

۱- اعمال روی توابع:

(۱) $(f + g)x = f(x) + g(x)$ $D_f + g = D_f \cap D_g$

(۲) $(f - g)x = f(x) - g(x)$ $D_f - g = D_f \cap D_g$

(۳) $(f \times g)x = f(x) \cdot g(x)$ $D_f \cdot g = D_f \cap D_g$

(۴) $\left(\frac{f}{g}\right)x = \frac{f(x)}{g(x)}$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

(۵) $(f \circ g)x = f(g(x))$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$

(۶) $(g \circ f)x = g(f(x))$ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$

ترکیب توابع

-۲

اگر f و g دو تابع باشند به طوری که برد تابع f و دامنه تابع g اشتراک ناتھی داشته باشند، تابع $g(f(x))$ را با نماد

تابع مرکب (gof)(x) نمایش می‌دهیم و تابع **تابع مرکب** می‌نامیم، به عبارت دیگر:

$$(gof)(x) = g(f(x))$$

مثال اگر $f(x) = 3x + 1$ و $g(x) = 2x - 5$ باشد، ضابطه fog ، gof ، fog و gog را بنویسید.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = 3(2x - 5) + 1 = 6x - 15 + 1 = 6x - 14$$

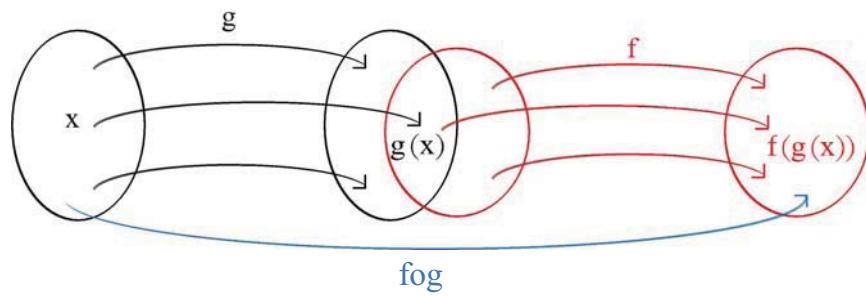
$$(gof)(x) = g(f(x)) = 2(3x + 1) - 5 = 6x + 2 - 5 = 6x - 3$$

$$(fov)(x) = f(f(x)) = 3(3x + 1) + 1 = 9x + 3 + 1 = 9x + 4$$

$$(gog)(x) = g(g(x)) = 2(2x - 5) - 5 = 4x - 10 - 5 = 4x - 15$$

دامنه ترکیب توابع

تعییر اول:



$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

X باید جزء دامنه g باشد

پیکان g(x) باید داخل دامنه f فرود آمده باشد

تعییر دو:

$$(fog)(x) = f(g(x))$$

x را ابتدا به g(x) می‌دهیم بنابراین x باید جزء دامنه g باشد و حاصل آنکه g(x) را به f(x) می‌دهیم. بنابراین g(x) نیز باید جزء دامنه f باشد.

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

نکته: اگر می‌خواهید برای یافتن دامنه ترکیب از تعریف استفاده کنید باید از علامت‌های < ≤ ≥ > ≠ استفاده کنید.

مثال هایی از دامنه ترکیب توابع

-۴

مثال ۱) اگر $g(x) = \sqrt{5-x}$ و $f(x) = \sqrt{x-1}$ باشد دامنه gof را حساب کنید.

$$D_f : x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$D_g : 5 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$$

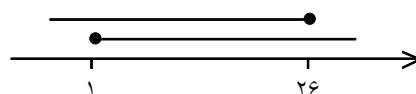
$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \leq 5 \right\}$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\downarrow$$

$$x - 1 \leq 25 \Rightarrow x \leq 26 \quad (۲)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow D_{gof} = [1, 26]$$



مثال ۲) اگر $g(x) = \frac{1}{x-1}$ و $f(x) = \frac{3}{x}$ باشد دامنه gof را حساب کنید.

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{ x \neq 0 \mid \frac{3}{x} \neq \pm 1 \right\} = \mathbb{R} - \{0, \pm 3\}$$

\downarrow

$$x \neq \pm 3$$

مثال ۳) اگر $g(x) = \frac{3}{x}$ و $f(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، دامنه fog را حساب کنید.

$$D_f : x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{fog} = \left\{ x \neq 0 \mid \frac{3}{x} \geq 1 \right\}$$

\downarrow

$$\frac{3}{x} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{3-x}{x} \geq 0 \Rightarrow 0 < x \leq 3 \quad (۲)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow D_{fog} = (0, 3]$$

- تمرین: اگر $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$, $f(x) = \sqrt{x - 1}$

$$D_{gof} = ? , D_{fog} = ? , g(x) = \sqrt{9 - x^2}, f(x) = \sqrt{x - 1}$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$9 - x^2 \geq 0 \rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$D_{fog} = \left\{ x \in [-3, 3] \mid \sqrt{9 - x^2} \geq 1 \right\} = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

$$-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

$$D_{gof} = \left\{ x \geq 1 \mid -3 \leq \sqrt{x - 1} \leq 3 \right\}$$

$$\underbrace{-3 \leq \sqrt{x - 1} \leq 3}_{\text{بدینی}} \Rightarrow \sqrt{x - 1} \leq 3 \Rightarrow x - 1 \leq 9 \Rightarrow x \leq 10$$

$$D_{gof} = \{x \geq 1 \mid x \leq 10\} = [1, 10]$$

$$(fog)(x) = f(g(x))$$

تابع بیرونی

تابع درونی

ا- تابع بیرونی مجهول باشد:

روش اول (تفصیر متغیر): در این روش باید تابع درونی را برابر t قرار دهیم و x را برحسب t به دست آوریم و در نهایت تابع بیرونی را برحسب t می‌نویسیم.

مثال ۱) اگر $f(x) = x + 1$ و $g(x) = x - 3$ (fog)(x) را حساب کنید.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = x - 3 \Rightarrow f(x - 3) = x + 1$$

$\underbrace{}_t$

$$x - 3 = t \Rightarrow x = t + 3 \Rightarrow f(t) = x - 3 + 1 \Rightarrow f(t) = t + 6 + 1 \Rightarrow f(t) = t + 7$$

مثال ۲) اگر $f(x) = \frac{x+1}{2x+7}$ و $g(x) = \frac{x+5}{2x+1}$ (fog)(x) را حساب کنید.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{x+5}{2x+1} \Rightarrow f\left(\frac{x+1}{2x+7}\right) = \frac{x+5}{2x+1}$$

$\underbrace{}_t$

$$\frac{x+1}{2x+7} = t \Rightarrow 2xt + 7t = x + 1 \Rightarrow 2xt - x = 1 - 7t \Rightarrow x(2t - 1) = 1 - 7t \Rightarrow x = \frac{1 - 7t}{2t - 1}$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{\frac{1 - 7t}{2t - 1} + 5}{2\left(\frac{1 - 7t}{2t - 1}\right) + 1} = \frac{\frac{1 - 7t + 10t - 5}{2t - 1}}{\frac{2 - 14t + 2t - 1}{2t - 1}} \Rightarrow f(t) = \frac{3t - 4}{-12t + 1}$$

و $4 - 4 - 4$ اگر $f(x) = x - 4$ و $g(x) = x - 5$ (fog)(x) را حساب کنید.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = x^2 - 9x \Rightarrow f(x - 4) = x^2 - 9x$$

$\underbrace{}_t$

$$x - 4 = t \Rightarrow x = t + 4 \Rightarrow f(t) = (t + 4)^2 - 9(t + 4) \Rightarrow f(t) = t^2 + 8t + 16 - 9t - 36$$

$$\Rightarrow f(t) = t^2 + 2t - 8$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

تابع بیرونی

تابع درونی

۱- تابع بیرونی مجهول باشد:

روش دو: در این روش باید تابع درونی را در ضابطهٔ ترکیب بسازیم و سپس به جای همهٔ آن‌ها t قرار می‌دهیم.

و $-1 - 2x = g(x)$ باشد، $f(x) = f(g(x))$ را حساب کنید.

مثال ۱) اگر

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow f(-1 - 2x) = \underbrace{4x^2 - 4x + 1}_{\text{اتحاد مربع}}$$

$$\Rightarrow f(-1 - 2x) = \underbrace{(-1 - 2x)^2}_{t} \Rightarrow f(t) = t^2$$

و $f(x) = \sin x$ باشد، $g(x) = \sin x$ را حساب کنید.

مثال ۲) اگر

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow f(\sin x) = \tan x \Rightarrow f(\sin x) = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow f(\sin x) = \frac{\sin x}{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{\sin x = t}{\rightarrow f(t) = \frac{t}{1 - t^2}}$$

مثال ۳) اگر $f(x) = \sqrt{x - 2}$ و $g(x) = \sqrt{x - 4}$ باشد، $(f \circ g)(x) = x - 4\sqrt{x - 5}$ را حساب کنید.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow f(\sqrt{x - 4}) = x - 4\sqrt{x - 5}$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{x - 4}) = \underbrace{(\sqrt{x - 4})^2 - 4\sqrt{x - 4} + 4}_{\text{اتحاد مربع}} \Rightarrow f(\sqrt{x - 4}) = \underbrace{(\sqrt{x - 4})^2 + 1}_{t}$$

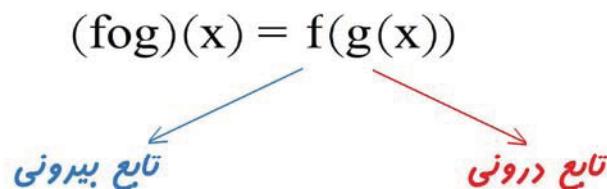
$$\Rightarrow f(t) = t^2 + 1$$

و $f(x) = x + 1$ باشد، $g(x) = x + 1$ را حساب کنید.

مثال ۴) اگر

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow f(x + 1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 5 \Rightarrow f(x + 1) = \underbrace{x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 4}_{\text{اتحاد مکعب دوجمله‌ای}}$$

$$\Rightarrow f(x + 1) = (x + 1)^3 + 4 \xrightarrow{x + 1 = t} f(t) = t^3 + 4$$



تابع بیرونی مجموع باشد:

روش سوم: از این روش تنها در تست‌ها استفاده می‌شود و باید در ضابطه ترکیب صورت سؤال به جای x یک عدد را قرار داد و حاصل را حساب کرد. سپس عدد درون پرانتز را به تک تک گزینه‌ها اعمال می‌کنیم. گزینه‌ای صحیح است که با حاصل ترکیب صورت سؤال برابر باشد.

نکته: اگر حاصل دو گزینه برابر شود باید یک عدد دیگر را امتحان کنیم و حاصل به دست می‌آید.

مثال) اگر $f(x) = \sqrt{x - 2}$ و $g(x) = x^2 + 4x$ باشد، $(fog)(x) = \sqrt{x^2 + 4x - 2}$ کدام گزینه است؟

$$x^2 + 4x \quad (4)$$

$$x^2 - 4x \quad (3)$$

$$x^2 + 4 \quad (2)$$

$$x^2 - 4 \quad (1)$$

جواب) در صورت سؤال به جای x عدد ۲۵ قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= x - 4\sqrt{x} \Rightarrow f(\sqrt{x} - 2) = x - 4\sqrt{x} \xrightarrow{x=25} f(\sqrt{25} - 2) = 25 - 4\sqrt{25} \\ &\Rightarrow f(3) = 5 \end{aligned}$$

حال گزینه‌ای صحیح است که با جایگذاری عدد ۳، حاصل ۵ شود.

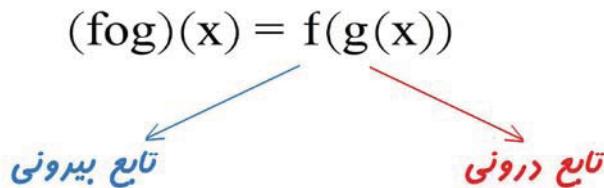
$$3^2 - 4 = 5 \quad \checkmark : \text{گزینه ۱}$$

$$3^2 + 4 = 13 \quad \times : \text{گزینه ۲}$$

$$3^2 - 4(3) = -3 \quad \times : \text{گزینه ۳}$$

$$3^2 + 4(3) = 21 \quad \times : \text{گزینه ۴}$$

بنابراین گزینه‌ی ۱ صحیح است.



۲- تابع درونی مجهول باشد:

ضابطه ترکیب قرار دهیم و در نهایت تابع درونی را حساب کنیم.

مثال ۱) اگر $f(x) = 4x - 8$ و $(fog)(x) = 3x + 5$ باشد، $g(x)$ را حساب کنید.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = 3x + 5$$

$$f(x) = 4x - 8 \Rightarrow f(g(x)) = 4g(x) - 8 \Rightarrow 4g(x) - 8 = 3x + 5 \Rightarrow 4g(x) = 3x + 13$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{3x + 13}{4}$$

مثال ۲) اگر $f(x) = \frac{x+1}{3x-7}$ و $(fog)(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ باشد، $g(x)$ را حساب کنید.

$$f(g(x)) = \frac{2x+1}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{3x-7} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{g(x)+1}{3g(x)-7} \Rightarrow \frac{g(x)+1}{3g(x)-7} = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow xg(x) + g(x) + x + 1$$

$$= 6xg(x) + 3g(x) - 14x - 7 \Rightarrow x + 1 + 14x + 7 = 6xg(x) + 3g(x) - xg(x) - g(x)$$

$$\Rightarrow 15x + 8 = 5xg(x) + 2g(x) \Rightarrow g(x)(5x + 2) = 15x + 8 \Rightarrow g(x) = \frac{15x + 8}{5x + 2}$$

مثال ۳) اگر $f(x) = 4x^2 + 4x$ و $(fog)(x) = x^2 - 6x + 8$ باشد، $g(x)$ را حساب کنید.

$$f(g(x)) = x^2 - 6x + 8$$

$$f(x) = 4x^2 + 4x \Rightarrow f(g(x)) = 4g^2(x) + 4g(x) \Rightarrow 4g^2(x) + 4g(x) = x^2 - 6x + 8$$

$$\rightarrow 4g^2(x) + 4g(x) + 1 = x^2 - 6x + 9 \Rightarrow (2g(x) + 1)^2 = (x - 3)^2$$

$$\Rightarrow 2g(x) + 1 = \pm(x - 3) \Rightarrow \begin{cases} 2g(x) + 1 = x - 3 \Rightarrow g(x) = \frac{x - 4}{2} \\ 2g(x) + 1 = -x + 3 \Rightarrow g(x) = \frac{-x + 2}{2} \end{cases}$$

$$(f+g)(x) = 5 \quad \text{و} \quad D_f = [-1, 4] - \{0\} \quad \text{باشد و} \quad g(x) = \sqrt{b-x} + d \quad \text{و} \quad f(x) = \sqrt{x+a} - c \quad \text{اگر} \quad ۱۰$$

۲ (۴)

-۱ (۳)

حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

۱ (۲)

۱) صفر

۱۱- اگر $g(x) = \sqrt{x+4} - \sqrt{1-2x}$ باشد، برد تابع $f \cdot g$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۱۲- اگر $g = \{(1, -1), (2, 6a+b), (6, -3)\}$ و $f = \{(3a, c-2), (-3, 2), (2, 2)\}$ باشد، مجموع اعضای $f \cdot g$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۵ (۳)

-۷ (۲)

-۲ (۱)

۱۳- تابع $f(x) = \sqrt{x-3}$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۰ (۱)

۱۴- اگر $f^{-1}(2)$ باشد، مقدار $g(x) = \frac{x-3}{x+1}$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵- اگر $f^{-1} = \{(-1, 2), (a, 1), (4, a+1)\}$ و مجموع اعضای برد تابع $f \circ f$ برابر ۱۰ باشد، مقدار a کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۶- اگر $D_f = [-3, 7]$ باشد، دامنهٔ تابع $f \circ g$ شامل چند عدد صحیح است؟

۵۲ (۴)

۵۱ (۳)

۵۰ (۲)

۴۹ (۱)

۱۷- اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(1)$ باشد، حاصل $g(x) = \frac{1}{3}x^3$ و $f(x) = \frac{x-4}{2}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{12}$ (۴)

$\sqrt[3]{11}$ (۳)

$\sqrt[3]{10}$ (۲)

$\sqrt[3]{9}$ (۱)

۱۸- اگر $(f \circ g)(x) = \frac{x}{x+1}$ باشد، معادلهٔ $g(x) =$ چند ریشه دارد؟

۴) بی‌شمار

دو

یک

۱) صفر

۱۹- اگر $D_f = [1, 3]$ باشد، دامنهٔ تابع $f \circ g$ کدام است؟

$(2, 3)$ (۴)

$(2, \frac{7}{3})$ (۳)

$[2, 3)$ (۲)

$\left[\frac{7}{3}, 3\right]$ (۱)

*** گودرزی

-۲۰- دو تابع با ضابطه های $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$

مفروض آن د. اگر $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد، a کدام است؟

۴ (۴) ۲ (۳) -۱ (۲) -۴ (۱)

-۲۱- اگر $f(x) = \sqrt{2-x^2}$ و $g(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 1 \\ 1 & ; x < 1 \end{cases}$ آنگاه تعداد صفرهای تابع $f + g$ کدام است؟

۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۱ (۱) صفر

-۲۲- برای دو تابع $g = \{(a, 3), (-2, 10), (2, 6), (1, -6)\}$ و $f = \{(1, 4), (5, 2), (-1, b), (4, 5)\}$ اگر $g^{-1}(a-b)$ باشد، مقدار $(-1, 10) \in gof$ و $(5, 3) \in gof^{-1}$ کدام است؟

-۲ (۴) ۱ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

-۲۳- اگر $f(x) = \sqrt{5-x^2}$ باشد، دامنه تابع $f \circ f$ بازه $[a, b]$ است. مساحت سطح محصور بین نمودار تابع f محور x ها و خطوط $x=a$ و $x=b$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) ۱/۲۵ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) ۵ (۱)

-۲۴- اگر $g(x) = 6 + 4x - x^2$ و $f(x) = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ باشد، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

[۶, ۱۰] (۴) (-∞, ۹] (۳) (-∞, ۱۰) (۲) [۱, +∞) (۱)

-۲۵- اگر $\frac{f}{g} = 2f - g = \{(3, 6), (4, 4)\}$ باشد، تابع f کدام است؟

$\left\{ \left(3, -\frac{1}{4} \right) \right\}$ (۲) $\left\{ \left(3, -\frac{1}{4} \right), \left(4, \frac{3}{2} \right) \right\}$ (۱)

$\left\{ \left(4, \frac{3}{2} \right) \right\}$ (۴) $\left\{ \left(3, \frac{3}{8} \right), \left(4, \frac{3}{2} \right) \right\}$ (۳)

-۲۶- اگر $f = \{(2, 6), (1, -2), (a^2 + a, 6), (a, 2)\}$ تابعی وارون پذیر باشد، برد تابع $f + f^{-1}$ کدام است؟

{۰, -۱} (۴) {۳, ۴} (۳) {۳, ۸} (۲) {۱, ۴} (۱)

-۲۷ اگر $g = \{(-1, 2), (0, -2), (1, 0), (2, -1)\}$ و $f = \{(-2, 1), (-1, 0), (0, 2), (1, -2)\}$ باشد، $g = \{(-1, 2), (0, -2), (1, 0), (2, -1)\}$ و $f = \{(-2, 1), (-1, 0), (0, 2), (1, -2)\}$

مجموع اعضای برد تابع $\left(\frac{g}{f}\right)^{-1}$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

-۲۸ اگر $\left(\frac{2f+g}{f \cdot g}\right)(2) = -\frac{1}{2}$ ، $g = \{(2, a), (-1, b), (4, z)\}$ ، $f = \{(1, m), (2, n), (-1, p)\}$ باشد، مقدار $\left(\frac{f-g}{2f \cdot g}\right)(2) = \frac{5}{8}$

۱ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۲۹ اگر $g = \{(2, 6), (1, -2), (0, 3), (-2, 5)\}$ و $f = \{(-1, 5), (0, 2), (1, 4), (-2, 0)\}$ باشد، $g = \{(2, 6), (1, -2), (0, 3), (-2, 5)\}$ و $f = \{(-1, 5), (0, 2), (1, 4), (-2, 0)\}$

آن‌گاه برد تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

$\left\{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ (۴)

{۰, ۱} (۳)

$\left\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ (۲)

{۰, -۲} (۱)

-۳۰ اگر $g(x) = -x^2 - 3x$ و $f(x) = \frac{1}{2}|3x - 2|$ باشد، حاصل $(3f+g)(-2)$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

-۳۱ اگر $g = \{(2, 4), (0, 2), (1, 5), (-3, 6)\}$ و $f = \{(0, -1), (4, 2), (1, -3)\}$ باشد، آن‌گاه کدام زوج مرتب زیر متعلق به تابع $f \times g$ است؟

(-۱, ۱۵) (۴)

(۲, ۸) (۳)

(۱, ۱۵) (۲)

(۰, -۲) (۱)

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

-۳۳ اگر $(fog)(3) = a + b$ باشد، در صورتی که $1 \leq a \leq 5$ و $g = \{(-3, -1), (4, 5), (0, 2)\}$ و $f = \{(1, 2), (3, 4), (-1, 7)\}$

و $a^2 + b^2$ مقدار $(gof)(b)$ کدام است؟

۵۴ (۴)

۴۵ (۳)

۲۹ (۲)

۳۶ (۱)

-۳۴ اگر $(x > 0)$ باشد، مقدار $f(x^2 + x) = \sqrt{2x^2 + 2x + x^2 + x}$ چقدر است؟

۲۸ (۴)

۲۰ (۳)

۱۸ (۲)

۲۴ (۱)

-۳۵- اگر $\frac{2f}{g+1} = \left\{ \left(c, \frac{1}{b} \right) \right\}$ و $g = \{(a, b), (-1, 5), (2, -1)\}$ ، $f = \{(1, -2), (2, 3), (0, 4)\}$ باشد، مقادیر ممکن برای $a + b + c$ کدام است؟

$$-\frac{1}{5} \text{ و } -\frac{1}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \text{ و } -\frac{1}{7} \quad (3)$$

$$-\frac{9}{5} \text{ و } \frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{9}{5} \text{ و } \frac{1}{7} \quad (1)$$

-۳۶- اگر $x = f(0)$ ، $gf(x) = \begin{cases} x & x \geq -2 \\ x - 2 & x < -2 \end{cases}$ و $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x > 0 \\ x - 1 & x \leq 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$-3 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

-۳۷- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ و $f(g(x)) = x^2 + 4x$ باشند و $g(x)$ اکیداً صعودی باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع $g(x)$ و محورهای مختصات در ناحیه چهارم کدام است؟

$$4/5 \quad (4)$$

$$3/5 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

-۳۸- اگر $g(x) = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0)\}$ و $f(x) = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 4)\}$ باشد، حاصل $(f^{-1} \circ g)(1)$ کدام است؟

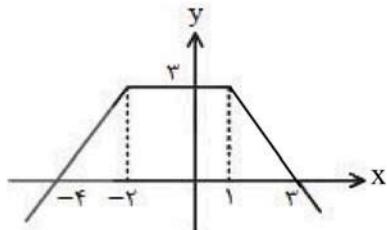
$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$1 \text{ صفر} \quad (1)$$

-۳۹- نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل عبارت $2f(-f(1)) + f\left(-f\left(-\frac{26}{3}\right)\right)$ کدام است؟



$$3 \quad (1)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$-6 \quad (4)$$

-۴۰- برای تابع خطی f می‌دانیم که $f(-1) = -4$ و $f(2) = 2$ ، اگر تابع $g(x) = -x^2 + 4$ مفروض باشد و آنگاه m کدام است؟

$$f(m - g(3)) = g(f(m))$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{57}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{57}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{57}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{57}}{2} \quad (1)$$

-۴۱- در تابع خطی f اگر $f(-2) = 3$ و $f(1) = 0$ باشد، آنگاه حاصل $f(-f(2))$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

*** گودرزی ***

-۴۲- اگر $f(x) = 4x - 2$ کدام است؟ باشد، تابع $g = \{(2, 6), (3, 0), (4, 1), (5, 2)\}$ و $\frac{f}{g}$

$$\{(2, 1), (4, 14), (5, 11)\} \quad (2)$$

$$\{(2, 1), (3, 0), (4, 14), (5, 11)\} \quad (4)$$

$$\left\{ \left(2, \frac{1}{2} \right), (4, 7), (5, 9) \right\} \quad (1)$$

$$\{(2, 1), (4, 14), (5, 9)\} \quad (3)$$

-۴۳- اگر $(f \times h)(1) = -1$ و $(f + g)(2/5) = 6$ ، $h(x) = bx^2 - 3$ ، $g(x) = [x]$ ، $f(x) = 2x + a$ باشد، حاصل ab کدام است؟ $[]$ نماد جزو صحیح است.

$$-\frac{1}{2} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$-2 (2)$$

$$2 (1)$$

-۴۴- اگر $f(x) = x^2 - 2x$ باشد، آنگاه مجموع اعضاء متمایز D_{gof} چند است؟ $g = \{(-2, 3), (-1, 1), (0, 4), (2, 3)\}$ و $f = \{(1, 0), (2, 3), (3, -1), (4, 2)\}$ بینهایت ۴

$$5 (3)$$

$$2 (2)$$

$$1 (1)$$

-۴۵- اگر $g = \{(2, 2), (3, 0), (4, 4), (6, 2), (8, 0)\}$ و $f = \{(1, 0), (2, 3), (3, -1), (4, 2)\}$ باشند، تابع $(2f + g)$ کدام است؟ $f = f + f$

$$\{(2, 4), (3, 0), (4, 2)\} \quad (2)$$

$$\{(2, 8), (3, -2), (4, 8)\} \quad (4)$$

$$\{(2, 4), (4, 2)\} \quad (1)$$

$$\{(2, 4), (4, 2), (6, 0)\} \quad (3)$$

-۴۶- برای دو تابع خطی f و g داریم: $(f \cdot g)(x) = 8x - 3$ و $(f + g)(x) = 2x - 1$. حاصل $(f \cdot g) - (f + g)$ کدام است؟

$$-15 (4)$$

$$-6 (3)$$

$$6 (2)$$

$$15 (1)$$

-۴۷- اگر $a + b + c$ باشد، حاصل $f + g = \{(-1, c)\}$ و $g(x) = \sqrt{b - x}$ ، $f(x) = \sqrt{x + a}$ کدام است؟

$$2 (4)$$

$$-2 (3)$$

$$-3 (2)$$

$$0 (1)$$

-۴۸- اگر $f^{-1} = \{(1, 7), (4, 0)\}$ و $f = \{(a, 1), (1, b), (4, -1)\}$ باشند، حاصل ab کدام است؟

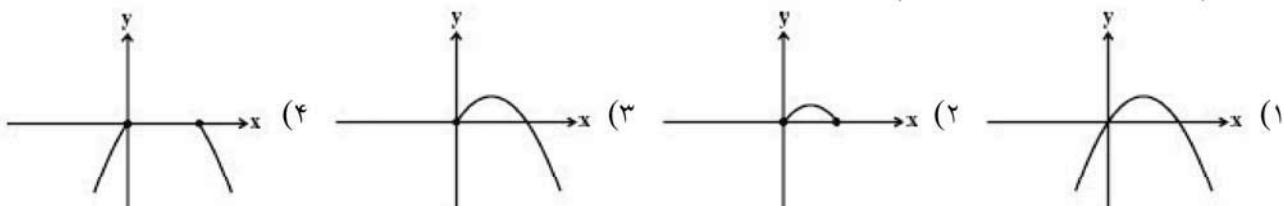
$$-3 (4)$$

$$12 (3)$$

$$-4 (2)$$

$$7 (1)$$

-۴۹- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{x - x}$ باشد، نمودار تابع $(f \times g)(x)$ کدام است؟



*** گودرزی

-۵۰- اگر $f^{-1}(x) = g(x - 1)$ باشد، حاصل $(f \circ g)(x) + (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$ کدام است؟ (دامنهی دوتابع وارون پذیر f و g برابر با \mathbb{R} است).

$$f^{-1}(1) \quad (4)$$

$$f^{-1}(0) \quad (3)$$

$$1(2)$$

$$1(1) \text{ صفر}$$

-۵۱- اگر $f - g$ کدام است؟ $f - g$ باشد، مقدار $g(x) = 2x - 1$ و $(f \circ g)(x) = 8x^2 - 6x + 1$ است.

$$4(4)$$

$$23(3)$$

$$22(2)$$

$$21(1)$$

-۵۲- اگر $g(x) = \sqrt{4 - 2x}$ و $f = \{((-2, 2), (-1, 3), (2\sqrt{2}, 0), (\sqrt{6}, -1), (2, 0)\}$ باشند، مجموع اعضای دامنهی تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

$$-1(4)$$

$$-3(3)$$

$$1(2)$$

$$3(1)$$

-۵۳- اگر بدانیم $f - g = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 4), (2, -7)\}$ و $f + g = \{(-1, 2), (0, 7), (1, 0), (2, -1)\}$ باشد، مجموع اعضای دامنهی تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

$$4(4)$$

$$3(3)$$

$$2(2)$$

$$1(1)$$

-۵۴- اگر $g = \{(3, 2), (2, 1), (4, 5), (1, 3)\}$ و $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 4), (4, 7)\}$ باشد، آنگاه برد تابع $fo(g)$ کدام است؟

$$\{3, 7, 5, 4\} \quad (4)$$

$$\{7, 5, 3\} \quad (3)$$

$$\{4, 5, 7\} \quad (2)$$

$$\{5, 3\} \quad (1)$$

-۵۵- اگر $g^{-1} = \{(0, 3), (2, 2), (1, 4), (3, 1)\}$ باشد، مجموع اعضای $f = \{(0, 1), (4, 2), (1, 3), (2, 0)\}$ کدام است؟ برد تابع $\frac{g}{f} \circ og$

$$\frac{1}{3}(4)$$

$$\frac{1}{2}(3)$$

$$\frac{1}{3}(2)$$

$$1(1) \text{ صفر}$$

-۵۶- اگر $g = \{(2, 1), (3, 4), (4, 2), (2a, 0)\}$ و $f = \{(1, a), (4, 3), (2, 5), (0, 6)\}$ باشد، به ازای کدام بازه برای مقادیر a تابع $f \circ g$ اکیداً صعودی است؟

$$(2, 3) \quad (4)$$

$$(1, 2) \quad (3)$$

$$(1, 3) \quad (2)$$

$$(0, 3) \quad (1)$$

-۵۷- اگر تابع $f = \{(1, 7), \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), (2, -5), (-3, 4), (0, 6), (3, -2), \left(-2, -\frac{1}{2}\right), (5, 2), \left(-\frac{3}{2}, -4\right), (4, -1)\}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x-7}$ مفروض باشند، حاصل $f^{-1}(g(f^{-1}(4)))$ کدام است؟

$$3(4)$$

$$-3(3)$$

$$-\frac{3}{2}(2)$$

$$\frac{3}{2}(1)$$

-۵۸ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ باشد، حاصل کدام است؟

$$f(2 + \sqrt{3}) + f(1 + \sqrt{3})$$

$$2\sqrt{3} - 3$$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $2\sqrt{3} - 3$ ۴) $2 + \sqrt{3}$

-۵۹ اگر $g(x) = 1 - 2x$ باشد، آنگاه با توجه به ماشین مقدار $f(x)$ کدام است؟

$$x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow -6x^2 - 2x + 3$$

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $-6x^2 - 2x + 3$ ۴) -3

-۶۰ اگر $g = \{(2, -1), (5, 2), (-1, 1), (4, -2)\}$ و $f(x) = \{(1, 3), (2, 4), (4, 5), (3, 6)\}$ باشد، کدام زوج مرتب زیر متعلق به تابع $(2f + g)(x)$ است؟

$$(4, -8) \quad (4) \quad (4, 12) \quad (3) \quad (2, 7) \quad (2) \quad (2, 9) \quad (1)$$

-۶۱ اگر $g \times f$ باشد. برد تابع $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$ و $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$ کدام است؟

$$\{6, 8, 12, 16\} \quad (4) \quad \{6, 12, 16\} \quad (3) \quad \{3, 6, 12, 16\} \quad (2) \quad \{6, 8, 12\} \quad (1)$$

-۶۲ اگر $g(x) = x^3 + x$ و $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ باشند، مقدار $(g^{-1} \text{ of } f^{-1})(8)$ کدام است؟

$$2/5 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1/5 \quad (1)$$

-۶۳ اگر $g(x) = x^3$ ، $f(x) = \frac{1}{4}x - 8$ باشد، حاصل $(fog)^{-1}(8) - (f^{-1}og^{-1})(8)$ کدام است؟

$$-16 \quad (2) \quad 36 \quad (3) \quad 1/5 \quad (1)$$

-۶۴ اگر $g(x) = \sqrt{2x+3}$ باشد، حاصل $\left(\frac{f}{g}\right)(3)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 1 & x < -2 \\ |x - 2| & x \geq -2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{9} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (1)$$

-۶۵ اگر $(f \cdot g)(8)$ باشند، حاصل $g = \{(-1, 2), (8, 2), (5, 1), (3, 16)\}$ ، $f = \{(2, 9), (8, -3), (1, 7), (3, 6)\}$ کدام است؟

$$-2 \quad (4) \quad 18 \quad (3) \quad -3 \quad (2) \quad -6 \quad (1)$$

-۶۶ اگر $f(x) = \frac{x-4}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ ، دامنه تابع gof کدام است؟

$$[-3, 3] - \{0\} \quad (4) \quad [-\infty, -3] \quad (2) \quad (-\infty, -3] \quad (3) \quad (-3, 3) \quad (1)$$

-۶۷ تابع $f(2t-1) = t^2 + 1$ مفروض است. حاصل $f(-1) + f(2)$ کدام است؟

$$\frac{17}{4} \quad (4) \quad \frac{13}{4} \quad (3) \quad \frac{9}{4} \quad (2) \quad \frac{5}{4} \quad (1)$$

-۶۸- اگر $f(x + \frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ باشد، دامنه تابع $f(x)$ کدام است؟

R - $[-2, 2]$ (۴)

R - $(-2, 2)$ (۳)

$[-2, 2]$ (۲)

$(-2, 2)$ (۱)

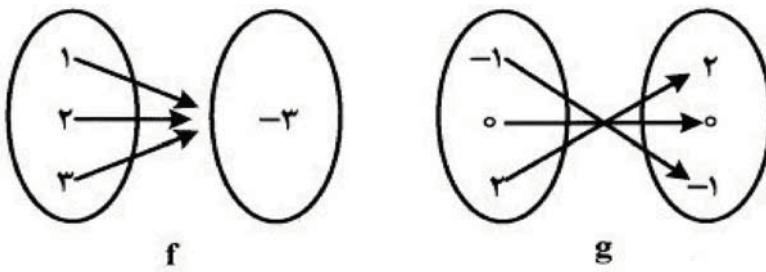
-۶۹- اگر $f(x) = x|2 - x^2|$ باشد، حاصل $(4f - g)(3)$ کدام است؟

۷۲ (۴)

۷۴ (۳)

۷۶ (۲)

۷۸ (۱)



-۷۰- با توجه به شکل، $f + g$ کدام است؟

$\{(2, -3)\}$ (۱)

$\{(1, -1), (2, -3)\}$ (۲)

$\{(2, -1)\}$ (۳)

$\{(3, -3)\}$ (۴)

-۷۱- اگر $f(f(0)) \times f(f(-2))$ باشد، مقدار $f = \{(15, 0), (3, -3), (4, -1), (0, -5), (9, -2), (-2, 3)\}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

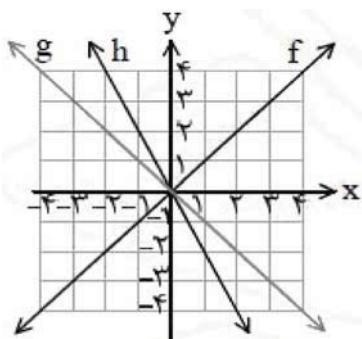
-۷۲- اگر $f(x) = 4x - 5$ و $g^{-1}(a) = \{(-1, 4), (2, 3), (1, 6), (3, -1)\}$ باشد و a آنگاه a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۶ (۱)



-۷۳- نمودار مربوط به سه تابع داده شده است. کدام رابطه درست است؟

$f(x) + g(x) = h(x)$ (۱)

$f(x) + h(x) = g(x)$ (۲)

$f(x) + 2h(x) = g(x)$ (۳)

$f(x) + 2g(x) = h(x)$ (۴)

-۷۴- اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 2 & x > 4 \\ 3x + 1 & x \leq 4 \end{cases}$ باشد و $f(f(f(1))) = 5$ ، مقدار a چه قدر است؟

۲ (۴)

$\frac{10}{13}$ (۳)

$\frac{7}{13}$ (۲)

$\frac{5}{6}$ (۱)

-۷۵- اگر $f(x) = \sqrt{3x - x^2}$ باشد، برد تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

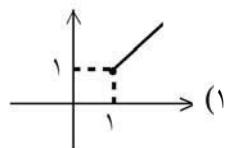
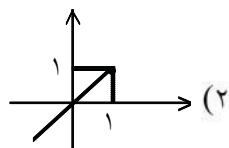
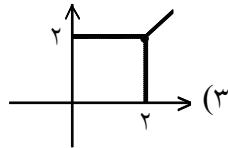
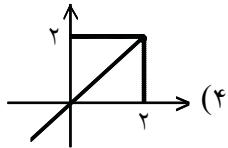
$\left\{ 0, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$ (۴)

$\{0\}$ (۳)

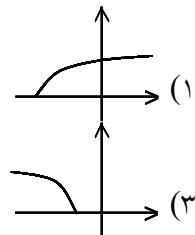
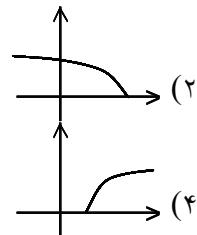
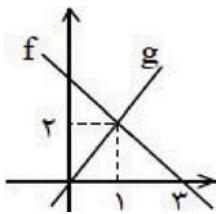
$\{\sqrt{2}\}$ (۲)

$\{0, \sqrt{2}\}$ (۱)

۷۶- با فرض $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$ نمودار $f \circ f^{-1}(x)$ چگونه است؟



۷۷- نمودار توابع خطی f و g به صورت زیر است. نمودار تابع $y = \sqrt{f \circ g(x)}$ چگونه است؟



۷۸- در تابع $\{f(x), g(x)\}$ برقرار است حاصل $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = x$ چه قدر است؟

۴

۳

۲

۱

۷۹- اگر $f(x) = 3x + 1$ و $g(x) = 9x^2 - 1$ باشد، ضابطه $(g \circ f)(x)$ کدام است؟

$x^2 - x$ (۴)

$x - x^2$ (۳)

$x^2 - 1$ (۲)

$1 - x^2$ (۱)

۸۰- هرگاه $f = \{(5, 2)(7, 3)(1, 4)(3, 6)(4, 1)\}$ و برای $x > 0$ داشته باشیم $g(x) = \frac{x^2 - 9}{4}$ ، مقدار a کدام باشد

۲ (۴)

۴ (۳)

? $g \circ f^{-1}(a) = 5$ که طوری که

۱ (۱)

۸۱- اگر $g(f(3a)) = \frac{3}{4}$ ، مقدار a کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۲- اگر $g(x) = \frac{|x-1|}{x+1}$ و $f = \{(-1, 0), (0, \frac{1}{2}), (1, -1), (2, 1)\}$ کدام است؟

$\{(0, 1), (2, 6), (1, 0)\}$ (۲)

$\{(0, -1), (2, \frac{3}{2}), (1, 0)\}$ (۱)

$\{(0, -1), (2, \frac{2}{3})\}$ (۴)

$\{(0, 1), (2, 6)\}$ (۳)

-۸۳ اگر $g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 4), (1, 6)\}$ و $f = \{(-1, 3), (-2, 5), (0, 2), (1, 4)\}$ باشد،

تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

$$\{(-1, 1), (0, 0), (1, -2)\} \quad (2)$$

$$\{(2, 1), (-1, 1), (0, 0), (1, -2)\} \quad (4)$$

$$\{(-1, 8), (0, 5), (1, 9)\} \quad (1)$$

$$\{(-2, 1), (-1, 8), (0, 5), (1, 9)\} \quad (3)$$

-۸۴ اگر $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 6}$ باشد، در این صورت مقدار $f(1 - \sqrt{3})$ کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

-۸۵ اگر $g(1) = 1$ و $(g^{-1} \text{ of } f)(5) = 4$ باشد، دو تابعی (a, b) کدام است؟

$$(0, 0) \quad (4)$$

$$(1, 1) \quad (3)$$

$$(0, 1) \quad (2)$$

$$(1, 0) \quad (1)$$

-۸۶ اگر $h = \frac{f - g}{3f} = \{(a, b)\}$ و $g = \{(-1, 1), (0, -1), (3, 2)\}$ ، $f = \{(0, 4), (1, 2), (3, 0)\}$ آنگاه

$$2^{-4} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$2^4 \quad (2)$$

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

کدام است؟

-۸۷ اگر $fog(x) = 4x^2 - 1$ و $g(x) = 2x - 1$ باشد، حاصل $fog(1)$ کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

-۸۸ اگر $g(x) = 3x - 1$ و $f(x) = x^2 - 2x$; $(x > 2)$ باشد، حاصل $(g^{-1} \text{ of } f)(99)$ کدام است؟

$$\frac{10}{3} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{11}{3} \quad (1)$$

-۸۹ اگر $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ و $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ باشد، دامنهٔ تابع gof کدام است؟

$$\emptyset \quad (4)$$

$$R \quad (3)$$

$$[-1, 1] \quad (2)$$

$$[-2, 2] \quad (1)$$

-۹۰ اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $2x$ باشند و 4 x باشند، آنگاه $g(x) = 3x + 4$ و $f(x) =$ مقدار $f(g)$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$