



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

سراسری تجربی ۹۵

به ازای کدام مقدار k ، خروج از مرکز هذلولی به معادله $kx^2 - 2y^2 + 4y = 4$ ، برابر $\sqrt{3}$ است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

برای به دست آوردن خروج از مرکز هذلولی، معادله را به صورت استاندارد می نویسیم.

چون کسر X^2 مثبت است پس هذلولی افقی است و همیشه a^2 در مخرج کسر مثبت است.

$$kx^2 - 2(y^2 - 2y + 1 - 1) = 4 \longrightarrow kx^2 - 2(y-1)^2 = 2 \longrightarrow \frac{kx^2}{2} - \frac{2(y-1)^2}{2} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{2}{k}} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{2}{k} \\ b^2 = 1 \end{cases}$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{k}{2}} \xrightarrow{e=\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{k}{2}} = \sqrt{3} \longrightarrow k = 4$$

سراسری تجربی ۹۵ - خارج از کشور

در یک هذلولی افقی، معادله مجانب ها به صورت $y = 2x - 4$ و $y = -2x$ می باشند، خروج از مرکز این هذلولی کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ ۲ (۲) $\frac{1}{2}\sqrt{5}$ ۳ (۳) $\sqrt{3}$ ۴ (۴) $\sqrt{5}$

نکته: در هذلولی افقی، شیب مجانب های مایل برابر است با: $m = \pm \frac{b}{a}$

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \longrightarrow m = 2 \\ y = -2x \longrightarrow m = -2 \end{cases} \longrightarrow m = \pm \frac{b}{a} \longrightarrow \frac{b}{a} = 2 \quad \text{or} \quad b = 2a$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

سراسری تجربی ۹۴

هذلولی به معادله $5y^2 - 4x^2 - 20y = 0$ مفروض است. معادله یک بیضی که کانون های آن منطبق بر رأس های هذلولی و رأس های آن در کانون های این هذلولی باشد، کدام است؟

- ۱ (۱) $5y^2 + 9x^2 - 20y = 25$ ۲ (۲) $5y^2 + 9x^2 - 10y = 36$
۳ (۳) $4y^2 + 5x^2 - 16y = 4$ ۴ (۴) $9y^2 + 5x^2 - 36y = 9$

$$5y^2 - 4x^2 - 20y = 0 \rightarrow 5(y^2 - 4y + 4 - 4) - 4x^2 = 0 \rightarrow \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{4x^2}{5} = 1$$

هذلولی قائم به مرکز $O(0, 2)$ با پارامترهای $a^2 = 4$ و $b^2 = 5$ و $c^2 = 9$ است. در بیضی قائم مورد نظر جای a و c عوض می شود.

$$O(0, 2) \quad a^2 = 9 \quad c^2 = 4 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 5$$

$$\frac{(x-0)^2}{5} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1 \xrightarrow{\times 45} 9x^2 + 5y^2 - 20y = 25$$

نکته: در معادله گسترده دایره، بیضی و هذلولی، به کمک مشتق جزئی نیز می توانیم مختصات مرکز را تعیین کنیم.

$$O \begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases}$$

سراسری تجربی ۹۳

در هذلولی به معادله $3x^2 - 4y^2 - 6x - 9 = 0$ طول وتر و تری از آن گذرا بر کانون و عمود بر محور کانونی کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad \sqrt{7} \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 2\sqrt{3} \quad (4)$$

نکته: وتر گذرنده بر کانون و عمود بر محور کانونی، همان وتر کانونی است و اندازه آن $MN = \frac{2b^2}{a}$ می باشد.

$$3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 4y^2 = 9 \rightarrow 3(x-1)^2 - 4y^2 = 12 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$$

$$a^2 = 4 \rightarrow a = 2 \quad b^2 = 3 \quad MN = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(3)}{2} = 3$$

سراسری تجربی ۹۳ - خارج از کشور

قدر مطلق تفاضل فواصل نقطه متحرک $M(x, y)$ ، از دو نقطه ثابت $(2, -4)$ و $(2, 6)$ همواره برابر ۶ واحد است. این متحرک با کدام عرض، خط به معادله $x = 5$ را قطع می کند؟

$$1 \pm \frac{15}{4} \quad (1) \quad 1 \pm 4\sqrt{2} \quad (2) \quad 2 \pm \frac{15}{4} \quad (3) \quad 2 \pm 3\sqrt{2} \quad (4)$$

نکته: مکان هندسی نقاطی از صفحه است که قدرمطلق تفاضل فواصل آن ها از دو نقطه ثابت، مقدار ثابتی است، یک هذلولی می باشد که نقاط ثابت، کانون های هذلولی و مقدار ثابت برابر $2a$ می باشد. (هذلولی قائم)

$$F(2, 6) \quad F'(2, -4) \quad |MF - MF'| = 2a = 6 \rightarrow a = 3 \quad O(2, 1) \quad OF = c = 5$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b^2 = 16 \rightarrow \frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{16} = 1 \xrightarrow{x=5} y = 1 \pm \frac{15}{4}$$

سراسری تجربی ۹۱

در هذلولی به معادله $x^2 - 3y^2 - 2x = 2$ ، اندازه وتر گذرنده بر کانون و عمود بر محور کانونی آن ، کدام است ؟

(۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{3}$

نکته: وتر کانونی هذلولی ، وتری است که از کانون بگذرد و بر محور کانونی عمود باشد .

$$x^2 - 2x + 1 - 1 - 3y^2 = 2 \rightarrow (x-1)^2 - 3(y-0)^2 = 3 \rightarrow \frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(y-0)^2}{1} = 1$$

$$a^2 = 3 \rightarrow a = \sqrt{3} \quad b^2 = 1 \quad MN = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(1)}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

سراسری تجربی ۹۱ - خارج از کشور

خروج از مرکز هذلولی به معادله $x^2 - 2ax - \frac{1}{2}y^2 = 1$ ، کدام است ؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{1+a^2}$

$$x^2 - 2ax + a^2 - a^2 - \frac{y^2}{2} = 1 \rightarrow (x-a)^2 - \frac{y^2}{2} = 1 + a^2 \rightarrow \frac{(x-a)^2}{1+a^2} - \frac{y^2}{2(1+a^2)} = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{2(1+a^2)}{(1+a^2)}} = \sqrt{3}$$

سراسری تجربی ۸۹

نقطه $M(-2, 1)$ محل تلاقی مجانب های هذلولی به معادله $4x^2 + ay^2 + bx + 2y + 11 = 0$ است ، معادله مجانب آن با شیب مثبت ، کدام است ؟

(۱) $2y = x + 4$ (۲) $y = x + 1$ (۳) $y = 2x + 5$ (۴) $y = 4x + 9$

نکته: محل تلاقی مجانب ها ، مرکز تقارن هذلولی است .

$$4x^2 + ay^2 + bx + 2y + 11 = 0 \rightarrow f'_y = 0 \rightarrow 2ay + 2 = 0 \xrightarrow{(-2,1)} a = -1$$

قسمت درجه دوم معادله را به صورت مزدوج نوشته و مختصات مرکز را قرار می دهیم .

$$4x^2 - y^2 = (2x - y)(2x + y) \xrightarrow{(-2,1)} 2x - y = 2(-2) - 1 = -5 \rightarrow y = 2x + 5$$

$m=2 \quad m=-2$

سراسری تجربی ۸۹ - خارج از کشور

در هذلولی به معادله $4x^2 - y^2 - 8x - 4y = 4$ ، فاصله هر کانون از خط مجانب هذلولی ، کدام است ؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

نکته: فاصله هر کانون هذلولی از هر خط مجانب برابر b است .

$$4(x^2 - 2x + 1 - 1) - (y^2 + 4y + 4 - 4) = 4 \longrightarrow 4(x-1)^2 - (y+2)^2 = 4$$

$$\frac{(x-1)^2}{1} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1 \xrightarrow{O(1,-2)} \begin{cases} a^2 = 1 \longrightarrow a = 1 \\ b^2 = 4 \longrightarrow b = 2 \end{cases} \longrightarrow FH = b = 2$$

۹

سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور

دو خط به معادلات $2y - x + 1 = 0$ و $2y + x - 1 = 0$ ، مجانب های یک هذلولی گذرا بر نقطه $(3, 0)$ هستند . معادله این هذلولی کدام است ؟

(۱) $4x^2 - y^2 - 8x = 0$ (۲) $y^2 - 4x^2 + 8y = 8$
(۳) $x^2 - 4y^2 - 2x = 3$ (۴) $4y^2 - x^2 + 2x = 5$

ابتدا ضرب دو مجانب را مساوی k قرار می دهیم .

$$(2y + x - 1)(2y - x + 1) = k \longrightarrow (2y)^2 - (x-1)^2 = k \longrightarrow 4y^2 - x^2 + 2x - 1 = k$$

$$\xrightarrow{(3,0)} 0 - 9 + 6 - 1 = k \longrightarrow k = -4 \longrightarrow 4y^2 - x^2 + 2x - 1 = -4$$

$$4y^2 - x^2 + 2x = -3 \longrightarrow x^2 - 4y^2 - 2x = 3$$

۱۰

سراسری تجربی ۸۵

اگر نقاط $F(0, 3)$ و $F'(0, -3)$ کانون های یک هذلولی با خروج از مرکز $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ باشند ، معادله آن کدام است ؟

(۱) $y^2 - 3x^2 = 4$ (۲) $x^2 - 3y^2 = 4$ (۳) $x^2 - 8y^2 = 8$ (۴) $y^2 - 8x^2 = 8$

$$\begin{cases} F(0, 3) \\ F'(0, -3) \end{cases} \longrightarrow O(0, 0) \quad \begin{cases} \beta + c = 3 \\ \beta - c = -3 \end{cases} \longrightarrow c = 3$$

$$e = \frac{3\sqrt{2}}{4} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \longrightarrow \frac{3}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{4} \longrightarrow a = 2\sqrt{2} \quad c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow b^2 = 1$$

$$\frac{(y-0)^2}{1} - \frac{(x-0)^2}{8} = 1 \longrightarrow \frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{8} = 1 \longrightarrow y^2 - 8x^2 = 8$$

۱۱

<p>سراسری تجربی ۸۵ - خارج از کشور</p> <p>در هذلولی به معادله $4y^2 - 5x^2 + 8y + 20x + 4 = 0$ ، مختصات یکی از کانون ها کدام است؟</p> <p>(۱) $(-2, -1)$ (۲) $(-1, -1)$ (۳) $(2, -1)$ (۴) $(2, 2)$</p> <p>هذلولی افقی است .</p> <p>$4y^2 - 5x^2 + 8y + 20x + 4 = 0 \longrightarrow 4(y^2 + 2y + 1 - 1) - 5(x^2 - 4x + 4 - 4) + 4 = 0$</p> <p>$4(y+1)^2 - 5(x-2)^2 = -20 \xrightarrow{\div(-20)} \frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{5} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 5 \end{cases}$</p> <p>$O(2, -1) \quad c^2 = a^2 + b^2 = 9 \longrightarrow c = 3 \longrightarrow \begin{cases} F(\alpha + c, \beta) \longrightarrow F(5, -1) \\ F'(\alpha - c, \beta) \longrightarrow F'(-1, -1) \end{cases}$</p>	<p>۱۲</p>
<p>سراسری تجربی ۸۳</p> <p>مجاانب های یک هذلولی منطبق بر دو قطر یک مستطیل به ابعاد ۶ و ۸ واحد است . اگر این هذلولی بر ضلع بزرگتر مستطیل مماس باشد ، خروج از مرکز آن کدام است ؟</p> <p>(۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{3}$</p> <p>$\begin{cases} 2b = 8 \longrightarrow b = 4 \\ 2a = 6 \longrightarrow a = 3 \end{cases} \longrightarrow c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow c = 5 \quad e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$</p>	<p>۱۳</p>
<p>سراسری تجربی ۸۲</p> <p>مساحت مستطیلی که قطرهای آن ، مجاانب هذلولی به معادله $4x^2 - y^2 + 4y = 8$ می باشد ، کدام است ؟</p> <p>(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰</p> <p>چون کسر شامل x^2 مثبت است پس هذلولی افقی است و a^2 همیشه در مخرج کسر مثبت است .</p> <p>$4x^2 - (y^2 - 4y + 4 - 4) = 8 \longrightarrow 4x^2 - (y-2)^2 = 4 \longrightarrow \frac{x^2}{1} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$</p> <p>$a^2 = 1 \longrightarrow a = 1 \quad b^2 = 4 \longrightarrow b = 2 \quad S = 4ab = 4(1)(2) = 8$</p>	<p>۱۴</p>
<p>سراسری تجربی ۷۹</p> <p>خط به معادله $y + 2x = 4$ یکی از مجاانب های هذلولی است به کانون $F(3, 2)$ که محورکانونی آن موازی محور x ها است ، معادله خط مجاانب دیگر هذلولی ، کدام است ؟</p> <p>(۱) $y = 2x$ (۲) $y = 2x - 2$ (۳) $y = 2x - 4$ (۴) $2y = x + 3$</p>	<p>۱۵</p>

