \text{Log}_3(1-2x) = \frac{2}{3}\text{Log}_3|x| + \text{Log}_3(1-2x) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Log}_3|x| + \text{Log}_3 1-2x = \text{Log}_3|x|(1-2x) = 0 \Rightarrow |x|(1-2x) = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty, 0) \Rightarrow (-x)(1-2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \text{ ق ق} \\ x = 1 \text{ غ ق} \end{cases} \\ x \in \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x(1-2x) = 1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

بنابراین معادله ی فوق تنها یک ریشه دارد.

گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2(\text{Log}_3^x) = 2 \Rightarrow \text{Log}_3^x = 2^2 = 4 \Rightarrow x = 3^4 \Rightarrow x = 81 \Rightarrow \text{Log}_9^{81} = 2$$

۳۳۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$4^x + 2^x = 72 \xrightarrow{2^x = t} t^2 + t - 72 = 0 \rightarrow (t - 8)(t + 9) = 0$$

$$\begin{cases} t = -9 \\ t = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{غ.ق.ق}} 2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$$\log(x + 1) + \log(2y + x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(9 + 2y) = 2$$

$$\Rightarrow \log(9 + 2y) = \log 100 - \log 4 = \log \frac{100}{4} = \log 25$$

$$\Rightarrow 9 + 2y = 25 \rightarrow y = 8$$

۳۳۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\log_{\frac{x+2}{4-x}}(x+2) - \log_{\frac{x+2}{4-x}}(4-x) = 1 \Rightarrow \log_{\frac{x+2}{4-x}} \frac{x+2}{4-x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{4-x} = x \Rightarrow 4x - x^2 = x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ق.ق.} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ غ.ق.} \end{cases} \text{ (در معادله صدق می کند.)}$$

تذکر، مبنای لگاریتم باید بزرگتر از صفر و مخالف عدد یک باشد، بنابراین جواب معادله فقط $x = 2$ است.

۳۳۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\log_9(x - 4) + \log_3 2 = 1$$

برای آنکه مبنا (پایه) لگاریتمها در سمت چپ تساوی یکسان باشد، می توان عبارت $\log_3 2$ را برابر $\log_9 4$ دانست:

$$\log_9(x - 4) + \log_9 4 = 1 \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} \log_9 4(x - 4) = 1 \rightarrow 4(x - 4) = 9^1$$

$$\Rightarrow 4x - 16 = 9 \Rightarrow 4x = 9 + 16 \Rightarrow 4x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

۳۳۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \sqrt{2x+5} = \text{Log} 9^{\frac{1}{2}} + \text{Log}(x-1) \Rightarrow \text{Log} \sqrt{2x+5} = \text{Log} 3(x-1)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+5} = 3x-3 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (\sqrt{2x+5})^2 = (3x-3)^2$$

$$\Rightarrow 2x+5 = 9x^2 - 18x + 9 \Rightarrow 9x^2 - 18x + 9 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 20x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-20)^2 - 4(9)(4) = 400 - 144 = 256$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-20) \pm \sqrt{256}}{2(9)} = \frac{20 \pm 16}{18} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{36}{18} = 2 \\ x_2 = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=2 \text{ جایگزین}} \sqrt{2(2)+5} = 3(2)-3 \Rightarrow \sqrt{9} = 6-3 \Rightarrow 3=3$$

تساوی صحیح است، پس جواب $x=2$ قابل قبول است.

$$\xrightarrow{x=\frac{2}{9} \text{ جایگزین}} \sqrt{2\left(\frac{2}{9}\right)+5} = 3\left(\frac{2}{9}\right)+3 \Rightarrow \sqrt{\frac{4}{9}+5} = \frac{2}{3}+3 = \sqrt{\frac{49}{9}}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{11}{3} \text{ تساوی نادرست است، پس جواب } x=\frac{2}{9} \text{ قابل قبول نیست.}$$

$$\text{Log}_4 2x = \text{Log}_4 (2 \times 2) = \text{Log}_4 4 = 1$$

۳۳۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از طرفین تساوی $2^{1-2x} = 3^x$ در پایه ی ۲ لگاریتم می گیریم، داریم:

$$\text{Log}_2 (2^{1-2x}) = \text{Log}_2 3^x \Rightarrow 1-2x = x \text{Log}_2 3$$

$$\Rightarrow 1 = x(2 + \text{Log}_2 3) \Rightarrow 1 = x(\text{Log}_2 2^2 + \text{Log}_2 3)$$

$$\Rightarrow 1 = x \text{Log}_2 12 \Rightarrow x = \frac{1}{\text{Log}_2 12} = \text{Log}_{12} 2 \Rightarrow b = 12$$

۳۳۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$1 - \text{Log} x = (\text{Log} 5)^2 - (\text{Log} 2)^2 = (\text{Log} 5 + \text{Log} 2)(\text{Log} 5 - \text{Log} 2) \Rightarrow \text{Log} 10 - \text{Log} x$$

$$= (\text{Log} 10) \left(\text{Log} \frac{5}{2} \right) \Rightarrow \text{Log} \frac{10}{x} = \text{Log} \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Log}_4 \sqrt{2^3} = 3 \quad \text{Log}_4 \sqrt{2^4} = 3^4 = 81$$

با توجه به $\text{Log}_b a = a$ حاصل عبارت برابر است با: x

۳۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض: $\text{Log}_4 2x = A$

$$\frac{(\text{Log}_4 2x)^2 + 2}{\text{Log}_4 2x} = 3 \Rightarrow (\text{Log}_4 2x)^2 + 2 = 3 \text{Log}_4 2x$$

$$A^2 - 3A + 2 = 0 \Rightarrow (A - 2)(A - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Log}_4 2x = 2 \Rightarrow 2x = 4^2 = 16 \Rightarrow x = 8 \\ \text{Log}_4 2x = 1 \Rightarrow 2x = 4^1 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 2, x_2 = 8$$

$$\text{Log}_{x_1} 8 + \text{Log}_{x_2} 16 = \text{Log}_2 8 + \text{Log}_8 16 = 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

در نتیجه: