



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

سراسری تجربی ۹۶

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos 2x + 2\cos^2 x = 0$  ، کدام است ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۴) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 4\cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \cup \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin^2 x = \sin^2 \alpha \\ \cos^2 x = \cos^2 \alpha \\ \tan^2 x = \tan^2 \alpha \end{array} \right\} \rightarrow x = k\pi \pm \alpha \quad \cos^2 x = \frac{1}{4} = \cos^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad \text{روش دوم:}$$

نکته: ک. م. چند کسر برابر است با نسبت ک.م.م صورت ها به ب.م.م مخرج ها  
روش سوم: می توان از مقدار گذاری استفاده کرد.

سراسری تجربی ۹۶ - خارج از کشور

مجموع جواب های معادله مثلثاتی  $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{3} - x) = 0$  ، در بازه  $[0, 2\pi]$  ، کدام است ؟

$$\frac{14\pi}{3} \quad (۱) \quad 4\pi \quad (۲) \quad \frac{9\pi}{2} \quad (۳) \quad 5\pi \quad (۴)$$

$$2\sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2\cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \xrightarrow{x=k\pi} x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2\cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای بدست آوردن جواب های کلی معادله مثلثاتی نیست ، فقط کافی است جواب ها را در فاصله داده شده ، مشخص کنیم .



$$\cos 3x + \cos x = 0 \xrightarrow{\cos x \neq 0} \cos 3x = -\cos x \rightarrow \cos 3x = \cos(\pi - x) \rightarrow$$

$$3x = 2k\pi \pm (\pi - x) \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\cos x \neq 0} \text{True} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\cos x \neq 0} \text{false} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۳

در معادله مثلثاتی  $\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$  ، مجموع تمام جواب ها در بازه  $[0, \pi]$  ، کدام است ؟

۷

$\frac{7\pi}{4}$  (۴)       $\frac{3\pi}{2}$  (۳)       $\frac{5\pi}{4}$  (۲)       $\frac{3\pi}{4}$  (۱)

$$\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$$

$$\sin 2x \cdot \sin x + \sin 2x \cdot \cos x = \cos 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x$$

$$\sin 2x \cdot \cos x + \cos 2x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x \rightarrow \sin 3x = \cos 3x \xrightarrow{\div \cos 3x}$$

$$\tan 3x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} \xrightarrow{\div 3} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \xrightarrow{\substack{k \in \mathbb{Z} \\ k=0,1,2}} \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \frac{9\pi}{12} = \frac{5\pi}{4}$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$  ، به کدام صورت است ؟

۸

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$  (۳)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)       $k\pi + \frac{\pi}{4}$  (۱)

$$\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1 \rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \xrightarrow{\sin x \neq 0}$$

$$\sin 3x = \sin x \rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \rightarrow x = k\pi \rightarrow \text{false} \\ 3x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۲

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$  ، به کدام صورت است ؟

۹

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)       $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۲)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۱)

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = \sin^2(\pi + \frac{\pi}{4})$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۹۲ - خارج از کشور

مجموع تمام جواب های معادله ی مثلثاتی  $\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi$  در بازه ی  $[0, 2\pi]$  ، کدام است ؟

- (۱)  $8\pi$       (۲)  $9\pi$       (۳)  $10\pi$       (۴)  $11\pi$

$$\sin 5x + \sin 4x = 1 + \cos \pi \xrightarrow{\cos \pi = -1} \sin 5x + \sin 4x = 0 \rightarrow \sin 5x = -\sin 4x = \sin(-4x)$$

۱۰

$$\begin{cases} 5x = 2k\pi - 4x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{9} \rightarrow x = \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{10\pi}{9}, \frac{12\pi}{9}, \frac{14\pi}{9}, \frac{16\pi}{9}, \frac{18\pi}{9} \\ 5x = 2k\pi + \pi + 4x \rightarrow x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \pi \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۱

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{2} + x)$  ، به کدام صورت است ؟

- (۱)  $\frac{k\pi}{3}$       (۲)  $\frac{2k\pi}{3}$       (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$       (۴)  $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

۱۱

$$\sin^2 x - \cos^2 x = \sin(\frac{3\pi}{2} + x) \rightarrow -\cos 2x = -\cos x$$

$$\cos 2x = \cos x \rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases} \cup \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3}$  ، به کدام صورت است ؟

۱۲

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6}$       (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$       (۳)  $k\pi + \frac{\pi}{6}$       (۴)  $k\pi - \frac{\pi}{6}$

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

سراسری تجربی ۹۰

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sin(\pi + x) \cos(\frac{\pi}{2} + x) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0$  ، کدام است ؟

۱۳

- (۱)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$       (۲)  $2k\pi + \frac{\pi}{6}$       (۳)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$       (۴)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

$$\sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 2 \sin(\pi - x) + 1 = 0 \rightarrow (-\sin x)(-\sin x) - 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\sin^2 x - 2 \sin x + 1 = 0 \rightarrow (\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

سراسری تجربی ۹۰ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3}$  ، کدام است ؟

$2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۴)       $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۳)       $k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)       $k\pi - \frac{\pi}{6}$  (۱)

۱۴

$$(\sin x - \tan x) \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos \frac{4\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{4\pi}{3} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}}$$

$$(\sin x - \tan x) \cot x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

سراسری تجربی ۸۹

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{3}$  ، به کدام صورت است ؟

$k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۴)       $k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۳)       $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$  (۲)       $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$  (۱)

۱۵

روش اول :

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} + \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x} = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{4 \tan x}{1 - \tan^2 x} = 2\sqrt{3}$$

$$2 \tan 2x = 2\sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

روش دوم :

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \qquad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{3} \rightarrow \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}\right)}{\frac{1}{2} \left[ \cos\left(x + \frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4} - x + \frac{\pi}{4}\right) \right]} = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{\sin 2x}{\frac{1}{2} \cos 2x} = 2\sqrt{3} \rightarrow 2 \tan 2x = 2\sqrt{3} \rightarrow \tan 2x = \sqrt{3} = \tan \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$  ، به کدام صورت است ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳) \quad k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۲) \quad k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} [\cos 2x + \cos \frac{2\pi}{3}] = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos 2x - \frac{1}{2} = -1$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

روش دوم :

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$$

$$\left[ \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} \right] \left[ \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} \right] = -\frac{1}{2}$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right] \left[ \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right] = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{4} \cos^2 x - \frac{3}{4} \sin^2 x = -\frac{1}{2}$$

$$\cos^2 x - 3 \sin^2 x = -2 \rightarrow 1 - \sin^2 x - 3 \sin^2 x = -2 \rightarrow 4 \sin^2 x = 3 \rightarrow \sin^2 x = \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 x = \sin^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۱۶

سراسری تجربی ۸۸ - خارج از کشور

معادله  $\cos^3 x + 3 \cos x = 4$  ، چند جواب در بازه  $[0, 2\pi]$  دارد ؟

$$۲ \quad (۴) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۰ \quad (۲) \quad ۱ \quad (۱)$$

نکته: اگر در معادله درجه  $n$  ، مجموع ضرایب صفر شود ، قطعاً یکی از ریشه ها یک می باشد .

$$\cos^3 x + 3 \cos x = 4 \rightarrow \cos^3 x + 3 \cos x - 4 = 0 \xrightarrow{\cos x = t} t^3 + 3t - 4 = 0 \xrightarrow{t=1}$$

$$(t-1)(t^2 + t + 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} t-1=0 \rightarrow t=1 \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = 0, 2\pi \\ t^2 + t + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta = 1 - 16 = -15 < 0} \end{cases}$$

۱۷

سراسری تجربی ۸۷

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0$  ، کدام است ؟

$$2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad (۴) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۳) \quad 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (۲) \quad 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (۱)$$

$$2 \sin(\pi - x) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + 3 \cot x \sin(\pi + x) = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0$$

$$2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

۱۸

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\cos 3x \sin(3\pi - x) - \sin 3x \cos(\pi + x) = \cos \frac{3\pi}{2}$  ، کدام است ؟

$$k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۴) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad \frac{k\pi}{2} \quad (۲) \quad \frac{k\pi}{4} \quad (۱)$$

$$\cos 3x \sin(3\pi - x) - \sin 3x \cos(\pi + x) = \cos \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos 3x \sin x + \sin 3x \cos x = 0$$

$$\sin(3x + x) = 0 \rightarrow \sin 4x = 0 \rightarrow 4x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

۱۹

سراسری تجربی ۸۶

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \sin^2 x = 3 \cos x$  ، به کدام صورت است ؟

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۴) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۳) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (۲) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

$$2 \sin^2 x = 3 \cos x \rightarrow 2 \sin^2 x - 3 \cos x = 0 \rightarrow 2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$$

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲۰



سراسری تجربی ۸۶ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \tan x \cos^2 x = 1$  ، به کدام صورت است ؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

روش اول:

۲۱

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \xrightarrow{x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}} 2 \times \frac{\sin x}{\cos x} \times \cos^2 x = 1 \rightarrow 2 \sin x \cos x = 1 \rightarrow \sin 2x = 1$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

روش دوم:

$$2 \tan x \cos^2 x = 1 \rightarrow 2 \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow 2 \tan x = 1 + \tan^2 x \rightarrow \tan^2 x - 2 \tan x + 1 = 0$$

$$(\tan x - 1)^2 = 0 \rightarrow \tan x - 1 = 0 \rightarrow \tan x = 1 = \tan \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

سراسری تجربی ۸۵

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - x) = 1 + \sin(\frac{5\pi}{2} + x)$  ، کدام است ؟

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۴)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - x) = 1 + \sin(\frac{5\pi}{2} + x) \rightarrow \sqrt{2} \left[ \sin \frac{\pi}{4} \cos x - \cos \frac{\pi}{4} \sin x \right] = 1 + \sin(2\pi + \frac{\pi}{2} + x)$$

$$\sqrt{2} \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \right] = 1 + \cos x \rightarrow \cos x - \sin x = 1 + \cos x$$

$$\sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \text{ or } x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

۲۲

سراسری تجربی ۸۴ - خارج از کشور

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $\cos^2 x + 3 \sin(\frac{\pi}{2} + x) + 2 = 0$  ، کدام است ؟

$$(2k+1)\pi \quad (۴)$$

$$\frac{k\pi}{2} \quad (۳)$$

$$2k\pi \quad (۲)$$

$$k\pi \quad (۱)$$

۲۳

$$\cos^2 x + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2 = 0 \rightarrow \cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} \cos x = -1 \rightarrow \text{True} \\ \cos x = -2 \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$\cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

سراسری تجربی ۸۳

جواب کلی معادله مثلثاتی  $\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0$  ، به کدام صورت است ؟

$$k\pi - \frac{\pi}{4} \quad (۴) \quad k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۳) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۲) \quad 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

۲۴

روش اول :

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0 \rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)} = 0 \rightarrow \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x)} = 0$$

$$\cos x + \sin x = 0 \rightarrow \sin x = -\cos x \xrightarrow{\div \cos x \neq 0} \tan x = -1 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

روش دوم :

$$\frac{\cos 2x}{\cos(x + \frac{\pi}{4})} = 0 \xrightarrow{\cos(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0} \cos 2x = 0 \rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \rightarrow \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\xrightarrow{\div \cos^2 x} \tan^2 x = 1 \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0 \rightarrow x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (۲) \rightarrow (۱), (۲) \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

سراسری تجربی ۸۱

جواب کلی معادله ی مثلثاتی  $2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0$  ، کدام است ؟

$$k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (۴) \quad 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad (۳) \quad 2k\pi + \pi \quad (۲) \quad k\pi \quad (۱)$$

۲۵

$$2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} \cos x = -1 \rightarrow \cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = \frac{3}{2} \notin [-1, 1] \rightarrow \text{false} \end{cases}$$

سراسری تجربی ۸۰

یکی از جواب های معادله  $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$  کدام است ؟

$\frac{4\pi}{3}$  (۴)

$\frac{7\pi}{6}$  (۳)

$\frac{5\pi}{6}$  (۲)

$\frac{2\pi}{3}$  (۱)

$$2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} \sin x = 2 \notin [-1, 1] \rightarrow \text{false} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{True} \end{cases}$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \xrightarrow{k=0} x = \frac{7\pi}{6} \end{cases}$$

۲۶

سراسری تجربی ۷۹

جواب کلی معادله مثلثاتی  $2 = \cos(\pi + 2x)(1 + \tan^2 x)$  به کدام صورت است ؟

$k\pi \pm \frac{\pi}{3}$  (۴)

$k\pi \pm \frac{\pi}{6}$  (۳)

$k\pi + \frac{\pi}{3}$  (۲)

$k\pi + \frac{\pi}{6}$  (۱)

روش اول :

$$(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} \times (-\cos 2x) = 2 \xrightarrow{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} \times (1 - 2\cos^2 x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} - 2 = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = 4 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \cos^2 \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

روش دوم :

$$(1 + \tan^2 x) \cos(\pi + 2x) = 2 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} \times (-\cos 2x) = 2 \xrightarrow{\cos^2 x \neq 0} \cos 2x = -2\cos^2 x$$

$$2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow 4\cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} = \left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^2 \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

۲۷

<p>سراسری تجربی ۷۹</p> <p>اگر <math>\alpha = ۲۲/۵^\circ</math> باشد، مقدار <math>\sin^3 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos^3 \alpha</math> برابر کدام است؟</p> <p>(۱) <math>-\frac{1}{4}</math> (۲) <math>-\frac{1}{2}</math> (۳) <math>\frac{1}{2}</math> (۴) <math>\frac{1}{4}</math></p> <p><math>\sin^3 \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \cos^3 \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)</math></p> <p><math>\frac{1}{2} \sin 2\alpha (-\cos 2\alpha) = -\frac{1}{4} \sin 4\alpha \xrightarrow{\alpha=۲۲/۵^\circ} -\frac{1}{4} \sin 90^\circ = -\frac{1}{4}</math></p>	<p>۲۸</p>
<p>سراسری تجربی ۷۹</p> <p>حاصل <math>(۲ \cos ۸0^\circ - ۱) \cos ۴0^\circ</math> برابر کدام است؟</p> <p>(۱) <math>-\frac{1}{2}</math> (۲) <math>-\sin ۲0^\circ</math> (۳) <math>\frac{1}{2}</math> (۴) <math>\sin ۲0^\circ</math></p> <p><math>\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]</math></p> <p><math>\cos ۴0^\circ (۲ \cos ۸0^\circ - ۱) = ۲ \cos ۸0^\circ \cos ۴0^\circ - \cos ۴0^\circ = ۲ \times \frac{1}{2} [\cos ۱۲0^\circ + \cos ۴0^\circ] - \cos ۴0^\circ</math></p> <p><math>= \cos ۱۲0^\circ = \cos(\pi - ۶0^\circ) = -\cos ۶0^\circ = -\frac{1}{2}</math></p>	<p>۲۹</p>
<p>سراسری تجربی ۷۸</p> <p>صورت کلی تمام قوس هایی که در معادله <math>\sin(\frac{\pi}{۲} + x) \cos(۲\pi - x) = \sin^2 \frac{۷\pi}{۶}</math> صدق کنند، کدام است؟</p> <p>(۱) <math>۲k\pi - \frac{\pi}{۳}</math> (۲) <math>۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}</math> (۳) <math>k\pi + \frac{\pi}{۳}</math> (۴) <math>k\pi \pm \frac{\pi}{۳}</math></p> <p><math>\sin(\frac{\pi}{۲} + x) \cos(۲\pi - x) = \sin^2 \frac{۷\pi}{۶} \rightarrow \cos x \cos x = \frac{1}{۴} \rightarrow \cos^2 x = \cos^2 \frac{\pi}{۳} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳}</math></p>	<p>۳۰</p>
<p>سراسری تجربی ۷۸</p> <p>معادله ی مثلثاتی <math>\tan ۶0^\circ \sin x + \sin(\frac{\pi}{۲} - x) = m - ۱</math> دارای جواب است، مجموعه مقادیر <math>m</math> کدام است؟</p> <p>(۱) <math>[-۱, ۳]</math> (۲) <math>[-۳, ۱]</math> (۳) <math>[۰, ۲]</math> (۴) <math>[-۲, ۴]</math></p> <p><math>\tan ۶0^\circ \sin x + \sin(\frac{\pi}{۲} - x) = m - ۱ \rightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x = m - ۱ \rightarrow ۳ + ۱ \geq (m - ۱)^2</math></p> <p><math>-۲ \leq m - ۱ \leq ۲ \rightarrow -۱ \leq m \leq ۳</math></p>	<p>۳۱</p>

سراسری تجربی ۷۷

به ازای کدام مقادیر  $m$  ، معادله  $m \tan x + \cot x = 4$  دو جواب متمایز در فاصله  $(0, \frac{\pi}{2})$  دارد ؟

- (۱)  $-1 < m < 4$  (۲)  $m > 0$  (۳)  $m < 4$  (۴)  $0 < m < 4$

$$m \tan x + \cot x = 4 \rightarrow m \tan x + \frac{1}{\tan x} = 4 \xrightarrow{\times \tan x \neq 0} m \tan^2 x - 4 \tan x + 1 = 0$$

۳۲

$$\begin{aligned} \Delta' = b'^2 - ac & \rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \rightarrow 4 - m > 0 \rightarrow m < 4 \\ \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{1}{m} > 0 \rightarrow m > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{4}{m} > 0 \rightarrow m > 0 \end{cases} \quad \cap \rightarrow 0 < m < 4 \end{aligned}$$

سراسری تجربی ۷۷

انتهای کمان جواب های معادله  $\cos 2x = \sin x$  بر روی دایره مثلثاتی ، رأس های کدام مثلث است ؟

- (۱) قائم الزاویه (۲) متساوی الاضلاع (۳) متساوی الساقین (۴) مختلف الاضلاع

$$\cos 2x = \sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

۳۳

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{3\pi}{2}$$

سراسری تجربی ۷۶

انتهای کمان های جواب های معادله  $\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$  روی دایره مثلثاتی ، رأس های کدام

چند ضلعی است ؟

- (۱) مثلث متساوی الاضلاع (۲) مثلث قائم الزاویه (۳) مستطیل (۴) مربع

$$\cos 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0 \rightarrow \cos 2x + \cos x = 0 \rightarrow \cos 2x = -\cos x$$

۳۴

$$\cos 2x = \cos(\pi - x) \rightarrow 2x = 2k\pi \pm (\pi - x)$$

$$2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \pi$$

$$2x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow x = 2k\pi - \pi \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \pi$$

( سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴ )

ایمیل: [seyedalimousavi48@gmail.com](mailto:seyedalimousavi48@gmail.com)