نکته: اگر محور کانونی هذلولی موازی محور Xها باشد، هذلولی را افقی می نامیم.

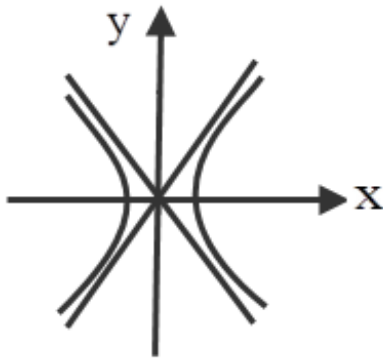
شیب مجانب ها در هذلولی افقی از رابطه $m = \pm \frac{b}{a}$ به دست می آید و شیب مجانب ها قرینه هم هستند.

$$F(3, 2) = (\alpha + c, \beta) \quad y + 2x = 4 \xrightarrow{y=2} 2 + 2x = 4 \longrightarrow x = 1 \longrightarrow \omega(1, 2)$$

$$y = -2x + 4 \xrightarrow{\substack{m=-2 \\ m'=2}} y = 2x + h \xrightarrow{(1,2)} h = 0 \longrightarrow y = 2x$$

سراسری تجربی ۷۸

در شکل مقابل، خط به معادله $y = 2x$ یکی از مجانب های هذلولی است. خروج از مرکز هذلولی، کدام است؟



(۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

۱۶

نکته: در هذلولی افقی، شیب مجانب ها برابر $m = \pm \frac{b}{a}$ است در نتیجه داریم:

$$y = 2x \xrightarrow{m=2} m = \frac{b}{a} = 2$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

سراسری تجربی ۷۷

در هذلولی به معادله $12x^2 - 4y^2 - 24x - 16y = 7$ فاصله یک رأس از نقطه تلاقی مجانب های آن، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۱

نکته: در هذلولی فاصله یک رأس کانونی تا مرکز آن برابر a می باشد. (هذلولی افقی است)

$$\frac{(x-1)^2}{\frac{1}{4}} - \frac{(y+2)^2}{\frac{3}{4}} = 1 \longrightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱۷

سراسری تجربی ۷۶

هذلولی به کانون های $F(4, -1)$ و $F'(0, -1)$ و خط مجانب به معادله $y = 2x + b$ ، عرض از مبدا مجانب دیگر کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

مرکز هذلولی، وسط FF' است. همچنین در هذلولی شیب مجانب ها، قرینه اند.

$$O(2, -1) \quad y = 2x + b \xrightarrow{m=2} m' = -2 \quad y + 1 = -2(x - 2) \longrightarrow y = -2x + 3$$

۱۸

همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هائی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .

با تشکر : **سید علی موسوی**

خواهشمند است پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام (۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴) و یا به ایمیل seyedalimousavi48@gmail.com ارسال فرمائید .

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را همراهی کنید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان